Teme subiecte examen – Logică Computatională, 2012-2013

I Logica propozitiilor

1. Utilizând o metodă
   a) semantică (tabelă de adevăr, forma normală conjunctiva, tabela semantică)
   b) sintactică (rezolutie, construirea deductiei, teorema de deductie si inversa sa)
   c) directă (tabela de adevar, forma normală conjunctivă, construirea deductiei, teorema de deducție şi inversa sa)
   d) prin respingere (rezoluție, tabela semantică)

   demonstrați că sunt tautologii/ teoreme, formule propozitionale, printre care:
   - A2 -cea de-a doua axiomă a calculului propozițional.
   - A3- axioma 3, „modul tollens"
   - legea silogismului
   - legea permutării/reunirii/separării premiselor

2. Verificați dacă are loc o relație de consecință logică/derivabilitate-deducție:

   $U_1, \ldots, U_n \models V$ ($\vdash$)

   Se pot utiliza:
   - construirea deducției lui V din ipotezele $U_1, \ldots, U_n$ folosind sistemul axiomatic;
   - tabela semantică pentru: $U_1 \wedge \ldots \wedge U_n \wedge \neg V$;
   - rezolutia pentru: $FNC(U_1) \wedge \ldots \wedge FNC(U_n) \wedge FNC(\neg V)$.

3. Decideți tipul (consistentă, contingentă, inconsistentă, tautologie) unei formule propozitionale U şi construiți modelele şi anti-modelele sale.
   - din tabela de adevăr a lui U
   - din tabela semantică a lui U => modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din tabela semantică a lui $\neg$ U => anti-modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din forma normală conjunctivă a lui U => anti-modelele lui U furnizate de clauzele care nu sunt tautologii
   - din forma normală disjunctiva a lui U => modelele lui U furnizate de cuburile care nu sunt inconsistente

4. Demonstrarea inconsistenței unei multimi de clauze folosind:
   - rezoluția generală + transformări
   - strategia saturării pe nivele
   - rezoluția blocării
   - rezoluția liniară ('unit' sau 'input')

5. Verificarea consistentei/inconsistentei unei multimi de clauze folosind:
   - strategia saturării pe nivele
   - rezoluția blocării + strategia saturării pe nivele
   - rezoluția liniară cu o căutare completa folosind backtracking.

6. Teoremele de corectitudine si completitudine ale metodelor de demonstrare.
   Proprietatile logicii propozitionale: coerenta, necontradictia, decidabilitatea.
   Teorema de corectitudine a logicii propozitionale.
   Dacă $\vdash U$ **atunci** $\models U$ (o teoremă este o tautologie).
   Teorema de completitudine a logicii propozitionale.
   Dacă $\models U$ **atunci** $\vdash U$ (o tautologie este o teoremă).
   Teorema de deducție şi inverse sa.

7. Definiții: tautologie, teoremă, consecință logică, consecință sintactică, echivalență logică, formulă consistentă/contingentă/tautologie/inconsistentă, interpretare, model, anti-model.
   Sistemul axiomatic (formal) al logicii propozițiilor
   Sistemul axiomatic (formal) al rezoluției propoziționale

8. Modelare raționament propozițional

II Logica predicatelor

1. Evaluarea unei formule predicative închise în interpretări date (sau propuse de student) cu domeniu finit/infinit.

2. Construire model/ anti-model pentru o formulă predicativă închisă U:
   - din tabela semantică a lui U => modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - din tabela semantică a lui $\neg$ U => anti-modelele lui U furnizate de ramurile deschise
   - se propune o interpretare care evaluează formula U ca adevărată/falsă deci este model/anti-model.

3. Verificarea proprietății de distributivitate a unui cuantificator ($\exists, \forall$) față de o conectivă ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$).

Ex: distributivitate „$\exists$” față de „$\rightarrow$":

$(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \equiv (\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)$ dacă şi numai dacă

$\models (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \leftrightarrow ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x))$ dacă şi numai dacă

$\models (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x))$ şi $\models ((\exists x)A(x) \rightarrow (\exists x)B(x)) \rightarrow (\exists x)(A(x) \rightarrow B(x))$

4.Utilizând o metodă

a) semantică (tabela semantică)
b) sintactică (rezoluție, construirea deductiei, teorema de deductie si inversa sa)
c) directă (construirea deductiei, teorema de deductie si inversa sa)
d) prin respingere (rezolutie, tabela semantica)

demonstrați că sunt tautologii/ teoreme, formule predicative.

5. Construirea formelor normale prenexe, Skolem şi clauzale ale unei formule predicative.

6. Verificați dacă are loc o relație de consecință logică/ derivabilitate- deducție:
$U_1, \ldots, U_n \models V$ (|-)
Se pot utiliza:

- construirea deductiei lui V din ipotezele $U_1, \ldots, U_n$ folosind sistemul axiomatic
- tabela semantică pentru: $U_1 \wedge \ldots \wedge U_n \wedge \neg V$;
- rezoluția pentru: $U_1^C \wedge \ldots \wedge U_n^C \wedge (\neg V)^C$.

7. Substitutii, compunerea substituțiilor.
Definiție: cel mai general unificator a 2 atomi. Algoritmul de unificare a 2 atomi.
Unificați, dacă este posibil o pereche de atomi şi determinați cel mai general unificator.

8. Demonstrarea inconsistenței unei multimi de clauze predicative folosind:

- rezoluția generală
- strategia saturarii pe nivele
- rezoluția blocării
- rezoluția liniară ('unit' sau 'input')

9. Teoremele de corectitudine si completitudine ale metodelor de demonstrare.
Proprietatile logicii predicative: coerența, necontradicția, semidecidabilitatea (teorema lui Church).
Teorema de corectitudine a logicii predicative.
Dacă $\vdash U$ **atunci** $\models U$ (o teoremă este o tautologie).
Teorema de completitudine a logicii predicative.
Dacă $\models U$ **atunci** $\vdash U$ (o tautologie este o teoremă).

10. Definiții: tautologie, teoremă, consecință logică, consecință sintactică, interpretare, model, anti-model.

Sistemul axiomatic (formal) al logicii predicatelor.
Sistemul axiomatic (formal) al rezoluției predicative.

11. Modelare raționament predicativ.

III Algebre booleene, funcții booleene, circuite logice

1. Algebre booleene: definiție + exemple.
   În funcție de operația "nand"/"nor" să se exprime operațiile logice "şi", "not", "sau".
   Definițiile noțiunilor de: „funcție booleană", "minterm","maxterm", „factorizare", "monom maximal", „monom central", simplificare funcție booleană.
2. Construirea formelor canonice conjunctivă şi disjunctivă din tabela valorilor funcției booleene. Exemple de mintermi şi maxtermi (de 2,3,4 variabile): notații, expresii, tabele de valori. Proprietati mintermi şi maxtermi.
3. Simplificarea funcțiilor booleene de 2/3/4 variabile utilizând metoda lui Quine/ diagrame Veitch/ diagrame Karnaugh.
   Funcțiile booleene se pot furniza astfel:
   - în forma canonica disjunctivă ca o disjuncție de mintermi (dati prin notatie standard):
     $$f(x_1,x_2,x_3)= m_0 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$$
   - în forma canonică disjunctivă prin expresiile mintermilor:
     $$f(x_1,x_2,x_3,x_4)= x_1x_2\bar{x}_3x_4 \vee x_1x_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4$$
     $$\vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3x_4;$$
   - printr-o expresie care trebuie adusă la forma canonică disjunctivă.

     $f(x_1, x_2, x_3) = x_3(\bar{x}_1 \vee x_2) \vee x_1(x_2 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3) \vee \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$, aplicare distributivitate
     si aducere la forma canonică
     sau
     $f(x, y, z) = x(\bar{y} \oplus z) \vee y(\bar{x} \oplus z) \vee \bar{x}(\bar{y} \downarrow z) \vee (\bar{x} \downarrow y)z$; înlocuire $\oplus, \downarrow$

   - prin intermediul tabelei sale de valori din care se construieşte forma canonică disjunctivă:

x	*y*	*z*	*f*
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

   - prin intermediul valorilor sale de 1:

$f_1(1,1,1,1) = f_1(1,1,0,1) = f_1(0,1,1,1) = f_1(1,1,0,0) = f_1(0,1,0,0) = f_1(0,0,0,0)=$
$= f_1(0,0,0,1) = f_1(0,0,1,1) = 1$;
construindu-se forma sa canonică disjunctivă

- prin intermediul zerourilor sale:

$f_1(0,1,0) = f_1(0,1,1) = f_1(1,0,1) = 0$,
-se obțin valorile de 1 ale funcției si apoi forma sa canonică disjunctivă

4. Desenare circuit logic din expresia funcției booleene, atât cu porți de bază, cât şi cu porți derivate.
   Construire expresie funcție booleană care modelează funcționarea unui circuit logic dat, atât cu porți simple, cât şi cu porți derivate.

5.Exemple de circuite combinaționale: “circuitul de comparare a 2 cifre binare”, “circuitul de adunare a 2 cifre binare”, “ circuitul de adunare binară pe n biți”, circuitul de codificare/decodificare în binar.