

工程硕士数学考点整理

说明：本文档用于汇总历年工程硕士数学期末考题考点。当前收录年份：2019, 2020, 2022

第1章 数学模型和数值方法引论

■ 章节大纲

- 1.1 数学模型及其建立方法与步骤
- 1.2 数学模型举例
- 1.3 数值方法的研究对象
- **1.4 数值计算的误差 (重点)**
- **1.5 病态问题、数值稳定性与避免误差危害 (重点)**
- 1.6 线性代数的一些基础知识

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空1	误差分析	1.4	根据有效数字位数求数值近似值的误差限及精确位数
2020	填空1	有效数字	1.4	给定有效数字位数，确定数值的近似值表示
2022	填空1	有效数字	1.4	利用泰勒展开近似计算 $\sqrt{2022}$ 并保留3位有效数字
2019	填空3	向量与矩阵范数	1.6	计算矩阵的1-范数 $\ A\ _1$

第2章 线性代数方程组的直接解法

■ 章节大纲

- 2.1 引论
- 2.2 Gauss消去法
- 2.3 直接三角分解方法 (重点: Doolittle, Cholesky)
- 2.4 矩阵的条件数与病态方程组 (重点: 范数与条件数)

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	解答1	Cholesky分解	2.3	用平方根法 (Cholesky分解) 求解对称正定线性方程组 $Ax = b$
2020	填空2	追赶法/LU	2.3	三对角方程组的追赶法数值稳定性条件及LU分解结果
2020	解答1	Doolittle分解	2.3	利用Doolittle三角分解法求解线性方程组 $Ax = b$
2022	填空2	LU分解	2.3	计算 2×2 矩阵的LU分解, 求 U 矩阵
2022	填空6	条件数	2.4 (1.6)	计算矩阵的 ∞ -范数及条件数 $cond(A)_\infty$ (需用到1.6范数知识)
2022	解答2	Cholesky分解	2.3	确定参数 a 的范围, 使矩阵 A 可进行 LL^T 分解 (Cholesky分解)

第3章 线性代数方程组的迭代解法

■ 章节大纲

- 3.1 迭代法的基本概念
- 3.2 Jacobi迭代法和Gauss-Seidel迭代法 (重点)
- 3.3 超松弛迭代法 (SOR) (重点)
- *3.4 ~~共轭梯度法~~

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空 2	迭代法收敛性	3.2 (1.6)	雅可比(Jacobi)迭代法与高斯-赛德尔(Gauss-Seidel)迭代法的收敛性判别 (需1.6谱半径知识)
2019	填空 4	SOR迭代	3.3 (1.6)	求解SOR迭代法的最佳松弛因子 ω_b 及对应的谱半径 (需1.6谱半径知识)
2020	填空 3	SOR迭代	3.3 (1.6)	给定具体矩阵, 求SOR方法的最佳松弛因子 (需1.6谱半径知识)
2020	填空 4	收敛速度比较	3.2 (1.6)	含参矩阵的Jacobi与G-S迭代法收敛条件及渐进收敛速度之比 (需1.6谱半径知识)
2022	解答 5	迭代法分析	3.2 (1.6)	1. 写出Jacobi和Gauss-Seidel迭代矩阵 2. 讨论收敛性 3. 计算渐近收敛速度

第4章 非线性方程和方程组的数值解法

■ 章节大纲

- 4.1 引言
- 4.2 二分法和试位法
- 4.3 不动点迭代法 (重点)
- 4.4 迭代加速收敛的方法
- 4.5 Newton迭代法和割线法 (重点)
- *4.6 ~~非线性方程组的数值解法~~

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	解答 2	迭代法阶数	4.3	分析给定迭代格式 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 计算 \sqrt{a} 的收敛阶数
2020	填空 5	迭代法构造	4.3	确定参数使得迭代公式收敛到 $\sqrt[3]{a}$ 且具有最高的收敛阶
2020	解答 2	迭代法构造	4.3	针对方程 $e^x - 2x - 1 = 0$ ，构造局部收敛的迭代法并确定其阶数
2022	填空 4	迭代法阶数	4.3	判断给定迭代公式 $x_{k+1} = \sqrt[3]{x_k^2 + 1}$ 的收敛阶数
2022	解答 4	Newton法	4.5	1. 给出求根的Newton法迭代格式 2. 进行一步迭代计算
2022	解答 6	收敛性证明	4.3	证明迭代法 $x_{k+1} = x_k - \lambda f(x_k)$ 的全局收敛性（利用导数范围）

第5章 矩阵特征值问题的计算方法

■ 章节大纲

- 5.1 矩阵特征值问题的性质
- 5.2 正交变换和矩阵分解
- 5.3 幂迭代法和逆幂迭代法
- 5.4 ~~QR方法的基本原理~~
- 5.5 对称矩阵特征值问题的计算

年份	题号	题型	对应章节	考点详情

2019	-	-	-	(本年未考查本章内容)
2020	-	-	-	(本年未考查本章内容)
2022	-	-	-	(本年未考查本章内容)

第6章 插值法

■ 章节大纲

- **6.1 Lagrange插值 (重点)**
- 6.2 均差与Newton插值多项式
- **6.3 Hermite插值 (重点)**
- 6.4 分段低次插值方法
- **6.5 三次样条插值函数 (重点)**

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空5	埃尔米特插值	6.3	构造满足函数值及导数值条件的低次多项式 (Hermite插值性质)
2019	填空6	拉格朗日插值	6.1	给定3个点求Lagrange插值多项式及插值余项
2019	填空7	三次样条插值	6.5	利用样条函数的连续性 (函数值、一阶导、二阶导连续) 确定参数 b, c
2020	填空6	插值唯一性	6.1	已知函数为三次多项式, 求四点Lagrange插值多项式 (考察插值多项式唯一性)
2020	填空10	插值性质	6.1	利用插值多项式性质或留数性质计算 $\sum \frac{x_j^k}{f'(x_j)}$
2022	填空7	三次样条插值	6.5	利用样条函数的二阶导数连续性确定参数 a
2022	填空8	差商计算	6.2	已知函数值及导数值, 计算带重节点的差商 $f[1, 1, 3]$

第7章 函数逼近

■ 章节大纲

- 7.1 正交多项式 (重点)
- *7.2 最佳平方逼近
- *7.3 有理函数逼近
- 7.4 曲线拟合的最小二乘法 (重点)

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空 10	最佳平方逼近	7.2 (7.1)	在区间 $[0, 1]$ 上求函数 $f(x) = \sin \pi x$ 的二次最佳平方逼近多项式 (需7.1正交多项式基础)
2020	填空 7	正交多项式	7.1	在区间 $[-1, 1]$ 上关于权函数 $\rho(x) = 1 - x^2$ 的首一正交多项式构造
2020	解答 3	最小二乘法	7.4	用函数系 $\{1/x, \sqrt{x}\}$ 对给定数据进行最小二乘曲线拟合
2022	填空 3	最小二乘法	7.4	用直线 $y = ax + b$ 对给定的三个点进行最小二乘拟合

第8章 数值积分与数值微分

■ 章节大纲

- 8.1 Newton-Cotes求积公式 (重点: Simpson, 梯形)
- 8.2 复合求积公式
- 8.3 Romberg求积公式
- *8.4 ~~自适应积分法~~
- 8.5 Gauss型求积公式 (重点: 代数精度, 节点)
- *8.6 数值微分

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空 8	代数精度	8.1	确定给定数值求积公式的代数精度
2019	解答 3	插值型求积公式	8.1 (6.1)	1. 推导三点插值型求积公式 (需6.1插值基础) 2. 求该公式的代数精度 3. 用该公式计算定积分
2019	解答 5	高斯求积公式	8.5 (7.1)	证明高斯型求积公式相关的正交性性质 (需7.1正交多项式基础)
2020	填空 8	Simpson公式	8.1 (6.1)	Simpson公式的插值多项式次数及余项表达式 (基于6.1 Lagrange插值)
2020	解答 5	高斯求积公式	8.5 (7.1)	证明高斯型求积公式相关的积分恒等式 (需7.1正交多项式基础)
2022	填空 5	高斯求积公式	8.5 (7.1)	两点Gauss积分公式的节点计算 (变换区间到 $[-1, 1]$, 涉及7.1 Gauss点性质)
2022	解答 3	代数精度	8.1	确定积分公式系数 C_0, C_1, C_2 使得余项为 $\alpha f'''(\xi)$ (代数精度法)

第9章 常微分方程初值问题的数值解法

■ 章节大纲

- 9.1 引言
- 9.2 简单数值方法 (Euler, 改进Euler)
- 9.3 Runge-Kutta方法
- 9.4 单步法的相容性、收敛性和绝对稳定性 (重点)
- 9.5 线性多步法 (重点)
- *9.6 ~~线性多步法的相容性、收敛性和绝对稳定性~~
- *9.7 误差控制与变步长
- 9.8 一阶方程组与刚性方程组

年份	题号	题型	对应章节	考点详情
2019	填空 9	绝对稳定性	9.4	求改进Euler法解特定初值问题时的绝对稳定步长限制
2019	解答 4	线性多步 法/RK	9.3	分析Heun方法（显式梯形法/二阶RK）的局部截断误差主项及阶数
2020	填空 9	改进欧拉法	9.4	改进欧拉法的阶数及绝对稳定条件
2020	解答 4	线性多步法	9.5	判定给定的多步法公式是显式还是隐式，确定步数及阶数
2022	解答 7	线性多步 法/RK	9.5/9.6	1. 分析改进梯形公式变体的局部截断误差及阶数 2. 讨论隐式格式的收敛性条件（Lipschitz条件）