Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра системного анализа
и автоматического управления

ОТЧЕТ О ПРАКТИКЕ

«Программные средства математического моделирования. Вариант №9»

студента 2 курса факультета компьютерных наук и информационных технологий
направления 27.03.03 «Системный анализ и управление»

Черневского Алексея Дмитриевича

Саратов, 2017

2.1 Детерминированные системы. Спящий полицейский

Автомобиль движется по ровной дороге и наезжает на искусственное препятствие – «спящий полицейский». Исследовать кинематику и динамику движения автомобиля

Ограничимся рассмотрением наезда на препятствие только одного колеса. Горизонтальная составляющая скорости автомобиля не меняется. Воздействие препятствия сводится только к возбуждению вертикального перемещения автомобиля. Колесо при движении полностью повторяет профиль препятствия. Подвеска состоит из упругой пружины и демпфера.

Математическая модель.

В соответствии со вторым законом Ньютона уравнение движения рассматриваемой системы имеет вид:

$$M\frac{d^2y}{dt^2}=B\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dt}\right)+K(x-y),$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{B}{M}\frac{dy}{dt}+\frac{K}{M}y=\frac{B}{M}\frac{dx}{dt}+\frac{K}{M}x.$$

Вертикальное ускорение кузова автомобиля d^2y/dt^2 является функцией скорости автомобиля в горизонтальном направлении, так как горизонтальное перемещение вследствие неровности сопровождается вертикальным перемещением. При этом профиль дороги (кривизна, ширина, высота) играет существенную роль.

Выберем в качестве математической модели неровности дороги функцию:

$$x(s)=\frac{H}{2}(1-\cos(\frac{2\pi s}{L})),0\le s\le L,$$

где H – высота, а L – ширина неровности.

При постоянной скорости V_0 автомобиля в горизонтальном направлении $s=V_0 t$, функция профиля дороги и ее производная принимают вид:

$$x(t)=\frac{H}{2}(1-\cos(\frac{2\pi V_0 t}{L})),0\le t\le L/V_0,$$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{H}{L}\pi V_0\sin(\frac{2\pi V_0 t}{L}).$$

Задание 1.

Решите систему дифференциальных уравнений и постройте графики зависимости перемещения, скорости и ускорения вдоль вертикальной оси от времени.

Решение.

Подставив dx/dt в уравнение движения и выполнив соответствующую замену переменных, получим систему двух дифференциальных уравнений первого порядка, решив которую, можно построить графики зависимости перемещения, скорости, ускорения вдоль вертикальной оси от времени.

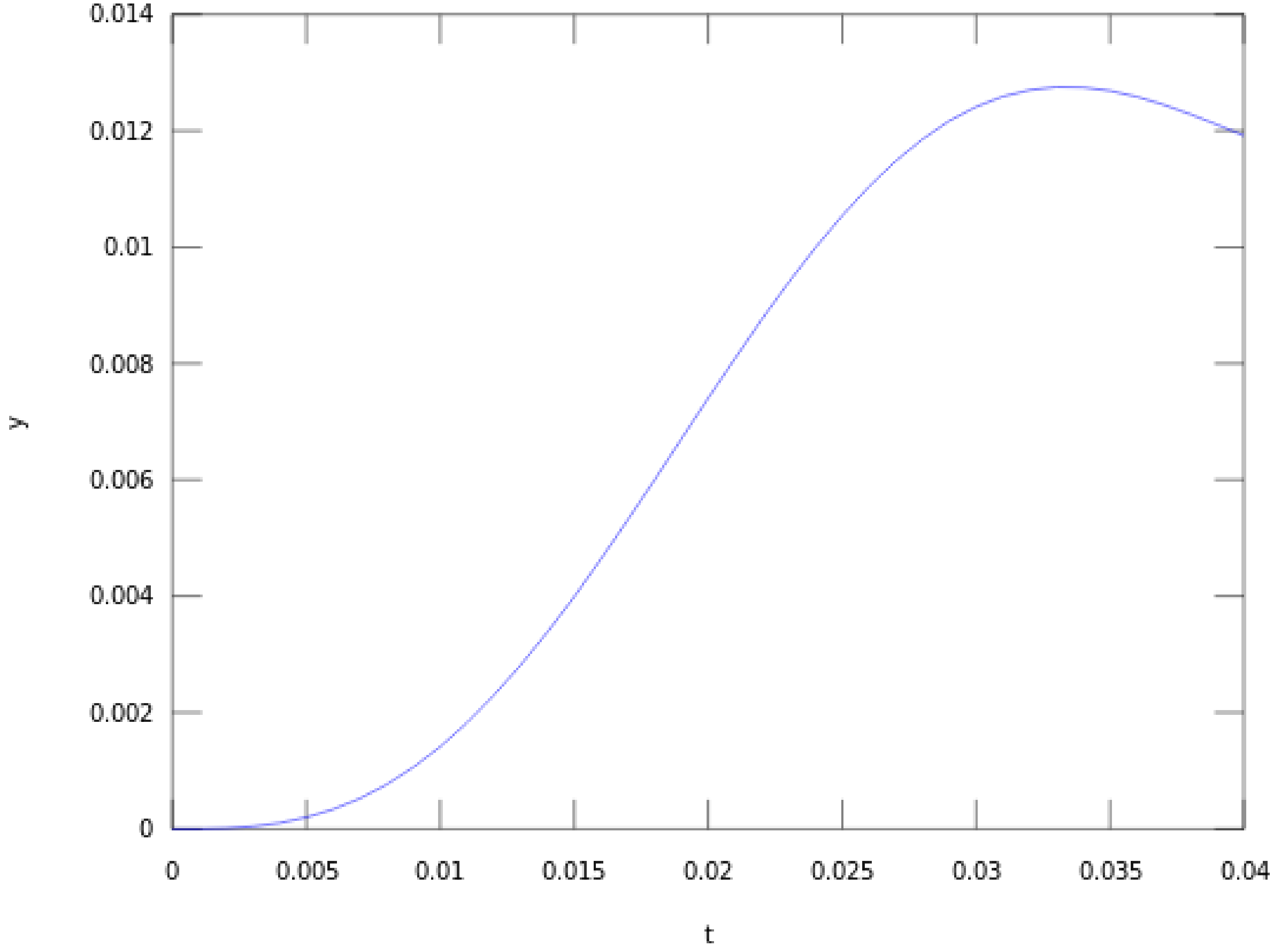

Рисунок 1 – График зависимости перемещения от времени.

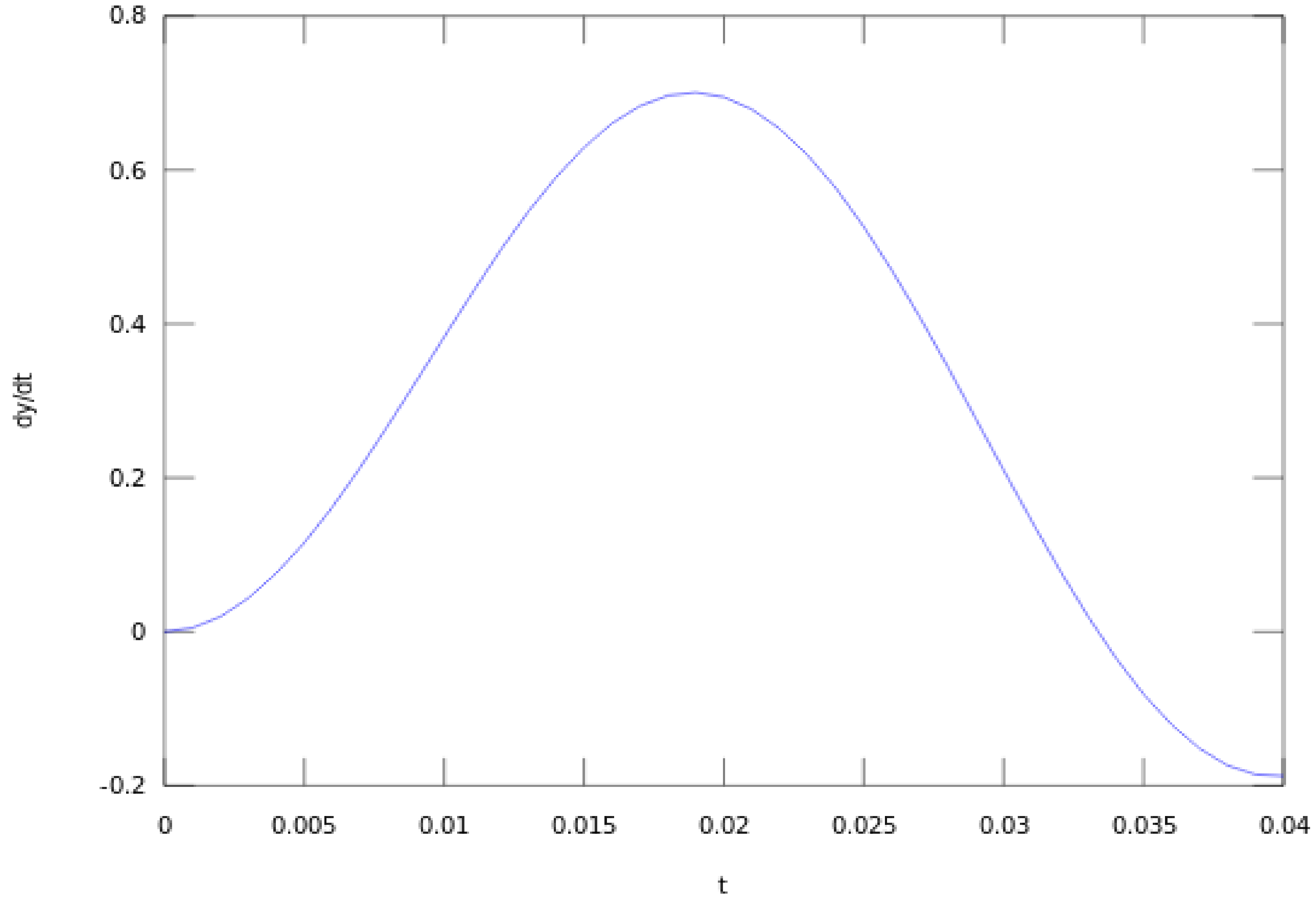

Рисунок 2 – График зависимости скорости от времени.

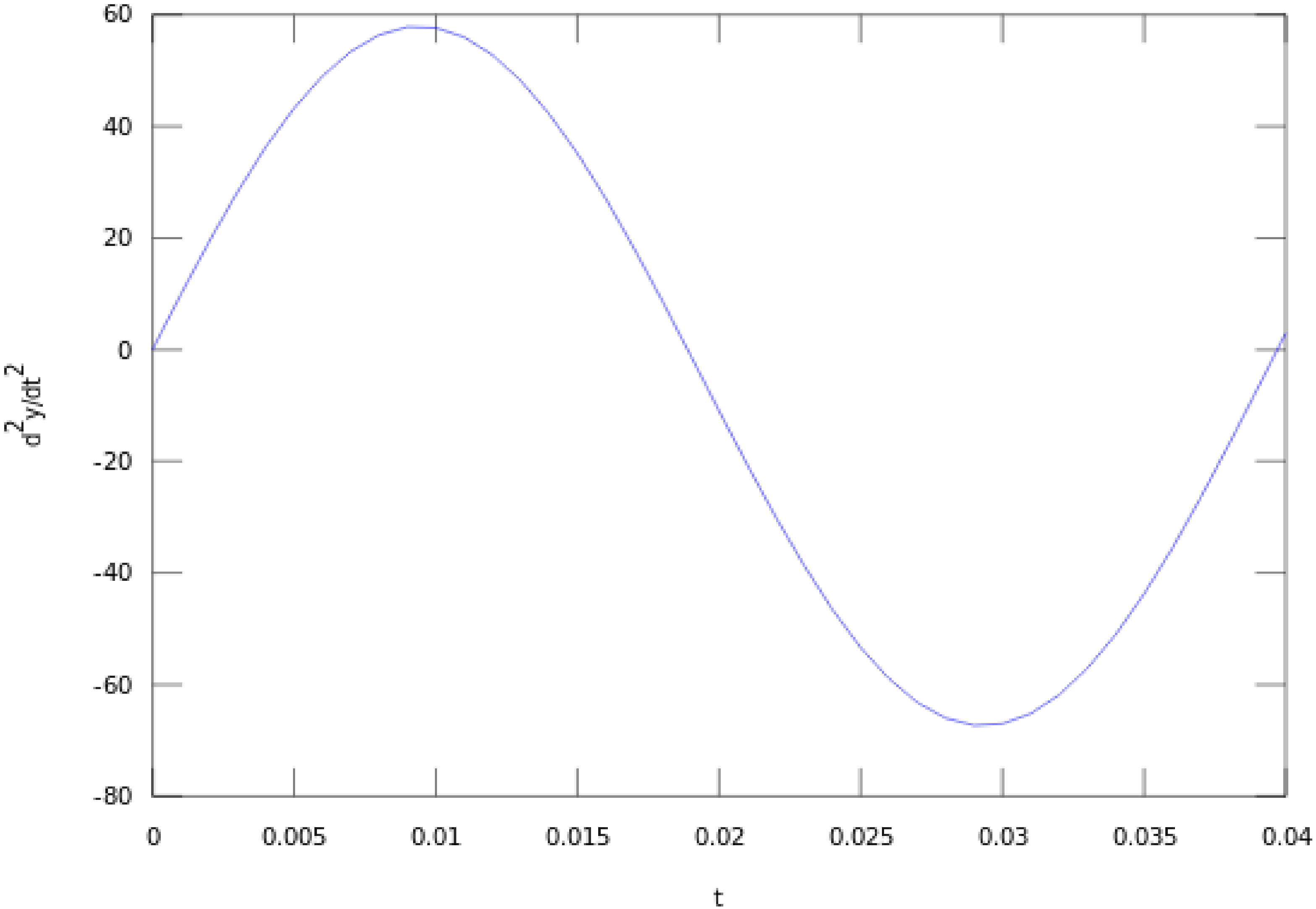

Рисунок 3 – График зависимости ускорения от времени.

Задание 2.

Измените массу автомобиля – увеличьте до $980\,кг$. Как изменилась амплитуда вертикального перемещения? Скорость? Ускорение?

Решение.

Изменив значение M и решив заново систему дифференциальных уравнений, получим следующие три графика.

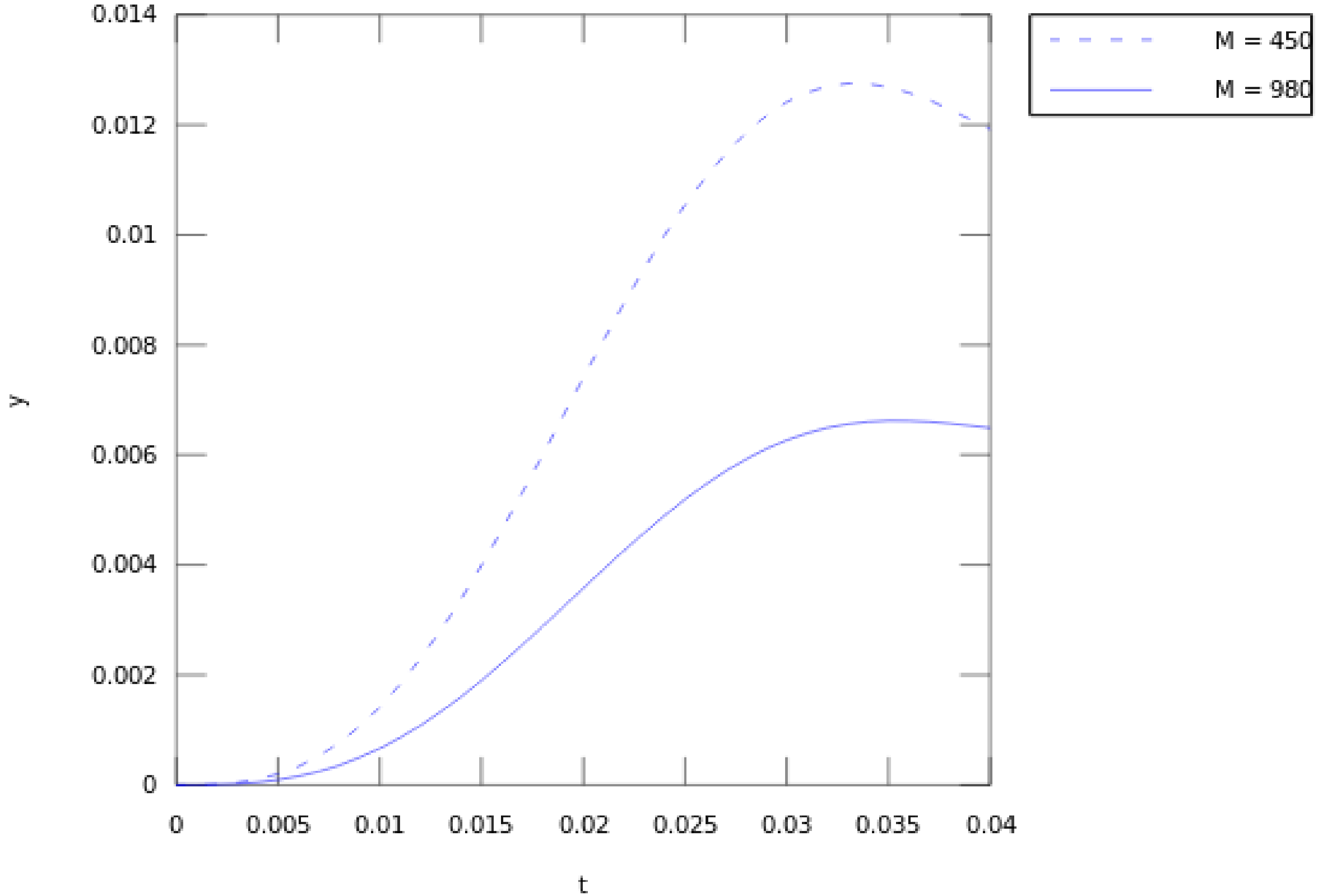

Рисунок 4 – График зависимости перемещения от времени при $M = 980$, в сравнении с аналогичным графиком при $M = 450$.

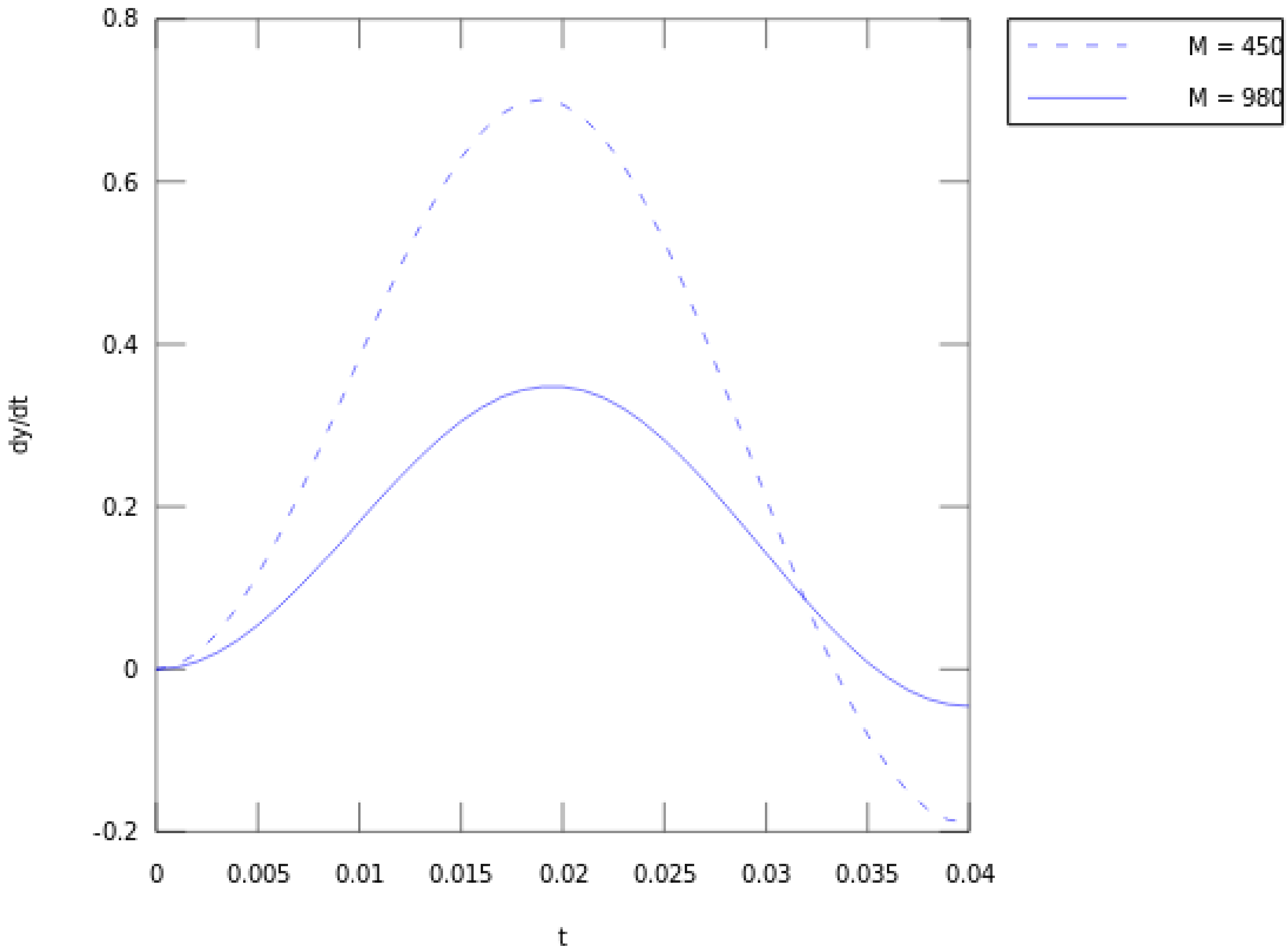

Рисунок 5 – График зависимости скорости от времени при $M=980$, в сравнении с аналогичным графиком при $M=450$.

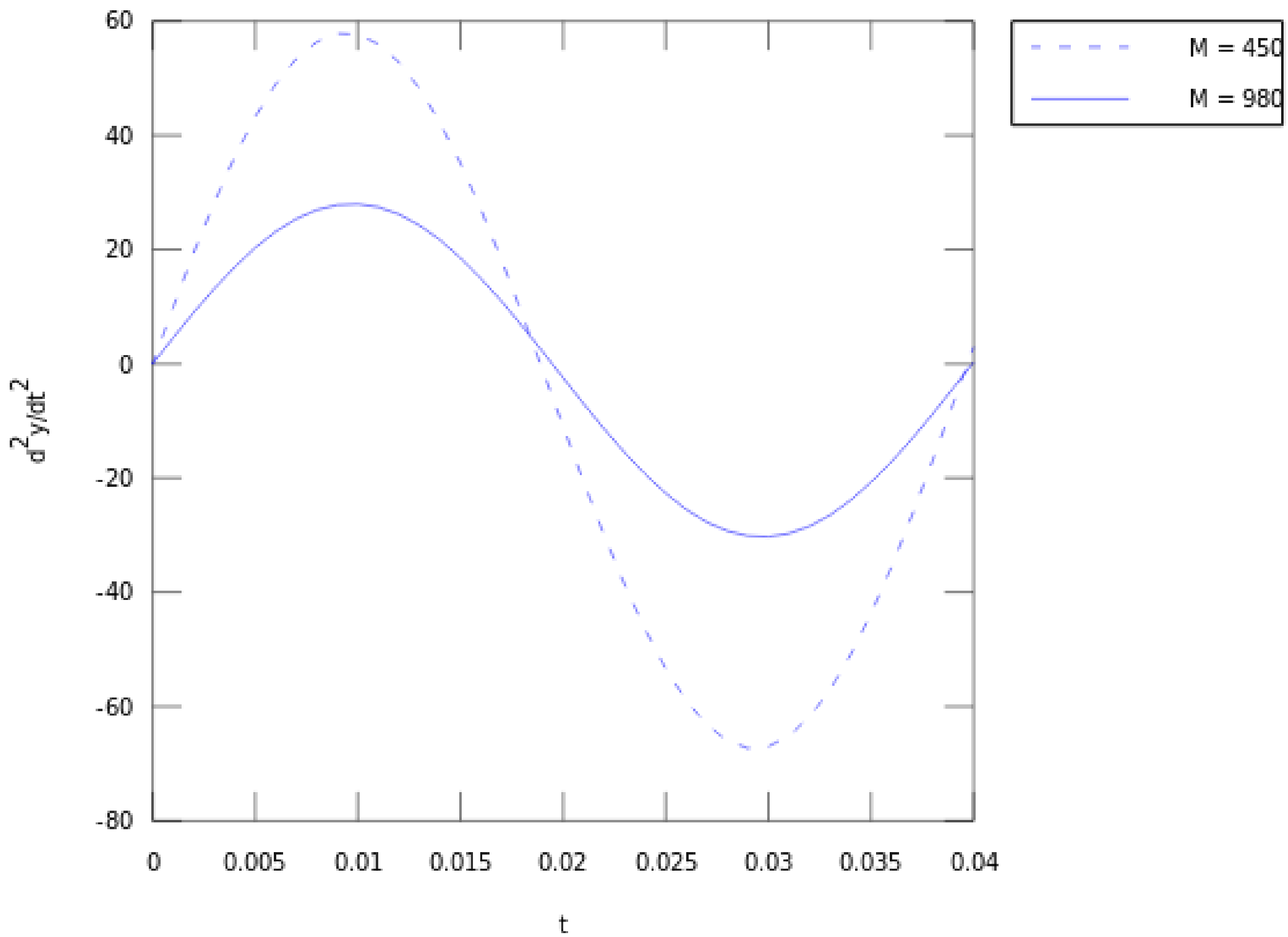

Рисунок 6 – График зависимости ускорения от времени при $M = 980$, в сравнении с аналогичным графиком при $M = 450$.

Вывод.

Из графиков видно, что автомобиль с большей массой обладает большей инертностью, и поэтому гораздо медленнее набирает вертикальное перемещение, скорость и ускорение.

2.2 Стохастические системы. Планирование в атомной энергетике

Решается вопрос , как много атомных станций строить в стране каждые пять лет. Стоимость строительства атомной станции составляет $20 \cdot 10^6$ денежных ед., а содержание станции $5 \cdot 10^6$ ед . Если станция работает в течение пятилетнего периода , то к началу следующего периода она будет работать только с вероятностью $0,6$. В стране может быть построено и/или работать не более трех атомных станций. Производительности одной атомной станции достаточно, чтобы удовлетворить потребности страны в энергии, иначе обеспечение в течение пяти лет альтернативных ресурсов энергии будет стоить $60 \cdot 10^6$ ед.

Математическая модель

i	k	p_{i1}^k	p_{i2}^k	p_{i3}^k	p_{i4}^k	q_i^k
1	0	1	0	0	0	-60
	1	0	1	0	0	-80
	2	0	0	1	0	-100
	3	0	0	0	1	-120
2	0	0.4	0.6	0	0	-5
	1	0	0.4	0.6	0	-25
	2	0	0	0.4	0.6	-45
3	0	0.16	0.48	0.36	0	-10
	1	0	0.16	0.48	0.36	-30
4	0	0.064	0.288	0.432	0.216	-15

Задание 2.

Предположим, что в пятилетний период в стране может быть построена только одна атомная станция. Чему равны в этом случае полные ожидаемые затраты за 10 лет, 20 лет, 30 лет, если в начальный момент времени в стране не было работающих атомных станций? была одна работающая атомная станция?

Решение.

Полные ожидаемые затраты $\nu_i(n)$ за n последующих шагов, если в начальный момент марковский процесс с доходами находится в состоянии i , определяется рекуррентным соотношением:

$$\nu(n) = q + P\nu(n-1),\, n = 1, 2, 3, \ldots,$$

где $\nu_i(0) = 0, \quad j \in I$.

Результат работы программы:

```
N =  30
( 5: -80; -25; -30; -15;)
( 10: -105; -53; -53.8; -43.52;)
( 15: -133; -78.48; -79.9712; -69.6259;)
( 20: -158.48; -104.375; -106.008; -95.701;)
( 25: -184.375; -130.355; -132.036; -121.67;)
( 30: -210.355; - 156.364; -158.035; -147.663;)
```

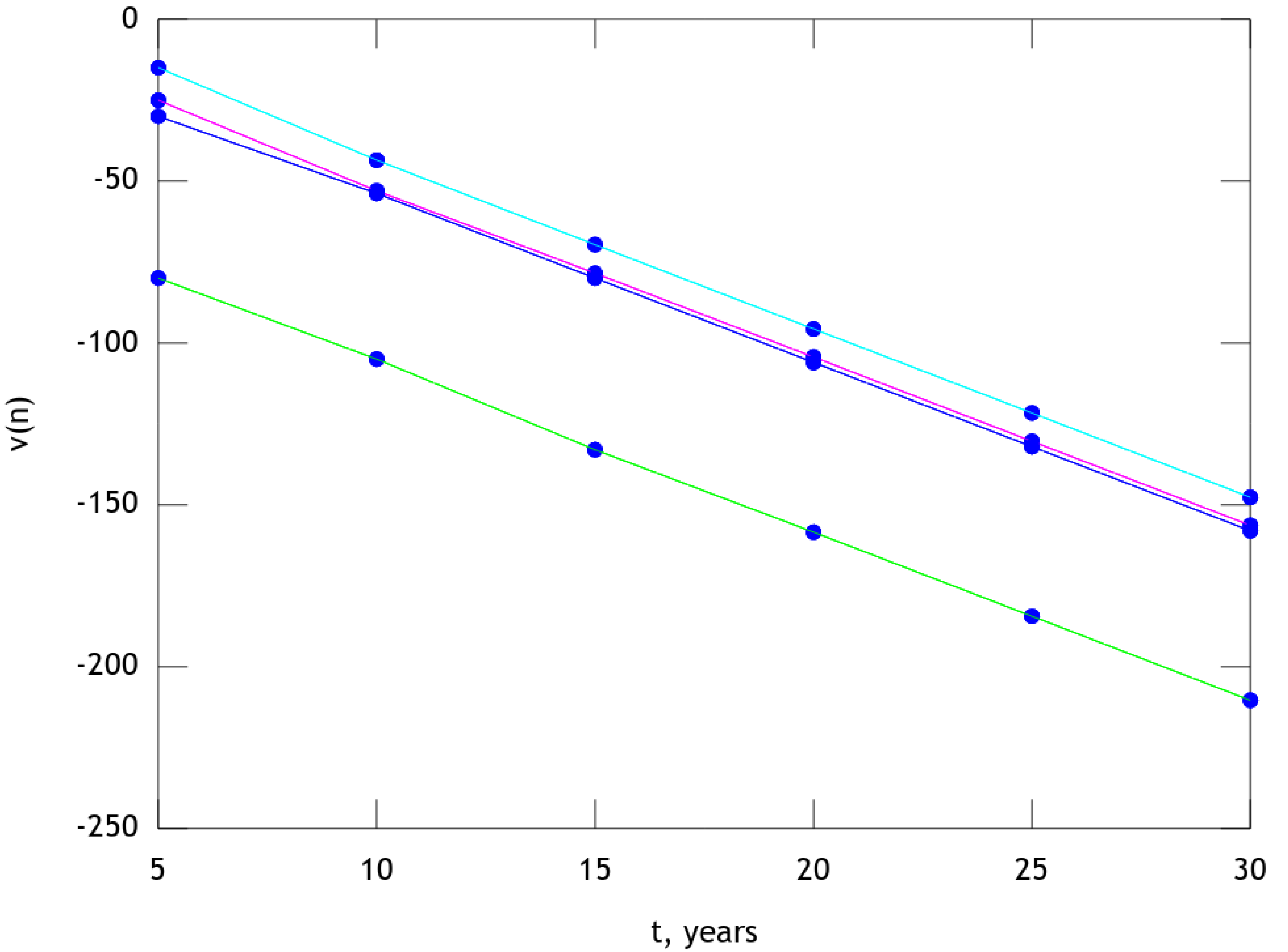

Рисунок 7 – Графики зависимости полных ожидаемых затрат от времени.

Вывод.

Как видно из рисунка и результатов, затраты на содержание и постройку атомных станций постоянно растут. Если в начальный момент в стране не было работающих атомных станций, то к 30 году общие ожидаемые затраты составят $210.355 \cdot 10^6$. В случае, если в начальный момент в стране была одна работающая атомная станция, к 30 году общие ожидаемые затраты составят $156.364 \cdot 10^6$.

Задание 5.

Определите оптимальную стационарную стратегию строительства атомных станций в стране при длительном плановом периоде времени и оптимальные средние затраты за пятилетний период в этом случае.

Решение.

Данная задача решается с помощью метода полного перебора.

Шаг 1. Построить множество Δ – множество всех возможных векторов управления $\delta=(\delta_i)$, $i\in I$, $\delta_i\in K(i)$.

Шаг 2. Для всех $\delta \in \Delta$ вычислить

$$g^{\delta} = \pi^{\delta} q^{\delta}$$

где π^{δ} и q^{δ} – вектор-строка предельных вероятностей и вектор-столбец ожидаемых доходов, соответствующие вектору управления δ .

Шаг 3. Определить

$$g^{*} = \max_{\delta \in \Delta} g^{\delta} ,$$

$$\delta^{*} = \arg\max_{\delta \in \Delta} g^{\delta} .$$

Результат работы программы:

```
g = -22.216
dopt =
  2
  2
  1
  1
```

Из результатов видно, что оптимальной стационарной стратегией является постройка одной атомной станции в 1 и 2 состояниях, и отказ от постройки станций в 3 и 4 состояниях. При этом убыток составит $22.216 \cdot 10^6$.