



Robótica Industrial
Aula prática nº 9
Cinemática diferencial
Jacobiano Direto e Jacobiano Inverso

Vítor Santos

Universidade de Aveiro

21 Nov 2022

Sumário

1 Jacobiano Direto e Velocidades

2 Jacobiano Inverso

3 Trajeto circular

Exercício 1 - Jacobiano Direto

Criar a função $J=\text{jacobianRR}(Q,L1,L2)$

- A função devolve o valor do jacobiano direto do robô RR planar onde:
 - $Q = [q1, q2]^T$ é o vetor das juntas
 - $L1$ e $L2$ são os comprimentos dos elos

Traçar curvas de velocidades do 'end-effector' entre os pontos A e B

- Usando a função $J=\text{jacobianRR}(Q,L1,L2)$, para $L1=3$ e $L2=2$, traçar as curvas das "velocidades" lineares (dx e dy) da ponta desde $A = [4,0]^T$ até $B = [-3,1]^T$, em que as **juntas têm velocidades constantes**, ou seja:
 - $dq1 = (q1B - q1A)/N$ (constante)
 - $dq2 = (q2B - q2A)/N$ (constante)
- A cada instante se tem $dr = J(Q)dq$ onde:
 - $dr = [dx, dy]^T$ e $dq = [dq1, dq2]^T$
 - $Q_{\text{novo}} = Q_{\text{atual}} + dq$

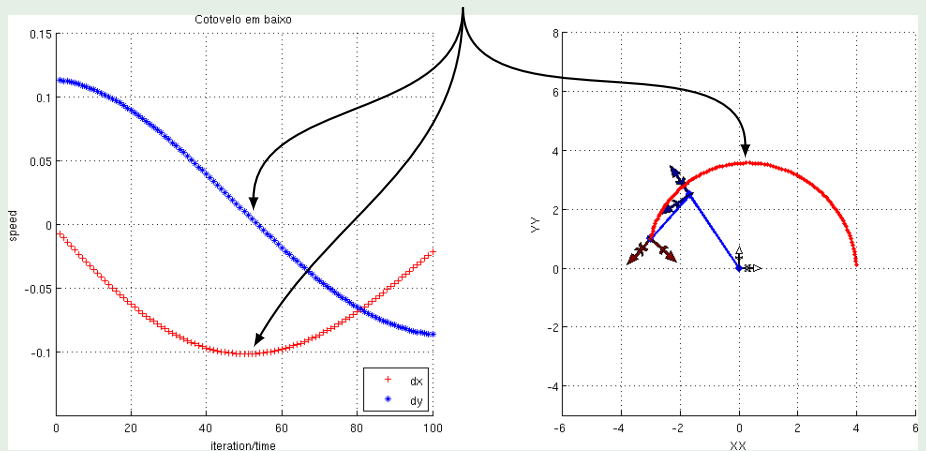
Para os dados deste problema com cotovelo em baixo (1^{a} redundância) e, por exemplo, $N=100$, virá:

$$\bullet \quad dq = \frac{\text{invkinRR}(-3,1,L1,L2) - \text{invkinRR}(4,0,L1,L2)}{100} = \left(\begin{bmatrix} 2.1608 \\ 1.8235 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.5054 \\ 1.3181 \end{bmatrix} \right) / 100 = \begin{bmatrix} 0.0267 \\ 0.0051 \end{bmatrix} \text{ rad}$$

Exercício 1 - Ilustração das velocidades

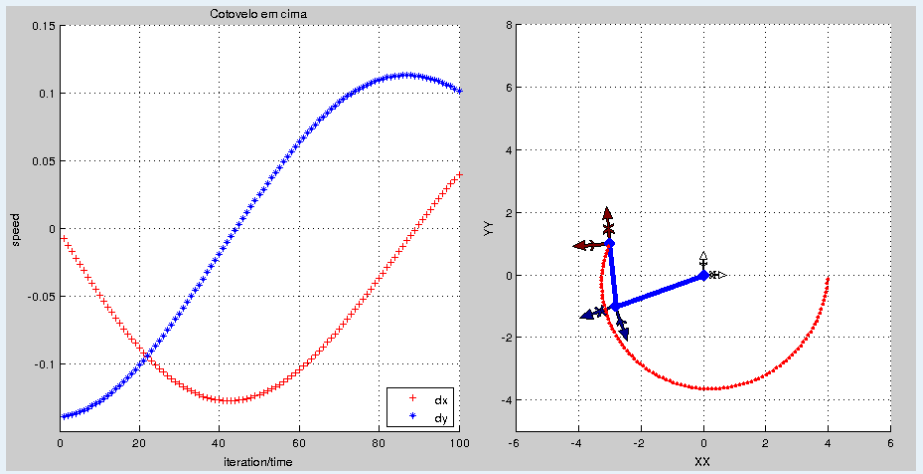
Componentes dx e dy da "velocidade": cotovelo em baixo

Ponto com velocidade vertical (dy) nula e a horizontal (dx) é máxima.



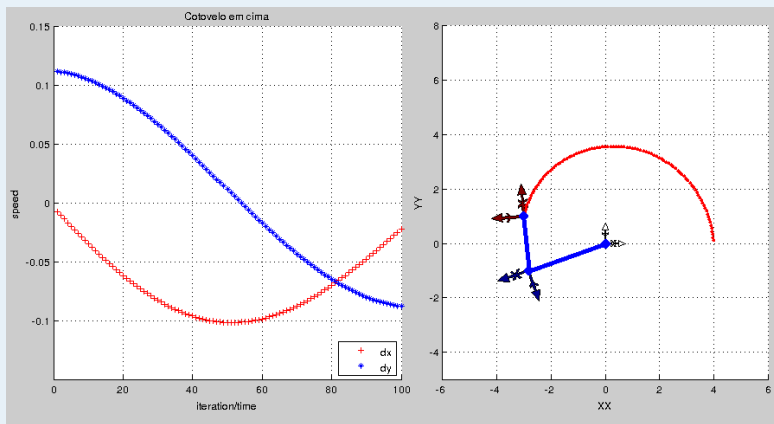
Exercício 2 - Velocidades noutra configuração

Repetir o exercício anterior com "cotovelo para cima"



Exercício 3 - Velocidades no sentido positivo

O que se pode fazer para que a trajetória evolua sempre por ângulos crescentes, para se ter o efeito abaixo, em vez do efeito anterior?



Sugestão: O ângulo final de $q1$ é negativo, e por isso o `linspace` evolui pelos ângulos negativos! Como se pode corrigir mantendo o destino final?

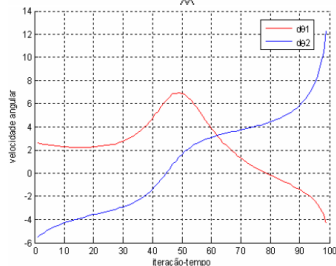
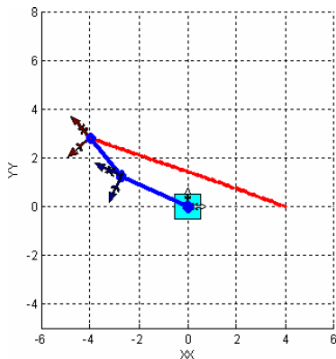
Exercício 4 - Jacobiano inverso

Escrever $J = \text{jacobianRRInv}(Q, L1, L2)$

- Esta função devolve o Jacobiano inverso do robô RR planar com:
 - $Q = [q1, q2]^T$: vetor de juntas
 - $L1$ e $L2$: comprimentos dos elos
- Usar o inverso numérico do Jacobiano.

Traçar as curvas das velocidades angulares das duas juntas ($dq1$ e $dq2$)

- $L1=3$ e $L2=2$ e a ponta desloca-se **linearmente** entre $A=[4,0]$ e $B=[-4,3]$.
- Começar com cotovelo para cima.
- As velocidades lineares são dadas por:
 - $dx=(-4-4)/N$ e $dy=(3-0)/N$
 - Se $N=100 \Rightarrow dx = -0.08$ e $dy=0.03$



Exercício 5 - Trajeto circular

Movimentar a ponta de um RR planar ao longo de uma circunferência

- Com $L1=3$ e $L2=2$, obter o gráfico das velocidades nas juntas para que a ponta descreva uma circunferência centrada em $[2, 1]^T$ e raio $r=1$.

- $dq = J^{-1}dr$
- $dq = [dq1, dq2]^T, dr = [dx, dy]^T$

- Deve iniciar-se o movimento com o cotovelo em cima desde o ponto $[3, 1]^T$

- Usar as equações paramétricas da circunferência para obter os diversos valores de $[dx \ dy]$ correspondentes.

- $x = x0 + r \cos(t), (0 < t < 2\pi)$
- $y = y0 + r \sin(t), (0 < t < 2\pi)$

