

Difracción de Electrones

LUIS F. HORTA C.

FABIAN C. PASTRANA C.

SANTIAGO RAMIREZ V.

10 de abril de 2018

Resumen

El objetivo de esta práctica fue comprobar experimentalmente el postulado de De Broglie, para el cual se utilizó un montaje el cual emite un haz de electrones por medio de termoemisión hacia un enrejado de grafito y que, al salir de este se proyectan sobre una superficie fluorescente. Tomados varios datos para distintos voltajes se analizaron y se llegó a la conclusión que, al igual que la luz, la materia también presenta comportamientos ondulatorios como lo predijo De Broglie.

I. INTRODUCCIÓN

A principios del siglo XX se pensaba que los electrones eran partículas con cargas y masas definidas. La luz y, por lo tanto, toda la radiación electromagnética, se consideraban un fenómeno ondulatorio. Sin embargo, existían algunas observaciones experimentales que contradecían esas categorías tan claras. [2] En orden de explicar los resultados de estas observaciones y algunos experimentos que envolvían la interacción entre la radiación y la materia, tal como la radiación de cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico entre otros, fue necesario asignar a la radiación algunas propiedades características más de partícula que de ondas.[3] Fue así que en 1924 de Broglie sugirió que una partícula de momentum p podía asociarse a una longitud de onda λ tal que

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k [4] \quad (1)$$

$$E = pc = h\nu = \frac{hc}{\lambda} [5] \quad (2)$$

Donde h es la constante de Planck, \hbar es la constante de Planck dividida por 2π y c la velocidad de la luz.

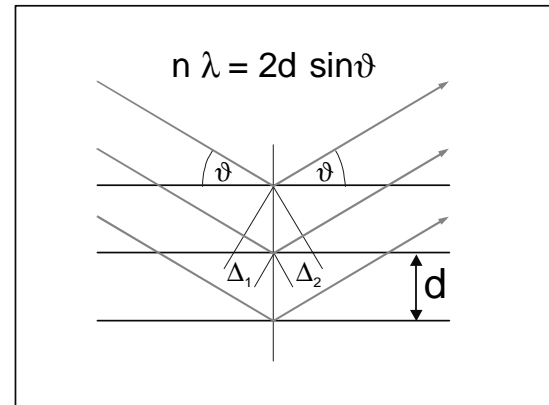


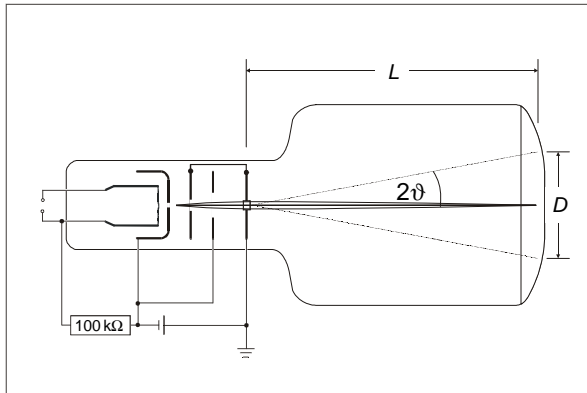
Figura 1: Schematic representation of the Bragg condition. Imagen extraída de [1]

Esta hipótesis fue confirmada por Clinton Davisson y Lester Germer con un experimento de difracción de electrones en una estructura de cristales de Nickel en 1927. [1] Davisson y Germer mostraron experimentalmente que los electrones pueden ser difractados por cristales, dando el mismo patrón para un cristal dado que el producido por los rayos X a una longitud de onda de $\lambda = h/p$, como propuso de Broglie. La condición para la difracción de electrones por cristales planos está dada por la

condición de Bragg, con λ igual a h/p ; [4]

$$n\lambda = nh/p = 2d\sin\theta \quad (3)$$

como se indica en la figura 1, es decir, para que surja interferencia constructiva, la diferencia de caminos entre dos rayos contiguos reflejados debe ser un múltiplo entero de la longitud de onda λ .



Esquema para determinar el ángulo de difracción.
L = 13.5 cm (Distancia entre el grafito y la pantalla)
D: Diámetro de una anillo de difracción observado en la pantalla
 ϑ : Ángulo de difracción

Figura 2: Imagen extraída de [1]

Ahora bien, observando la figura 2 podemos deducir fácilmente que

$$\tan(2\vartheta) = \frac{D}{2 \cdot L} \quad (4)$$

Adicionalmente, se hace un análisis energético donde se expresa la conservación de la energía al acelerar los electrones, es decir, los electrones son acelerados por un voltaje U , y escogiendo adecuadamente el sistema de referencia, esta energía potencial deberá transformarse en energía cinética, tenemos así

$$\frac{1}{2} \cdot mv^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m} = eU \quad (5)$$

donde e y m son la carga y masa del electrón respectivamente, y p es el momentum lineal del mismo.

Despejando p de 5 se obtiene

$$p = \sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U} \quad (6)$$

Igualando esta ecuación con el postulado de de Broglie y reemplazando allí λ por en el primer orden de difracción ($n=1$) y despejando $\sin\theta$ en términos de la diferencia de potencial U llegamos a

$$\sin\theta = \frac{h}{2 \cdot d \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \quad (7)$$

y con 4 ya conocemos el ángulo que es

$$\vartheta = \frac{\arctan(\frac{D}{2 \cdot L})}{2} \quad (8)$$

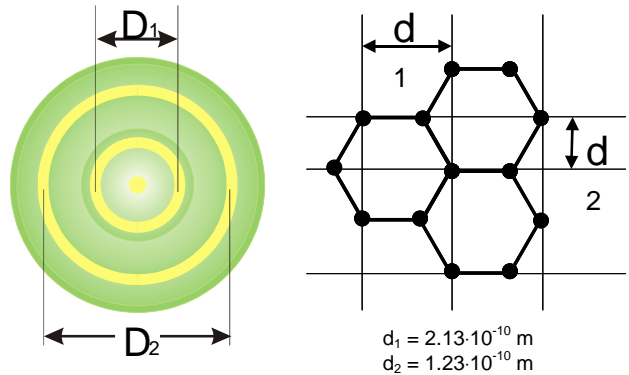


Figura 3: A la izquierda, patrón de difracción sobre la pantalla, a la derecha, espacios en la rejilla de grafito. Imagen extraída de [1]

Ahora, utilizando 1 y 6 podemos demostrar que

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \quad (9)$$

[1] que sería la longitud de onda teórica que debería tener los electrones, adicionalmente aproximando $\tan 2\vartheta = 2\sin\theta$ y utilizando 4 y 3 llegamos a que

$$\lambda = d \cdot \frac{D}{2 \cdot L} \quad (10)$$

que sería la longitud de onda medida experimentalmente.

A fin de cuentas, en este experimento la característica ondulatoria de los electrones será demostrada por su difracción en una rejilla de grafito poli cristalino hallando las distancias en la rejilla de grafito y comparándolas con las medidas en la literatura y finalmente verificar la ecuación de de Broglie.

II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTO

El dispositivo experimental consiste en un tubo de difracción de electrones, soportes para este tubo, fuente de alta tensión de 10kV, cables de conexión y un vernier, la parte principal del montaje se exhibe en la figura 4, donde se ve el tubo sujeto al soporte y conectado a la fuente de alta tensión.

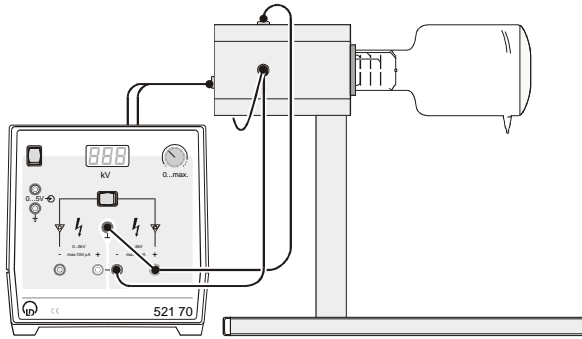


Figura 4: Montaje experimental. Imagen extraída de [1]

El montaje funciona así: los electrones emitidos por termo emisión, estos se exponen a una diferencia de potencial, este haz de electrones se hace pasar por un pequeño agujero, después de esto pasa por un sistema de enfoque optico-electronico e incide como un haz monocromático sobre una lámina de grafito poli cristalino. Los átomos de grafito se pueden considerar como un enrejado que actúa como

una rejilla de difracción para los electrones. Sobre la pantalla fluorescente aparece un patrón de difracción con dos círculos concéntricos alrededor de un haz de electrones no difractado, como se ve en la parte izquierda de la figura 3. [1]

La práctica se lleva a cabo dándole un voltaje de aceleración U menor a 5kV y observar el patrón de difracción, variar este voltaje de aceleración entre 3 kV y 5 kV en pasos de a 0,4 kV y medir el diámetro de los anillos D_1 y D_2 sobre la pantalla con un vernier.

Con estos diámetros encontramos el ángulo θ con la ecuación 8, reemplazando este ángulo en la ecuación 7 y graficando $\sin\theta$ en función del inverso de la raíz del voltaje, y haciendo una regresión lineal de estas dos recta encontramos la pendiente β que correspondería a:

$$\beta = \frac{h}{2 \cdot d \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot e}} \quad (11)$$

$$d = \frac{h}{2 \cdot \beta \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot e}} \quad (12)$$

así, se hallan las distancias d_i correspondientes a los diámetros D_i .

Para la segunda parte, se compara la longitud de onda teórica dada por la ecuación 9 con la longitud de onda hallada con datos tomados experimentalmente dada por la ecuación 10, así con esta comparación se mira el error experimental y se analiza si este error está dentro de las incertidumbres de la practica.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la figura 5 se puede apreciar que, $\sin(\theta)$ y $1/\sqrt{U}$ presentan una relación lineal como se vio en la teoría descrita anteriormente, y de la relación de proporcionalidad entre estas dos cantidades se pueden despejar las distancias

interplanares de la red de grafito. A partir de la ecuación 12 se obtuvieron dos distancias interplanares, cada una para los dos anillos de difracción, cuyos valores son.

$$d_1 = 1,72 \cdot 10^{-10} \pm 2,52 \cdot 10^{-11} m \quad (13)$$

$$d_2 = 1,15 \cdot 10^{-10} \pm 1,14 \cdot 10^{-11} m \quad (14)$$

Se puede apreciar por los datos anteriormente dados que este experimento resulta bastante útil para dar una visión de la estructura atómica del material que se utiliza como enrejado, el cual, para este caso fue el grafito. La estructura de este material es la razón por la cual se obtuvieron dos valores diferentes para las distancias interplanares, como se muestra en la figura 3.

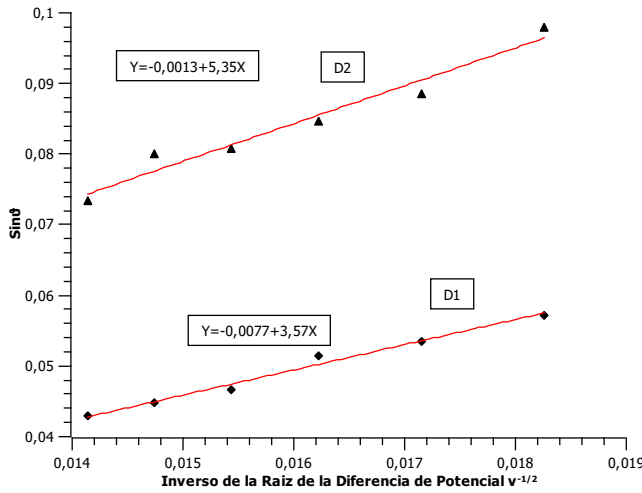


Figura 5: Gráfica de $\sin\theta$ en función del inverso de la raíz de la diferencia de potencial para D_1 y D_2 con sus respectivas regresiones

A partir de las distancias interplanares anteriormente descritas se calcularon las longitudes de onda del electrón como se aprecia en la tabla 1 y sus respectivos errores mostrados en la tabla 3.

Para las longitudes correspondientes al anillo interior la única que mantiene el valor teórico en el rango de su error es la correspondiente a 4200 V. Por el contrario, en el caso del anillo

externo se cumple que, para todas las longitudes de onda el valor teórico se encuentra dentro del error calculado. Este problema se da debido a la dificultad de medición de longitudes pequeñas, lo cual hace que estas medidas presenten el problema ya enunciado.

Voltaje (voltios)	λ_1 (m)	λ_2 (m)	$\lambda_{teorico}$ (m)
3000	1,97E-11	2,25E-11	2,24E-11
3400	1,84E-11	2,04E-11	2,11E-11
3800	1,77E-11	1,95E-11	1,99E-11
4200	1,60E-11	1,86E-11	1,90E-11
4600	1,54E-11	1,84E-11	1,81E-11
5000	1,48E-11	1,69E-11	1,74E-11

Tabla 1: Resultados de las longitudes de onda de los electrones para diferentes voltajes con respecto a los anillos de difracción.

Voltaje (voltios)	Incertidumbre λ_1	Incertidumbre λ_2
3000	$\pm 2,93E-12$	$\pm 2,28E-12$
3400	$\pm 2,72E-12$	$\pm 2,07E-12$
3800	$\pm 2,67E-12$	$\pm 1,98E-12$
4200	$\pm 2,43E-12$	$\pm 1,89E-12$
4600	$\pm 2,34E-12$	$\pm 1,88E-12$
5000	$\pm 2,25E-12$	$\pm 1,73E-12$

Tabla 2: Incertidumbres para cada uno de los λ .

Al realizar el debido proceso de incertidumbres y errores se encontró, que al comparar el valor experimental con el teórico, las longitudes de onda teóricas si se encuentran dentro de las incertidumbres.

Dado el hecho de que, el valor teórico está dentro de los errores calculados para las longitudes de onda λ_2 que se encuentran en la tabla 1 se puede decir que, para este caso el comportamiento de los electrones está regido por la ecuación 1, la cual da cuenta de la naturaleza ondulatoria de la materia, como fue postulado por De Broglie.

Voltaje (voltios)	Error λ_1	Error λ_2
3000	12,2 %	0,537 %
3400	12,8 %	3,54 %
3800	11,1 %	2,21 %
4200	15,6 %	2,27 %
4600	14,9 %	1,65 %
5000	15,1 %	3,05 %

- [5] Paul A. Tipler, Ralph A. Llewellyn, *MODERN PHYSICS. SIXTH EDITION*. U.S.A.: W. H. Freeman and Company.(2012)

Tabla 3: Porcentajes del error total de las diferentes longitudes de onda para el anillo interno y externo de difracción.

IV. CONCLUSIONES

- Al igual que sucede con la luz, los electrones tienen comportamientos ondulatorios en ciertas situaciones particulares con longitudes de onda bien definidas como lo postulo De Broglie.
- Además de demostrar el postulado de De Broglie el experimento puede ser de gran utilidad para dar una visión de la configuración atómica de un material dado, el cual, en este caso fue el grafito.

REFERENCIAS

- [1] LD, Physics: Leaflets, *Diffraction of electrons in a polycrystalline lattice (Debye-Scherrer diffraction)*.
- [2] N. E. Florez, J. E. Figueroa, *Física Moderna*. Pearson: Prentice Hall, México D.F (2007).
- [3] H. SEMAT, J. R. ALBRIGHT *Introduction to Atomic and Nuclear Physics*.fifth edition.U.S.A.:Rinehart and Winston.(1985)
- [4] J. P. McKelvey *Solid State and Semiconductor Physics*.New York:Harper & Row Publishers.(1966)