Постановка задачи:

Требуется построить и протестировать классификатор многомерных объектов на основе дискриминантного анализа при наличии обучающей выборки: а) из модельных данных б) из репозитория

а) выборка из модельных данных

Построение дискриминантной функции по обучающей выборке, классификация тестовой выборки

Бинарный классификатор должен быть протестирован для двух случаев: хорошо и плохо разделенные данные, распределенные по закону многомерного нормального распределения размерности $p = 3$.

Для каждого случая по отдельности должны быть заданы различные векторы средних и равные матрицы ковариаций. Хорошо и плохо разделенные данные будем выбирать, меняя матрицу ковариций.

Хорошо разделенные данные:

ОВ1:

$$x \sim N(\mu^{(1)}, \Sigma_{good})$$

ОВ2:

$$x \sim N(\mu^{(2)}, \Sigma_{good})$$

Плохо разделенные данные:

ОВ1:

$$x \sim N(\mu^{(1)}, \Sigma_{bad})$$

ОВ2:

$$x \sim N(\mu^{(2)}, \Sigma_{bad})$$

Подключим необходимые для исследования пакеты:

In [1]:
```
from scipy.stats import multivariate_normal, norm
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from sklearn.metrics import confusion_matrix, ConfusionMatrixDisplay
```

Создадим набор необходимых функций для построения классификатора. Для большего удобства функции были "упакованы" в класс **MyClassificator**.

Основной для классификации является функция **calc_estimates**, в ней рассчитываются оценки средних

$$\mu^{(k)} \to \hat{\mu}^{(k)}, \qquad \hat{\mu}_j^{(k)} = \frac{1}{n_k}\sum_{i=1}^{n_k} x_{ij}, \quad k = 1, 2$$

и оценка матрицы ковариаций

$$S^{(k)} = (s_{lj}^{(k)}), \quad l, j = \overline{1, 3}, k = 1, 2$$

$$s_{lj}^{(k)} = \frac{1}{n_k - 1}\sum_{i=1}^{n_k}(x_{il}^{(k)} - \hat{\mu}_l^{(k)})(x_{ij}^{(k)} - \hat{\mu}_j^{(k)}), \quad k = 1, 2$$

$$\Sigma \to S, \qquad S = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2}[(n_1 - 1)S^{(1)} + (n_2 - 1)S^{(2)}]$$

оценка вектора α:

$$\alpha \to \hat{\alpha} = \mathbf{a}, \qquad \alpha = \Sigma^{-1}(\mu^{(1)} - \mu^{(2)}) \to \mathbf{a} = S^{-1}(\hat{\mu}^{(1)} - \hat{\mu}^{(2)})$$

а также оценки средних дискриминатной функции

$$\xi_k \to \overline{z}^{(k)} = \langle \hat{\mu}^{(k)}, \mathbf{a} \rangle, \quad k = 1, 2$$

и дисперсии

$$\sigma_z^2 \to s_z^2 = \sum_{l=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} a_l s_{lj} a_j$$

In [4]:
```
class MyClassificator():
    def __init__(self, mean1, mean2, cov, q1, size, test_set=None):
        self.sample1 = []
        self.sample2 = []
        self.m1 = mean1
        self.m2 = mean2
        self.cov = cov
        self.q1 = q1
        self.q2 = 1 - q1
        self.n1 = int(size * q1)
        self.n2 = size - self.n1
        self.test_set = test_set

        self.m1_ = []  # Выборочная оценка
        self.m2_ = []  # Выборочная оценка
        self.cov_ = []  # Выборочная оценка
        self.alpha = []

        self.mz1_ = 0  # средние z (их полусумма используется для определения порога)
        self.mz2_ = 0
        self.z_var = 0

    def generate_sample(self):
        self.sample1 = multivariate_normal(mean=self.m1, cov=self.cov).rvs(s
        self.sample2 = multivariate_normal(mean=self.m2, cov=self.cov).rvs(s

    def calc_estimates(self):
```

```
        #         samples mean
        self.m1_ = np.mean(self.sample1, axis=0)
        self.m2_ = np.mean(self.sample2, axis=0)
        # default normaliztion with N - 1
        self.cov_ = (np.cov(self.sample1.T) + np.cov(self.sample2.T)) / 2

        self.alpha = np.linalg.inv(self.cov_) @ (self.m1_ - self.m2_)
        #         mean of discriminant function
        self.mz1_ = np.dot(self.alpha, self.m1_)
        self.mz2_ = np.dot(self.alpha, self.m2_)
        #         variance of discriminant function
        self.z_var = self.alpha @ self.cov_ @ self.alpha

    def makhalanobis(self, unbiased=False):
        makh = (self.mz1_ - self.mz2_) ** 2 / self.z_var
        if unbiased:
            p = len(self.m1)
            makh = ((self.n1 + self.n2 - p - 3) /
                    (self.n1 + self.n2 - 2) * makh - p * (1 / self.n1 + 1 /
        return makh

    def calc_errors(self, D):
        K = np.log(self.q2 / self.q1)
        F = lambda x: norm.cdf(x)
        return {"p21": F((K - 0.5 * D ** 2) / D), "p12": F((-K - 0.5 * D **

    def specify_test_set(self, create_new=False):
        if create_new:
            print("Creating test set")
            test1 = multivariate_normal(mean=self.m1, cov=self.cov).rvs(self
            test2 = multivariate_normal(mean=self.m2, cov=self.cov).rvs(self
        else:
            test1 = self.sample1
            test2 = self.sample2
        self.test_set = np.vstack([test1, test2])
        return np.hstack([np.zeros(self.n1), np.ones(self.n2)])

    # Возвращает массив ответов-предсказаний
    def predict(self, test_set=None):
        if not test_set:
            test_set = self.test_set
        if test_set is None:
            print("Warning!\n\tTest set not specified!")
            return
        #         (\ksi1 + \ksi2) / 2
        threshold = (self.mz1_ + self.mz2_) / 2
        lnq1q2 = np.log(self.q2 / self.q1)
        threshold += lnq1q2
        # Массив ответов (предсказаний)
        predict = []
        for instance in test_set:
            if np.dot(self.alpha, instance) >= threshold:
                predict.append(0)
            else:
                predict.append(1)
        return predict
```

Зададим размер обучающей выборки $n_1 = 1000$, $n_2 = 1000$, векторы средних m_1 и m_2, матрицы ковариаций для хорошо и плохо разделимых данных - s_{good} и s_{bad} соответственно.

In [5]:
```
n = 2000

m1 = np.array([4, 5, 7])
m2 = np.array([1, 9, 2])

s_good = np.array([[1.2, 0, -1],
                   [0, 3, 0.5],
                   [-1, 0.5, 4]])

s_bad = (s_good + 1.5) * 5

q1 = 0.5
```

Создадим классы исследований. Сгенерируем обучающие выборки и тестовые выборки. Размер тестовой выборки $n_т = 2000$, выборка содержит равное число элементо из 1 и 2 классов.

In [6]:
```
R_good = MyClassificator(m1, m2, s_good, q1, n)
R_bad = MyClassificator(m1, m2, s_bad, q1, n)
R_good.generate_sample()
R_bad.generate_sample()
true_good = R_good.specify_test_set(create_new=True)
true_bad = R_bad.specify_test_set(create_new=True)
```

```
Creating test set
Creating test set
```

Рассчитаем необходимые для классификатора величины.

In [7]:
```
R_good.calc_estimates()
R_bad.calc_estimates()
```

Получим предсказания следующим образом:

Если

$$\sum_{j=1}^{p} a_j x_j = \langle \mathbf{a}, x \rangle \geq \frac{\bar{z}^{(1)} + \bar{z}^{(2)}}{2} + ln\frac{q_2}{q_1}$$

то относим экземпляр тестовой выборки к 1 классу - иначе к 2 классу.

q_1, q_2 - отсносительная частота 1 и 2 класса в обучающей выборке. В данном случае $q_1 = q_2 = 0.5$.

In [8]:
```
predict_good = R_good.predict()
predict_bad = R_bad.predict()
```

Рассчитаем эмпирическую вероятность ошибочной классификации:

$$P_э(1|2) = \frac{m_2}{n_2}$$

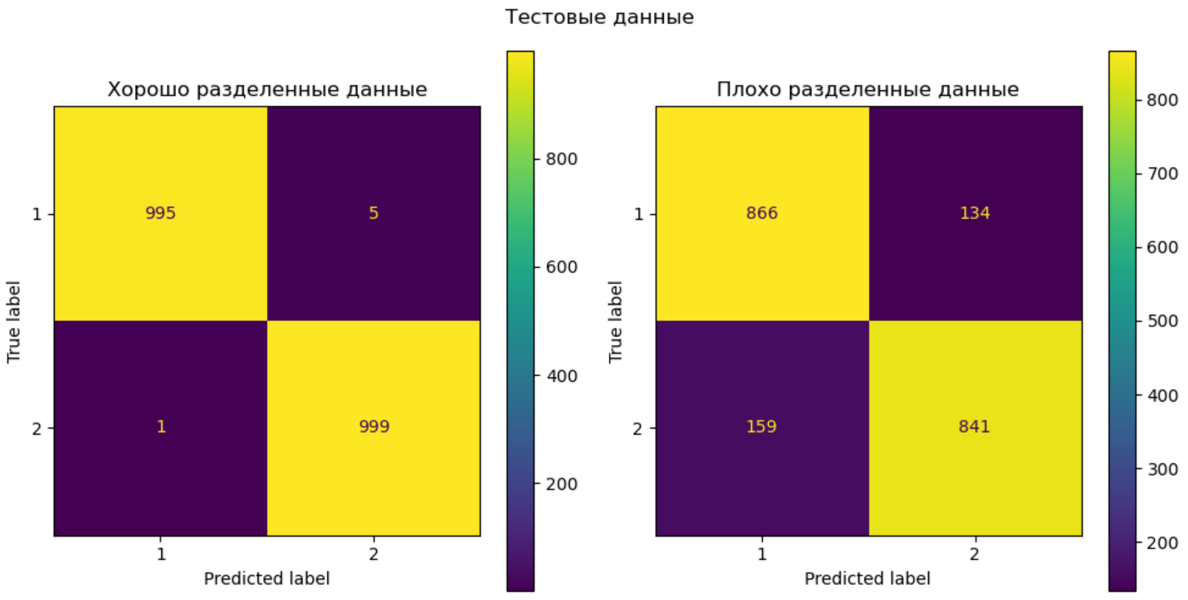
m_2 - количество элементов 2 класса, которых классификатор определил как 1 класс

$$P_э(2|1) = \frac{m_1}{n_1}$$

m_1 - количество элементов 1 класса, которых классификатор определил как 2 класс

И построим четырехпольную таблицу сопряженности.

In [9]:
```
cm_good_test = confusion_matrix(true_good, predict_good)
cm_bad_test = confusion_matrix(true_bad, predict_bad)


def confusion_matrix_report(cm_good, cm_bad, suptitle: str, err_name: str, R
    fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(10, 5))
    ConfusionMatrixDisplay(cm_good, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[0]
    ax[0].set_title("Хорошо разделенные данные")
    ConfusionMatrixDisplay(cm_bad, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[1])
    ax[1].set_title("Плохо разделенные данные")
    fig.suptitle(suptitle)
    fig.tight_layout()
    plt.show()

    print(err_name + ":")

    _, m21, m12, _ = cm_good.ravel()
    print(f"\tХорошо разделенные данные: \n\t\tP(1|2) = {m12 / R_good.n2}, P(2|

    _, m21, m12, _ = cm_bad.ravel()
    print(f"\tПлохо разделенные данные: \n\t\tP(1|2) = {m12 / R_bad.n2}, P(2|1)


confusion_matrix_report(cm_good_test, cm_bad_test, suptitle='Тестовые данные',
                        err_name='Эмпирическая вероятность ошибочной классификации'
```




```
Эмпирическая вероятность ошибочной классификации:
	Хорошо разделенные данные: 
		P(1|2) = 0.001, P(2|1) = 0.005
	Плохо разделенные данные: 
		P(1|2) = 0.159, P(2|1) = 0.134
```

Исследование классификации исходной обучающей выборки

Укажем тестовую выборку (без аргумента *create_new=True* в методе **specify_test_set()** в качестве классифицируемых указываются исходные обучающие выборки)

In [10]:
```
true_good = R_good.specify_test_set()
true_bad = R_bad.specify_test_set()
predict_good = R_good.predict()

predict_bad = R_bad.predict()
```

Рассчитаем оценки вероятностей ошибочной классификации:

$$\hat{P}(1|2) = \frac{m_2}{n_2}$$

m_2 - количество элементов 2 класса, которых классификатор определил как 1 класс

$$\hat{P}(2|1) = \frac{m_1}{n_1}$$

m_1 - количество элементов 1 класса, которых классификатор определил как 2 класс

И построим четырехпольную таблицу сопряженности.

А также (чтобы было удобно сравнивать) вновь выведем четырехпольную таблицу и эмпирические вероятности по итогам классификации тестовой выборки.

С той же целью сразу выведем несмещенную оценку расстояния Махаланобиса:

$$D_{\text{н}}^2 = \frac{n_1 + n_2 - p - 3}{n_1 + n_2 - 2} D^2 - p(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}), \qquad p = 3$$

где

$$D^2 = \frac{(\overline{z}^{(1)} - \overline{z}^{(2)})^2}{s_z^2}$$

И оценки вероятностей ошибочной классификации для каждого класса:

$$\hat{P}(2|1) = \Phi\left(\frac{K - \frac{1}{2}D_{\text{н}}^2}{D_{\text{н}}}\right)$$

$$\hat{P}(1|2) = \Phi\left(\frac{-K - \frac{1}{2}D_{\text{н}}^2}{D_{\text{н}}}\right)$$

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{y} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$K = ln\left(\frac{q_2 c(1|2)}{q_1 c(2|1)}\right)$$

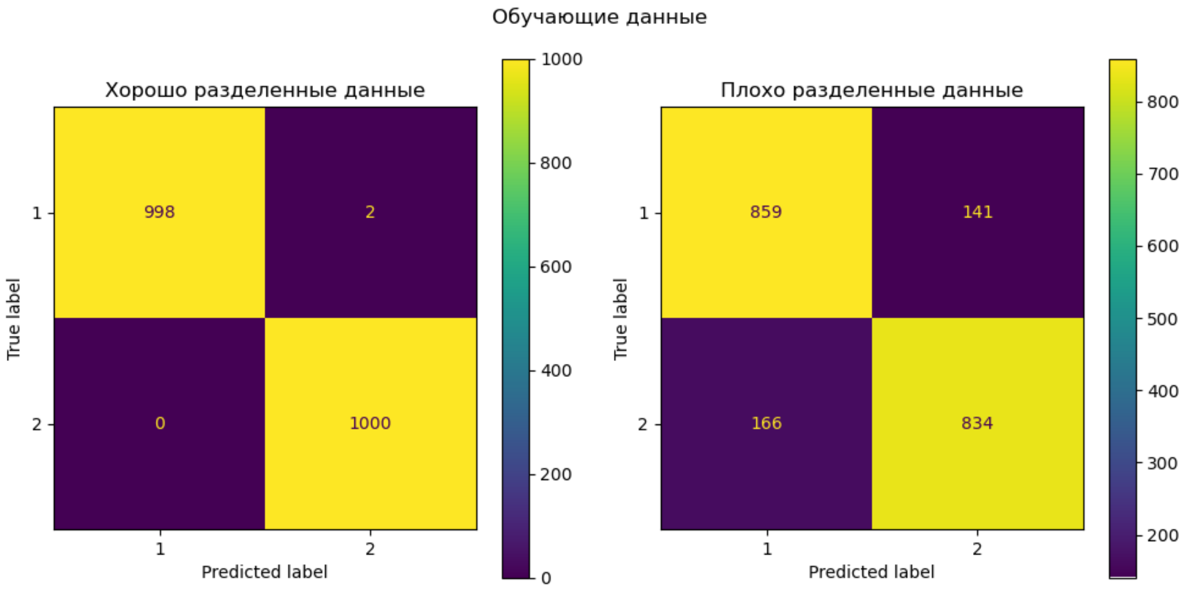
Где $c(1|2), c(2|1)$ - стоимости ошибочной классификации

В нашем случае $q_1 = q_2 = 0.5$, а $c(1|2) = c(2|1)$ так как задача не предполагает выделения важности конкретной ошибки. Следовательно $K = 0$.

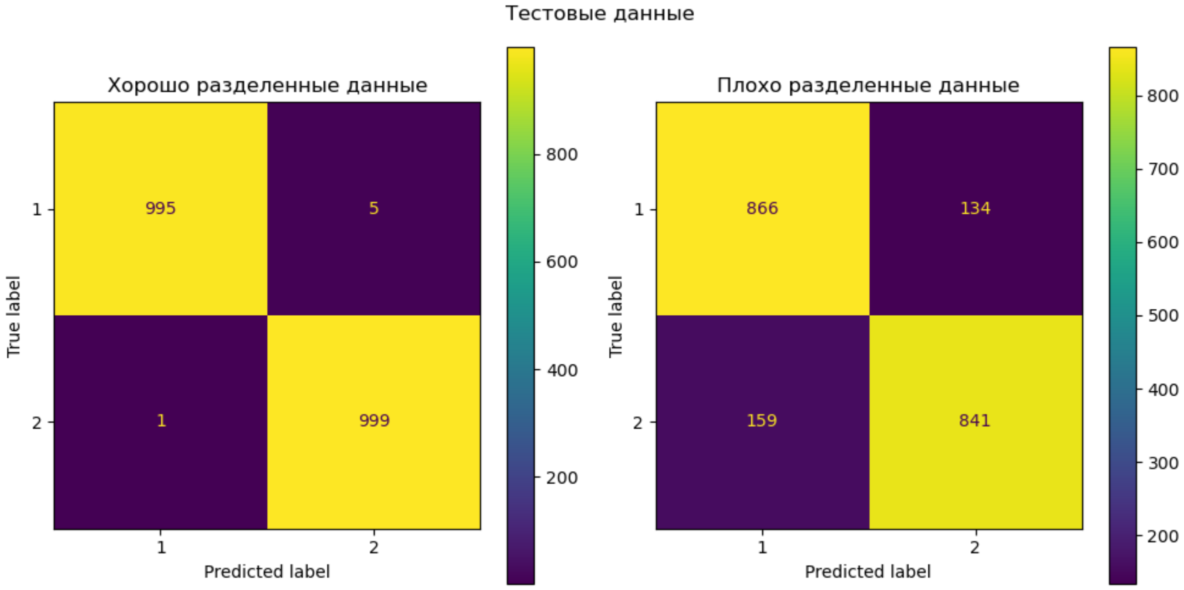
Также посчитаем вероятность ошибочной классификации, которая минимизируется в ходе Байесовской процедуры:

$$q_1 \cdot \hat{P}(2|1) + q_2 \cdot \hat{P}(1|2)$$

In [11]:
```
cm_good = confusion_matrix(true_good, predict_good)
cm_bad = confusion_matrix(true_bad, predict_bad)

confusion_matrix_report(cm_good, cm_bad, suptitle='Обучающие данные',
                        err_name='Оценка вероятности ошибочной классификации', R_g
confusion_matrix_report(cm_good_test, cm_bad_test, suptitle='Тестовые данные',
                        err_name='Эмпирическая вероятность ошибочной классификации'

print()

for header, research in zip(["Хорошо разделенные данные:", "Плохо разделенные данны
                            [R_good, R_bad]):
    print(header)
    makh = research.makhalanobis(unbiased=True)
    errors = research.calc_errors(makh)
    print(f"\tНесмещенная оценка расстояния Махаланобиса: {round(makh, 3)}", )
    print(f"\tОценки ошибочной классификации: P(2|1) = {round(errors['p21'], 3)}
    print(f"Вероятность ошибочной классификации: {round(research.q1 * errors['p21
```




```
Оценка вероятности ошибочной классификации:
        Хорошо разделенные данные:
                P(1|2) = 0.0, P(2|1) = 0.002
        Плохо разделенные данные:
                P(1|2) = 0.166, P(2|1) = 0.141
```




```
Эмпирическая вероятность ошибочной классификации:
        Хорошо разделенные данные:
                P(1|2) = 0.001, P(2|1) = 0.005
        Плохо разделенные данные:
                P(1|2) = 0.159, P(2|1) = 0.134

Хорошо разделенные данные:
        Несмещенная оценка расстояния Махаланобиса: 5.984
        Оценки ошибочной классификации: P(2|1) = 0.001       P(1|2) = 0.001
Вероятность ошибочной классификации: 0.001
Плохо разделенные данные:
        Несмещенная оценка расстояния Махаланобиса: 2.102
        Оценки ошибочной классификации: P(2|1) = 0.147       P(1|2) = 0.147
Вероятность ошибочной классификации: 0.147
```

Сравнительный анализ

Заметим, что и для тестовой выборки, и для обучающих данных, классикация хорошо разделенных данных получается качественнее - эмипирическая вероятность ошибочной классификации и ее оценка в обоих случаях ниже нежели в случае плохо разделенных данных.

Что и требовалось ожидать - расстояние Махалонобиса и оценки вероятностей ошибочной классификации больше в случае плохо разделенных данных.

б) выборка из данных репозитория

Построение дискриминантной функции по обучающей выборке, классификация тестовой выборки

Исследуем качество классификации на данных датасета *german-numeric*. Размер датасета - 1000, 700 из них принадлежит классу №1, 300 - №2. Число признаков - 24.

In [14]:
```
class CreditClassificator:
    def __init__(self, x, y, train_coef):
        logging = True
        self.X = x
```

```
        self.Y = y

        self.sample1 = self.X[self.Y == 1]
        self.sample2 = self.X[self.Y == 2]

        size1 = len(self.sample1)
        size2 = len(self.sample2)
        if logging:
            print(f"Всего данных: \t\t1: {size1} \t2: {size2}")

        self.train1 = self.sample1[:int(train_coef * size1)]
        self.train2 = self.sample2[:int(train_coef * size2)]
        self.train_trueY = np.hstack([np.ones(len(self.train1)), np.full(len
        self.train_set = np.vstack([self.train1, self.train2])
        self.train_n1 = len(self.train1)
        self.train_n2 = len(self.train2)

        self.test1 = self.sample1[int(train_coef * size1):]
        self.test2 = self.sample2[int(train_coef * size2):]
        # true targets
        self.test_trueY = np.hstack([np.ones(len(self.test1)), np.full(len(s
        self.test_set = np.vstack([self.test1, self.test2])
        self.test_n1 = len(self.test1)
        self.test_n2 = len(self.test2)

        if logging:
            print(f"Тренировочные данные: \t1: {len(self.train1)} \t2: {len(sel
            print(f"Тестовые данные: \t1: {len(self.test1)} \t2: {len(self.tes

        self.q1 = len(self.train1) / (len(self.train1) + len(self.train2))
        self.q2 = 1 - self.q1

        if logging:
            print(f"q1 = {self.q1}, \tq2 = {round(self.q2, 2)}")

    def calc_estimates(self):
        #          samples mean
        self.m1_ = np.mean(self.train1, axis=0)
        self.m2_ = np.mean(self.train2, axis=0)

        #          specify covariance matrix for samples
        #          assuming that cov1 approximately equal cov2
        self.cov_ = ((len(self.train1) - 1) * np.cov(self.train1.T) + (len(s
            self.train2.T)) / (len(self.train1) + len(self.train2) - 2)

        self.alpha = np.linalg.inv(self.cov_) @ (self.m1_ - self.m2_)
        #          mean of discriminant function
        self.mz1_ = np.dot(self.alpha, self.m1_)
        self.mz2_ = np.dot(self.alpha, self.m2_)
        #          variance of discriminant function
        self.z_var = self.alpha @ self.cov_ @ self.alpha

    def makhalanobis(self, unbiased=False):
        makh = (self.mz1_ - self.mz2_) ** 2 / self.z_var
        if unbiased:
            p = len(self.m1_)
            n1 = self.train_n1
            n2 = self.train_n2
            makh = ((n1 + n2 - p - 3) / (n1 + n2 - 2) * makh - p * (1 / n1 +
        return makh

    def calc_errors(self, D):
        K = np.log(self.q2 / self.q1)
        F = lambda x: norm.cdf(x)
```

```
        return {"p21": F((K - 0.5 * D ** 2) / D), "p12": F((-K - 0.5 * D **

    def predict(self, predict_test_set=True):
        if predict_test_set:
            predict_set = self.test_set
        else:
            predict_set = self.train_set
        threshold = (self.mz1_ + self.mz2_) / 2
        lnq1q2 = np.log(self.q2 / self.q1)
        threshold += lnq1q2
        predict = []
        for instance in predict_set:
            if np.dot(self.alpha, instance) >= threshold:
                predict.append(1)
            else:
                predict.append(2)
        return predict
```

Для обучения берем 90% данных датасета. 630 от 1-го класса, 270 от 2-го.

In [15]:

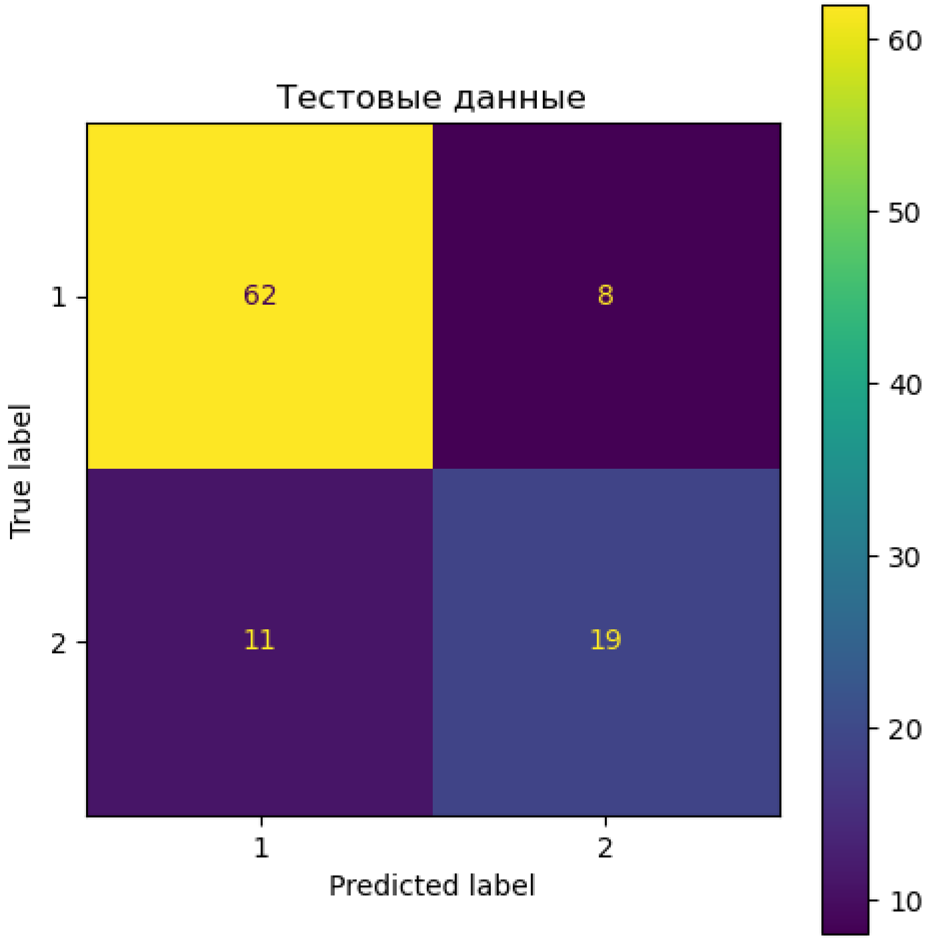
```
X = []
Y = []
with open("german.data-numeric") as data:
    for string in data:
        string = string.split()
        x, y = string[:-1], string[-1]
        X.append(np.array(list(map(lambda elem: float(elem), x))))
        Y.append(int(y))
X = np.array(X)
Y = np.array(Y)

repo_classificator = CreditClassificator(X, Y, 0.9)
repo_classificator.calc_estimates()
```

```
Всего данных:           1: 700   2: 300
Тренировочные данные:   1: 630   2: 270
Тестовые данные:   1: 70    2: 30
q1 = 0.7,       q2 = 0.3
```

|Найдем эмпирическую вероятность ошибочной классификации.

In [16]:

```
predict = repo_classificator.predict(predict_test_set=True)

cm_test = confusion_matrix(repo_classificator.test_trueY, predict)

fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(5, 5))
ConfusionMatrixDisplay(cm_test, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax)
ax.set_title("Тестовые данные")
fig.tight_layout()
plt.show()

_, m21, m12, _ = cm_test.ravel()
p12_test, p21_test = round(m12 / repo_classificator.test_n2, 3), round(m21 /
print(
    f"Эмпирические вероятности ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {round(m12 / r
```




```
Эмпирические вероятности ошибочной классификации:
        P(1|2) = 0.367, P(2|1) = 0.114
```

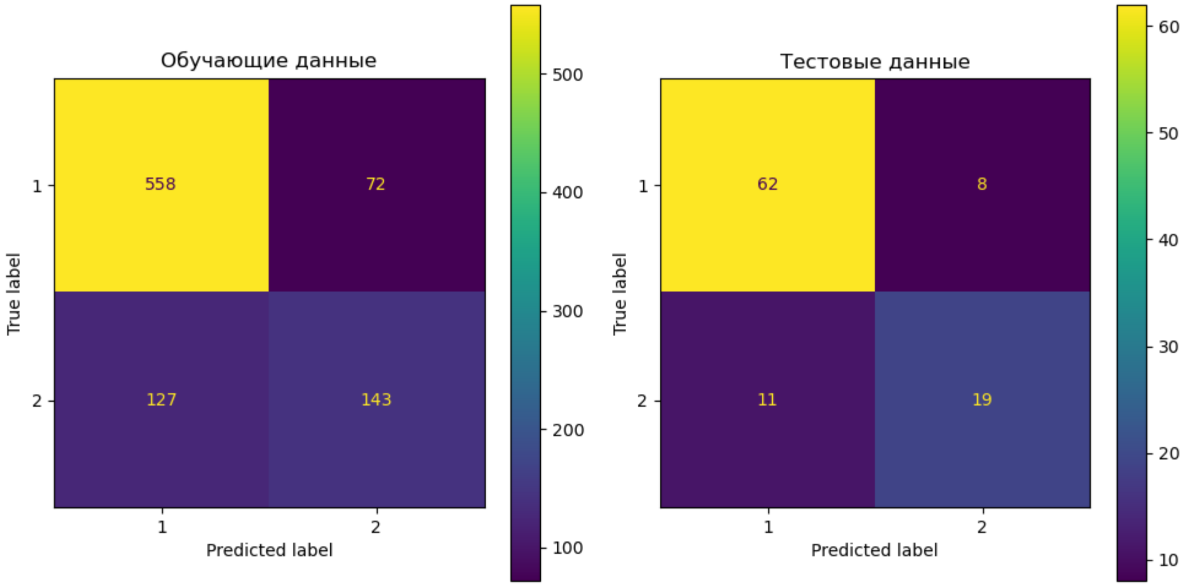
Исследование классификации исходной обучающей выборки из репозитория

Вычислим оценки вероятностей ошибочной классификации, а также несмещенную оценку расстояние Махаланобиса, оценки вероятностей ошибочной классификации и вероятность совокупной ошибки классфикации по ранее упомянутым формулам 17-22.

Также для удобства сравнения выведем рядом четырехпольную таблицу сопряженности и эмпирические вероятности по итогам классификации тестовой выборки.

In [17]:
```
predict = repo_classificator.predict(predict_test_set=False)

cm = confusion_matrix(repo_classificator.train_trueY, predict)

fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(10, 5))
ConfusionMatrixDisplay(cm, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[0])
ax[0].set_title("Обучающие данные")
ConfusionMatrixDisplay(cm_test, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[1])
ax[1].set_title("Тестовые данные")
fig.tight_layout()
plt.show()

_, m21, m12, _ = cm.ravel()
```

```
print(
    f"Оценки вероятностей ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {round(m12 / repo_

makh = repo_classificator.makhalanobis(unbiased=True)
errors = repo_classificator.calc_errors(makh)
print(f"Несмещенная оценка расстояния Махаланобиса: {round(makh, 3)}")
print(f"Оценки ошибочной классификации: P(1|2) = {round(errors['p12'], 3)} \t P(
print(
    f"Вероятность ошибочной классификации: {round(repo_classificator.q1 * errors[
print()
print(f"Эмпирические вероятности ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {p12_test},
```




```
Оценки вероятностей ошибочной классификации:
	P(1|2) = 0.47,	P(2|1) = 0.114
Несмещенная оценка расстояния Махаланобиса: 1.198
Оценки ошибочной классификации: P(1|2) = 0.543	P(2|1) = 0.096
Вероятность ошибочной классификации: 0.23

Эмпирические вероятности ошибочной классификации:
	P(1|2) = 0.367, P(2|1) = 0.114
```

Чтобы сразу перейти к отчету по классификации после понижения размерности нажмите **здесь**

Метод главных компонент

Исследование классификации тестовой выборки из репозитория с уменьшенной размерностью данных (PCA)

Попробуем предобработать данные. Сократим число признаков с помощью метода главных компонент.

Стандартизуем данные, вычислим несмещенную оценку матрицы ковариаций. Вычислим собственные значения и векторы. Отберем наиболее значимые признаки, домножив матрицу признаков на матрицу состоящую из собственных векторов, собственные числа которых удовлетворяют неравенству (правило Кайзера):

$$\lambda_i : \frac{\lambda_i}{\sum\limits_{j=1}^{p=24} D[x_j]} = \frac{\lambda_i}{trace(S)} > \frac{1}{24}$$

Так как данные были стандартизированы, то отбор собственных чисел становится следующим:

$$\lambda_i : \lambda_i > 1$$

In [18]:
```
X = []
Y = []
with open("german.data-numeric") as data:
    for string in data:
        string = string.split()
        x, y = string[:-1], string[-1]
        X.append(np.array(list(map(lambda elem: float(elem), x))))
        Y.append(int(y))
X = np.array(X)
Y = np.array(Y)

mean = np.mean(X, axis=0)
covariance = np.cov(X.T)
X_centered = X - mean
X_stand = X_centered / np.sqrt(np.diagonal(covariance))

covariance = np.cov(X_stand.T)

eiges = np.linalg.eig(covariance)

values, vectors = eiges
eiges = sorted(list(zip(values, vectors.T)), key=lambda x: x[0], reverse=Tru

vals = values[values > 1]
print(f"Отобрали следующие {len(vals)} собственных чисел: {vals}")
```

```
Отобрали следующие 10 собственных чисел: [2.51828975 2.12147659 1.85393992 1.703
97873 1.63217357 1.32147521
 1.21521006 1.15970619 1.12146973 1.01054463]
```

Далее произведем перемножение матриц:

$$X[1000, 24] \cdot Transform[24, 10] = X_{new}[1000, 10]$$

Числа в скобках отображают размерности матриц. Матрица $Transform[24, 10]$ состоит из собственных векторов, соответствующих отобранным собственным значениям.

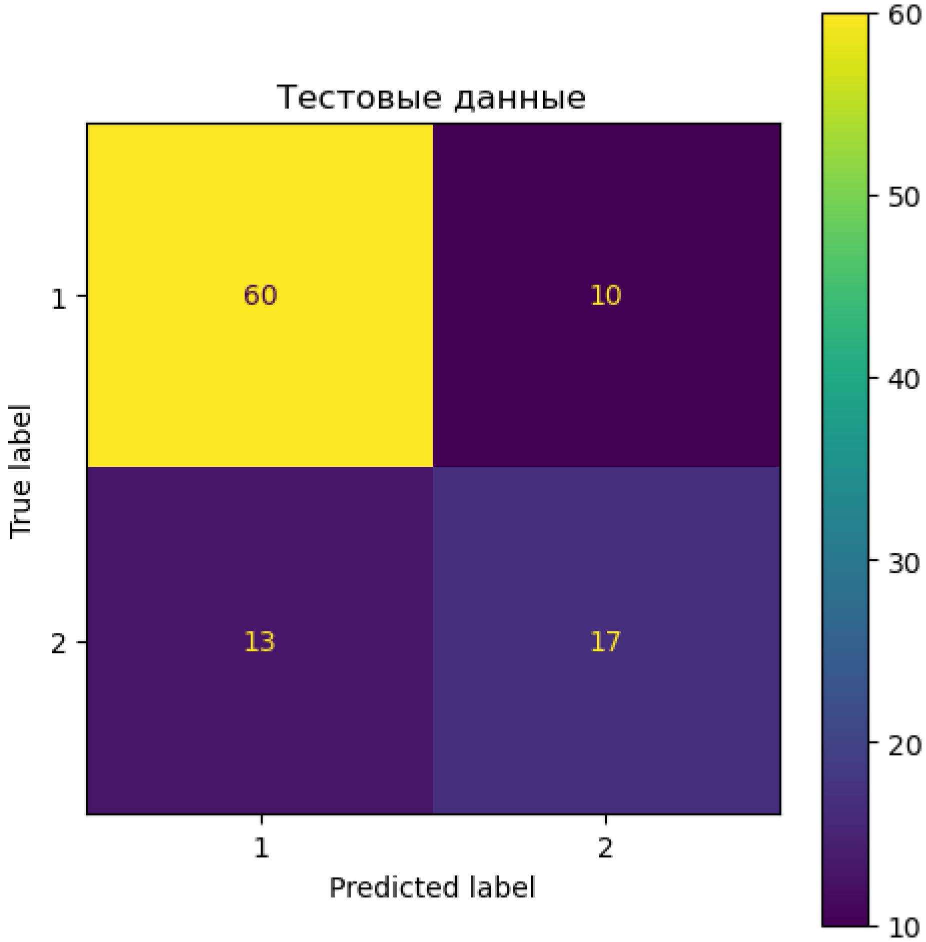
In [30]:
```
transform_ = np.vstack(list([eiges[i][1] for i in range(10)]))
X_new = X_stand @ transform_.T + mean @ transform_.T
```

In [31]:
```
credit_classificator_PCA = CreditClassificator(X_new, Y, 0.9)
credit_classificator_PCA.calc_estimates()
```

```
Всего данных:           1: 700   2: 300
Тренировочные данные:   1: 630   2: 270
Тестовые данные:    1: 70    2: 30
q1 = 0.7,          q2 = 0.3
```

In [32]:
```
predict = credit_classificator_PCA.predict(predict_test_set=True)
```

```
cm_test_pca = confusion_matrix(credit_classificator_PCA.test_trueY, predict)

fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(5, 5))
ConfusionMatrixDisplay(cm_test_pca, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax)
ax.set_title("Тестовые данные")
fig.tight_layout()
plt.show()

_, m21, m12, _ = cm_test_pca.ravel()
p12_test_pca, p21_test_pca = round(m12 / credit_classificator_PCA.test_n2, 3
print(f"Эмпирические вероятности ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {p12_test_pc
```

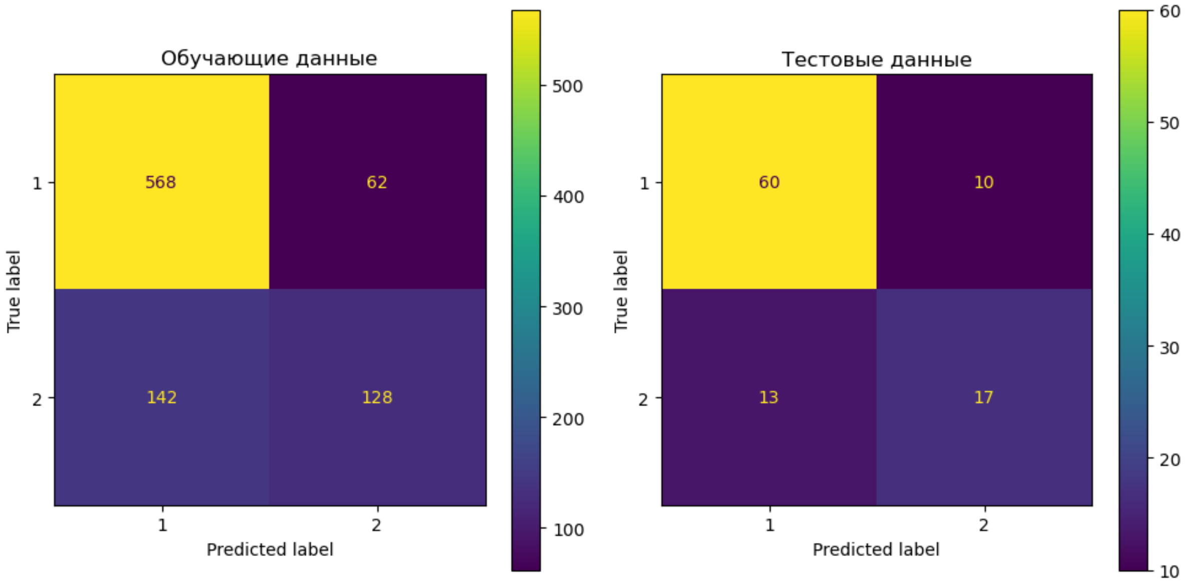



```
Эмпирические вероятности ошибочной классификации:
        P(1|2) = 0.433, P(2|1) = 0.143
```

Исследование классификации исходной обучающей выборки из репозитория с уменьшенной размерностью данных (PCA)

In [33]:
```
predict = credit_classificator_PCA.predict(predict_test_set=False)

cm = confusion_matrix(credit_classificator_PCA.train_trueY, predict)

fig, ax = plt.subplots(1, 2, figsize=(10, 5))
ConfusionMatrixDisplay(cm, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[0])
ax[0].set_title("Обучающие данные")
ConfusionMatrixDisplay(cm_test_pca, display_labels=["1", "2"]).plot(ax=ax[1]
ax[1].set_title("Тестовые данные")
fig.tight_layout()
plt.show()

_, m21, m12, _ = cm.ravel()
```

```
print(
    f"Оценки вероятностей ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {round(m12 / credi

print(f"Эмпирические вероятности ошибочной классификации: \n\tP(1|2) = {p12_test_pc
```




```
Оценки вероятностей ошибочной классификации:
	P(1|2) = 0.526, P(2|1) = 0.098
Эмпирические вероятности ошибочной классификации:
	P(1|2) = 0.433, P(2|1) = 0.143
```

In [34]:
```
makh = credit_classificator_PCA.makhalanobis(unbiased=True)
errors = credit_classificator_PCA.calc_errors(makh)
print(f"\tНесмещенная оценка расстояния Махаланобиса: {round(makh, 3)}")
print(f"\tОценки ошибочной классификации: P(1|2) = {round(errors['p12'], 3)} \t
print(
    f"\tВероятность ошибочной классификации: {round(credit_classificator_PCA.q1 *
```

```
	Несмещенная оценка расстояния Махаланобиса: 1.14
	Оценки ошибочной классификации: P(1|2) = 0.569 	P(2|1) = 0.095
	Вероятность ошибочной классификации: 0.237
```

Выводы по PCA

Понижение размерности может уменьшить сложность вычислений, также можно использовать его для экономии трафика (если мы передаем эти признаки от клиента к серверу). Но уменьшив число признаков более чем в два раза, пришлось пожертвовать точностью разделения объектов по классам.

В данном случае вероятность ошибки второго класса приближается к 0.5, что создает сомнения в смысле использования такого классификатора - случайный выбор мог определять второй класс с тем же успехом.

Опираясь на совокупную вероятность ошибочной классификации, можем сделать вывод, что наш классификатор все же работает лучше случайной классификации. Вероятность ошибочной классификации, вычисленная по формулам 17-23, в случае исходных обучающих данных составляет 0.23, после понижения размерности ошибка незначительно возросла и стала равной 0.237.

Отметим, что $P_э(2|1)$, и $\hat{P}(2|1)$ маленькие, если в контексте задачи критически важным было бы не допускать ошибку отнесения 1го класса к 2му, то наш классификатор бы хорошо справимся (например, 1 класс - наличие опухоли, а 2 - отсутствие, лучше перестраховаться и сказать, что опухоль есть, чтобы снимок посмотрел врач).

Заключение

- Убедились, что при плохо разделенных данных классификация с помощью дискриминантного анализа работает хуже
- Создали классификаторы на основе разных выборок, и подсчитали вероятности ошибочной классификации
- Понизили размерность векторов признаков с помощью метода главных компонент

In [ ]: