

数值分析期末总结

1. 数学模型和数值方法引论

- 有效数字：定义、与绝对误差的关系
- 数值方法稳定性

2. 线性方程组的直接解法

- Gauss消去法、 $A = LU$
- 列主元Gauss消去法
- 直接分解法：LU分解，追赶法
- Cholesky分解： $A = LL^T$
- 向量，矩阵范数
- 条件数（定义，计算）
- 扰动分析： $A \rightarrow A + \delta A, b \rightarrow b + \delta b$ 情况

3. 线性代数方程组的迭代解法

- 迭代法： $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + f$
- 收敛条件，收敛速度
- 求解 $Ax = b$ 的Jacobi迭代，Gauss-Seidel迭代，SOR迭代
- 分量形式，迭代矩阵，收敛的充要条件，充分条件
- 方法的收敛性，SOR迭代最佳松弛因子
- 说明：最速下降、CG方法不作要求

4. 非线性方程和方程组的数值解法

- 不动点迭代： $x_{k+1} = \phi(x_k)$
- 全局和局部收敛性，收敛条件，收敛阶
- 加速方法
- Newton迭代：收敛性，单根，重根的收敛阶
- 说明：非线性方程组不作要求

5. 矩阵特征值问题的计算方法

- Householder变换
- Givens变换
- 幂法，反幂法

- 带位移算法
- 说明：矩阵特征值问题的QR算法不做要求

6. 插值法

- Lagrange, Newton, Hermite
- 插值方法，余项
- 均差，重节点均差
- 分段低次插值
- 三次样条插值函数与计算

7. 函数逼近

- 正交多项式
- 最佳平方逼近
- 最小二乘法
- 线性以及特殊非线性化成线性问题

8. 数值积分与数值微分

- Newton-Cotes：梯形公式，Simpson公式以及相应的复合求积公式、方法和余项
- 代数精度
- 龙贝格积分
- Gauss求积公式、构造方法
- Gauss-Legendre求积： $[-1, 1]$, $[a, b]$
- Gauss-Chebyshev积分公式
- Gauss-Hermite, Gauss-Laguerre
- 说明：自适应积分不作要求，蒙特卡罗方法不做要求

9. 常微分方程初值问题的数值解法

- 单步法：Euler，隐式Euler，梯形方法，改进 Euler等
- Runge-Kutta方法
- 单步法分析：局部截断误差，主项，方法的阶，相容性，收敛性和绝对稳定性
- 线性多步法：构造方法，方法的局部截断误差，主项以及方法阶
- 说明：隐式Runge-Kutta方法，多步法的相容、收敛和稳定性不作要求