

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

**ОТЧЕТ О ПРАКТИКЕ**

Студента 3 курса факультета КНиИТ направления 27.03.03 – Системный анализ и управление

Черневского Алексея Дмитриевича

фамилия, имя, отчество

кафедра системного анализа и автоматического управления

кафедра

Саратов, 2017

Тема практики:

«Вычисление характеристик поглощающих цепей Маркова с непрерывным  
временем.»

*Задание:*

Определить поглощающую цепь Маркова с непрерывным временем и конечным числом состояний  $c_s$ , из которых первые  $k$  состояний являются поглощающими, задав произвольные инфинитезимальный оператор  $A$  и начальное распределение  $p(0)$ .

1. Определить матрицу  $P^{(t)}$  для некоторого  $t > 0$ .

*Код программы:*

1	% Инфинитозмальный оператор A
2	A=[ 0 0 0 0 0 0 0 0;
3	0 0 0 0 0 0 0 0;
4	0.3 0.21 -2.44 0.3 0.2 0.83 0.4 0.2;
5	0.2 0.5 0.1 -2.35 0.45 0.1 0.1 0.9;
6	0.4 0.9 0.4 0.6 -3.3 0 0.5 0.5;
7	0.4 0.5 0.5 0.3 0.1 -2.7 0.4 0.5;
8	0.5 0.3 0.5 0.3 0.3 1 -3.2 0.3;
9	0.1 0.1 0.2 0.1 0.7 0.5 0.5 -2.2;];
10	% мощность множества состояний S
11	cS=8;
12	% Начальные распределения
13	p0 = [0.1, 0,0.2,0,0.05,0.3,0.25,0.1];
14	pr0= [0.2,0,0.2,0.25,0.05,0.3];
15	pr01= [0.1 0.1 0.2 0.1 0.3 0.2];
16	
17	% 1. Вычислить матрицу $P^{(t)}$ для некоторого $t > 0$ . {{{
18	% Время
19	t=5;
20	% Матрица переходных вероятностей $P^{(t)}$ за время $t$ определяется
21	выражением (с матричной экспонентой):
22	Pt=expm(A * t)

*Результаты работы программы:*

Pt =

1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.45389	0.51096	0.00555	0.00516	0.00436	0.00695	0.00472	0.00842
0.37256	0.59305	0.00542	0.00505	0.00427	0.00679	0.00462	0.00824
0.37673	0.59650	0.00422	0.00393	0.00332	0.00529	0.00359	0.00641
0.43197	0.53691	0.00491	0.00456	0.00386	0.00615	0.00418	0.00745
0.46916	0.49954	0.00494	0.00459	0.00388	0.00619	0.00420	0.00750
0.42298	0.53734	0.00626	0.00582	0.00492	0.00784	0.00533	0.00951

2. Вычислить абсолютное распределение вероятностей цепи  $\zeta$  в некоторый момент времени  $t$ .

*Код программы:*

```
1 % длительность пребывания цепи в множестве Z до ее перехода в
2 одно из состояний множества Y .
3 Sigma=0;
4
5 for s=1:8
6     for r=1:8
7         Sigma += p0(r) * Pt(r, s);
8         pst(s) = Sigma;
9     end
10 end
11
12 % Ответ
13 pst;
```

*Результаты работы программы:*

pst =

0.49879	0.97050	0.97516	0.97948	0.98314	0.98897	0.99293	1.00000
---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

3. Определить параметры  $(\alpha_r, r \in Z, P = (p_{rs}), r, s \in S)$  соответствующей минимальной цепи Маркова.

*Код программы:*

1	for n=1:6
2	alphan(n)=A(n+2,n+2);
3	end
4	
5	alphan
6	delta=0.2;
7	P=expm(A*delta);
8	P

*Результаты работы программы:*

alphan = [-2.4400, -2.3500, -3.3000, -2.7000, -3.2000, -2.2000]							
P =							
1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.05838	0.04718	0.62386	0.04408	0.02910	0.10694	0.05308	0.03739
0.03861	0.08968	0.01889	0.63128	0.06009	0.02096	0.02116	0.11933
0.06710	0.14145	0.05086	0.07296	0.52702	0.01386	0.05862	0.06813
0.07002	0.08612	0.06522	0.04165	0.01980	0.59658	0.05151	0.06911
0.08555	0.06026	0.06615	0.04302	0.03858	0.11950	0.53862	0.04833
0.02890	0.03355	0.03553	0.02287	0.08537	0.07083	0.06677	0.65618

4. Вычислить условные вероятности поглощения цепи  $\zeta$  в состояниях  $s \in Y$  при начале эволюции из состояния  $r \in Z$ .

*Код программы:*

1	for r=1:6
2	for s=1:6
3	R(r,s)=P(r+2,s+2);
4	end
5	end
6	R;

7	
8	for r=1:6
9	for s=1:2
10	H(r,s)=P(r+2,s);
11	end
12	end
13	
14	H;
15	I=eye(6);
16	M=(I-R)^(-1);
17	M
18	
19	B=M*H

*Результаты работы программы:*

M =	
	3.28460 0.84610 0.64659 1.38678 0.82350 1.17347
	0.69905 3.23958 0.84074 0.86793 0.66939 1.63554
	0.73933 0.82526 2.55267 0.72680 0.68984 1.11570
	0.91991 0.74937 0.56871 3.21802 0.74898 1.22495
	0.93468 0.77150 0.63628 1.31004 2.70222 1.13866
	0.94055 0.81205 0.99727 1.29890 0.98001 3.88904
B =	
	0.46927 0.53073
	0.38761 0.61239
	0.38844 0.61156
	0.44558 0.55442
	0.48285 0.51715
	0.44034 0.55966

5. Вычислить вероятности поглощения цепи  $\zeta$  в состояниях  $s \in Y$ .

*Код программы:*

1	for s=1:2
2	for r=1:6
3	vs(s)= pr0(r)*B(r,s);

4	end
5	end
6	vs

*Результаты работы программы:*

vs =
0.13210 0.16790

6. Вычислить м.о. длительности пребывания цепи в невозвратном состоянии  $r, r = k+1, \dots, c_s$ .

*Код программы:*

1	for r = 3 : 8
2	Epsigmas = p0 * M(r);
3	end
4	Epsigmas

*Результаты работы программы:*

Epsigmas =
0.32396 0.00000 0.64792 0.00000 0.16198 0.97187 0.80989 0.32396

7. Вычислить условное м.о. числа заходов цепи в невозвратное состояние  $s$  от момента начала эволюции цепи из невозвратного состояния  $r$  до поглощения  $r, s = k+1, \dots, c_s$ .

*Код программы:*

1	for r=1:6
2	betas(r)=1/alphar(r);
3	end
4	betas;
5	for r=1:6
6	for s=1:6
7	Erros(r,s)=(M(r,s)*delta)/betas(s);
8	end
9	end
10	Erros

*Результаты работы программы:*

```
Erros =  
1.60288 0.39767 0.42675 0.74886 0.52704 0.51633  
0.34113 1.52260 0.55489 0.46868 0.42841 0.71964  
0.36079 0.38787 1.68476 0.39247 0.44150 0.49091  
0.44891 0.35220 0.37535 1.73773 0.47935 0.53898  
0.45612 0.36260 0.41994 0.70742 1.72942 0.50101  
0.45899 0.38166 0.65820 0.70140 0.62721 1.71118
```

8. Вычислить условное м.о. длительности пребывания цепи в невозвратном состоянии  $s$  при начале эволюции из невозвратного состояния  $r$  до поглощения  $r$ ,  $r, s = k+1, \dots, c_s$ .

*Код программы:*

```
1 for r=1:6  
2     for s=1:6  
3         Ersigmas(r,s)=M(r,s)*delta;  
4     end  
5 end  
6 Ersigmas
```

*Результаты работы программы:*

```
Ersigmas =  
0.65692 0.16922 0.12932 0.27736 0.16470 0.23469  
0.13981 0.64792 0.16815 0.17359 0.13388 0.32711  
0.14787 0.16505 0.51053 0.14536 0.13797 0.22314  
0.18398 0.14987 0.11374 0.64360 0.14980 0.24499  
0.18694 0.15430 0.12726 0.26201 0.54044 0.22773  
0.18811 0.16241 0.19945 0.25978 0.19600 0.77781
```

9. Вычислить условное м.о. длительности пребывания цепи в невозвратном состоянии  $s$  до перехода в множество  $Y$ , при различных начальных распределениях  $p(0)$ .

*Код программы:*

```
1 Ep0sigmas=0;  
2 for r=1:6  
3     Ep0sigmas+=pr0(r)*Ersigmas(r);  
4 end  
5 Ep0sigmas
```



*Результаты работы программы:*

Ep0sigmas = 0.27273

10. Вычислить условное м.о. длительности пребывания цепи в множестве  $Z$  до перехода в  $Y$ , при начале эволюции из  $r, r=k+1, \dots, c_s$ .

*Код программы:*

```
1 Ersigmaz=0;
2 for r=1:6
3     for v=1:6
4         Sigma+=M(r,v)*delta;
5     end
6     Ersigmaz(r)=Sigma;
7 end
8 Ersigmaz
```

*Результаты работы программы:*

Ersigmaz =  
2.6322 4.2227 5.5526 7.0386 8.5372 10.3208

11. Вычислить м.о. длительности пребывания цепи в множестве  $Z$  до перехода в множество  $Y$  при различных начальных распределениях  $p(0)$ .

*Код программы:*

```
1 Ep0sigmaz=0;
2 for r=1:6
3     Ep0sigmaz+=pr0(r)*Ersigmaz(r);
4 end
5 Ep0sigmaz;
```

*Результаты работы программы:*

Ep0sigmaz = 6.9197