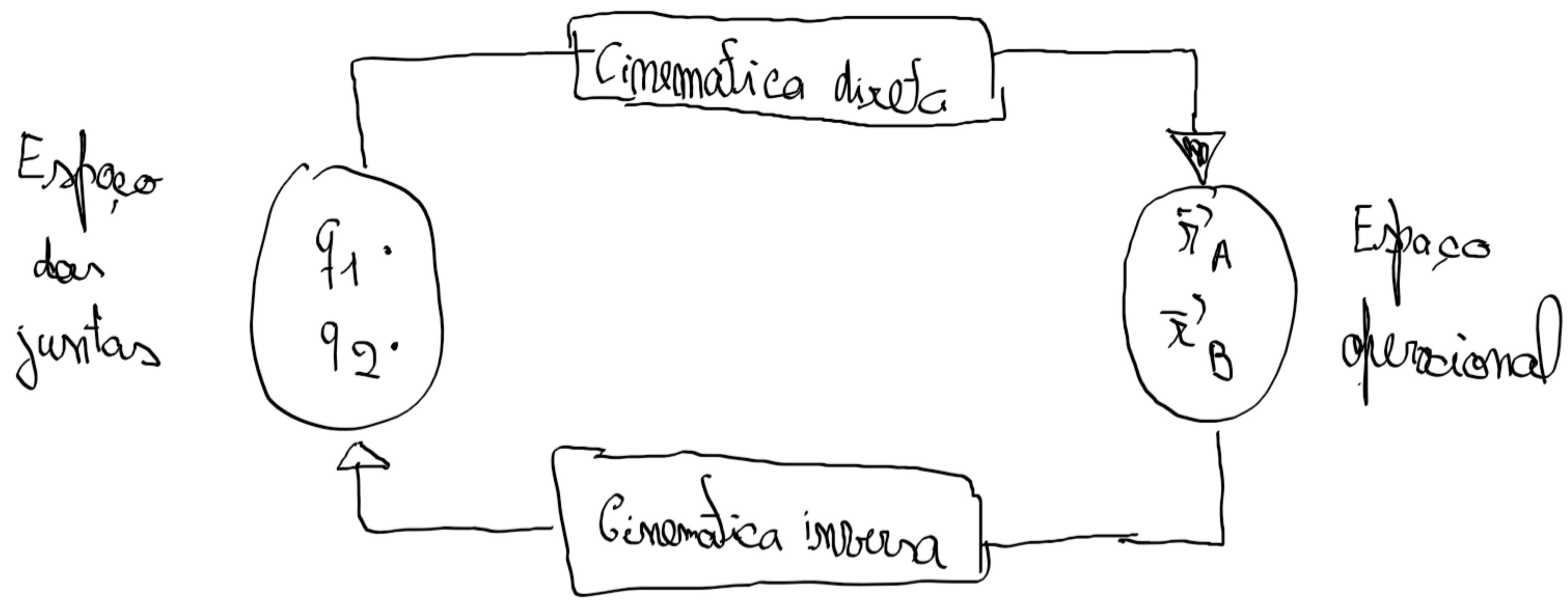
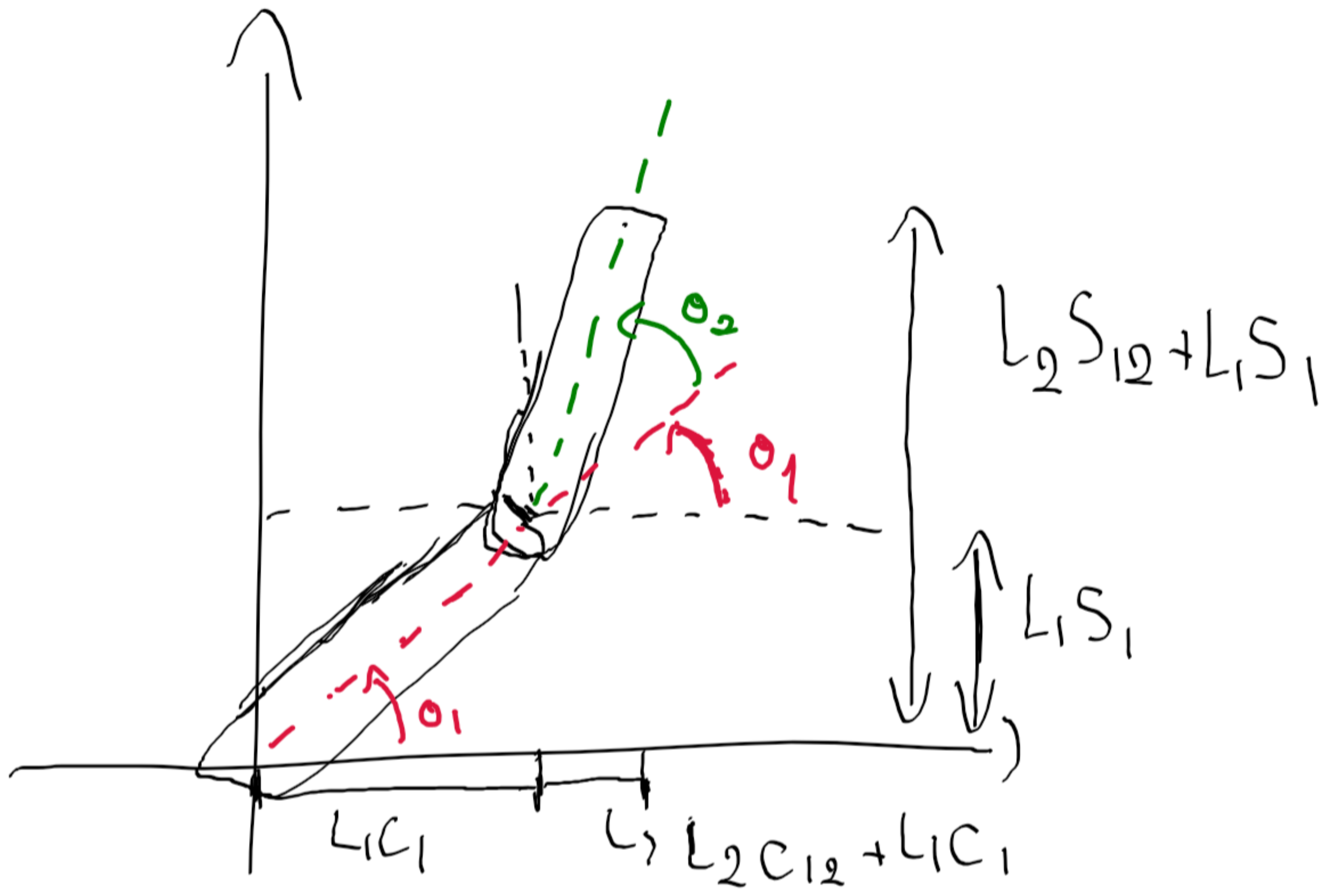


RR planar

$$\begin{cases} x = L_1 C_1 + L_2 C_{12} \\ y = L_1 S_1 + L_2 S_{12} \end{cases} ; \quad \theta_1 \text{ e } \theta_2 = ?$$



$$x^2 + y^2 = L_1^2 C_1^2 + L_2^2 C_{12}^2 + 2 L_1 L_2 C_1 C_{12} + L_1^2 S_1^2 + L_2^2 S_{12}^2 + 2 L_1 L_2 S_1 S_{12}$$

$$x^2 + y^2 = L_1^2 \underbrace{(C_1^2 + S_1^2)}_{1} + L_2^2 \underbrace{(C_{12}^2 + S_{12}^2)}_{1} + 2 L_1 L_2 (\underbrace{C_1 C_{12} - S_1 S_{12}}_{\cos(\theta_1 - (\theta_1 + \theta_2))})$$

$\cos(-\theta_2)$

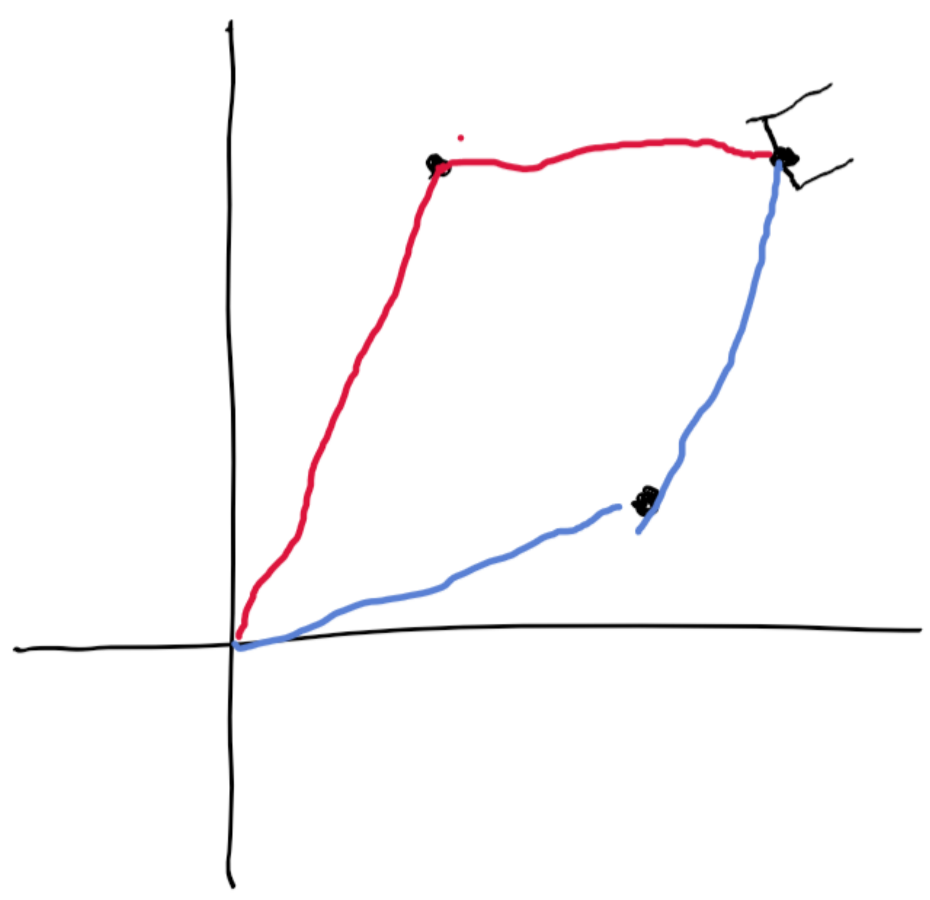
$\cos(\theta_2)$

C_2

$$x^2 + y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2 L_1 L_2 C_2$$

$$C_2 = \frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 L_1 L_2}$$

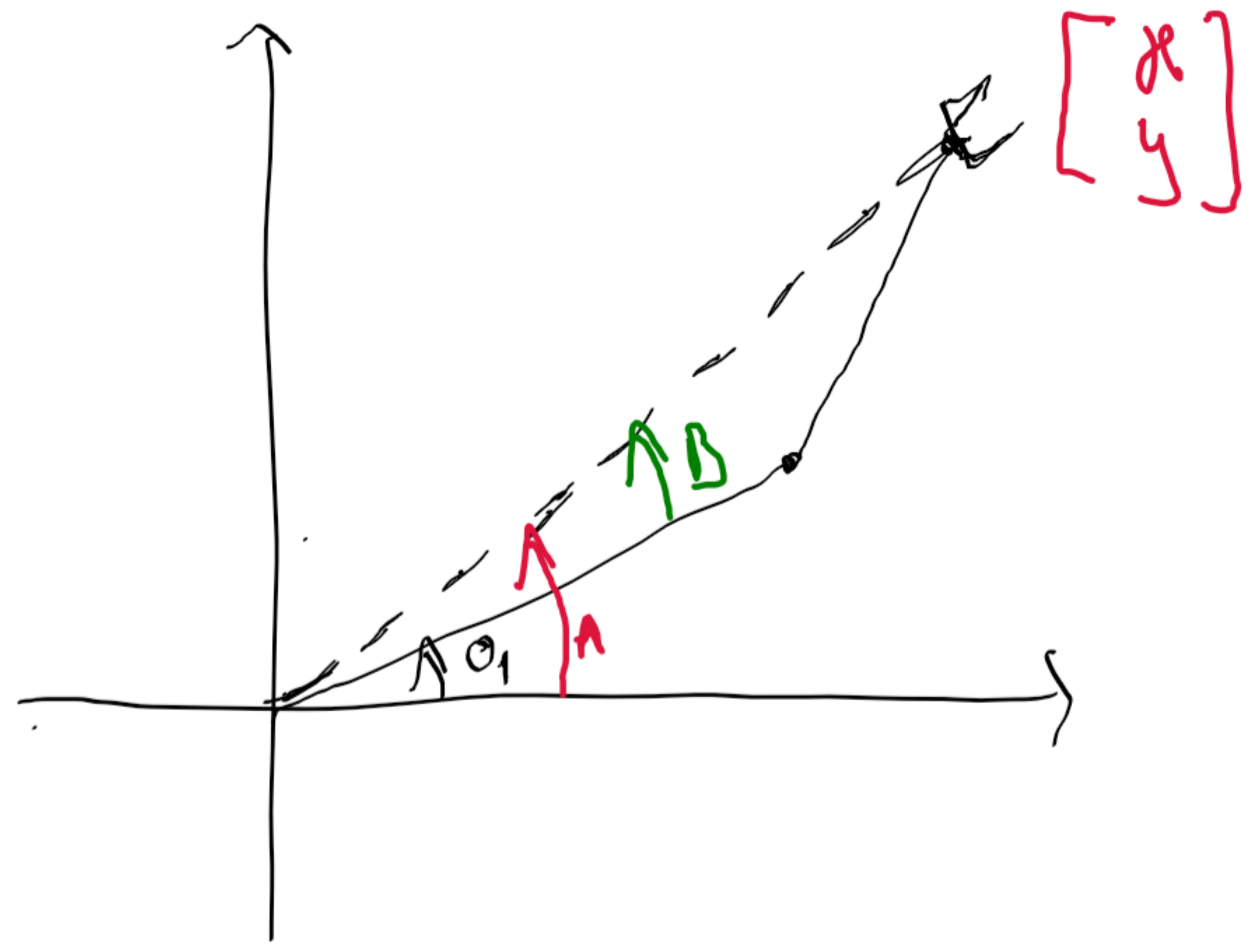
$$\boxed{\theta_2 = \pm \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2 L_1 L_2}\right)}$$



Redundância - soluções alternativas para uma junta

$\theta_1 = ?$

$$tg(A-B) = \frac{tgA - tgB}{1 + tgA \cdot tgB};$$



$\theta_1 = A - B$

$tg\,A = \frac{y}{x}$

$tg\,B = \frac{L_2 S_2}{L_1 + L_2 C_2}$

$$tg\,\theta_1 = tg(A-B) = \frac{\frac{y}{x} - \frac{L_2 S_2}{L_1 + L_2 C_2}}{1 + \frac{y}{x} \cdot \frac{L_2 S_2}{L_1 + L_2 C_2}} = \frac{y(L_1 + L_2 C_2) - x L_2 S_2}{x(L_1 + L_2 C_2) + y L_2 S_2}$$

$$\boxed{\theta_1 = arctg\left(\frac{y(L_1 + L_2 C_2) - x L_2 S_2}{x(L_1 + L_2 C_2) + y L_2 S_2}\right)}$$

- N redundâncias $\Rightarrow 2^N$ configurações
- Degeneração → nº infinito de configurações

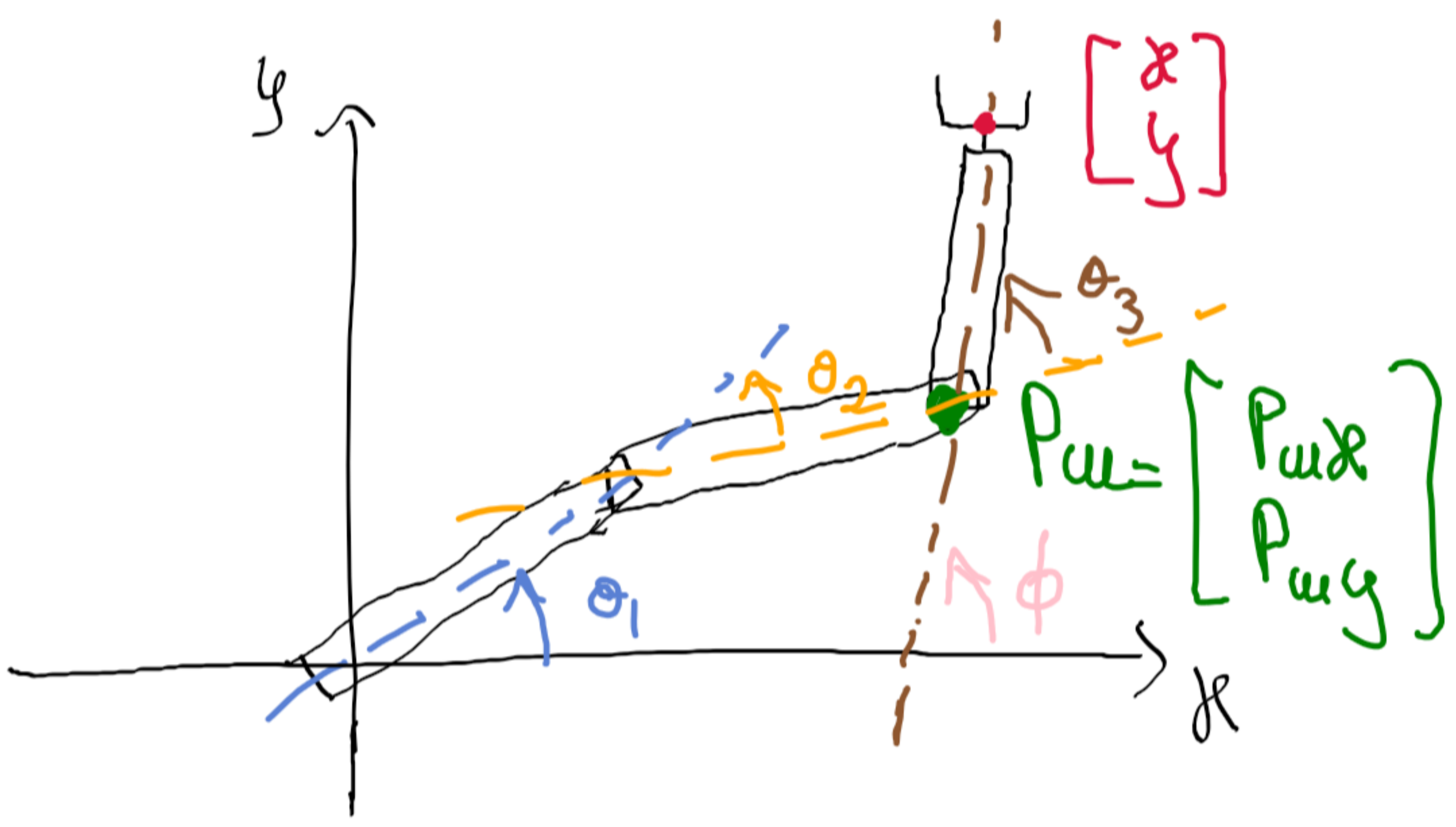
- Não existe um algoritmo de cinemática inversa
- Condições de existência de soluções da C.I
  - Ponto deve estar no espaço de trabalho
  - As juntas devem estar dentro dos limites
  - Se os eixos das 3 juntas da ponta se intersectarem num ponto ou forem paralelos $\Rightarrow$ há solução analítica

Procedimentos para resolver C.I.

- Combinar expressões da C.D.
- Elevar ao quadrado e somar termos da C.D
- Adaptar soluções de casos padrão
- Usar a solução de $K_1 C_\theta + K_2 S_\theta = K_3 \Rightarrow \theta = 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{K_1 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3}\right)$

Casos padrão

- RRR planar

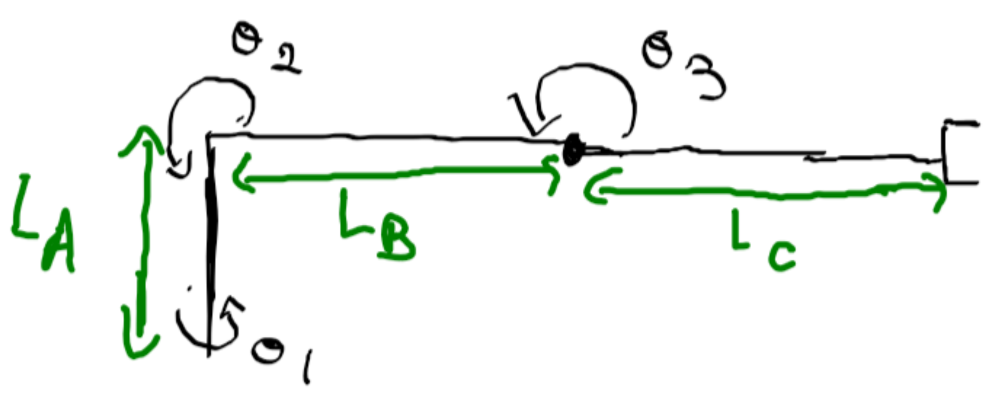


x e y são dados

$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$

θ_1 e θ_2 são obtidos a partir da cinemática do RR planar

$$\begin{cases} P_{wx} = x - L_3 \cdot C\phi \\ P_{wy} = y - L_3 \cdot S\phi \end{cases}$$



$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & C_1(L_C C_{23} L_B C_2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & S_1(L_C C_{23} L_B C_2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & L_C S_{23} + L_B S_2 + L_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{P_{wy}}{P_{wx}} = \frac{S_1\overbrace{(L_C C_{23} L_B C_2)}^{K}}{C_1(L_C C_{23} L_B C_2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{S_1}{C_1} = \frac{P_{wy} \cdot K}{P_{wx} \cdot K} \Rightarrow \theta_1 = \mathrm{arctg}\left(\frac{P_{wy} \cdot K}{P_{wx} \cdot K}\right)$$

K depende do θ_1 e θ_2, é preciso calcular primeiro

$$P_{wx}^2 + P_{wy}^2 + (P_{wz} - L_A)^2 = \underbrace{C_1^2 K^2 + S_1^2 K^2}_{K^2} + (L_C S_{23} + L_B S_2)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L_C^2 S_{23}^2 + L_B^2 S_2^2 + 2 L_B L_C S_{23} S_2 = P_{wx}^2 + P_{wy}^2 + (P_{wz} - L_A)^2$$

É suposto chegar a: $C_3 = \dfrac{P_{wx}^2 + P_{wy}^2 + (P_{wz} - L_A)^2 - L_B^2 - L_C^2}{2 L_B L_C}$

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{P_{wx}^2 + P_{wy}^2 + (P_{wz} - L_A)^2 - L_B^2 - L_C^2}{2 L_B L_C}\right)$$

Completar

$$L_C S_{23} + L_B S_2 + L_A = P_{wz} \Leftrightarrow L_C (S_2 C_3 + C_2 S_3) + L_B S_2 = P_{wz} - L_A$$

$$\Leftrightarrow L_C C_3 S_2 + L_C S_3 C_2 + L_B S_2 = P_{wz} - L_A$$

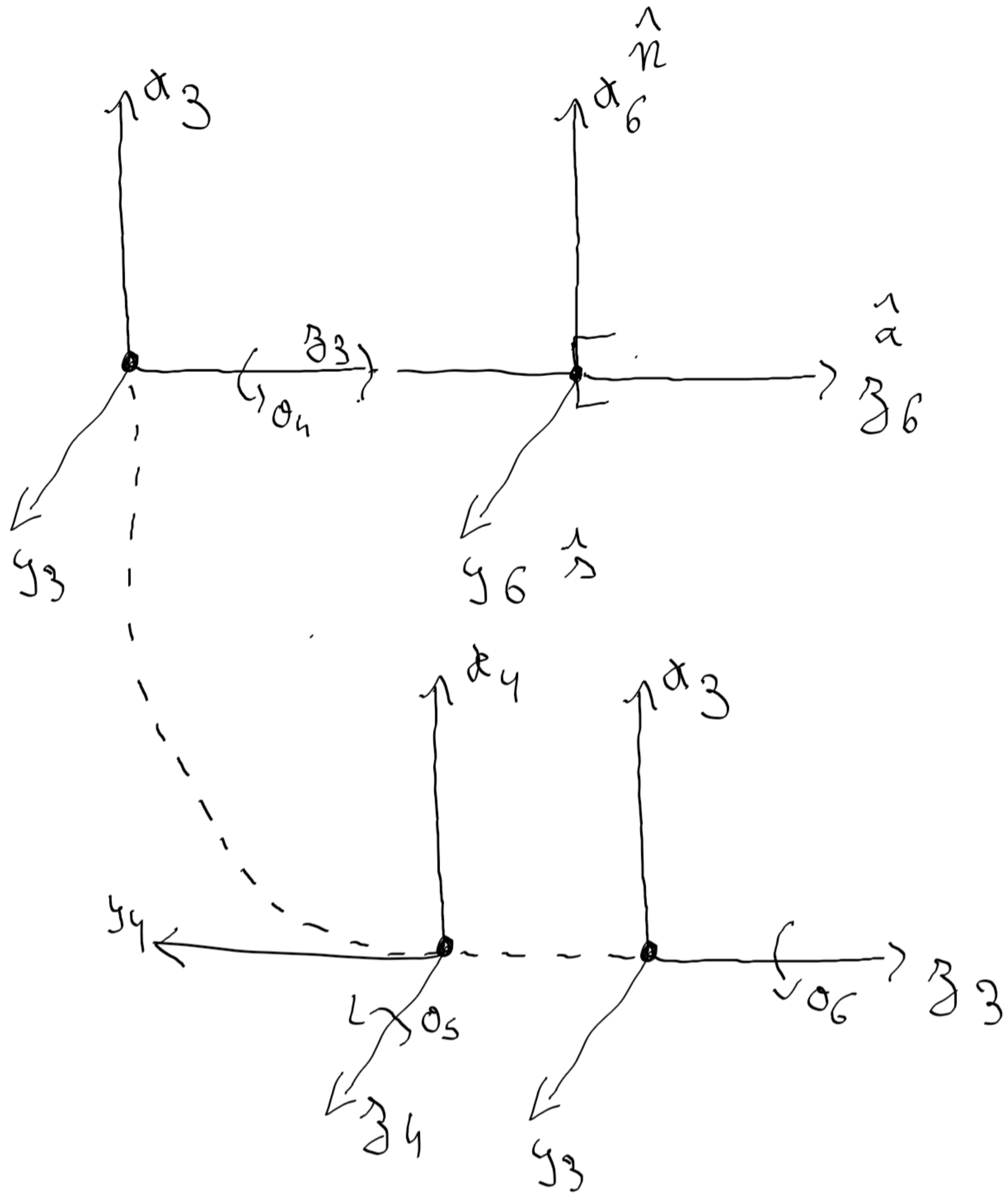
$$\Leftrightarrow \underbrace{L_C S_3}_{K_1} C_2 + \underbrace{(L_C C_3 + L_B)}_{K_2} S_2 = \underbrace{P_{wz} - L_A}_{K_3}$$

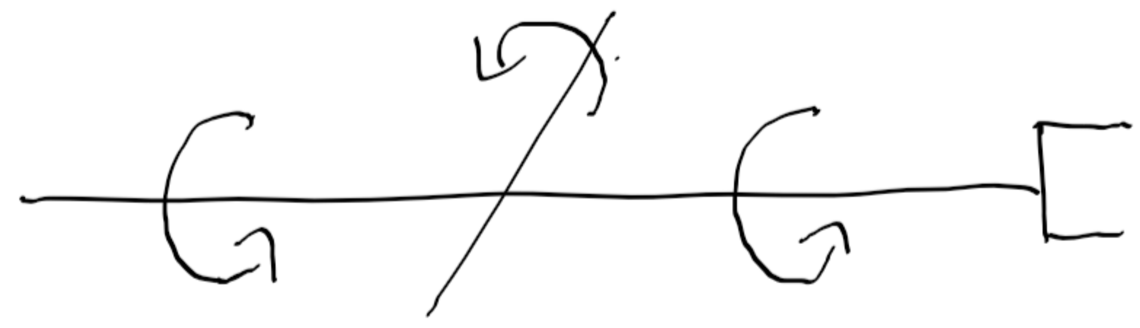
- $K_1 C_\theta + K_2 S_\theta = K_3 \Rightarrow \theta = 2 \operatorname{arctg}\left(\dfrac{K_1 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3}\right)$

daqui vem que

$$\theta_2 = 2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{L_C S_3 \pm \sqrt{L_C^2 S_3^2 + (L_C C_3 + L_B)^2 - (P_{wz} - L_A)^2}}{L_C S_3 + P_{wz} - L_A}\right)$$

Punho esférico - os eixos das 3 juntas intersetam-se num ponto





elo i	θ_i	l_i	d_i	α_i
4	θ_4	0	0	-90
5	θ_5	0	0	+90
6	θ_6	0	L_D	0

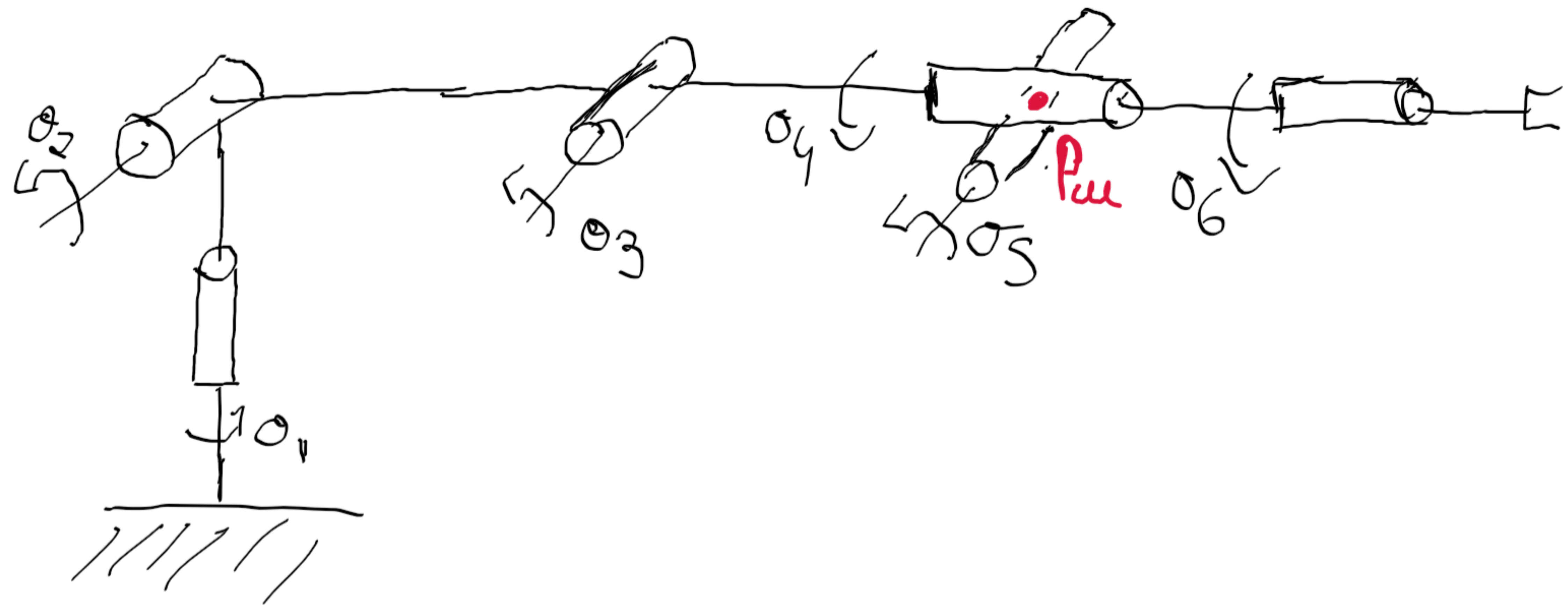
$$A_4 A_5 A_6 = \begin{array}{cccc} \hat{n} & \hat{s} & \hat{a} & \\ \end{array} \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & C_4 S_5 & L_D C_4 S_5 \\ \bullet & \bullet & S_4 S_5 & L_D S_4 C_5 \\ -C_6 S_5 & S_5 S_6 & C_5 & L_D C_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- $a_x^2 + a_y^2 = S_5^2$; $tg\,\theta_5 = \dfrac{\pm\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}{a_z} \Rightarrow \theta_5 = atan2\left(\dfrac{\pm\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}{a_z}\right)$

- $tg\,\theta_4 = \dfrac{a_y S_5}{a_x S_5} \Rightarrow \theta_4 = atan2\left(\dfrac{a_y S_5}{a_x S_5}\right)$

- $tg\,\theta_6 = \dfrac{s_z S_5}{-n_z S_5} \Rightarrow \theta_6 = atan2\left(\dfrac{s_z S_5}{-n_z S_5}\right)$

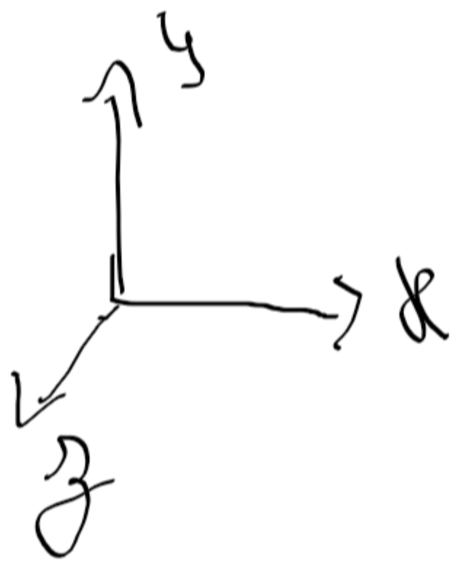
RRR RRR antropomórfico (punho esférico)



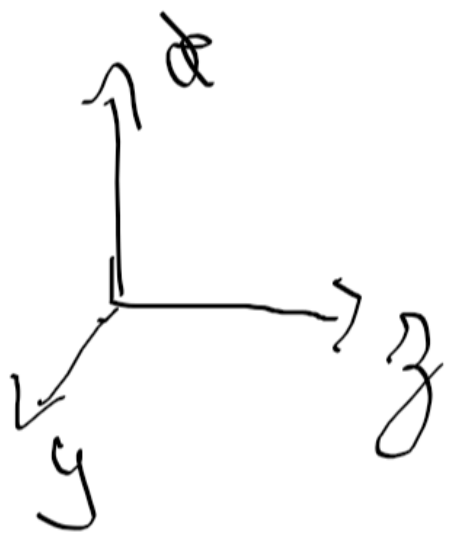
O procedimento consiste em juntar em Pcu o final do RRR antropomórfico e o início do punho esférico

Cuidado com a orientação dos eixos que se vão juntar em Pcu

RRR



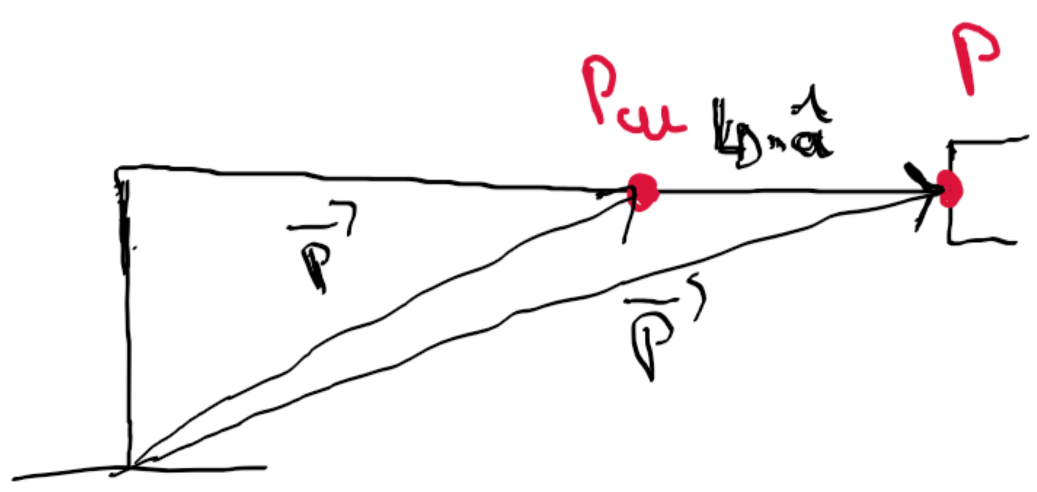
Punho esférico



$$
{}^0T_6 = \overbrace{\boxed{{}^0T_1\,{}^1T_2\,{}^2T_{3A}}}^{RRR}\;{}^{3A}T_3\;\overbrace{\boxed{{}^3T_4\,{}^4T_5\,{}^5T_6}}^{P.E.}
$$

$$
\Downarrow
$$

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$



$$
\vec{P}_{cu} + L_D \cdot \hat{a} = \vec{P} \Leftrightarrow \vec{P}_{cu} = \vec{P} - L_D \cdot \hat{a}
$$