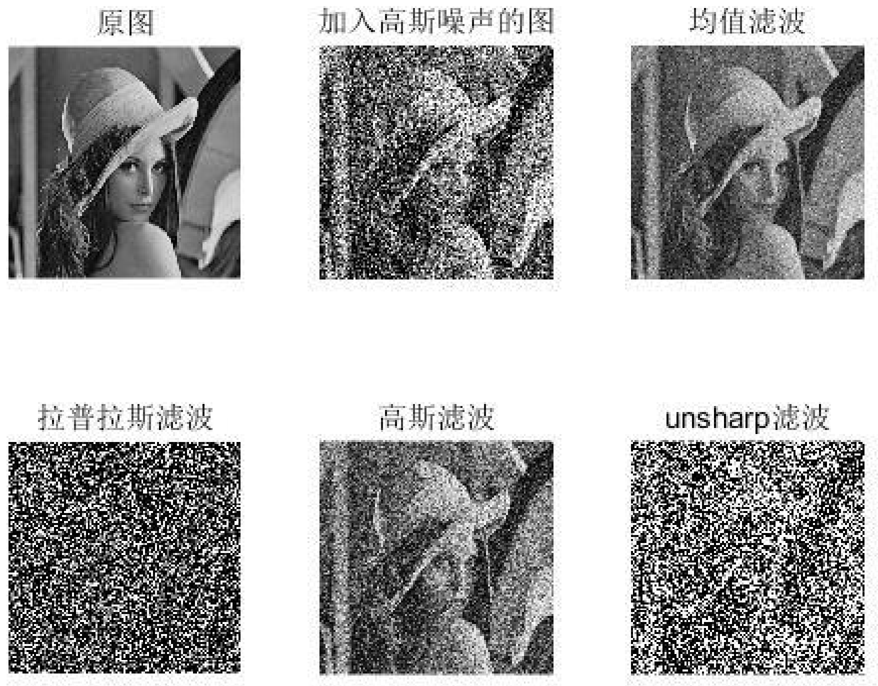
数字图像处理

第六次作业

自动化 62
李凡
2160504042

1. **在测试图像上产生高斯噪声 lena 图-需能指定均值和方差；并用多种滤波器恢复图像，分析各自优缺点；**



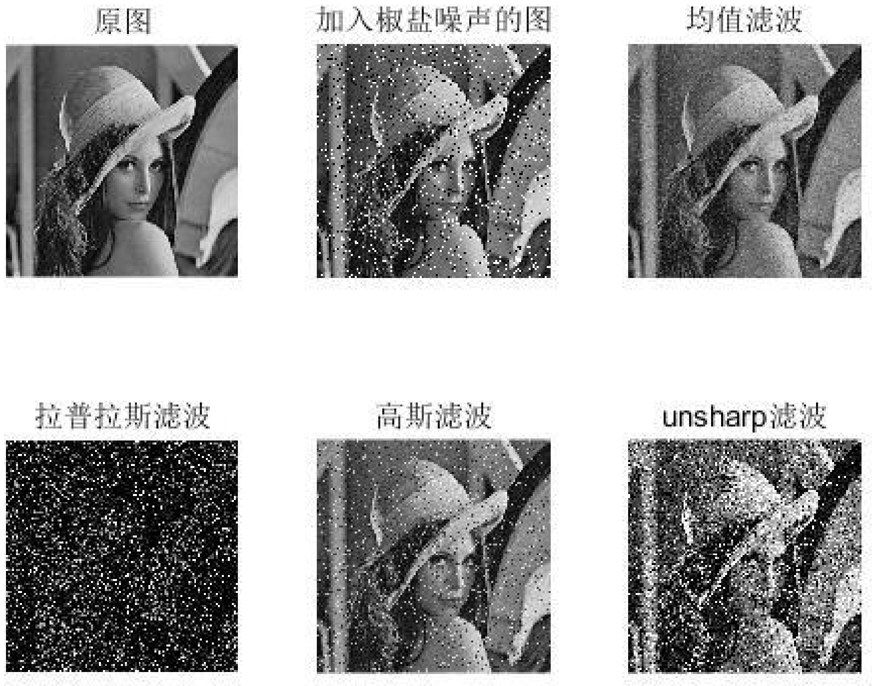
实验结论：

可以看出，随着方差的增加，图像的噪声现象更加严重，随着均值的增加，图像变得更加明亮；

分别使用四种滤波器进行了恢复，可以看出均值滤波器效果最好，高斯滤波效果较差，但滤波后的图片变得更加的模糊，另两种滤波器则不太适用此图片的恢复，更加适合于边缘检测。

2. **在测试图像 lena 图加入椒盐噪声（椒和盐噪声密度均是 0.1）； 用学过的滤波器恢复图像；在使用反谐波分析 Q 大于 0 和小于 0 的作用；**

实验结果：

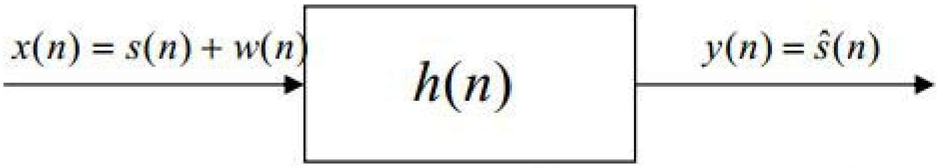


实验结论：

可以看出，随着椒盐噪声密度的增加，图片噪声现象变得更加严重。分别使用四种滤波器进行了恢复，可以看出均值滤波器效果最好，高斯滤波效果较差，但滤波后的图片变得更加的模糊，另两种滤波器则不太适用此图片的恢复，更加适合于边缘检测。

3.推导维纳滤波器并实现下边要求；

维纳滤波器的推导：



其中x(n)为现实中观测到的信号，x(n)被表示为期望信号 s(n)与噪声 w(n)的叠加，通过 h(n) 滤波之后，我们得到 s 一撇（n），它是对 s(n)的估计。

设$h(n)$是物理可实现的，也即是因果序列：

$$h(n)=0,当n<0$$

因此，从式(5-1)、(5-2)、(5-3)、(5-4)推导：

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{+\infty}h(m)x(n-m) \tag{5-5}$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty}h(m)x(n-m))^2\right] \tag{5-6}$$

要使得均方误差最小，则将上式对各$h(m)$，m＝0，1，…，求偏导，并且等于零，得：

$$2E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)x(n-m))x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots \tag{5-7}$$

即

$$E\left[s(n)x(n-j)\right]=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)E\left[x(n-m)x(n-j)\right] \qquad j\geq 0 \tag{5-8}$$

用相关函数 R 来表达上式，则得到维纳－霍夫方程的离散形式：

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j\geq 0 \tag{5-9}$$

从维纳－霍夫方程中解出的 h 就是最小均方误差下的最佳 h，$h_{opt}(n)$。求到$h_{opt}(n)$，这时的均方误差为最小：

如何去求解维纳一霍夫方程，即式（5—9）中解 $h_{opt}(n)$ 的问题，设 $h(n)$ 是一个因果序列且可以用有限长（N 点长）的序列去逼进它，则式(5-5) 一(5-10)分别发生变化：

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m) \tag{5-11}$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)\right)^2\right] \tag{5-12}$$

$$2E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)x(n-m)\right)\underline{x(n-j)}\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots N-1 \tag{5-13}$$

x(n-j)乘进去

$$E\left[s(n)x(n-j)\right]=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)E\left[x(n-m)x(n-j)\right] \qquad j=0,1,\cdots N-1 \tag{5-14}$$

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1 \tag{5-15}$$

于是得到 N 个线性方程：

$$\begin{cases} j=0 & R_{xs}(0)=h(0)R_{xx}(0)+h(1)R_{xx}(1)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-1) \\ j=1 & R_{xs}(1)=h(0)R_{xx}(1)+h(1)R_{xx}(0)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots \\ j=N-1 & R_{xs}(N-1)=h(0)R_{xx}(N-1)+h(1)R_{xx}(N-2)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(0) \end{cases}$$

写成矩阵形式有：

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_{xs}(0) \\ R_{xs}(1) \\ \vdots \\ R_{xs}(N-1) \end{bmatrix} \tag{5-16}$$

简化形式：

$$\mathbf{R_{xx}H=R_{xs}} \tag{5-17}$$

式中，$\mathbf{H}$＝[h(0) h(1) ⋯h(N-1)]′，是待求的单位脉冲响应；

$\mathbf{R_{xs}}=\left[R_{xs}(0),R_{xs}(1),\cdots R_{xs}(N-1)\right]'$，是互相关序列；

$$\mathbf{R_{xx}}=\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$，是自相关矩阵。

只要$\mathbf{R_{xx}}$是非奇异的，就可以求到$\mathbf{H}$：

$$\mathbf{H=R_{xx}^{-}}$$

所以，求解维纳-霍夫方程，最终需要的两个条件就是：

1、期望信号s(n)与观测数据 x(n)的互相关函数 Rxs(n)

2、观测数据的自相关函数 Rxx(n)

实验结果：

模糊变换后图片　　　　　　　　模糊变换后加入椒盐噪声图

维纳滤波器恢复后图片 k=0.0001 维纳滤波器恢复后图片 k=0.001

维纳滤波器恢复后图片 k=0.01　　维纳滤波器恢复后图片 k=0.1

实验结论：

自己构建的模糊滤波器的作用效果相对于 matlab 自带函数不太明显。

维纳滤波器恢复图片结果与参数 k 有关，k 越大，图片越明亮光滑，噪点越少，但是图片对比度越差，k 越小，图片越清晰，对比度越大，但是噪点较多。