

Comprobación de la Ley de Planck

LUIS F. HORTA C.

FABIAN C. PASTRANA C.

SANTIAGO RAMIREZ V.

27 de mayo de 2018

Resumen

El objetivo principal de este informe fue comprobar la ley de Planck con medidas de intensidad de la radiación tomadas de un espectrofotómetro cada 5nm en un rango de 200-1000 nm, al cual se le hizo incidir radiación de una bombilla con filamento de tungsteno, proporcionándole una diferencia de potencial de 7,5 V y 12 V, se graficó intensidad en función de la longitud de onda y se identificó un par de longitudes de onda en donde la diferencia entre las curvas a 7,5 y 12 v era máxima, se ubicó el espectrofotómetro en cada una de estas longitudes de onda y se midió la intensidad variando el voltaje proporcionado al bombillo emisor de radiación, una vez allí, utilizando la ley de Planck con la aproximación cuando $h\nu \gg KT$, se calculó la razón entre dos intensidades diferentes obteniendo una forma funcional comparable a una línea recta, la cual, en efecto, fue obtenida para la razón de 4 intensidades, 2 para cada longitud de onda, comprobando así que el comportamiento teórico esperado de la intensidad de la radiación se ajusta de manera bien portada a una recta, con coeficientes de correlación lineal casi iguales a 1.

I. INTRODUCCIÓN

La física que dio la interpretación correcta de la radiación térmica fue propuesta por el físico alemán Max Planck en 1900 en su análisis teórico de la distribución espectral de la luz emitida por un radiador de cuerpo negro.

Planck sugirió que un átomo oscilante puede absorber o emitir energía solo en haces discretos. Esta audaz sugerencia fue necesaria para mantener la energía promedio de un oscilador de baja frecuencia, pero también hizo que la energía promedio de una frecuencia alta acercarse a cero.[3]

En la teoría de Planck, cada oscilador puede emitir o absorber energía solo en cantidades que son múltiplos enteros de una cierta cantidad básica de energía ϵ

$$E_n = n\epsilon \quad (1)$$

donde n es el número de cuantos. Además, la energía de cada uno de los cuantos está determinada por la frecuencia

$$\epsilon = hf \quad (2)$$

donde h es la constante de Planck.

Desde el punto de vista matemático, la diferencia entre el cálculo de Planck y el cálculo clásico usando la estadística de Maxwell-Boltzmann es que la energía de un oscilador en una cierta longitud de onda o frecuencia ya no es una variable continua; es una variable discreta que toma solo los valores dados por (1). Las integrales en el cálculo clásico son luego reemplazadas por sumas, y el número de osciladores con energía E_n es entonces

$$N_n = \frac{N(1 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}})}{e^{-\frac{n\epsilon}{kT}}} [3] \quad (3)$$

Aquí N_n representa el número de osciladores con energía E_n , k es la constante de Boltzman, mientras que N es el número total de osciladores. El cálculo de Planck da la energía promedio:

$$E_p = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{\infty} N_n E_n = (1 - e^{-\frac{\epsilon}{kT}}) \sum_{n=0}^{\infty} (n\epsilon) e^{-\frac{n\epsilon}{kT}} \quad (4)$$

esto da como resultado

$$E_p = \frac{\epsilon}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1} = \frac{hc/\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (5)$$

Apartir del numero de ondas estacionarias con longitudes de onda λ .

$$N(\lambda) = \frac{8\pi V}{\lambda^4} [3] \quad (6)$$

Y con la intensidad en terminos de la energia.

$$I(\lambda) = \frac{c}{4} U(\lambda) [3] \quad (7)$$

Considerando las ecuaciones (6), (7) y en función del resultado de Planck, la intensidad de la radiación se vuelve.

$$I(\lambda) = \frac{c}{4} \left(\frac{8\pi}{\lambda^4} \right) \left[\frac{hc/\lambda}{e^{hc/\lambda kT}} - 1 \right] \quad (8)$$

Esto a su vez es analogo a:

$$R(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} [3] \quad (9)$$

Considerando la relación entre la longitud de onda y la frecuencia :

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Con lo que se llega a (9). Dicha funcion tiene como grafica:

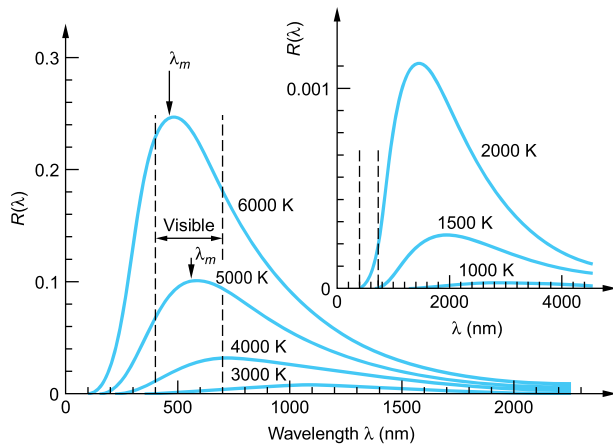


Figura 1: Función de distribución espectral $R(\lambda)$. [4]

En donde se puede apreciar el comportamiento de la radiación en función de la longitud de onda.

Ahora, a partir de (9), si tenemos que $h\nu \gg kT$, entonces $R(\nu, T) \approx \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}}$, y para dos temperaturas distinta tendríamos que

$$R_1(\nu, T_1) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}}}}{\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_2}}}}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = e^{\frac{h\nu}{k}(1/T_2 - 1/T_1)}$$

$$\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{h\nu}{K} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (10)$$

miramos pues que en (10) el logaritmo de la razón entre dos temperaturas se comportará linealmente en función de la resta de los inversos de la temperatura, es justamente esta relación lineal la cual se pretende comprobar con datos tomados experimentalmente.

II. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL Y PROCEDIMIENTO

El montaje se compone de un espectrofotómetro, un emisor de luz, es decir una bombilla, una fuente de voltaje, amperímetro y voltímetro, un bosquejo del montaje se muestra en la figura 2.

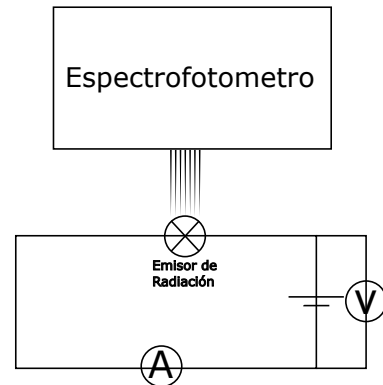


Figura 2: Esquema del montaje utilizado.

En un principio, se toma la intensidad emitida por la bombilla para un $V_0 = 7,5V$ y una corriente de $I = 2,04Amp$, variando la longitud de onda

cada $5nm$ en un rango de $200nm - 1000nm$, nuevamente se toma la intensidad emitida por la bombilla pero esta vez para un $V_{max} = 12V$, con una corriente de $I = 2,7Amp$ e igualmente variando cada $5nm$ en el mismo rango, una vez obtenido estos datos, se grafican como se muestra en la figura 3 y se identifican dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 en donde la distancia entre las dos curvas sea máxima, sobre estas longitudes de onda, se varía el voltaje entre $7,5V - 12V$ cada $0,5V$ y se toman los datos de la intensidad de radiación. Una vez hecho esto, se puede hallar la temperatura de radiancia de la bombilla utilizando

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \quad (11)$$

donde T es la temperatura, R es la resistencia a una temperatura T , T_0 es la temperatura de referencia ($293^\circ K$), R_0 es la resistencia de referencia a temperatura T_0 y α es el coeficiente de resistividad del filamento, en este caso, para el tungsteno $\alpha = 4.5 \times 10^{-3} K^{-1}$. [3] Una vez obtenida estas temperaturas y ya conocida las radiancias, se utiliza 10 en un buen número de combinaciones de las temperaturas y las intensidades, el cual, para nuestro caso fue de cuatro. Posteriormente se analiza la correlación lineal entre estos valores.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

De la toma de datos para cada $5nm$ en voltajes de $7,5V$ y $12V$ y graficando se puede obtener la figura (3), donde es más fácilmente identificable las longitudes de onda donde la diferencia entre las curvas es máxima, esto para que el número de datos tomados entre ellas sea mayor sin que se asemejen mucho entre así, así pues, se identificaron dos longitudes de onda convenientes a trabajar, $\lambda_1 = 570nm$ y $\lambda_2 = 695nm$, una vez ubicados en cada longitud de onda, realizando el procedimiento descrito en la anterior sección, y operando los datos según la ecuación (10) se observa el comportamiento lineal; cabe aclarar que se obtuvieron 10 datos para cada longitud de onda, es decir, 10 temperaturas distintas, la combinación posible es bastante amplia y se mostrará solo un 4 de ellas para no

recargar las gráficas y los cálculos, dejando garantía de que su comportamiento es igual en todas las combinaciones.

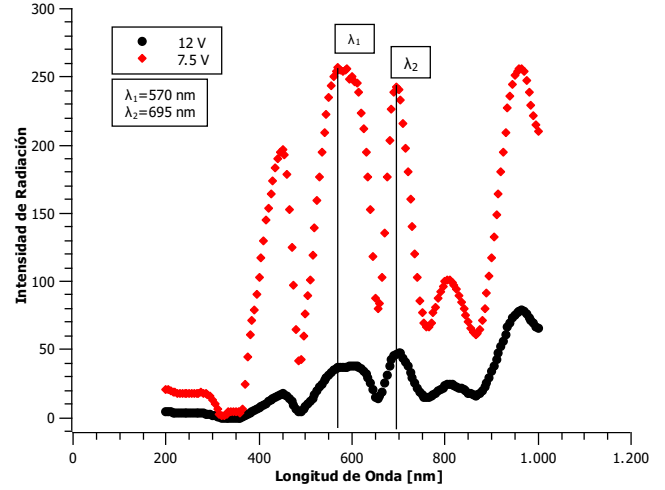


Figura 3: Grafica de intensidad de radiación para distintas longitudes de onda en voltajes de $7,5v$ y $12v$ como se indica en la figura.

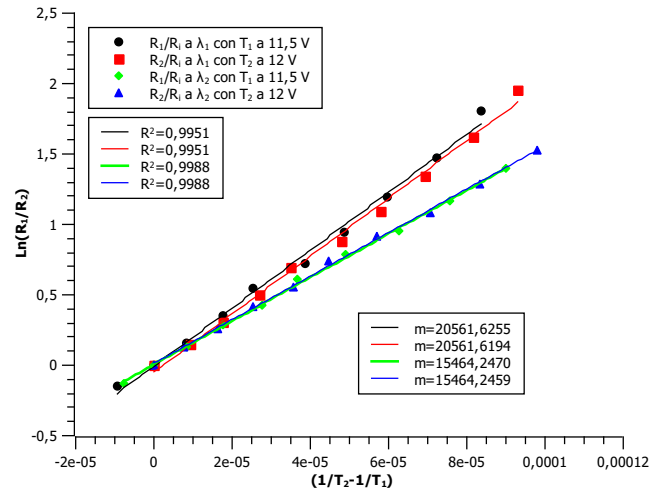


Figura 4: Grafica de intensidad de radiación para distintas longitudes de onda en voltajes de $7,5v$ y $12v$ como se indica en la figura.

Así que, teniendo cuenta la ecuación (10) y las dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 , se hicieron las respectivas gráficas para voltajes constantes de $11,5$ y $12V$, con sus respectivas temperaturas y radiación emitida definidas como R_1 y T_1 respectivamente, luego variando R_2 y T_2 con los demás datos que se tomaron, se obtiene la figura 4, en la cual, se

hace una regresión lineal en donde se evidencia que el coeficiente de correlación en los 4 casos es cercano a uno, con lo cual se da a entender que los obtenidos y analizados como lo muestra la ecuación (10), tienden a describir una línea recta, y por ende, se verifica comprueba que las observaciones experimentales se ajustan con el modelo planteado en la ley de Planck.

Por otro lado, dado el hecho de que los datos obtenidos se ajustan a la ley de Planck, y teniendo en cuenta la ecuación (1), se infiere que el experimento da una demostración indirecta de la cuantización de la energía, la cual es un punto clave para el desarrollo de este modelo.

IV. CONCLUSIONES

- En vista de los resultados obtenidos y las consideraciones pertinentes que se tuvieron en el experimento se concluye que la ley de Planck es un buen modelo para describir la radiación que emite un cuerpo.
- Dado que el experimento es consecuente con la ley de Planck, este da una primera demostración no muy rigurosa de la cuantización de la energía.

REFERENCIAS

- [1] H. Haken, H. C. Wolf, *Atomic and Quantum Physics: An Introduction to the Fundamentals of Experiment and Theory* Second Enlarged Edition. Springer.
- [2] R. Eisberg, *Física Cuántica*. Limusa, México D.F (1983).
- [3] Kenneth S. Krane, *Modern Physics*. Third edition. United States of America:: JOHN WILEY & SONS, INC.
- [4] Paul A. Tipler, Ralph A. Llewellyn, *MODERN PHYSICS*. SIXTH EDITION. U.S.A.: W. H. Freeman and Company. (2012)