

MATEMÁTICA APLICADA

Noções de lógica

Sérgio Candido de Gouveia Neto

Cuiabá, MT

Curso Tecnologia em Sistemas para Internet UAB Núcleo de Educação a Distância

1. NOÇÕES DE LÓGICA

Para início de conversa, vamos colocar um problema clássico de lógica, apresentado em diversas versões, conhecido como "A cor das casas".

Complete a tabela.

	Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4
Cor				
Nacionalidade				
Animal				
Esporte				

Dicas:

- 1. Há duas casas entre o jogador de basquete e o jogador de tênis.
- 2. Há uma casa entre o grego e o jogador de futebol, que mora a esquerda.
- 3. A segunda casa é amarela.
- 4. Há uma casa entre o criador de cavalos e a casa preta, que fica a direita.
- 5. O alemão mora exatamente a esquerda do homem que cria tartarugas.
- 6. Há duas casas entre o criador de cavalos e o criador de borboletas, que mora a direita.
- 7. O jogador de basquete mora a direita do jogador de sinuca.
- 8. Há uma casa entre o homem que gosta de futebol e a casa vermelha, que fica a direita.
- 9. O espanhol mora na primeira casa

Cada dica concluída risque para facilitar a leitura e compreensão.

O objetivo deste tópico é apresentar algumas noções básicas de lógica. Vamos começar com as três princípios da lógica dedutiva Aristotélica:

- **1. Princípio da identidade:** Esse princípio foi formulado por Parmênides de Eléia, um filósofo grego que empreendeu estudos sobre a lógica. Este princípio afirma que todo objeto é idêntico a si mesmo. Em outras palavras, a = a e b = b. Logo, "a" sempre será igual a "a", e "b" sempre será igual a "b". Um exemplo de aplicação prática dessa lei é dizer que uma laranja é uma laranja. Isso pode parecer óbvio, mas é muito importante para lógica.
- **2. Princípio da não contradição:** Esse princípio estabelece que uma proposição verdadeira não pode ser falsa e uma proposição falsa não pode ser verdadeira. Em outras palavras, o princípio da não contradição estabelece que uma proposição não pode ser verdadeira **e** falsa ao mesmo tempo.
- **3. Princípio do terceiro excluído:** o princípio do terceiro excluído é um complemento da lei da não contradição. Ela estabelece que para qualquer proposição há duas possibilidades: ela só pode ser verdadeira ou falsa, não havendo outra possibilidade.

1.1. Conectivos

Denomina-se conectivo a certas palavras ou frases que, em lógica, são utilizadas

Curso Tecnologia em Sistemas para Internet UAB Núcleo de Educação a Distância

para formarem proposições compostas.

Os conectivos usuais são:

A conjunção "e"

A disjunção "ou"

A negação "não"

O condicional "se, ... então"

O bi condicional "se, e somente se"

A seguir vamos conhecer os conectivos E e OU e suas respectivas tabelasverdade.

a) A Conjunção "E"

TABELA VERDADE

p	q	p ^ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

A conjunção "E" retorna verdadeiro se, e somente se, ambas as proposições forem verdadeiras

Exemplo: Considere a sentença: João é analista de informação e Joana é estudante. Esta proposição composta é verdadeira se for verdade, ao mesmo tempo. Basta que uma das proposições componentes seja falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa. Obviamente que o resultado falso também ocorrerá quando ambas as proposições componentes forem falsas.

Retomando o assunto sobre conjuntos. Se duas proposições A e B forem representadas como conjuntos, a conjunção "A e B" corresponderá à **interseção** do conjunto com o conjunto A e B: $A \cap B$.

b) A Disjunção OU

OU – TABELA VERDADE

р	q	p v q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A conjunção "OU" retorna verdadeiro se, ao menos uma das proposições for verdadeira.

Exemplo: Considere a sentença: João é analista de informação ou Joana é estudante. Uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!

Retomando o assunto sobre conjuntos. Se duas proposições A e B forem representadas como conjuntos, a conjunção "A e B" corresponderá à **união** do conjunto com o conjunto A e B: $A \cup B$.

c) A negação "não"

Para negar uma proposição no formato de conjunção (p e q), faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte (~p);



Curso Tecnologia em Sistemas para Internet UAB Núcleo de Educação a Distância

- 2. Negaremos a segunda parte (~q);
- 3. Trocaremos e por ou

Exemplo: João é analista de informação **e** Joana é estudante. Neste caso, negamos a primeira parte: João não é analista e Joana não é estudante e a proposição fica: João **não** é analista **ou** Joana **não** é estudante. A tabela verdade fica assim:

NÃO (~) - TABELA VERDADE PARA CONJUNÇÃO E

p	q	p ^ q	~ (p ^ q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Para negar uma proposição no formato de disjunção (p e q), faremos o seguinte:

- 1. Negaremos a primeira parte (~p);
- 2. Negaremos a segunda parte (~q);
- 3. Trocaremos **ou** por **e**

Exemplo: João é analista de informação **ou** Joana é estudante. Neste caso, negamos a primeira parte: João não é analista e Joana não é estudante e a proposição fica: João **não** é analista **e** Joana **não** é estudante. A tabela verdade fica assim:

NÃO (~) - TABELA VERDADE PARA DISJUNÇÃO OU

p	q	p v q	~ (p v q)
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

d) O condicional "se, ... então"

Considere o seguinte exemplo:

Ex: Se nasci em Cuiabá, então sou Mato-grossense

Este é um tipo de proposição condicional caracterizada pelas partículas **se** e **então**. Esta proposição só é falta se a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Nota-se que a primeira parte da condicional é uma **condição suficiente** para obtenção de um resultado necessário. A sentença condicional "Se p, então q" será representada por uma seta: p q. A tabela verdade fica assim:

TABELA VERDADE PARA O CONDICIONAL SE...ENTÃO

p	\mathbf{q}	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

e) O bi condicional "...se e somente se ..."

Considere um exemplo:

Ex.: "João fica alegre se e somente se Joana sorri". Aqui temos a situação de a proposição ter duas proposições condicionais, da seguinte forma:

"João fica alegre somente se Joana sorri e Joana sorri somente se João fica alegre".

Curso Tecnologia em Sistemas para Internet UAB Núcleo de Educação a Distância

Ou ainda:

"Se João fica alegre, então Joana sorri e se Joana sorri, então João fica alegre".

A bicondicional é uma conjunção entre duas condicionais. Haverá duas situações em que a bicondicional será verdadeira: quando o antecedente e o consequente forem ambos verdadeiros, ou quando forem ambos falsos. Nos demais casos, a bicondicional será falsa. A sua tabela verdade fica assim:

TABELA VERDADE PARA O BICONDICIONAL SE E SOMENTE SE

p	q	p ← → q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

EXERCÍCIOS

- 1. Forme a negação de cada frase:
- a) Marcos é alto e moreno
- b) Marcela pratica karatê e vôlei
- 2. Forma negação de cada sentença:
- a) João é são paulino ou corinthiano;
- b) Talita gosta de ouvir música ou de dançar
- **3.** (GV-SP) Um grupo de 4 pessoas será formado, escolhendo-se entre 3 homens (F, G, H) e 4 mulheres (W, X, Y, Z). O grupo deverá ter pelo menos 2 homens e as seguintes

condições deverão ser respeitadas:

F se recusa a trabalhar com Y G se recusa a trabalhar com W

Y se recusa a trabalhar com Z

- a) Se Y pertencer ao grupo, quais serão os outros membros?
- b) Classifique em verdadeiro ou falso:
- I. Se F não é escolhido, W também não o é.
- II. Se H não é escolhido, Z o é.
- III. Se G não é escolhido, W o é
- **4.** Partindo das premissas:
- (1) Todo repórter é esperto.
- (2) Todo repórter é formado em Jornalismo.
- (3) Jamil é esperto.
- (4) Adelaide é jornalista. Pode-se concluir que:
- a) Adelaide é esperta?
- b) Jamil é repórter?
- c) Há jornalistas espertos?
- **5.** Quatro suspeitos de praticar um crime fazem as seguintes declarações:

João: Carlos é o criminoso Pedro: eu não sou criminoso Carlos: Paulo é o criminoso Paulo: Carlos está mentindo

Sabendo que apenas um dos suspeitos mente, determine quem é o criminoso.

Curso Tecnologia em Sistemas para Internet UAB Núcleo de Educação a Distância

- a) João
- b) Pedro
- c) Carlos
- d) Paulo
- **6.** (Vunesp/TJ-SP) Sabendo que é verdadeira a afirmação "Todos os alunos de Fulano foram aprovados no concurso", então é necessariamente verdade:
- a) Fulano não foi aprovado no concurso.
- b) Se Roberto não é aluno de Fulano, então ele não foi aprovado no concurso.
- c) Fulano foi aprovado no concurso.
- d) Se Carlos não foi aprovado no concurso, então ele não é aluno de Fulano.
- e) Se Elvis foi aprovado no concurso, então ele é aluno de Fulano
- **7.** (FGV/ TJ-AM) Dona Maria tem quatro filhos: Francisco, Paulo, Raimundo e Sebastião. A esse respeito, sabe-se que:
- I. Sebastião é mais velho que Raimundo.
- II. Francisco é mais novo que Paulo.
- III. Paulo é mais velho que Raimundo.

Assim, é obrigatoriamente verdadeiro que:

- a) Paulo é o mais velho.
- b) Raimundo é o mais novo.
- c) Francisco é o mais novo.
- d) Raimundo não é o mais novo.
- e) Sebastião não é o mais novo.
- **8.** (FGV/Pref. de Salvador-BA) Alice, Bruno, Carlos e Denise são as quatro primeiras pessoas de uma fila, não necessariamente nesta ordem. João olha para os quatro e afirma:
- Bruno e Carlos estão em posições consecutivas na fila;
- Alice está entre Bruno e Carlos na fila.

Entretanto, as duas afirmações de João são falsas. Sabe-se que Bruno é o terceiro da fila.

- O segundo da fila é
- a) Alice.
- b) Bruno.
- c) Carlos.
- d) Denise.
- e) João
- **9.** Em todo sábado que não chove, Ricardo anda de bicicleta. Se no sábado passado Ricardo andou de bicicleta, o que você pode concluir?
- 10. Considere a afirmativa a: "Todo aluno que gosta de Matemática, também gosta de poesia".
- a) Qual a negação lógica de a?
- b) Se a é verdadeira, o que se pode concluir a respeito de um aluno que não gosta de poesia?
- c) Se a é verdadeira e Adriana não gosta de Matemática, pode-se concluir que Adriana não gosta de poesia?