**Các bài tập phần kỹ thuật đệ quy. 1**

**1.** Viết công thức truy hồi của các hàm sau và lập trình để thực hiện các hàm này bằng đệ quy.

a) Hàm factorial(n) = n! (tính n giai thừa).

b) Hàm exp(a,n) = an (lũy thừa).

c) Hàm S(n) = 1 + 2 + ... + n

d) Hàm Sq(n) = 12 + 22 + ... + n2

e) Hàm Seven(n) = tổng các số tự nhiên chẵn không vượt quá n.

f) Hàm Sodd(n) = tổng các số tự nhiên lẻ không vượt quá n.

**2.** Dãy số Fibonacci.

a) F0 = 0, F1 = 1

b) Fn = Fn-1 + Fn-2 với n > 1.

Một số phần tử ban đầu của dãy là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8. Số Fibonacci có liên quan chặt chẽ đến tỉ số vàng (gold ratio), ví dụ người ta chứng minh được tỉ số Fn/Fn-1 sẽ tiệm cận dần đến tỉ số vàng này.

Viết hàm đệ quy tính số Fibonacci thứ n.

**3.** Dãy số Lucas.

Các số Lucas cũng rất nổi tiếng không chỉ vì nó rất gần với các số Fibonacci, mà ngay định nghĩa của các số này cũng giống Fibonacci. Các số Lucas được định nghĩa như sau:

a) L0 = 2, L1 = 1

b) Ln = Ln-1 + Ln-2 với n > 1.

Viết hàm đệ quy tính số Lucas thứ n.

**4.** Dãy số Pell.

Dãy số Pell được định nghĩa như sau:

a) P0 = 0, P1 = 1

b) Pn = 2Pn-1 + Pn-2 với n > 1.

Dãy Pell gắn liền với cách tính gần đúng của . Dãy này chính là dãy các mẫu số của dãy các phân số tối giản có giới hạn là : 1/1, 3/2, 7/5, 17/12, 41/29.

Viết hàm đệ quy tính số Pell thứ n.

**5.** Dãy số **Catalan**.

Dãy số Catalan được phát minh ở thế kỷ 18 và cũng là một trong những dãy số rất nổi tiếng hiện nay. Dãy Catalan được định nghĩa như sau:

a) C0 = 1

Ví dụ một số phần từ đầu tiên của dãy Catalan: 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132.

Viết hàm đệ quy tính số Catalan thứ n.

**6.** Dãy số Pandovan.

Dãy số Pandovan được định nghĩa như sau:

P0 = P1 = P2 = 1

Pn = Pn-2 + Pn-3

Một số phần tử ban đầu của dãy này: 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, 31, 57, 105

Viết hàm đệ quy tính số Pandovan thứ n.

**7.** Viết hàm đệ quy tính maximum (hoặc minimum) của một dãy số A cho trước.

**8.** Viết hàm đệ quy tính đồng thời 2 giá trị min và max của dãy số A cho trước.

**9.** Viết hàm đệ quy tính 2 số lớn nhất và lớn thứ hai của dãy số A cho trước.

**10.** Viết hàm tính tổng sau bằng kỹ thuật đệ quy.

Chú ý: Khi n → ∞ thì S → e. Vậy tổng trên là cách tính xấp xỉ số e.

**11.** Viết hàm tính tổng sau đây bằng kỹ thuật đệ quy.

Chú ý: Khi n → ∞ thì S(x) → ex. Vậy tổng trên là cách tính xấp xỉ lũy thừa ex.