

数值实验报告 I

实验名称	上机实践题 1.1、1.2 题				实验时间	2021 年 9 月 11 日	
姓名	孙百乐	班级	本研 AI2001	学号	2007010218	成绩	

一、实验目的内容

上机实践题 1.1 和 1.2

二、题目描述

1.上机实践题 1.1

分别用公式  $f_1(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$  和  $f_2(x) = x/(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})$  计算  $f(1)$  和  $f(10^{10})$  的值，并与准确值  $f(1) = 0.414213562, f(10^{10}) = 50000$  作比较，说明误差大小及原因。

2.上机实践题 1.2

对于积分：

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+5} dx, n = 0, 1, 2, \dots$$

(1) 证明递推关系 
$$\begin{cases} I_n = -5I_{n-1} + \frac{1}{n}, n = 1, 2, 3, \dots, \\ I_0 = \ln 1.2 \end{cases}$$

(2) 用上述递推关系计算  $I_1, I_2, \dots, I_{20}$ , 观察数值结果是否合理并说明原因。

三、程序代码

1. 上机实践题 1.1

```
In [1]: import math
def fun1(x):
    return x*(math.sqrt(x+1)-math.sqrt(x))
def fun2(x):
    return x/(math.sqrt(x+1)+math.sqrt(x))
y1 = 0.414213562
y2 = 50000

In [2]: print(f"fun1(1)={fun1(1)}, 误差大小 {fun1(1)-y1}; fun2(1)={fun2(1)}, 误差大小 {fun2(1)-y1}")
print(f"fun1(10**10)={fun1(10**10)}, 误差大小 {fun1(10**10)-y2}; fun2(10**10)={fun2(10**10)}, 误差大小 {fun2(10**10)-y2}")
```

2. 上机实践题 1.2

```
In [1]: import math
from scipy import integrate

In [2]: def f(x):
    return x**n/(x+5)

In [3]: def In(n):
    return integrate.quad(f, 0, 1)

In [5]: I = math.log(1.2)
for n in range(20):
    n = n+1
    I = -5*I+1/n
    print(f"在递推中, I {n}={I}")
    print(f"在积分中, I {n}={In(n)[0]}")
    print("~*~*10")
```

四、数值结果

1. 上机实践题 1.1

fun1(1)=0.41421356237309515，误差大小3.730951658731385e-10；fun2(1)=0.4142135623730951，误差大小3.730951103619873e-10  
fun1(10\*\*10)=49999.94416721165，误差大小-0.05583278834819794；fun2(10\*\*10)=49999.999998750005，误差大小-1.2499949662014842e-06

2. 上机实践题 1.2

在递推中，I1=0.08839221603022707	
在积分中，I1=0.08839221603022687	
*****	
在递推中，I2=0.05803891984886467	
在积分中，I2=0.05803891984886565	
*****	
在递推中，I3=0.04313873408900998	
在积分中，I3=0.04313873408900506	
*****	
在递推中，I4=0.03430632955495011	
在积分中，I4=0.034306329554974715	
*****	
在递推中，I5=0.02846835222524946	
在积分中，I5=0.028468352225126427	
*****	
在递推中，I6=0.024324905540419356	
在积分中，I6=0.02432490554103456	
*****	
在递推中，I7=0.02123261515504607	
在积分中，I7=0.021232615151970065	
*****	
在递推中，I8=0.018836924224769652	
在积分中，I8=0.018836924240149672	
*****	
在递推中，I9=0.016926489987262844	
在积分中，I9=0.01692648991036278	
*****	
在递推中，I10=0.015367550063685786	
在积分中，I10=0.015367550448186112	
*****	
在递推中，I11=0.01407134059066198	
在积分中，I11=0.014071338668160361	
*****	
在递推中，I12=0.012976630380023432	
在积分中，I12=0.012976639992531552	
*****	
在递推中，I13=0.012039925022959766	
在积分中，I13=0.012039876960419183	
*****	
在递推中，I14=0.011228946313772595	
在积分中，I14=0.011229186626475532	
*****	
在递推中，I15=0.010521935097803692	
在积分中，I15=0.010520733534289037	
*****	
在递推中，I16=0.00989032451098154	
在积分中，I16=0.009896332328554842	
*****	
在递推中，I17=0.009371906856857001	
在积分中，I17=0.009341867768990519	
*****	
在递推中，I18=0.008696021271270546	
在积分中，I18=0.008846216710602975	
*****	
在递推中，I19=0.009151472591015689	
在积分中，I19=0.008400495394353568	

五、结果分析

1.上机实践题 1.1

当 x 较小时，两函数都没有很大误差。但 x 较大时，误差较大，f2 更接近准确值。  
误差分析：当 x 很大时，f1 中出现“两近似数相减”的情况，会损失很多有效数字，因此误差较大。

2.上机实践题 1.2

递推式计算结果与积分计算结果数值非常接近。因此可以认为数值计算结果是合理的。

六、 心得体会

学习了计算方法，才知道原来计算机算出来的数不一定就是准确的。通过上机实践，我巩固了 Python 语言编程基础，学会了用 Python 做数值计算并验证数学公式的正确性。在以后的上机实验中，我希望我可以把代码写的更简洁优雅，得出更准确的结论。

教师评语	<div>指导教师：年 月 日</div>
------	-----------------------