|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NGÃI**  **HDC ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**  **THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 11**  Ngày thi: **16/4/2025**  Môn thi: **TOÁN**  *(Đáp án - Thang điểm gồm 05 trang)* |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1.a**  **(3 điểm)** | **a) Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số , với và . Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất? (*Biết các ngày của năm được tính theo năm dương lịch*).** | |
| Vì  nên . | 0.5 |
| Thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất khi | 0.5 |
|  | 0.5 |
| . | 0.5 |
| Mà  nên . | 0.5 |
| Vậy vào ngày 20 tháng 6 thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất. | 0.5 |
| **Câu 1.b**  **(2 điểm)** | **b) Giải phương trình** . | |
| Điều kiện .  Phương trình . | 0.5 |
| . | 0.5 |
|  | 0.5 |
| (thỏa điều kiện).  Vậy phương trình có hai nghiệm . | 0.5 |
| **Câu 2.a**  **(3 điểm)** | ***Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để chọn được một số có chữ số hàng đơn vị là 9 và chia hết cho 7.*** | |
| Số các số tự nhiên có 5 chữ số là .  Giả sử  là số tự nhiên có 5 chữ số chia hết cho 7 . | 0.5 |
| Ta có  chia hết cho 7 khi và chỉ khi  chia hết cho 7.  Đặt  . Khi đó , với . | 0.5 |
| Ta có | 0.5 |
| . | 0.5 |
| Suy ra có 1285 số có 5 chữ số có chữ số hàng đơn vị là 9 và chia hết cho 7 . | 0.5 |
| Vậy xác suất cần tìm là: . | 0.5 |
| **Câu 2.b**  **(3 điểm)** | **b) Cho dãy số  xác định bằng hệ thức truy hồi  với**  **Xác định số hạng tổng quát của dãy số  và tính** | |
| Ta có : | 0.5 |
| . | 0.5 |
| Đặt  . Ta được . | 0.5 |
| Suy ra dãy  là cấp số nhân với số hạng đầu tiên , công bội .  Do đó . | 0.5 |
| Vậy . | 0.5 |
| Do đó . | 0.5 |
| **Câu 3.a**  **(3 điểm)** | ***a) Có hai khay đặt trên một mặt phẳng nằm ngang, khay thứ nhất có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài , chiều rộng , chiều cao  và đựng đầy nước; khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài , miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài  và không chứa nước (tham khảo hình vẽ). Người ta đổ  lượng nước từ khay thứ nhất sang khay thứ hai và thấy mực nước ở khay thứ hai cao bằng ​ chiều cao của khay thứ hai. Tính thể tích của khay thứ hai theo đơn vị .*** | |
| Thể tích nước có trong khay thứ nhất trước khi đổ bằng 20×10×5=1000 ().  Sau khi đổ, thể tích nước có trong khay thứ hai bằng (). | 0.5 |
| Gọi chiều cao của khay thứ hai là (cm).  Giả sử khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều . Ta có  là hình thang cân có chiều cao bằng chiều cao của hình chóp cụt.  Giả sử mực nước ngang với  (, xem hình vẽ )  Gọi  lần lượt là hình chiếu của  trên  và . | 0.5 |
| Ta có . Theo giả thiết: ​ ; . | 0.5 |
| Thể tích của nước trong khay thứ hai | 0.5 |
| Mà | 0.5 |
| Thể tích của khay thứ hai là    . | 0.5 |
| **Câu 3.b**  **(2 điểm)** | ***Cho hình thoi  có , . Gọilà trung điểm của , trên đường thẳng đi qua và vuông góc với mặt phẳng  lấy điểm không trùng với  Tính  khi góc giữa và mặt phẳng có số đo lớn nhất.*** | |
|  |  |
| Gọi  là là hình chiếu của  lên  Kẻ . Ta có  và . | 0.5 |
| Vì là trung điểm của và  nên  Hay .  Ta có: . | 0.5 |
| Đặt***().*** Ta có | 0.5 |
| Dấu “=” xảy ra khi  Khi đó . | 0.5 |
| **Câu 4.a**  **(3 điểm)** | |  |  | | --- | --- | | ***Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí  cách  một khoảng là . Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ  đến vị trí*** (thuộc đoạn ) ***trên bờ biển với vận tốc  rồi đi bộ đến  với vận tốc (****tham khảo hình vẽ****). Biết tổng thời gian chèo thuyền và đi bộ của người canh hải đăng là  giờ phút. Tính quãng đường mà người canh hải đăng chèo thuyền.*** |  | | |
| Đặt . Ta có  nên thời gian chèo thuyền từ  đến  là . Thời gian người canh hải đăng đi bộ là . | 0,5 |
| Từ giả thiết ta có phương trình . | 0.5 |
|  | 0.5 |
| Bình phương hai vế phương trình  ta được  hoặc | 0.5 |
| Thay vào  thì cả hai giá trị  và  đều thỏa mãn. Đối chiếu với điều kiện  ta chọn  . | 0.5 |
| Vậy quãng đường biển mà người canh hải đăng chèo thuyền là (km). | 0.5 |
| **Câu 4.b**  **(1 điểm)** | b) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương sao cho . | |
| Từ  nên  là số lẻ.  Ta có  chẵn (vì ).  Lại có  chẵn (vì ).  Giả sử .  Khi đó  với  và . | 0.5 |
| Lúc đó , Do  nên  lẻ. Do đó  Suy ra  với  và .  Vì  và  Vậy có duy nhất bộ 3 số nguyên  thỏa mãn yêu cầu bài toán. | 0,5 |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**HẾT**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Ghi chú :**

***1.* *Mọi lời giải đúng , khác với hướng dẫn chấm, đều cho điểm tối đa theo từng câu và từng phần tương ứng.***

***2. Tổ chấm thảo luận để thống nhất các tình huống làm bài có thể xảy ra của học sinh.***