

V01

## **Lebensdauer der Myonen**

Lukas Rolf

[lukas.rolf@tu-dortmund.de](mailto:lukas.rolf@tu-dortmund.de)

Yannik Brune

[yannik.brune@tu-dortmund.de](mailto:yannik.brune@tu-dortmund.de)

Durchführung: 16.04.2018

Abgabe: 26.04.2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Die Eigenschaften der Myonen . . . . .	3
2.2 Die statistische Verteilung der Myonenlebensdauern . . . . .	3
2.3 Statistische Methoden der Auswertung . . . . .	4
<b>3 Aufbau</b>	<b>4</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Bestimmung der Zeitskala . . . . .	7
5.2 Berechnung des Untergrundes mit Hilfe der gesamten Anzahl von Start-Ereignissen . . . . .	8
5.3 Bestimmung der Lebensdauer und des Untergrundes mit Hilfe einer nicht linearen Ausgleichsrechnung . . . . .	8
<b>6 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Zielsetzung

Es soll eine mittlere Lebensdauer für Myonen kosmischen Ursprungs bestimmt werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Die Eigenschaften der Myonen

Nach heutigem Wissensstand besteht die bekannte Materie aus kleinsten Teilchen, den Elementarteilchen. Diese werden im Standardmodell der Elementarteilchen in Hadronen mit ganzzahligem Spin und Leptonen mit halbzahligem Spin eingeteilt. Zu den Leptonen gehören Elektronen, Myonen und Tauonen sowie ihre entsprechenden Antiteilchen. Zusätzlich besitzt jedes Lepton ein zugehöriges Neutrino. Diese sind aufgrund ihrer schwachen Wechselwirkung mit Materie jedoch nur schwer nachzuweisen. Die Leptonen unterscheiden sich hauptsächlich in ihrer Masse. Ein Myon wiegt  $206 \cdot m_e$ , ein Tauon  $3491 \cdot m_e$ . Die Myonen besitzen aufgrund ihrer im Vergleich zum Elektron ungleich höheren Masse in ihrem Ruhesystem nur eine sehr begrenzte Lebensdauer. Ein Zerfall kann meistens durch

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \text{ bzw. } \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu} \quad (1)$$

beschrieben werden. Im Experiment werden Myonen kosmischen Ursprungs betrachtet. Diese sind ein Produkt von Pionenzerfällen, welche ca. in einer Höhe 10 km über der Erdoberfläche stattfinden. Da sich die Myonen jedoch mit beinahe Lichtgeschwindigkeit bewegen, gelangen sie bis zur Erde. Die Pionen stammen ihrerseits aus Kollisionen hoch relativistischer Protonen mit einzelnen Luftmolekülen der Atmosphäre.

### 2.2 Die statistische Verteilung der Myonenlebensdauern

Der Zerfall von Myonen ist ein statistischer Prozess. Daher sind die Lebensdauern einzelner Teilchen nicht gleich, sondern über eine Verteilung bestimmt. Deswegen wird eine verallgemeinerte Lebensdauer über den Erwartungswert der Verteilung definiert. Aus der Überlegung, dass die Zerfallswahrscheinlichkeit nicht vom individuellen Alter einzelner Teilchen abhängt, folgt:

$$dN = -NdW = -\lambda N dt. \quad (2)$$

Damit lässt sich die Verteilung der Myonenlebensdauern

$$\frac{dN(t)}{N_0} = \lambda e^{-\lambda t} dt \quad (3)$$

bestimmen. Sie wird als Exponential-Verteilung bezeichnet. Der Erwartungswert liefert die verallgemeinerte Lebensdauer:

$$\tau = \frac{1}{\lambda}. \quad (4)$$

Die Größe  $\lambda$  wird auch als Zerfallskonstante bezeichnet.

## 2.3 Statistische Methoden der Auswertung

In der Realität wird im Experiment nur ein endlicher Datensatz gewonnen. Da dieser aufgrund von technischen Limitationen in der Regel zusätzlichen Verzerrungen unterworfen ist, weil zum Beispiel sehr kleine oder sehr große Werte nicht erfasst werden können, bildet auch das arithmetische Mittel keine adäquate Lösung. Um die Parameter dennoch optimal anzupassen wird die Methode der kleinsten Quadrate verwendet.

## 3 Aufbau

Die in der Atmosphäre entstandenen Myonen gelangen zunächst in einen Szintillator. In diesem werden die zunächst noch relativistischen Myonen abgebremst, wobei sie ihre kinetische Energie an die umliegenden Moleküle abgeben. Diese werden daraufhin in energetisch höhere Niveaus gehoben und kehren daraufhin unter Aussendung eines Photons wieder in ihren Grundzustand zurück. Die Photonen liegen energetisch am oberen Rand des sichtbaren Spektrums. Um eine hohe zeitliche Genauigkeit zu erhalten, wird ein organischer Szintillator gewählt. Im Anschluss werden die Photonen mithilfe zweier Photomultiplier in elektrische Impulse umgewandelt und verstärkt. Danach passieren die Impulse auf beiden Seiten eine Verzögerungsleitung und einen Diskriminator. In Letzteren werden die Signale einerseits von Störimpulsen niedriger Spannung gefiltert und andererseits in eine einheitliche Form gebracht, welche von der nachfolgenden Koinzidenzapparatur benötigt wird. Diese gibt ein Signal aus, falls an beiden Eingängen Impulse im Abstand weniger Nanosekunden auftreten. Die Impulse des störenden Untergrundes treten jedoch hauptsächlich aufgrund thermischer Elektronenemissionen im Anfangsbereich der Photomultiplier auf, weswegen es nur sehr unwahrscheinlich ist, dass 2 Impulse im benötigten Abstand auftreten. Die Photonen bewegen sich hingegen schnell genug, sodass die durch Myonen hervorgerufenen Impulse die Koinzidenzapparatur passieren können. Mit dem zweiten Teil der Schaltung lässt sich die Lebensdauer der Myonen bestimmen. Hierzu werden Myonen geringerer Energie verwendet, welche bereits in der Atmosphäre ausreichend abgebremst worden sind und im Szintillator nun zum Stillstand kommen. Da Myonen im Ruhesystem nur eine geringe Lebensdauer besitzen, kommt es zum Zerfall nach Formel (1). Die entstehenden Produkte besitzen eine hohe kinetische Energie und werden ihrerseits im Szintillator abgebremst, wodurch ein zweiter Impuls ausgesendet wird. Die Zeitdifferenz beider Impulse liefert die individuelle Lebensdauer des Myons. Die Messschaltung nach Abb.1 funktioniert folgendermaßen: Der erste Impuls läuft zu beiden AND-Gattern. Da das 1. AND-Gatter über den OUT und das 2. AND-Gatter über den OUT-Zugang eines Univibrators verbunden ist, wird der Impuls nur am 1. AND-Gatter durchgelassen. Er gelangt anschließend in den angeschlossenen Startimpulszähler und in den TAC, wo er die Zeitmessung startet. Mit ca. 30 ns Verzögerung gelangt der Impuls auch in den Univibrator. Dieser klappt nun für eine eingestellte Zeit  $T_S$  um. Gelangt in dieser Zeit ein zweiter Impuls in die Schaltung, wird dieser durch das 2. AND-Gatter in den TAC und einen zweiten Impulszähler für die Stops weitergeleitet. Der TAC stoppt daraufhin die Messung und gibt einen proportional zur Zeit angestiegenen Strom an einen angeschlossenen Vielkanalanalysator mit 512 Kanälen weiter. In diesem werden die

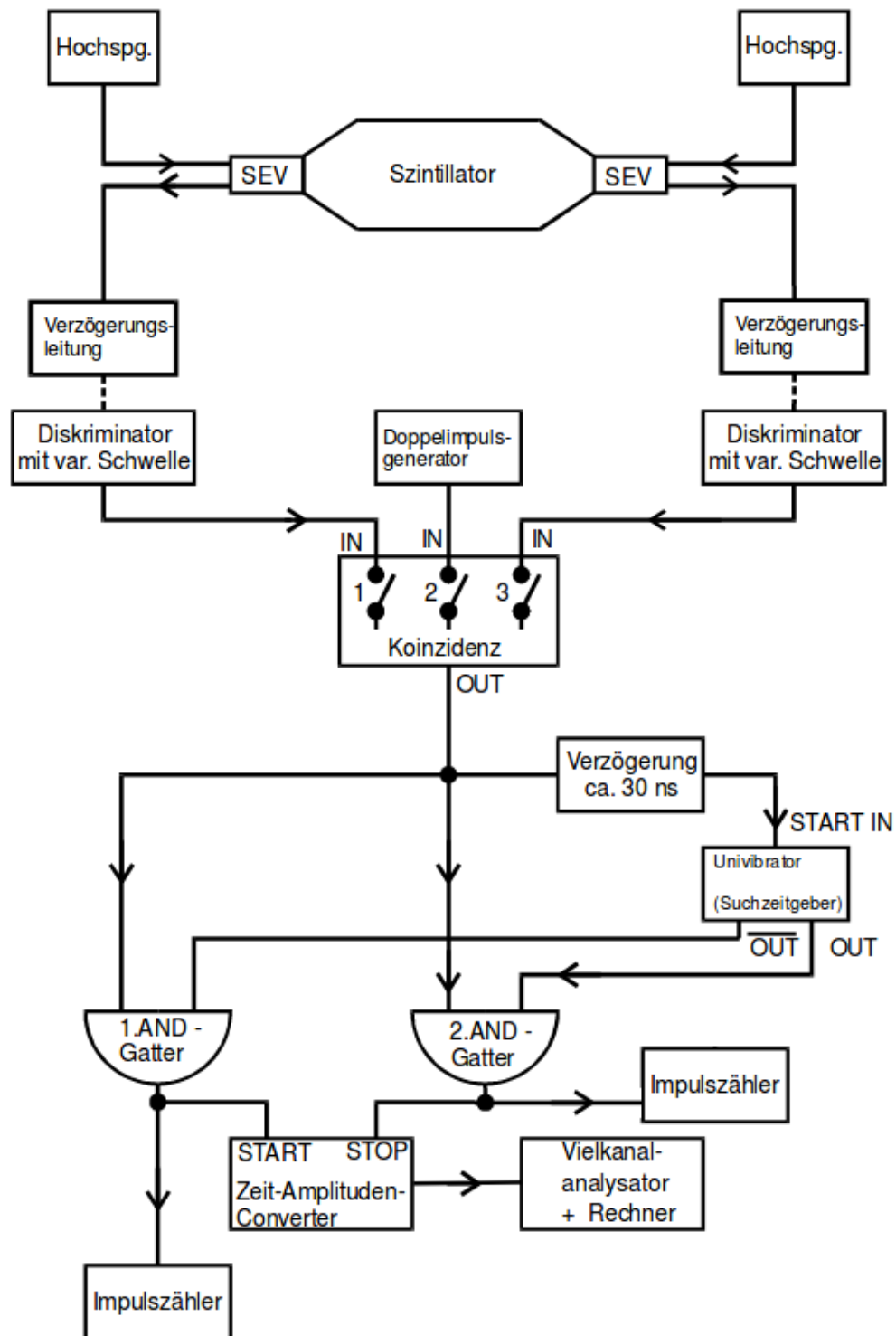


Abbildung 1: Die Messschaltung zur Aufnahme von Individuallebensdauern kosmischer Myonen.

Impulse ihrer Höhe nach in einzelne Kanäle einsortiert und in jedem einzelnen wird die Anzahl der eintreffenden Impulse gezählt. Die Messdaten können mit einem angeschlossenen Computer ausgelesen werden. Gelangt in der Zeit  $T_S$  kein weiterer Impuls in die Schaltung, klappt der Univibrator wieder zurück und der nächste Impuls wird als neues Startsignal gewertet. Kommt es in der Zeit  $T_S$  zur Abbremsung von zwei verschiedenen Myonen so werden diese als ein Zerfall gewertet. Dieser Untergrund lässt sich nicht herausfiltern und muss nachträglich bestimmt werden.

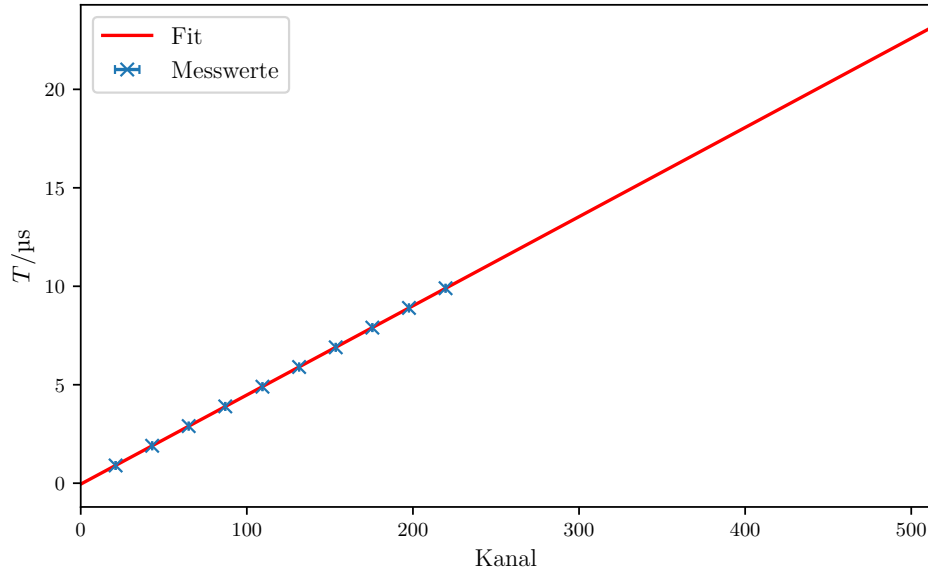
## 4 Durchführung

Zunächst wird der Aufbau gemäß Abb. 1 bis zur Koinzidenz aufgebaut. Anschließend werden die hinter den Photomultipliern auftretenden Signale auf beiden Seiten mit einem Oszilloskop betrachtet. Um Reflexionen zu vermeiden wird ein  $50\,\Omega$  Widerstand dazwischengeschaltet. Dies ist bei allen weiteren Benutzungen des Oszilloskop zu beachten. Der Vorgang wird nochmals hinter den Diskriminatoren wiederholt. Nun sollten die Impulse eine einheitliche Länge und Höhe besitzen. An den Diskriminatoren wird eine Impulsdauer von 20 ns eingestellt. Zum justieren wird wieder das Oszilloskop verwendet. Im Anschluss wird das Oszilloskop gegen zwei Zählwerke ausgetauscht. Der Threshold der Diskriminatoren wird so eingestellt, dass die mittlere Rate der eintreffenden Impulse auf beiden Seiten bei ca. 40 Hz liegt. Nun werden die Verzögerungsleitungen angepasst. Hierzu wird ein Zählwerk hinter die Koinzidenzapparatur geschaltet und eine Messkurve der Impulsraten unter Variation der Verzögerung erstellt. Die Kurve wird jedoch kein eindeutiges Maximum besitzen. Daher werden die Wendepunkte der Kurve ermittelt und aus ihrem Mittelwert das Maximum bestimmt. Die Verzögerungsleitungen werden auf die Verzögerung des Maximums eingestellt. Lässt sich keine Verringerung der Impulsrate gegenüber den Messungen vor der Koinzidenzapparatur feststellen, müssen die Thresholds weiter verringert und der Messvorgang wiederholt werden. Nun wird die eigentliche Messschaltung nach Abb. 1 aufgebaut. Danach wird die Zeit  $T_S$  am Univibrator mithilfe eines Oszilloskops auf  $20\,\mu\text{s}$  eingestellt. Zur weiteren Justierung werden beide Signalgänge des Szintillators abgeklemmt und gegen einen Doppelimpulsgenerator ausgetauscht. Es sollten mithilfe des Oszilloskops am Start und Stopp Eingang des TAC's Impulse der eingestellten Länge zu erkennen sein. Am TAC wird eine Messzeit von  $20\,\mu\text{s}$  eingestellt. Das Oszilloskop wird hinter den TAC geschaltet. Es sollten nun Impulse zu erkennen sein, deren Höhen proportional zum eingestellten Impulsabstand verlaufen. Anschließend werden die Kanäle des Vielkanalanalysators am Computer betrachtet. Im verwendeten Programm sollte zu erkennen sein, dass ein Kanal langsam gefüllt wird. Zuletzt wird noch eine Zeitkalibrierung durchgeführt. Hierzu wird der Doppelimpulsabstand variiert und die am Computer entstehende Kurve gespeichert. Aus den Daten lässt sich später eine Zeitskala für die Kanäle anfertigen. Nun kann die eigentliche Messreihe gestartet werden. Hierfür wird die Koinzidenz wieder auf die Impulse des Szintillators angepasst. Dann wird die Messung gleichzeitig am Computer und an beiden Impulsmessern gestartet. Nach ca. 24 – 30 Stunden kann die Messung wieder beendet werden. Auch hier ist darauf zu achten, dass gleichzeitig gestoppt wird.

## 5 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [1] als auch NumPy [4] erstellt. Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [3] durchgeführt.

### 5.1 Bestimmung der Zeitskala



**Abbildung 2:** Die Zeit  $T$  zwischen den Impulsen aus dem Doppelimpulsgenerator gegen die Messkanäle aufgetragen.

Für die Wertepaare aus Tabelle 1 wurde eine lineare und nicht gewichtete Ausgleichsrechnung durchgeführt. Die ermittelte Ausgleichsgerade und die Wertepaare sind in Abbildung 2 dargestellt. Für die Parameter der Geraden  $g(x) = ax + b$  ergibt sich:

$$a = (4,527 \pm 0,003) \cdot 10^{-2} \mu\text{s}$$

$$b = (-4,7 \pm 0,4) \cdot 10^{-2} \mu\text{s}$$

und somit für die Umrechnung von Kanal  $K$  in  $\mu\text{s}$ :

$$T(K) = aK + b. \quad (5)$$

Da der Doppelimpulsgenerator Impulse mit einem maximalen Abstand von  $9,9 \mu\text{s}$  liefern kann, liegen nur bis zu dieser Zeit Werte vor. Dies kann dazu führen, dass für höhere Kanalnummern  $K$  die bestimmten Zeiten  $T$  stärker abweichen.

**Tabelle 1:** Die Kanäle mit der jeweils zugeordneten Zeit  $T$ , wobei die Werte mit Unsicherheit durch einen gewichteten Mittelwert zustande kommen.

Kanal	$T/\mu\text{s}$
21,00	0,9
43,00	1,9
65,00	2,9
$87,01 \pm 0,01$	3,9
$109,40 \pm 0,02$	4,9
$131,47 \pm 0,02$	5,9
$153,52 \pm 0,02$	6,9
$175,57 \pm 0,02$	7,9
$197,61 \pm 0,02$	8,9
$219,65 \pm 0,02$	9,9

## 5.2 Berechnung des Untergrundes mit Hilfe der gesamten Anzahl von Start-Ereignissen

Mit der gesamten Anzahl  $S$  von  $(2,213 \pm 0,002) \cdot 10^6$  Start-Ereignissen in  $T_{\text{ges}} = 92\,164\text{ s}$  ergibt ein Erwartungswert  $\lambda = ST_{\text{S}}/T_{\text{ges}} = (4,802 \pm 0,003) \cdot 10^{-4}$  für die Anzahl an Start-Ereignissen in  $T_{\text{S}} = 20\,\mu\text{s}$ . Die Standardabweichung für  $S$  kommt aus der Annahme, dass diese Größe einer Poisson-Verteilung unterliegt. Mit dieser Annahme ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit, das genau  $x$  Myonen einem vorherigem in der maximalen Messzeit von  $T_{\text{S}} = 20\,\mu\text{s}$  folgen:

$$f(x) = \frac{\lambda^x}{x!} \exp(-\lambda) = (4800 \pm 3) \cdot 10^{-4}.$$

Für genau ein nachfolgendes Myon folgt:

$$f = \lambda \exp(-\lambda) = (4800 \pm 4) \cdot 10^{-4}.$$

Damit folgt für die erwartete Anzahl an Untergrund-Ereignissen:

$$U_{\text{ges}} = S \cdot f = 1062 \pm 2.$$

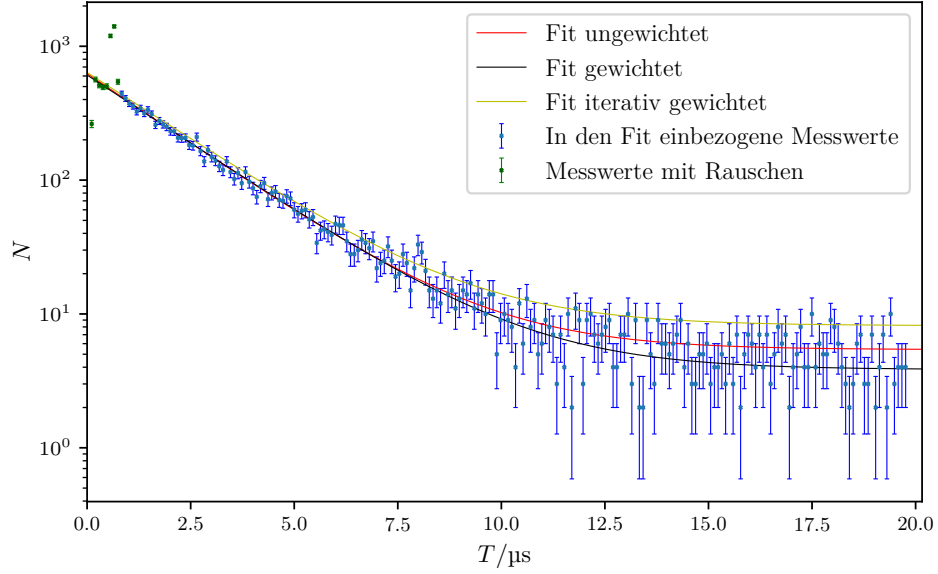
Mit dem zuvor bestimmten Umrechnungsformel (5) lässt sich die Anzahl der verwendeten Kanäle zu  $K_{\text{max}} - K_{\text{min}} = (T_{\text{S}}/a - b/a) - (T_{\text{I}}/a - b/a) = (T_{\text{S}} - T_{\text{I}})/a$  berechnen. Somit ergibt sich für die Anzahl der Untergrund-Ereignisse pro Kanal:

$$U_{\text{ber}} = \frac{U_{\text{ges}}}{K_{\text{max}} - K_{\text{min}}} = 2,405 \pm 0,004.$$

## 5.3 Bestimmung der Lebensdauer und des Untergrundes mit Hilfe einer nicht linearen Ausgleichsrechnung

Die für den Fit in Abbildung 3 nötige nicht lineare Ausgleichsrechnung wurde mit der Funktion `curve_fit` aus der python-Bibliothek `scipy` [2] durchgeführt. Die gefittete





**Abbildung 3:** Die Anzahl der gemessenen Ereignisse mit einer zeitlichen Differenz  $T$  zum vorherigen.

Funktion besitzt die Form  $f(x) = \exp(-ax + b) + c$ . Als Gewichte wurden die Wurzeln der jeweiligen Anzahl an Ereignissen genommen, da bei dieser von einer Poisson-Verteilung ausgegangen wird. Die ersten 9 und letzten 37 Wertepaare wurden für den Fit ignoriert. Dies wird in der Diskussion begründet. Um den Fit so möglich zu machen wurden jeweils zwei Kanäle zu einem zusammengefasst, wobei die Anzahl an Ereignissen von beiden Kanälen addiert und die mittlere Kanalnummer von beiden genommen wird. Für die Parameter ergibt sich somit

$$\begin{aligned} a &= (0,468 \pm 0,006) \frac{1}{\mu\text{s}} \\ b &= 6,43 \pm 0,02 \\ c &= 3,8 \pm 0,2. \end{aligned}$$

Für den aus dem Fit ermittelten Untergrund pro Kanal ergibt sich somit:

$$U_{\text{fit}} = \frac{c}{2} = 1,9 \pm 0,1$$

und für die Lebensdauer des Myons:

$$\tau = \frac{1}{a} = (2,14 \pm 0,03) \mu\text{s}.$$

## 6 Diskussion

Im folgendem sollen die Ergebnisse und Vorgehensweisen aus der Auswertung diskutiert werden.

In dem Abschnitt 5.3 wurden zum Fitten zuerst jeweils zwei Kanäle zu einem zusammen gefasst und danach die ersten 9 und letzten 37 Wertepaare herausgenommen. Die Kanäle wurden zusammen gefasst, da die Messdauer zu kurz war, um eine ausreichende Statistik zu erreichen. Es ergaben sich daher Nulleinträge. Diese werden mit diesem Vorgehen eliminiert. Zu beachten ist, dass durch dieses Vorgehen Auflösung verloren geht. Die Auflösung wurde bei der Auswertung nicht beachtet, da sie für die gesuchten Größen eine untergeordnete Rolle spielt. Die letzten 37 Wertepaare beziehungsweise 72 Messkanäle wurden herausgenommen, da bei diesen keine Ereignisse gemessen werden können. Die Ursache hierfür ist die maximalen Messzeit von  $T_S = 20 \mu\text{s}$ . Die ersten 9 Messwerte beziehungsweise 18 Messkanäle wurden aus verschiedenen Gründen herausgenommen. Die Ersten wurden herausgenommen, da der Aufbau bei geringen Messzeiten  $T$  unter Umständen nicht wie gewünscht funktioniert. Beispiele sind, dass nicht zwischen den Start- und Stopimpulsen unterschieden werden kann oder auch dass die Spannungen zwischen TAC und Vielkanalanalysator zu gering sind. Die Wertepaaren mit einer leicht größeren Messzeit zeigen hingegen einen stark ausgeprägtes Peak. Für diesen gibt es mehrere mögliche Ursachen. Zu einem könnte es dadurch zustande kommen, dass leichte Spannungsschwankungen am TAC fälschlicherweise als Ereignis aufgefasst werden. Eine andere Ursache wäre, dass ein Impuls durch Reflexionen in den Kabeln doppelt gezählt wird. Ein Indiz dafür wäre auch, dass insgesamt 23047 Ereignisse in den Kanälen, jedoch nur 17880 Ereignisse am Stopimpulszähler gezählt wurden. Es folgt eine Diskussion der bestimmten Größen:

Der in Abschnitt 5.3 bestimmte Wert für die Lebensdauer des Myons von  $\tau = (2,14 \pm 0,03) \mu\text{s}$  weicht um  $(3 \pm 1) \%$  vom Literaturwert von  $\tau_{\text{lit}} = (2,196\,981\,1 \pm 0,000\,002\,2) \mu\text{s}$  [5] ab. Dies könnte durch einen systematischen Fehler der Zeitabstände der Doppelimpulse des Doppelimpulsgenerators auftreten, da diese eine verfälschte Zeitskala verursachen würden. Tatsächlich weicht der berechnete Wert von  $436,9 \pm 0,2$  Kanälen von der Anzahl der Kanäle, in denen Ereignisse gezählt worden sind, mit ungefähr 450 um ca. 3 % ab. Es könnte jedoch auch durch eine an dem Univibrator ungenau eingestellte Suchzeit von nicht genau  $20 \mu\text{s}$  verursacht werden.

Der in Abschnitt 5.3 bestimmte Wert für den Untergrund von  $U_{\text{fit}} = 1,9 \pm 0,1$  weicht um  $(21 \pm 5) \%$  vom im Abschnitt 5.2 berechneten Wert von  $U_{\text{ber}} = 2,431 \pm 0,004$  ab. Dies könnte durch die Gewichtung der nicht linearen Ausgleichsrechnung zustande kommen. Bei dieser wird ein Fehler von  $\sqrt{N}$  für  $N$  Ereignisse im Kanal angenommen. Für größere Zeiten  $T$  schwankt der Wert für  $N$  relativ stark. Aufgrund der Gewichtung werden die niedrigeren Werte jedoch stärker gewichtet als die höheren. Dies könnte zu der Abweichung nach unten führen.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 09.12.2016).
- [4] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 09.12.2016).
- [5] C. Patrignani et al. (Particle Data Group). *2017 Review of Particle Physics*. Chin. Phys. C, 15. Jan. 2017. URL: [http://pdg.lbl.gov/2017/tables/contents\\_tables.html](http://pdg.lbl.gov/2017/tables/contents_tables.html).