

# 全国大学生数学建模竞赛论文模板

## 摘要

摘要

对于问题一,

对于问题二,

对于问题三,

对于问题四,

最后,

**关键字:** 关键词 关键词 关键词 关键词 关键词

## 目录

1	问题重述 .....	4
1.1	问题背景 .....	4
1.2	问题要求 .....	4
1.3	我们的工作 .....	4
2	模型假设 .....	4
3	符号说明 .....	4
4	问题一的模型的建立和求解 .....	5
4.1	问题一的描述与分析 .....	5
4.2	预备工作 .....	5
4.2.1	关键参数补充 .....	5
4.3	模型建立 .....	5
4.3.1	传输速率计算 .....	5
4.3.2	服务质量评估函数 .....	6
4.3.3	优化模型 .....	7
4.4	模型求解 .....	7
4.5	求解结果 .....	8
5	问题二的模型的建立和求解 .....	9
5.1	问题二的描述与分析 .....	9
5.2	预备工作 .....	9
5.3	模型建立 .....	9
5.4	模型求解 .....	9
5.5	求解结果 .....	9
6	问题三的模型的建立和求解 .....	9
6.1	问题三的描述与分析 .....	9
6.2	预备工作 .....	9
6.3	模型建立 .....	9
6.4	模型求解 .....	9
6.5	求解结果 .....	10

7 模型的分析与检验 .....	10
7.1 灵敏度分析 .....	10
7.2 误差分析 .....	10
8 模型的评价 .....	10
8.1 模型的优点 .....	10
8.2 模型的缺点 .....	10
A 附录 文件列表 .....	11
B 附录 代码 .....	11

# 1 问题重述

## 1.1 问题背景

## 1.2 问题要求

问题 1

问题 2

问题 3

问题 4

## 1.3 我们的工作

# 2 模型假设

为简化问题，本文做出以下假设：

- 假设 1
- 假设 2
- 假设 3

# 3 符号说明

符号	含义
$N$	资源块总数, $N = 50$
$\mathcal{S}$	切片集合, $\mathcal{S} = \{U, e, m\}$ (分别代表 URLLC、eMBB、mMTC)
$\mathcal{U}_s$	切片 $s$ 的用户集合
$n_s$	分配给切片 $s$ 的资源块数量
$D_k$	用户 $k$ 的任务数据量 (Mbit)
$\phi_k$	用户 $k$ 的大规模衰减 (dB)
$h_k$	用户 $k$ 的小规模瑞利衰减系数
$p_{\text{tx}}$	基站发射功率, $p_{\text{tx}} = 30$ dBm
$b$	单个资源块带宽, $b = 360$ kHz
$L_s^{\text{SLA}}$	切片 $s$ 的时延 SLA 要求
$r_s^{\text{SLA}}$	切片 $s$ 的速率 SLA 要求
$M_s$	切片 $s$ 的任务丢失惩罚系数
$\alpha$	URLLC 切片的效益折扣系数

## 4 问题一的模型的建立和求解

### 4.1 问题一的描述与分析

问题一考虑单个微基站的资源分配场景。该基站拥有 50 个资源块 (Resource Block, RB)，需要为三类网络切片——URLLC (高可靠低时延)、eMBB (增强移动宽带) 和 mMTC (大规模机器通信) 进行资源分配，以最大化用户服务质量。这是一个静态资源分配优化问题，需要在满足资源约束的条件下，找到最优的资源块分配方案。

### 4.2 预备工作

#### 4.2.1 关键参数补充

**基站与信号参数：**基站发射功率  $p_{\text{tx}} = 30 \text{ dBm}$ ，单个资源块 (RB) 带宽  $b = 360 \text{ kHz}$ ，噪声系数  $NF = 7 \text{ dB}$ 。

**决策周期：**系统每  $T_{\text{window}} = 100 \text{ ms}$  进行一次资源分配决策。

**切片资源占用与服务等级协议 (SLA)：**URLLC 切片：每个用户占用 10 个资源块，要求时延  $L_k^U \leq 5 \text{ ms}$ ，速率  $r_k \geq 10 \text{ Mbps}$ ；eMBB 切片：每个用户占用 5 个资源块，要求时延  $L_k^e \leq 100 \text{ ms}$  且传输速率  $r_k \geq 50 \text{ Mbps}$ ；mMTC 切片：每个用户占用 2 个资源块，要求时延  $L_k^m \leq 500 \text{ ms}$ ，速率  $r_k \geq 1 \text{ Mbps}$ 。

**QoS 评估参数：**U 切片的效益折扣系数  $\alpha = 0.95$ ，任务丢失惩罚  $M_U = 5$ ；e 切片的任务丢失惩罚  $M_e = 3$ ；m 切片的任务丢失惩罚  $M_m = 1$ 。

### 4.3 模型建立

#### 4.3.1 传输速率计算

根据附录中的信号传输模型，用户  $k$  获得  $i_k$  个资源块时的接收功率为：

$$p_{\text{rx},k} = 10^{\frac{p_{\text{tx}} - \phi_k}{10}} \cdot |h_k|^2 \quad (\text{mW}) \quad (1)$$

其中， $p_{\text{tx}}$  为基站发射功率 (dBm)， $\phi_k$  为大规模衰减 (dB)， $h_k$  为小规模瑞利衰落系数， $p_{\text{rx},k}$  为接收功率 (mW)。

考虑噪声功率的影响，噪声功率谱密度为：

$$N_0 = -174 + 10 \log_{10}(i_k \cdot b) + 7 \quad (\text{dBm}) \quad (2)$$

其中， $i_k$  为用户  $k$  占用的 RB 数量， $b$  为单 RB 带宽 (Hz)， $-174 \text{ dBm/Hz}$  为热噪声谱密度， $7 \text{ dB}$  为噪声系数。

信干噪比 (SINR) 在无干扰情况下简化为信噪比 (SNR)：

$$\gamma_k = \frac{p_{rx,k}}{10^{\frac{N_0}{10}}} \quad (3)$$

其中,  $N_0$  以 dBm 计,  $10^{\frac{N_0}{10}}$  为噪声功率 (mW)。

根据香农公式, 用户  $k$  的传输速率为:

$$r_k = i_k \cdot b \cdot \log_2(1 + \gamma_k) \quad (\text{bps}) \quad (4)$$

其中,  $r_k$  为传输速率 (bps),  $i_k$  为 RB 数量,  $b$  为单 RB 带宽。

#### 4.3.2 时延计算模型

根据附录中描述的用户任务服务流程, 用户的总时延由排队时延和传输时延两部分构成。

用户  $k$  的传输时延  $T_k$  为完成其任务数据量  $D_k$  所需的传输时间, 计算公式为:

$$T_k = \frac{D_k \times 10^6}{r_k} \quad (\text{s}) \quad (5)$$

其中,  $D_k$  为任务数据量 (Mbit),  $r_k$  为用户的传输速率 (bps)。

用户的总时延  $L_k^s$  为排队时延  $Q_k$  与传输时延  $T_k$  之和:

$$L_k^s = Q_k + T_k, \quad s \in \{U, e, m\} \quad (6)$$

其中,  $Q_k$  是在调度过程中产生的等待时间。

#### 4.3.3 服务质量评估函数

根据附录中的用户服务质量定义, 并结合计算出的总时延, 不同切片的 QoS 评估函数如下:

##### (1) U 切片 (URLLC)

服务质量函数为:

$$y_k^U = \begin{cases} \alpha^{L_k^U} & \text{若 } L_k^U \leq L_U^{\text{SLA}} \\ -M_U & \text{若 } L_k^U > L_U^{\text{SLA}} \end{cases} \quad (7)$$

其中,  $\alpha \in (0, 1)$  为效益折扣系数 (本题取  $\alpha = 0.95$ ),  $M_U$  为 U 切片任务丢失惩罚系数,  $L_U^{\text{SLA}}$  为 U 切片时延 SLA。

##### (2) e 切片 (eMBB)

e 切片用户采用三段式 QoS 函数:

$$y_k^e = \begin{cases} 1 & \text{若 } r_k \geq r_e^{\text{SLA}} \text{ 且 } L_k^e \leq L_e^{\text{SLA}} \\ \frac{r_k}{r_e^{\text{SLA}}} & \text{若 } r_k < r_e^{\text{SLA}} \text{ 且 } L_k^e \leq L_e^{\text{SLA}} \\ -M_e & \text{若 } L_k^e > L_e^{\text{SLA}} \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $r_e^{\text{SLA}}$ 、 $L_e^{\text{SLA}}$  分别为 e 切片的速率与时延 SLA,  $M_e$  为惩罚系数。

### (3) m 切片 (mMTC)

m 切片的 QoS 基于接入成功率 (满足时延 SLA 时按接入比例计分):

$$y_k^m = \begin{cases} \frac{\sum_{i \in \mathcal{U}_m} c'_i}{\sum_{i \in \mathcal{U}_m} c_i} & \text{若 } L_k^m \leq L_m^{\text{SLA}} \\ -M_m & \text{若 } L_k^m > L_m^{\text{SLA}} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $\mathcal{U}_m$  为 m 切片用户集合,  $c_i$  表示是否有任务需求,  $c'_i$  表示是否成功接入,  $L_k^m$  为用户  $k$  的总时延 (同上定义),  $M_m$  为惩罚系数。

#### 4.3.4 优化模型

基于上述分析, 建立如下优化模型:

$$\begin{aligned} \max_{n_U, n_e, n_m} \quad & Q = \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{U}_s} y_k^s \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} n_U + n_e + n_m \leq N \\ n_s \geq 0, \quad \forall s \in \mathcal{S} \\ n_s \in \mathbb{Z}, \quad \forall s \in \mathcal{S} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $n_U, n_e, n_m$  分别为分配给 U、e、m 切片的 RB 个数,  $\mathcal{S} = \{U, e, m\}$ ,  $\mathcal{U}_s$  为切片  $s$  的用户集合;  $y_k^U$ 、 $y_k^e$  为用户级 QoS 得分,  $y_k^m$  为 m 切片的聚合式接入比例得分。

其中, 第一个约束为资源块总数限制, 第二个约束为非负约束, 第三个约束为整数约束。

#### 4.4 模型求解

该优化问题属于整数规划问题, 考虑到总资源块数量有限 ( $N = 50$ ), 且各切片用户占用 RB 数量固定, 使得分配给各切片的 RB 数量  $n_s$  的可行组合是有限的。因此, 我们采用枚举法结合调度仿真的策略进行求解, 以确保找到全局最优解。算法流程如下:

##### Step1: 生成 RB 分配方案

我们枚举所有满足约束条件的 RB 分配方案  $(n_U, n_e, n_m)$ 。为避免资源浪费, 分配给各切片的 RB 数量应为其用户占用量的整数倍。具体地:

- $n_U$  在  $\{0, 10, 20, \dots, 50\}$  中取值。
- $n_e$  在  $\{0, 5, 10, \dots, 50 - n_U\}$  中取值。
- $n_m = 50 - n_U - n_e$ , 并检验  $n_m$  是否为 2 的倍数。若否则舍弃该方案。

##### Step2: 切片内调度与性能计算

对于每一个有效的 RB 分配方案，我们在各切片内部独立进行调度仿真，以计算每个用户的性能指标。

- **并发容量计算**：对于切片  $s \in \{U, e, m\}$ ，其并发服务能力为  $C_s = \lfloor n_s/v_s \rfloor$ 。
- **串并行调度**：在 100ms 决策周期内，我们采用一种串并行的服务策略。初始时，将前  $C_s$  个用户（按用户编号排序）分配至并发信道进行传输。当某个用户完成传输后，其占用的信道立即释放，并分配给队列中的下一个用户。
- **性能计算**：通过该调度过程，我们可以计算出每个用户  $k$  的传输时延  $T_k$  和等待时延  $Q_k$ ，从而得到总时延  $L_k = Q_k + T_k$ 。用户的传输速率  $r_k$  也一并计算得出。

### Step3: 服务质量评估

根据步骤 2 计算出的性能指标  $(L_k, r_k)$ ，我们依据模型中定义的服务质量评估函数计算每个用户的 QoS 得分  $y_k^s$ ，并汇总得到当前 RB 分配方案下的总服务质量  $Q = \sum y_k^s$ 。

### Step4: 寻找最优方案

遍历所有 RB 分配方案后，总服务质量  $Q$  最高的方案即为问题的最优解。我们记录下最优方案对应的  $(n_U, n_e, n_m)$  组合、各用户的详细性能指标以及最终的总 QoS 值。

## 4.5 求解结果

通过执行上述算法，我们得到的最优资源分配方案及对应的性能指标如下：

### 最优资源分配方案

经枚举计算，我们找到了 3 个并列的最优资源分配方案，它们均能使系统总服务质量达到最大值 15.7823。这三个方案的具体 RB 分配如下表所示。

表 1 并列最优资源分配方案

方案	URLLC RB 数 ( $n_U$ )	eMBB RB 数 ( $n_e$ )	mMTC RB 数 ( $n_m$ )	总 QoS
1	20	10	20	15.7823
2	20	20	10	15.7823
3	30	10	10	15.7823

在以上所有方案中，各切片获得的 QoS 合计分数均相同，分别为：URLLC QoS 合计 1.9870，eMBB QoS 合计 3.7953，mMTC QoS 合计 10.0000。

### 结果分析

- **最优性分析**：计算结果显示，存在三个不同的 RB 分配方案能够达到相同的最优目标函数值 15.7823，如上表1所示。这些方案的共同点在于，它们为 URLLC、eMBB 和 mMTC 切片带来的 QoS 贡献是完全相同的。这表明在当前用户任务和信道条件下，只要分配给 U 切片、eMBB 切片和 mMTC 切片的 RB 数量分别不低于 20、10 和



10 个，就能保证所有用户达到最佳的服务水平。这种现象说明资源配置具有一定的灵活性和鲁棒性。

- **用户性能详情：**在任何最优方案下，各用户的性能指标均相同。所有 URLLC 用户的时延均远低于 5ms 的 SLA 要求（如 U1 为 0.145ms，U2 为 0.110ms），QoS 得分接近 1。eMBB 用户中，e1, e2, e4 满足速率与时延双重标准，QoS 为 1；e3 用户速率未达标（39.77 Mbps < 50 Mbps），但仍在 SLA 时延内，获得了比例得分 0.7953。所有 mMTC 用户均在极低时延下完成传输（均小于 1ms），远优于 500ms 的 SLA 标准，因此获得了满分。
- **资源效率与选择：**这三个方案均实现了资源的高效利用。在实际部署中，可以根据网络运营商的偏好进行选择。例如，方案 1（20, 10, 20）为 mMTC 分配了最多的资源，适合未来 mMTC 连接数可能增加的场景；方案 2（20, 20, 10）则向 eMBB 倾斜，适合视频流量大的场景；方案 3（30, 10, 10）则最优先保障 URLLC 业务。这些方案共同构成了问题的最优解集。

综上所述，我们提出的资源分配方案能够有效满足各类切片用户的服务需求，实现了系统整体服务质量的最优。

## 5 问题二的模型的建立和求解

### 5.1 问题二的描述与分析

### 5.2 预备工作

### 5.3 模型建立

### 5.4 模型求解

**Step1:**

**Step2:**

**Step3:**

### 5.5 求解结果

## 6 问题三的模型的建立和求解

### 6.1 问题三的描述与分析

### 6.2 预备工作

### 6.3 模型建立

### 6.4 模型求解

Step1:

Step2:

Step3:

### 6.5 求解结果

## 7 模型的分析与检验

### 7.1 灵敏度分析

### 7.2 误差分析

## 8 模型的评价

### 8.1 模型的优点

- 优点 1
- 优点 2
- 优点 3

### 8.2 模型的缺点

- 缺点 1
- 缺点 2

## 附录 A 文件列表

文件名	功能描述
q1.m	问题一程序代码
q2.py	问题二程序代码
q3.c	问题三程序代码
q4.cpp	问题四程序代码

## 附录 B 代码