



Πανεπιστήμιο Πειραιώς
University of Piraeus

Μοντελοποίηση του προβλήματος της δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing Problem) με την χρήση ευφυών τεχνικών

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΛΕΒΑΝΤΗΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΑΚΟΣ

Πίνακας Περιεχομένων

Το πρόβλημα	3
Μοντελοποίηση Επιχειρηματικής Διαδικασίας	3
Παραλλαγές Προβλήματος	4
Παραλλαγές Προσεγγίσεων και Συγκριτική Ανάλυση	5
Επιλογή Προσέγγισης	8
Μαθηματική Μοντελοποίηση και Περιορισμοί	9
Σύστημα κωδικοποίησης του προβλήματος	11
Αλγόριθμος Υλοποίησης του CVRP	11
Συμπεράσματα	12
Βιβλιογραφία	13

Το πρόβλημα

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) είναι ένα πολύ γνωστό πρόβλημα βελτιστοποίησης στον τομέα των μεταφορών. Περιλαμβάνει την εύρεση των βέλτιστων διαδρομών για ένα στόλο οχημάτων με σκοπό την παράδοση αγαθών σε ένα σύνολο πελατών, ελαχιστοποιώντας παράλληλα τη συνολική απόσταση που διανύθηκε.

Μοντελοποίηση Επιχειρηματικής Διαδικασίας

Για τη μοντελοποίηση ενός VRP, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τους ακόλουθους παράγοντες και περιορισμούς:

Κάθε πελάτης θα έχει μια ζήτηση για αγαθά που πρέπει να καλύψει ο στόλος των οχημάτων. Θα χρειαστεί να γνωρίζουμε τις τοποθεσίες κάθε πελάτη για να δρομολογήσουμε τα οχήματα αποτελεσματικά.

Θα πρέπει να γνωρίζουμε τον αριθμό των οχημάτων του στόλου, καθώς και την ικανότητά τους να μεταφέρουν εμπορεύματα. Θα χρειαστεί επίσης να λάβουμε υπόψη τους περιορισμούς στα οχήματα, όπως η μέγιστη διανυθείσα απόσταση ή ο μέγιστος χρόνος στο δρόμο.

Πρέπει επίσης, να λάβουμε υπόψη το κόστος της δρομολόγησης των οχημάτων για κάθε πελάτη, το οποίο μπορεί να περιλαμβάνει παράγοντες όπως η κατανάλωση καυσίμου (ή χιλιομετρική απόσταση) , το κόστος εργασίας και το κόστος συντήρησης.

Και τέλος, θα χρειαστεί να ορίσουμε μια αντικειμενική συνάρτηση που αντιπροσωπεύει τον στόχο του VRP, όπως η ελαχιστοποίηση της συνολικής διανυθείσας απόστασης ή του συνολικού κόστους της δρομολόγησης των οχημάτων.

Παραλλαγές Προβλήματος

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του VRP, όπως:

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχήματος με περιορισμένη χωρητικότητα (CVRP):
Σε αυτήν την έκδοση του VRP, κάθε όχημα έχει μια σταθερή χωρητικότητα και η συνολική ζήτηση για κάθε πελάτη δεν πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα του οχήματος που το εξυπηρετεί.

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχήματος με Windows Time (VRPTW):
Σε αυτήν την έκδοση του VRP, κάθε πελάτης έχει ένα χρονικό διάστημα κατά το οποίο πρέπει να επισκεφθεί από τον προμηθευτή.

Το πρόβλημα δρομολόγησης οχήματος με παραλαβές και παραδόσεις (VRPPD):
Σε αυτήν την παραλλαγή του VRP, κάθε πελάτης έχει και παραλαβή και παράδοση και το όχημα πρέπει να ικανοποιήσει και τα δύο.

Και το πρόβλημα δρομολόγησης οχήματος με τα παράθυρα χρόνου συμπεριλαμβανομένων των παραλαβών και των παραδόσεων (VRPTWPD):
Αυτός είναι ένας συνδυασμός των παραλλαγών VRPTW και VRPPD.

Όλα τα παραπάνω προβλήματα μπορούν να επεκταθούν φυσικά, αν για παράδειγμα η αποθήκη από όπου θα διανεμηθούν τα προϊόντα δεν είναι μία αλλά παραπάνω. Αν τα οχήματα δεν είναι απαραίτητο να ξεκινάνε και να τερματίζουν στον ίδιο προορισμό αλλά υπάρχει κάποια σχετική ευελιξία. Αν οι οδηγοί των οχημάτων είναι απαραίτητο να μην οδηγούν παραπάνω από 45 λεπτά συνεχόμενα και για κάθε 45 λεπτά να χρειάζεται να κάνουν διάλλειμα και πολλούς ακόμη περιορισμούς τους οποίους λαμβάνοντας τους υπόψη θα προσέγγιζαν περισσότερο την πραγματικότητα.

Παραλλαγές Προσεγγίσεων και Συγκριτική Ανάλυση

Υπάρχουν αρκετοί αλγόριθμοι που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση του VRP και τις διάφορες παραλλαγές του, όπως:

Exact algorithms:

Αυτοί οι αλγόριθμοι έχουν σχεδιαστεί για να βρίσκουν την ακριβή βέλτιστη λύση για το VRP. Παραδείγματα περιλαμβάνουν integer programming και brunch and cut.

Θετικά: Είναι εγγυημένο ότι βρίσκουν τη βέλτιστη λύση στο CVRP όπως αναφέρθηκε, εάν φυσικά υπάρχει. Μπορούν επίσης να παρέχουν άνω και κάτω όρια στη βέλτιστη λύση, η οποία μπορεί να είναι χρήσιμη για τη σύγκριση διαφορετικών προσεγγίσεων λύσεων.

Αρνητικά: Οι exact algorithms μπορεί να είναι υπολογιστικά εντατικοί και μπορεί να μην κλιμακώνονται καλά σε μεγάλες περιπτώσεις του CVRP. Μπορεί επίσης να είναι ευαίσθητοι στην ποιότητα της αρχικής λύσης, και έτσι μπορεί να επηρεάσει το τελικό αποτέλεσμα.

Μετα-ευρετικοί (Metaheuristics):

Πρόκειται για ευρετικούς αλγόριθμους που στοχεύουν στην εύρεση καλών, αλλά όχι απαραίτητα βέλτιστων, λύσεων για το VRP σε εύλογο χρονικό διάστημα. Τα παραδείγματα περιλαμβάνουν γενετικούς αλγόριθμους (GA), simulated annealing, and tabu search.

Θετικά: Είναι συχνά σε θέση να βρουν καλές, αλλά όχι απαραίτητα βέλτιστες, λύσεις για το CVRP σε εύλογο χρονικό διάστημα. Μπορούν επίσης να είναι ανθεκτικά στην ποιότητα της αρχικής λύσης και μπορεί να είναι σε θέση να βρουν λύσεις που είναι σημαντικά καλύτερες από την αρχική λύση.

Αρνητικά: Τα Metaheuristics δεν είναι εγγυημένα ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση στο CVRP και η ποιότητα της λύσης που βρέθηκε μπορεί να εξαρτάται από τις συγκεκριμένες παραμέτρους του αλγορίθμου.

Ευρετικοί (Constructive heuristics):

Αυτοί οι αλγόριθμοι δημιουργούν λύσεις στο VRP σταδιακά, ξεκινώντας με μια εφικτή λύση και στη συνέχεια βελτιώνοντάς τη μέσω μιας σειράς τοπικών βελτιώσεων. Παραδείγματα περιλαμβάνουν τον αλγόριθμο Clarke και Wright και τον αλγόριθμο Χριστοφίδη (Christofide).

Θετικά: Οι ευρετικοί αλγόριθμοι είναι συνήθως ταχύτεροι από τους exact algorithms και μπορούν να είναι αποτελεσματικοί στην εύρεση καλών λύσεων στο CVRP. Είναι επίσης σχετικά απλοί στην εφαρμογή και την κατανόηση.

Αρνητικά: Δεν εγγυάται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης στο CVRP και η ποιότητα της λύσης που βρέθηκε μπορεί να εξαρτάται από τις συγκεκριμένες παραμέτρους του αλγορίθμου.

Αλγόριθμοι προσέγγισης (Approximation algorithms):

Οι αλγόριθμοι προσέγγισης είναι αλγόριθμοι που έχουν σχεδιαστεί για να βρίσκουν μια λύση στο CVRP που είναι κοντά στη βέλτιστη λύση, αλλά μπορεί να μην είναι απαραίτητα η βέλτιστη λύση.

Θετικά: Οι αλγόριθμοι προσέγγισης είναι συχνά ταχύτεροι από τους ακριβείς αλγόριθμους, κάτι που μπορεί να είναι χρήσιμο για την επίλυση μεγάλων περιπτώσεων του CVRP σε εύλογο χρονικό διάστημα. Είναι συχνά ανθεκτικοί στην ποιότητα της αρχικής λύσης και μπορεί να είναι σε θέση να βρουν λύσεις που είναι σημαντικά καλύτερες από την αρχική λύση.

Αρνητικά: Επειδή οι αλγόριθμοι αυτοί δεν εγγυόνται ότι θα βρουν τη βέλτιστη λύση στο CVRP, ενδέχεται να μην είναι κατάλληλοι για χρήστες που απαιτούν τη βέλτιστη λύση.

Η απόδοση των αλγορίθμων προσέγγισης μπορεί να εξαρτάται από τις συγκεκριμένες παραμέτρους του αλγορίθμου, οι οποίες μπορεί να είναι δύσκολο να συντονιστούν για μια δεδομένη περίπτωση προβλήματος.

Υπάρχουν επίσης πολλές βιβλιοθήκες και software πακέτα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του CVRP. Μερικά παραδείγματα περιλαμβάνουν:

Gurobi:

Το Gurobi είναι ένα εμπορικό πακέτο λογισμικού βελτιστοποίησης που περιλαμβάνει έναν αριθμό αλγορίθμων για την επίλυση του CVRP, συμπεριλαμβανομένου του integer και του linear προγραμματισμού. Το Gurobi είναι διαθέσιμο για μια ποικιλία γλωσσών προγραμματισμού, συμπεριλαμβανομένων των C, C++ και Python.

CPLEX:

Ομοίως, το CPLEX είναι ένα εμπορικό πακέτο λογισμικού βελτιστοποίησης το οποίο αναπτύχθηκε από την IBM. Περιλαμβάνει έναν αριθμό αλγορίθμων για την επίλυση του CVRP, συμπεριλαμβανομένου του integer και του linear programming. Το CPLEX είναι διαθέσιμο για μια ποικιλία γλωσσών προγραμματισμού, συμπεριλαμβανομένων των C, C++ και Python.

PuLP:

Το PuLP είναι ένα πακέτο γραμμικού προγραμματισμού ανοιχτού κώδικα για την Python. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διαμόρφωση και επίλυση του CVRP ως γραμμικό πρόγραμμα.

pyVRP:

Το pyVRP είναι μια βιβλιοθήκη ανοιχτού κώδικα για την επίλυση του VRP στην Python. Περιλαμβάνει έναν αριθμό αλγορίθμων για την επίλυση του CVRP, συμπεριλαμβανομένων των exact αλγορίθμων και των μετα-ευρετικών.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι η επιλογή της βιβλιοθήκης θα εξαρτηθεί από τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της παρουσίας CVRP που επιλύεται, καθώς και από τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους.

Επιλογή Προσέγγισης

Το OR-Tools¹ είναι ένα “suite” λογισμικού ανοιχτού κώδικα για συνδυαστική βελτιστοποίηση που περιλαμβάνει έναν αριθμό αλγορίθμων για την επίλυση του Προβλήματος Δρομολόγησης Χωρητικών Οχημάτων (CVRP). Αναπτύχθηκε από την Google και είναι γραμμένο σε C++, αλλά έχει διεπαφές για Python, Java και C#.

Ακολουθούν μερικά από τα δυνατά και τα αδύνατα σημεία του OR-Tools για την επίλυση του CVRP:

Δυνατά σημεία:

Ευρεία γκάμα αλγορίθμων: Το OR-Tools περιλαμβάνει έναν αριθμό αλγορίθμων για την επίλυση του CVRP, συμπεριλαμβανομένων ακριβών αλγορίθμων, μεταερευνητικών και ευρετικών. Αυτό επιτρέπει στους χρήστες να επιλέξουν τον καταλληλότερο αλγόριθμο για το συγκεκριμένο παράδειγμα προβλήματος.

Ανοιχτός κώδικας: Το OR-Tools είναι ανοιχτού κώδικα, που σημαίνει ότι είναι ελεύθερα διαθέσιμο σε οποιονδήποτε για χρήση και τροποποίηση. Αυτό μπορεί να είναι χρήσιμο για χρήστες που θέλουν να προσαρμόσουν τους αλγόριθμους ή να ενσωματώσουν το OR-Tools στο δικό τους λογισμικό.

Διεπαφές για πολλές γλώσσες προγραμματισμού: Το OR-Tools διαθέτει διεπαφές για Python, Java και C#, γεγονός που το καθιστά προσβάσιμο σε ένα ευρύ φάσμα χρηστών.

Αδυναμίες:

Η απόδοση μπορεί να ποικίλλει: Η απόδοση των αλγορίθμων στα OR-Tools θα εξαρτηθεί από τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της παρουσίας CVRP που επιλύεται, καθώς και από τους διαθέσιμους υπολογιστικούς πόρους. Ορισμένοι αλγόριθμοι μπορεί να έχουν καλύτερη απόδοση σε ορισμένες περιπτώσεις από άλλους.

Περιορίζεται στο CVRP: Το OR-Tools επικεντρώνεται κυρίως στην επίλυση του CVRP και των παραλλαγών του. Μπορεί να μην είναι κατάλληλο για την επίλυση άλλων τύπων προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων.

1. ¹ <https://github.com/google/or-tools#about>

Περιορισμένη υποστήριξη: Το OR-Tools είναι ένα έργο ανοιχτού κώδικα και, ενώ υπάρχει μια κοινότητα χρηστών και προγραμματιστών, ενδέχεται να μην προσφέρει το ίδιο επίπεδο υποστήριξης και τεκμηρίωσης με τα εμπορικά πακέτα λογισμικού βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να είναι ένα μειονέκτημα για τους χρήστες που χρειάζονται πιο εκτενή υποστήριξη και τεκμηρίωση κατά τη χρήση του λογισμικού. Επιπλέον, επειδή το OR-Tools είναι ανοιχτού κώδικα, ενδέχεται να μην λάβει το ίδιο επίπεδο χρηματοδότησης και πόρων με τα εμπορικά πακέτα λογισμικού, γεγονός που θα μπορούσε να επηρεάσει την ανάπτυξη και τη συντήρηση του λογισμικού.

Μαθηματική Μοντελοποίηση και Περιορισμοί

Στην εμπειρική αυτή μελέτη, χρησιμοποίησα το λογισμικό πακέτο OR-Tools για να λύσω το Capacitated Vehicle Route Problem (CVRP). Το συγκεκριμένο πρόβλημα αφορά μία επιχείρηση η οποία καλείται να εξυπηρετήσει 50 πελάτες, έχοντας στη διάθεση της 5 οχήματα ίδιου τύπου και χωρητικότητας ίσης με 160 τεμάχια το καθένα και κάθε πελάτης που απαιτείται να εξυπηρετηθεί, έχει μία απαίτηση σε τεμάχια.

Η αντικειμενική συνάρτηση στο CVRP είναι μια μαθηματική έκφραση που περιγράφει την ποσότητα που βελτιστοποιείται. Στο CVRP, ο στόχος είναι συνήθως η ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης που διανύει ο στόλος των οχημάτων, ανάλογα με τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων.

Η αντικειμενική συνάρτηση για το CVRP μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\text{Minimize: } \sum_{(i,j) \in A} c(i,j) * x(i,j)$$

που:

A: είναι το σύνολο τόξων που συνδέουν τους κόμβους στο γράφημα,

$c(i,j)$: είναι το κόστος μετακίνησης από τον κόμβο i στον κόμβο j ,

$x(i,j)$: είναι μια δυαδική μεταβλητή που είναι ίση με 1 εάν το τόξο (i,j) περιλαμβάνεται στη λύση, και 0 διαφορετικά.

Η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιείται με την εύρεση μιας εφικτής λύσης που ικανοποιεί τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων και ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση που διανύει ο στόλος.

Και υπακούει σε:

$$1. \sum_{(i,j) \in \Delta(0)} x(i,j) = \sum_{(j,i) \in \Delta(0)} x(j,i) \quad \forall i \in V$$

$$2. \sum_{(i,j) \in \Delta(i)} x(i,j) = \sum_{(j,i) \in \Delta(i)} x(j,i) \quad \forall i \in V$$

$$3. \sum_{(i,j) \in \Delta(i)} x(i,j) \leq 1 \quad \forall i \in V$$

$$4. \sum_{(i,j) \in \Delta(0)} q(j) * x(i,j) \leq Q \quad \forall i \in V$$

$$5. x(i,j) \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A$$

που:

V : είναι το σύνολο των κόμβων στο γράφημα (πελάτες και αποθήκη),

$q(j)$: είναι η ζήτηση για τον πελάτη j ,

Q : είναι η χωρητικότητα κάθε οχήματος,

$\Delta(i)$: είναι το σύνολο των τόξων που προέρχονται από τον κόμβο i .

Σύστημα Κωδικοποίησης του Προβλήματος

Το σύστημα κωδικοποίησης του προβλήματος που επιτρέπει να λυθεί το πρόβλημα αποτελεσματικά με τη χρήση της βιβλιοθήκης OR-Tools αποτελείται από τα παρακάτω βήματα. Αρχικά είναι απαραίτητη η εγκατάσταση της βιβλιοθήκης και των εξαρτήσεων της.

Έπειτα καθορίζουμε τα δεδομένα εισόδου για το CVRP, συμπεριλαμβανομένου του αριθμού των οχημάτων, της χωρητικότητας κάθε οχήματος, τις αποστάσεις μεταξύ των κόμβων (των πελατών συμπεριλαμβανομένης της αποθήκης) και της ζήτησης για κάθε πελάτη.

Δημιουργούμε τον routing index manager και το μοντέλο δρομολόγησης χρησιμοποιώντας τα δεδομένα εισόδου.

Ορίζουμε τη συνάρτηση κόστους για το CVRP, η οποία θα καθορίσει το κόστος του ταξιδιού από τη μια τοποθεσία στην άλλη. Καθορίζουμε τους περιορισμούς χωρητικότητας για το CVRP, οι οποίοι θα διασφαλίσουν ότι η λύση ικανοποιεί τους περιορισμούς χωρητικότητας των οχημάτων. Προσθέτουμε τους περιορισμούς χωρητικότητας χρησιμοποιώντας το μοντέλο δρομολόγησης.

Επιλύουμε το CVRP χρησιμοποιώντας το μοντέλο δρομολόγησης και μια καθορισμένη στρατηγική αναζήτησης. Εάν βρεθεί λύση, εξάγει τις διαδρομές από τη λύση και σχεδιάστε τις οπτικά (προαιρετικά).

Εκτυπώνουμε τη λύση, συμπεριλαμβανομένης της συνολικής απόστασης που διανύθηκε και των διαδρομών για κάθε όχημα.

Αλγόριθμος Υλοποίησης του CVRP

Αυτός ο ευρετικός αλγόριθμος χρησιμοποιεί μια απλή προσέγγιση μέσω της OR-Tools βιβλιοθήκης για την επίλυση του CVRP. Προσθέτει επαναληπτικά πελάτες στην πλησιέστερη διαδρομή με αρκετή χωρητικότητα, δημιουργώντας μια νέα διαδρομή εάν είναι απαραίτητο. Η απόσταση μεταξύ των πελατών υπολογίζεται χρησιμοποιώντας έναν πίνακα αποστάσεων, ο οποίος θα πρέπει να είναι ένας πίνακας NumPy με τις αποστάσεις μεταξύ όλων των ζευγών τοποθεσιών. Η συστοιχία απαιτήσεων πρέπει να περιέχει τη ζήτηση κάθε πελάτη και η παράμετρος χωρητικότητας είναι η χωρητικότητα κάθε οχήματος.

Ο αλγόριθμος επιστρέφει μια λίστα διαδρομών, όπου κάθε διαδρομή είναι μια λίστα δεικτών πελατών και η συνολική απόσταση της λύσης. Είναι ένα παράδειγμα ευρετικού αλγορίθμου για το CVRP και υπάρχουν πολλές άλλες προσεγγίσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Η απόδοση αυτού του συγκεκριμένου ευρετικού μπορεί να ποικίλλει ανάλογα με τη περίπτωση του CVRP που επιλύεται.

Συμπεράσματα

Ένα πλεονέκτημα του OR-Tools είναι ότι είναι μια ολοκληρωμένη σουίτα λογισμικού που περιλαμβάνει ένα ευρύ φάσμα αλγορίθμων και εργαλείων βελτιστοποίησης, καθιστώντας το ένα one-stop shop για προβλήματα βελτιστοποίησης. Επιπλέον, το OR-Tools είναι καλά τεκμηριωμένο και έχει φιλική προς το χρήστη διεπαφή, καθιστώντας το σχετικά εύκολο στη χρήση.

Ωστόσο, υπάρχουν επίσης ορισμένα πιθανά μειονεκτήματα στη χρήση του OR-Tools. Ένα ζήτημα είναι ότι το OR-Tools είναι ιδιόκτητο λογισμικό, το οποίο μπορεί να μην είναι κατάλληλο για όλους τους χρήστες. Επιπλέον, το OR-Tools μπορεί να μην είναι πάντα η πιο αποτελεσματική ή βέλτιστη επιλογή για την επίλυση του CVRP, ανάλογα με τη συγκεκριμένη περίπτωση του προβλήματος και το επιθυμητό επίπεδο ακρίβειας.

Συνοπτικά, το OR-Tools είναι ένα δημοφιλές και ισχυρό εργαλείο για την επίλυση του CVRP και άλλων προβλημάτων βελτιστοποίησης, αλλά δεν είναι η μόνη διαθέσιμη επιλογή. Άλλοι αλγόριθμοι και πακέτα λογισμικού μπορεί να είναι πιο κατάλληλοι για ορισμένες περιπτώσεις του CVRP ή για χρήστες με συγκεκριμένες απαιτήσεις ή περιορισμούς.

Βιβλιογραφία

1. Tonci Caric and Hrvoje Gold (2008): ‘Vehicle Routing Problem.’
2. Hao Jiang, Mengxin Lu , YeTian , Jianfeng Qiu and Xingyi Zhang (2020): ‘An evolutionary algorithm for solving Capacitated Vehicle Routing Problems by using local information.’
3. Roberto Baldacci , Aristide Mingozzi and Roberto Roberti (2011): ‘Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. ‘
4. Rajulapudi Bala Sai Shankar and Dr. K. Dharma Reddy (2018): ‘A Comparative Study on Heuristic and Meta Heuristic Approach in Solving a Capacitated Vehicle Routing Problem.’
5. Mohibul Islam, Sajal Ghosh and Mahfujur Rahman: ‘Solving Capacitated Vehicle Routing Problem by Using Heuristic Approaches: A Case Study.’