



# **Robótica Industrial**

## **Aula prática nº 5**

**Cinemática Direta**  
**Funções adicionais**  
**Múltiplas matrizes DH**

Vítor Santos

Universidade de Aveiro

24 Out 2022

# Exercício 1 - LinspaceVect

## Criar a função `MQ=LinspaceVect(Qi, Qf, N)`

- A função deve emular a operação de `linspace` sobre vetores.
- $Q_i$  - vetor dos valores iniciais
- $Q_f$  - vetor dos valores finais
- $N$  - número de elementos dos `linspace`
- $MQ$  - matriz com todos os vetores — cada linha será o `linspace` dos elementos correspondentes de  $Q_i$  até  $Q_f$ .

## Exemplo de aplicação

$$Q_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, Q_f = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -8 \end{bmatrix}, N = 4 \implies MQ = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & -6 & -8 \end{bmatrix}$$

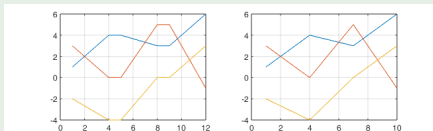
## Exercício 2 - Teste da LinspaceVect

### Criar e concatenar várias execuções da função LinspaceVect

Usar os seguintes vetores começando em  $Q_A$ , terminando em  $Q_D$ , criando uma matriz final global  $MMQ = [Q_A \cdots Q_B \cdots Q_C \cdots Q_D]$  (e  $N = 4$ )

$$Q_A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, Q_B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, Q_C = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, Q_D = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix},$$

### Representar a matriz resultante $MMQ$



### Repetições na matriz $MMQ$

Com a metodologia de concatenação, os vetores intermédios repetem-se. Propor uma solução em Matlab para remover essas repetições (direita).

## Exercício 3 - GenerateMultiDH

### Criar a função `MDH=GenerateMultiDH(DH, MQ)`

- A função permite obter as matrizes DH concretizadas (já sem variáveis) para as diversas posições das juntas de um robô. Essas diversas matrizes DH devem vir numa hipermatriz.
- Descrição dos parâmetros e retorno da função:
  - MDH - hipermatriz de matrizes DH definidas para os diversos vetores coluna de MQ.
  - DH - A matriz base de Denavit-Hartenberg que corresponde à posição zero do robô (juntas no valor de *home position*)
  - MQ - dado por `Linespacevect(Qi, Qf, N)`
    - Qi e Qf - vetores dos valores iniciais e finais das juntas
    - N - número de colunas de MQ, i.e., número de posições a calcular.

### As variáveis na matriz DH

Para já, assume-se que as juntas do robô são apenas rotacionais; isso significa que as matrizes DH presentes na hipermatriz **MDH** vão ser todas iguais entre si, exceto na primeira coluna que corresponde às variáveis de cada junta  $\theta_i$  onde  $i = 1, 2, \dots, n$ . As variáveis de junta  $\theta_i$  são também usualmente designadas  $q_i$  constituindo o vetor de juntas  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$

# Explicação da MDH

## Obtenção de MDH

- A hipermatriz **MDH** obtém-se a partir de **DH** e **MQ**.
- **DH** é matriz base de Denavit-Hartenberg para um robô com  $n$  elos, e os seus campos variáveis (assinalados abaixo) serão substituídos pelos diversos valores de juntas de MQ.

$$\text{DH} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline q_1 & L_1 & d_1 & \alpha_1 \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline q_n & L_n & d_n & \alpha_n \\ \hline \end{array}$$

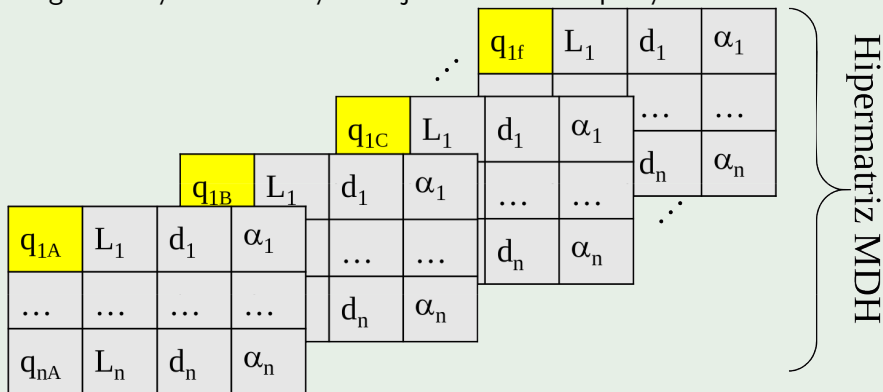
- MQ tem os vetores de juntas para as diversas posições desde A até f (final), onde cada coluna representa uma configuração do robô:

$$\text{MQ} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline q_{1A} & q_{1B} & q_{1C} & \dots & q_{1f} \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline q_{nA} & q_{nB} & q_{nC} & \dots & q_{nf} \\ \hline \end{array}$$

# Explicação da MDH - 2

## Formato da MDH

A matriz **MDH** conterá as **DH** particulares para todas as posições intermédias de um robô representando um movimento das juntas. Na figura realça-se a evolução da junta 1 desde a posição A até f.



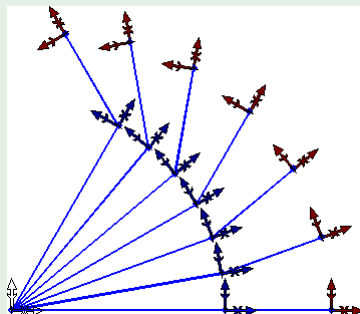
## Exercício 4 - Aplicação a um caso concreto

- Obter a matriz MDH para um robo RR planar com os dados:
  - $L1=2; L2=1$
  - $Q_i = [0 \quad 0]^T$  ;  $Q_f = [60^\circ \quad 60^\circ]^T$  ;  $N = 7$
- Representar as 7 configurações em simultâneo com a invocação repetida da função DrawLinks() e DrawFrames().

### Ilustração do resultado

Cada uma das sete configurações usou a sua matriz MDH(:, :, i) para se obter a respectiva hipermatriz AA que serve para resolver o problema:

- $AA = Tlinks(MDH(:, :, i));$
- $Org = LinkOrigins(AA);$
- $h = DrawLinks(Org);$
- $H = DrawFrames(AA, ...);$



# Exercício 5 - Generalização da MDH

## Adaptar a função `GenerateMultiDH`

- A função `GenerateMultiDH()` criada anteriormente admite que as variações em MQ são todas dos ângulos de junta  $\theta_k$ . Se se quiser impor variações em  $d_k$  (junta prismática), será preciso usar um vetor adicional como argumento da função para indicar se as juntas são rotacionais ou prismáticas.
- Assim, deve-se adaptar a função `GenerateMultiDH`, para funcionar com esse vetor adicional.
- `MDH=GenerateMultiDH(DH, MQ, t)` onde `t` é vetor com tantos elementos quanto o número de linhas de `DH`.
  - Se `t(k)=0`, a junta `k` é rotacional (caso por defeito)
  - Se `t(k)=1`, a junta `k` é prismática
- A função `GenerateMultiDH()` deve estar preparada para receber 2 ou três argumentos. Em matlab isso faz-se dentro da função usando a variável intrínseca `nargin`.



# Exercício 6 - Validação da nova GenerateMultiDH

## Ilustrar a nova GenerateMultiDH num robô RRP (esférico).

- Estabelecer a matriz DH base usando os seguintes dados:
  - $L1=L2=1$ ;  $d3_{max}=1$
  - Se  $t(k) = 1$ , a junta  $k$  é prismática
- Obter a MDH para os seguintes intervalos das juntas:
  - $Q_i = [0 \ 0 \ 0]^T$  ;  $Q_f = [0 \ 60^\circ \ 1]^T$  ;  $N = 5$
  - NB. A terceira junta é prismática, logo o vetor  $t$  em  $MDH=GenerateMultiDH(DH,MQ,t)$  será  $t = [0 \ 0 \ 1]$ .

