

Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №3
Дисциплина: Телекоммуникационные технологии
Тема: Линейная фильтрация.

Работу выполнил студент
гр. 33501/4 Леженин Ю.И.
Преподаватель
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
15 апреля 2018 г.

1 Цель работы.

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

2 Постановка задачи.

Сгенерировать гармонический сигнал с шумом и синтезировать ФНЧ. Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

3 Ход работы.

3.1 Линейные цепи.

Преобразование непрерывных сигналов в линейных цепях с постоянными параметрами может быть описано с помощью линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

При прохождении гармонического сигнала через такую цепь меняется его амплитуда и фаза:

$$x(t) = A_x e^{j(2\pi ft + \phi_x)} \rightarrow y(t) = A_y e^{j(2\pi ft + \phi_y)}.$$

Отношение выходного сигнала ко входному произвольной частоты называется частотной характеристикой (ЧХ):

$$G(f) = \frac{A_y}{A_x} e^{j(\phi_y - \phi_x)} = |G(f)| e^{j\phi(f)}.$$

Модуль $|G(f)|$ называется амплитудно-частотная характеристика, $\phi(f)$ – фазо-частотная характеристика. Реакция цепи $g(t)$ на единичный δ -импульс называется импульсная характеристика (ИХ).

При прохождении через цепь произвольного сигнала $x(t)$, спектр выходного сигнала $y(t)$ имеет вид

$$Y(f) = X(f)G(f).$$

Согласно теореме о свертки выходной сигнал может быть найден как

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^t x(t')g(t - t')dt'.$$

3.2 Фильтры.

Линейные цепи широко используются в качестве фильтров. Фильтры – это устройства, целенаправленным образом изменяющие спектры сигналов. Фильтрация позволяет повысить отношение полезного сигнала к шумам и помехам.

Фильтры часто классифицируют по виду частотной характеристики, выделяют четыре основных типа:

- фильтр нижних частот (ФНЧ),
- фильтр верхних частот (ФВЧ),
- фильтр полосно-пропускающий (ФПП),
- фильтр полосно-заграждающий (ФПЗ).

Частотные характеристики для идеальных фильтров, относящихся к перечисленным типам, приведены на рисунке 3.1.

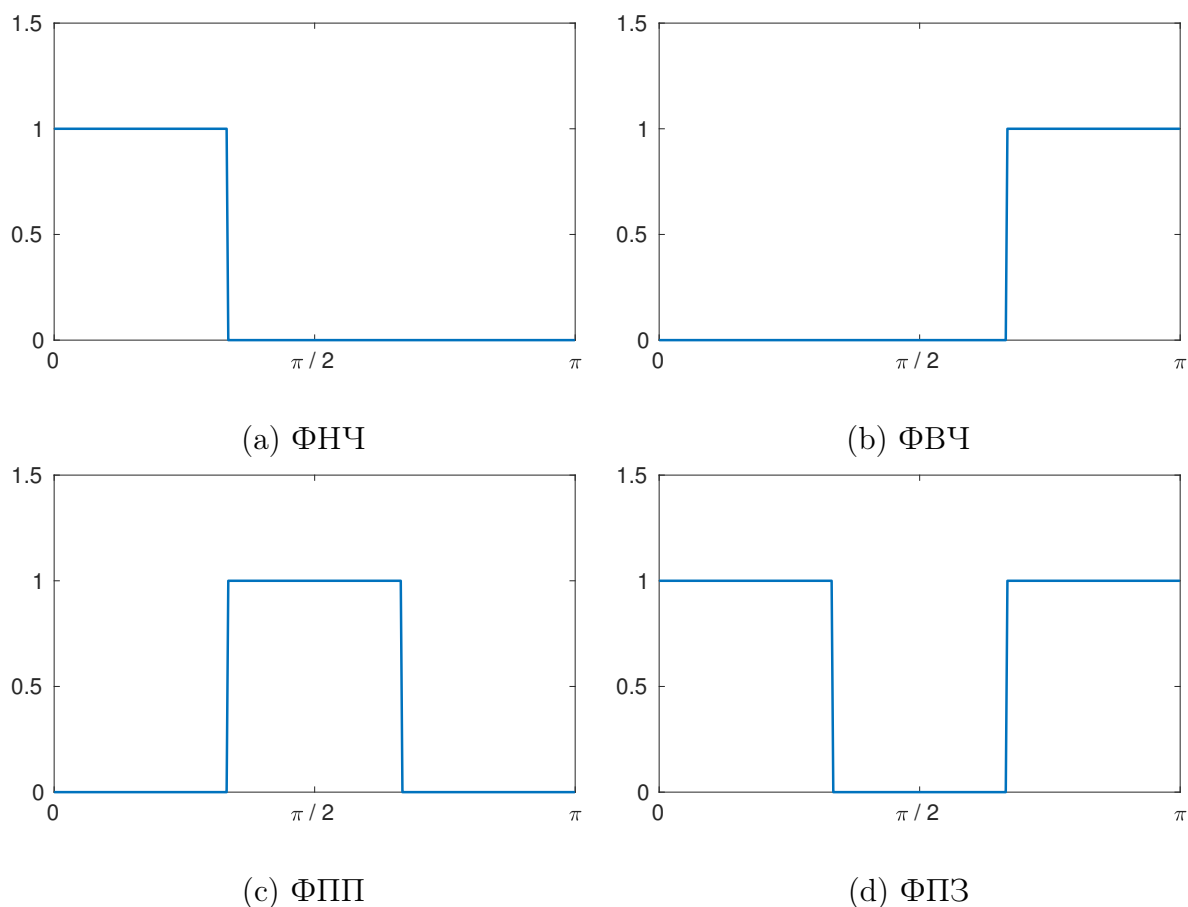


Рис. 3.1: Частотные характеристики идеальных фильтров.

Идеальная характеристика представляет собой прямоугольную функцию, соответствующая импульсная характеристика представляет собой функцию $\text{sinc}(t)$. Данная функция определена на интервале $[-\infty, \infty]$,

что делает физическую реализацию невозможной. Для получения фильтра с частотной характеристикой приближенной к идеальной существует множество различных техник синтеза.

Существует два типа архитектуры цифровых фильтров. Фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ) порядка l строятся по принципу

$$y[n] = a_0 x[n] + a_1 x[n-1] + \dots + a_l x[n-l].$$

Фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) включают рекурсивные зависимости:

$$y[n] = a_0 x[n] + a_1 x[n-1] + \dots + a_l x[n-l] + b_1 y[n-1] + \dots + b_m y[n-m].$$

КИХ-фильтры наиболее просты для синтеза и применения, они всегда имеют линейную ФЧХ. БИХ-фильтры требуют соблюдение условий устойчивости, а задержка ФЧХ, как правило, нелинейна.

3.3 Фильтрация сигнала.

Для демонстрации работы фильтров был смоделирован гармонический сигнал $x(t) = \sin(2\pi 5t) - 0.5\cos(2\pi 2.5t)$. К исходному сигналу был добавлен белый шум распределенный по закону Гаусса. Исходный и зашумленные сигналы приведены на рисунке 3.2.

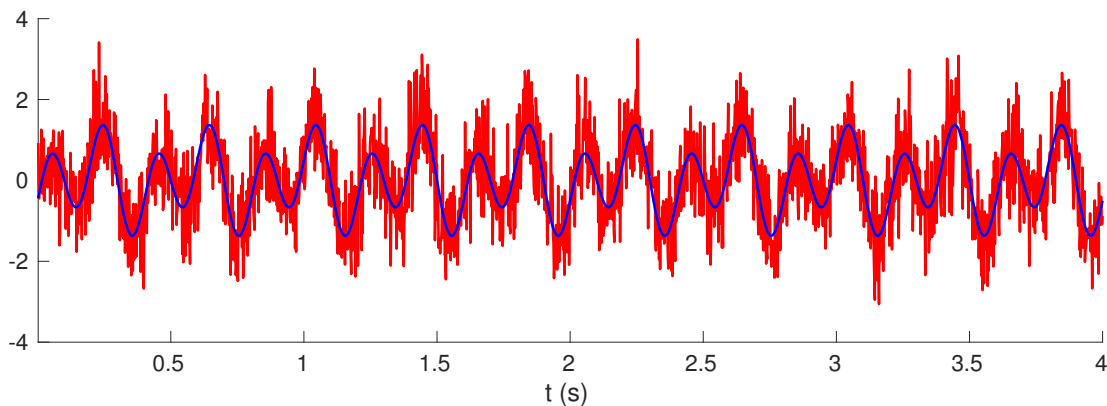


Рис. 3.2: Сигнал вида $x(t) = \sin(2\pi 5t) - 0.5\cos(2\pi 2.5t)$ и тот же сигнал с наложенным белым шумом. Отношение сигнал/шум 3 Дб.

В частотном представлении сигналу соответствует 4 импульса на частотах -5 Гц и 5 Гц, -2.5 Гц и 2.5 Гц. Для зашумленного сигнала спектр содержит шум распределенный равномерно по частотам. Спектр исходного и зашумленного сигнала приведены на рисунке 3.3.

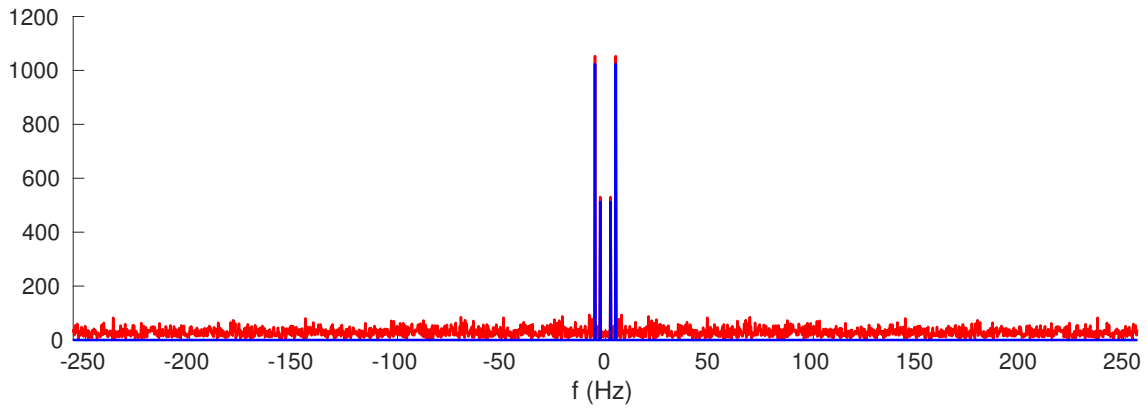


Рис. 3.3: Спектр сигнала вида $x(t) = \sin(2\pi 5t) - 0.5\cos(2\pi 2.5t)$ и спектр того же сигнала с наложенным белым шумом. Отношение сигнал/шум 3 Дб.

Для удаления шума был синтезирован фильтр с использованием окна Каизера. Граница полосы пропускания находится на частоте $F_{pass} = 6$ Гц, а полосы заграждения – частоте $F_{stop} = 12$ Гц, допустимая амплитуда отклонений в полосе пропускания $A_{pass} = 1$ Дб, уменьшение амплитуды в полосе заграждения $A_{stop} = -40$ Дб. Полученный в результате синтеза фильтр 191 порядок. Частотная и импульсная характеристики фильтра приведены на рисунке 3.4.

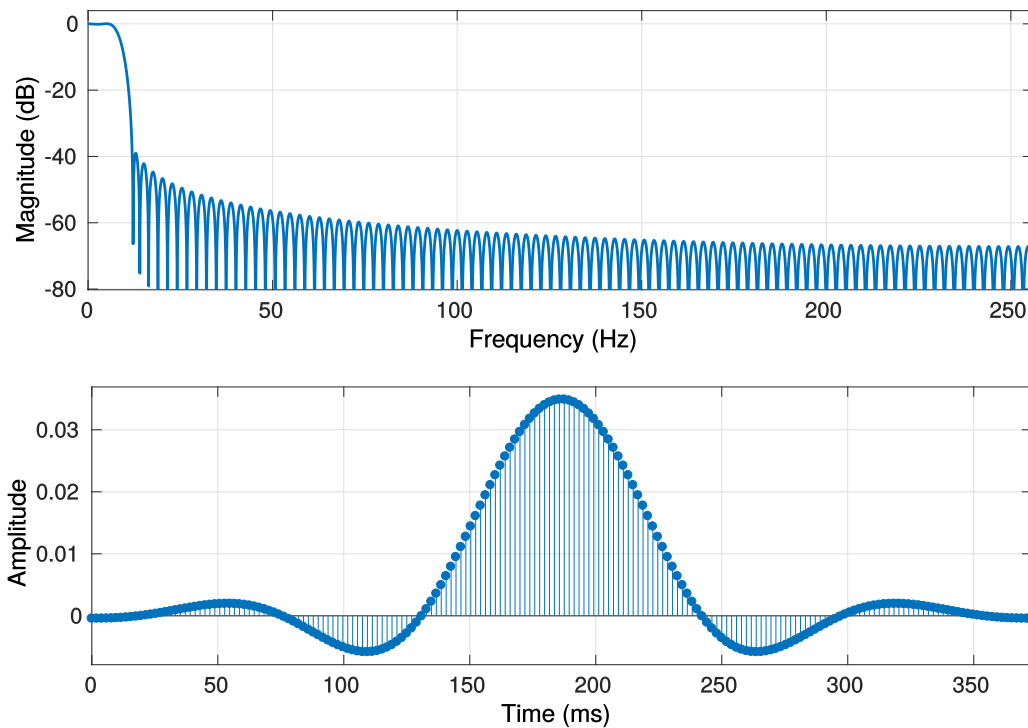


Рис. 3.4: Амплитудно-частотная и импульсная характеристики синтезированного фильтра с окном Кайзера 191 порядка.

После прохождения через фильтр сигнал имеет задержку, длительность которой зависит от порядка фильтра. Шум на высоких частотах отсутствует, однако в полосе пропускания фильтра шум сохраняется, выходной сигнал имеет искажения. Исходный сигнал и выход фильтра приведены на рисунке 3.5. Спектр исходного сигнала и спектр сигнала с выхода фильтра приведены на рисунке 3.6.

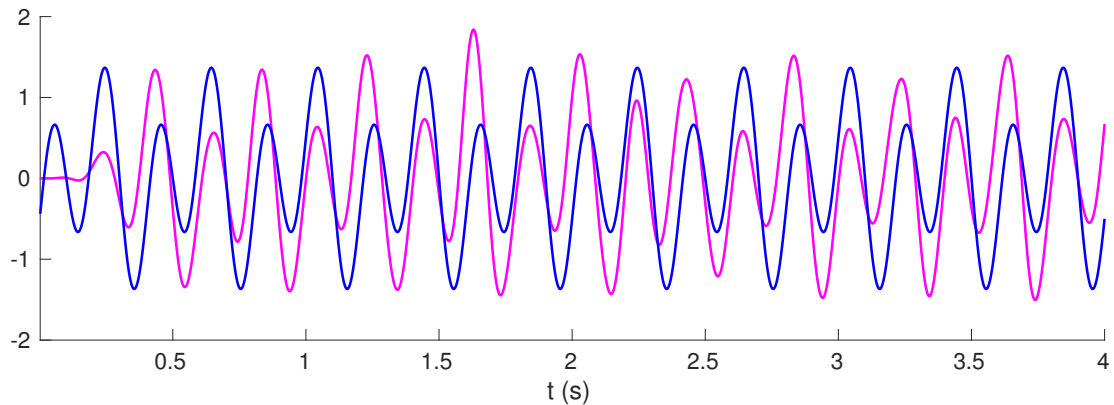


Рис. 3.5: Сигнал вида $x(t) = \sin(2\pi 5t) - 0.5\cos(2\pi 2.5t)$ и сигнал с выхода фильтра с окном Кайзера 191 порядка.

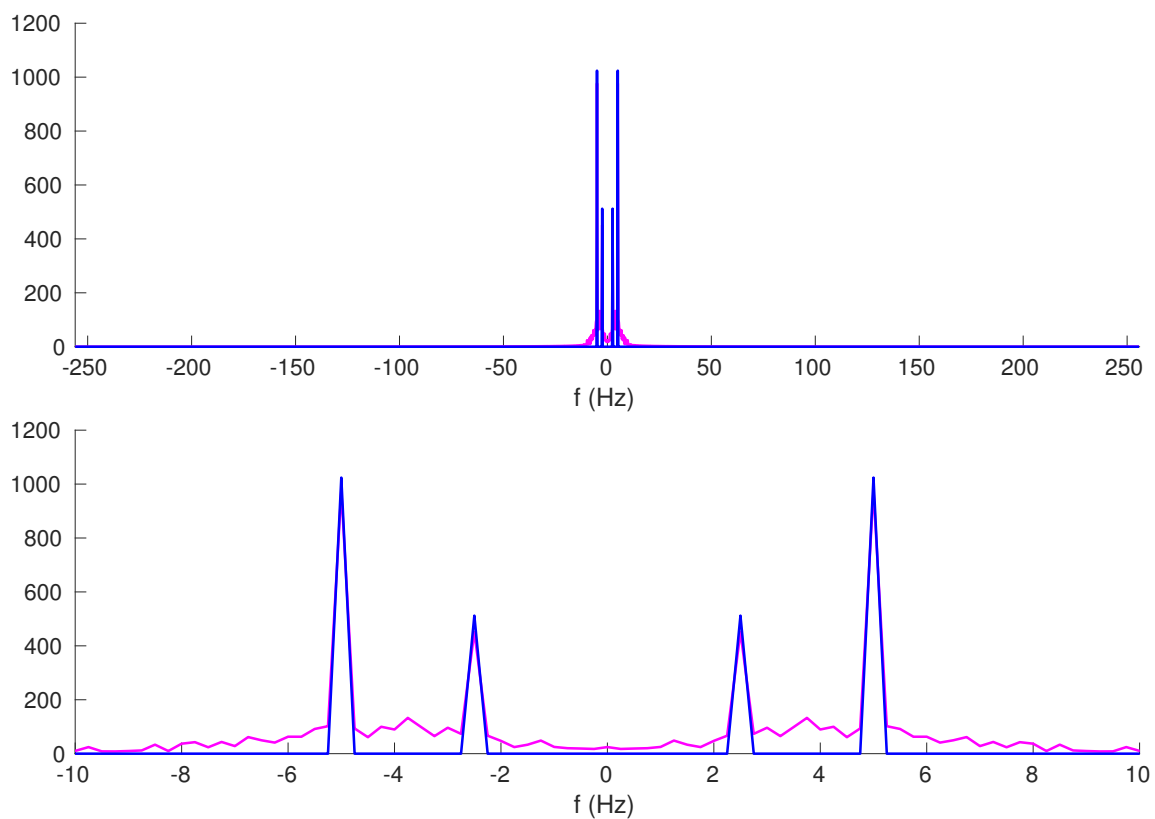


Рис. 3.6: Спектр сигнала вида $x(t) = \sin(2\pi 5t) - 0.5\cos(2\pi 2.5t)$ и спектр сигнала с выхода фильтра с окном Кайзера 191 порядка.

4 Выводы.

Линейный цепи позволяют осуществлять фильтрацию сигнала, т.е. целенаправленным образом менять спектр сигнала. Это позволяет повысить отношение полезного сигнала к шумам и помехам.

По виду амплитудно-частотной характеристики фильтры делятся на 4 типа: ФНЧ, ФВЧ, ФПП, ФПЗ. По виду импульсной характеристики выделяют КИХ-фильтры и БИХ-фильтры.

5 Приложение.

Листинг 1: Программа для генерации и фильтрации сигналов.

```
1 close all;
2 clear all;
3
4 figure_properties = {'units', 'centimeters', 'position'
5                     , [12, 10, 30, 10], ...
6                     'DefaultAxesPosition', [0.08, 0.17, 0.88, 0.8]};
7 lw = 1.8;
8 fs = 16;
9
10 F0 = 5;
11 Fs = 512;
12 N = 2048;
13
14 t = (1:N)/Fs;
15 x = sin(2 * pi * F0 * t) - 0.5 * cos(2 * pi * F0/2 * t)
16 ;
17 y = awgn(x, 3);
18
19 figure (figure_properties{:})
20 hold on
21 plot(t, y, 'r', 'LineWidth', lw)
22 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', lw)
23 xlim([min(t), max(t)]);
24 xlabel('t (s)')
25 legend('Noisy signal', 'Signal')
26 set(gca, 'FontSize', fs)
27
28 X = fftshift(fft(x));
```

```

27 Y = fftshift(fft(y));
28 f = (-N/2:N/2-1) .* (Fs/N);
29
30 figure (figure_properties{:})
31 hold on
32 plot(f, abs(Y), 'r', 'LineWidth', lw)
33 plot(f, abs(X), 'b', 'LineWidth', lw)
34 xlim([-Fs/2, Fs/2]);
35 xlabel('f (Hz)')
36 legend('Noisy signal spectrum', 'Signal spectrum')
37 set(gca, 'FontSize', fs)
38
39 figure (figure_properties{:})
40 hold on
41 plot(f, abs(Y), 'r', 'LineWidth', lw)
42 plot(f, abs(X), 'b', 'LineWidth', lw)
43 legend('Noisy signal spectrum', 'Signal spectrum')
44 xlim([min(-F0*2), max(F0*2)]);
45 xlabel('f (Hz)')
46 set(gca, 'FontSize', fs)
47
48 % Filter design
49
50 Fpass = 6; % Passband Frequency
51 Fstop = 12; % Stopband Frequency
52 Dpass = 0.057501127785; % Passband Ripple
53 Dstop = 0.01; % Stopband Attenuation
54 flag = 'scale'; % Sampling Flag
55
56 [N,Wn,BETA,TYPE] = kaiserord([Fpass Fstop]/(Fs/2), [1
    0], [Dstop Dpass]);
57
58 b = fir1(N, Wn, TYPE, kaiser(N+1, BETA), flag);
59 Hd = dfilt.dffir(b);
60
61 g = filter(b, 1, y);
62
63 figure (figure_properties{:})
64 hold on
65 plot(t, g, 'm', 'LineWidth', lw)
66 plot(t, x, 'b', 'LineWidth', lw)

```



```

67 xlim([min(t), max(t)]);
68 xlabel('t (s)')
69 legend('De-noised signal', 'Signal')
70 set(gca, 'FontSize', fs)
71
72 G = fftshift(fft(g));
73
74 figure(figure_properties{:})
75 hold on
76 plot(f, abs(G), 'm', 'LineWidth', lw)
77 plot(f, abs(X), 'b', 'LineWidth', lw)
78 xlim([-Fs/2, Fs/2]);
79 xlabel('f (Hz)')
80 legend('De-noised signal spectrum', 'Signal spectrum')
81 set(gca, 'FontSize', fs)
82
83 figure(figure_properties{:})
84 hold on
85 plot(f, abs(G), 'm', 'LineWidth', lw)
86 plot(f, abs(X), 'b', 'LineWidth', lw)
87 xlim([min(-F0*2), max(F0*2)]);
88 xlabel('f (Hz)')
89 legend('De-noised signal spectrum', 'Signal spectrum')
90 set(gca, 'FontSize', fs)

```