8. SEGMENTAÇÃO

- Tarefa não trivial
- Facilitada por condições ambientes controladas
- Sob condições não controladas, facilitada pelo uso de sensores específicos

8.1. FUNDAMENTOS

- Derivada de ordem 1
  - Expandindo-se a função $f(x+\Delta x)$ em Série de Taylor sobre x;
  - Assumindo-se $\Delta x = 1$
  - Mantendo-se apenas os termos lineares

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(x) = f(x+1) - f(x)$$

- Derivada de ordem 2

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f'(x)}{\partial x} &= f'(x+1) - f'(x) \\ &= f(x+2) - f(x+1) - f(x+1) + f(x) \\ &= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)\end{aligned}$$

  - Expansão sobre o ponto $(x+1)$. Portanto...

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

    - Mais agressiva que a derivada de ordem 1...

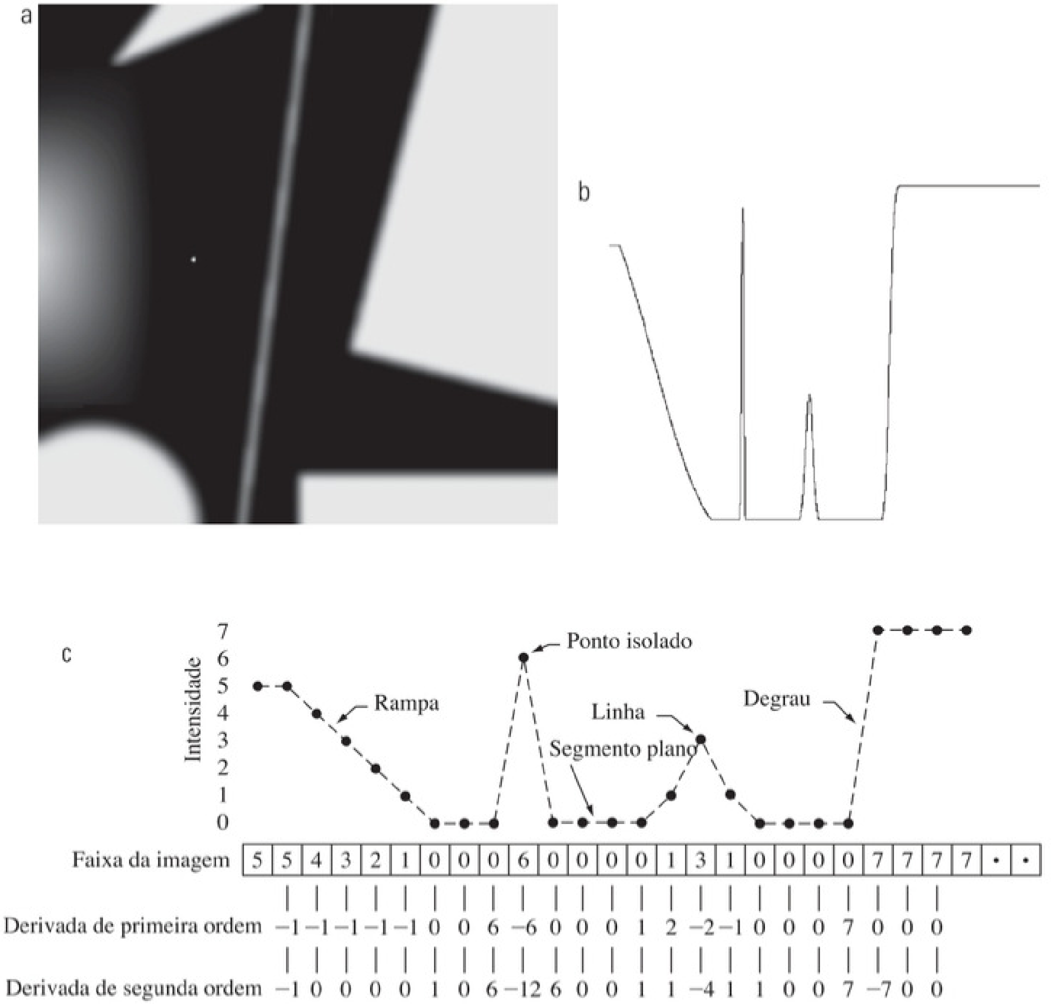


Figura 10.2 (a) Imagem (b) Perfil de intensidade horizontal no centro da imagem, incluindo o ponto de ruído isolado, (c) Perfil simplificado (os pontos estão unidos com traços para facilitar o entendimento). A faixa da imagem corresponde ao perfil de intensidade, e os números nas caixas são os valores de intensidade dos pontos mostrados no perfil. As derivadas foram obtidas utilizando as equações 10.2-1 e 10.2-2.

- Gradiente

$$\nabla f = \text{grad}(f) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

em que

$$g_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = f(x+1,y) - f(x,y) \quad ; \quad g_y = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = f(x,y+1) - f(x,y)$$

  - Aponta na direção do máximo crescimento da função
  - Magnitude do vetor

$$M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

ou $\quad M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) \simeq |g_x| + |g_y|$

- Implementação por convolução

−1
1

−1	1

- Roberts: bordas diagonais
- Prewitt e Sobel: ênfase em direções específicas

b

−1	0
0	1

c

0	−1
1	0

Roberts

d

−1	−1	−1
0	0	0
1	1	1

e

−1	0	1
−1	0	1
−1	0	1

Prewitt

f

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

g

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

Sobel

c

0	1	1
−1	0	1
−1	−1	0

d

−1	−1	0
−1	0	1
0	1	1

Prewitt

0	1	2
−1	0	1
−2	−1	0

−2	−1	0
−1	0	1
0	1	2

Sobel

- Direção do vetor

$$\alpha(x,y) = tg^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$$

  - Direção da borda é perpendicular à direção do gradiente

- Laplaciano

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$
$$= f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

- Derivadas e Laplaciano implementados por convolução

1	1	1
1	–8	1
1	1	1

Isotrópico
(invariante à rotação)

–1	–1	–1
2	2	2
–1	–1	–1

horizontal

2	–1	–1
–1	2	–1
–1	–1	2

+45°

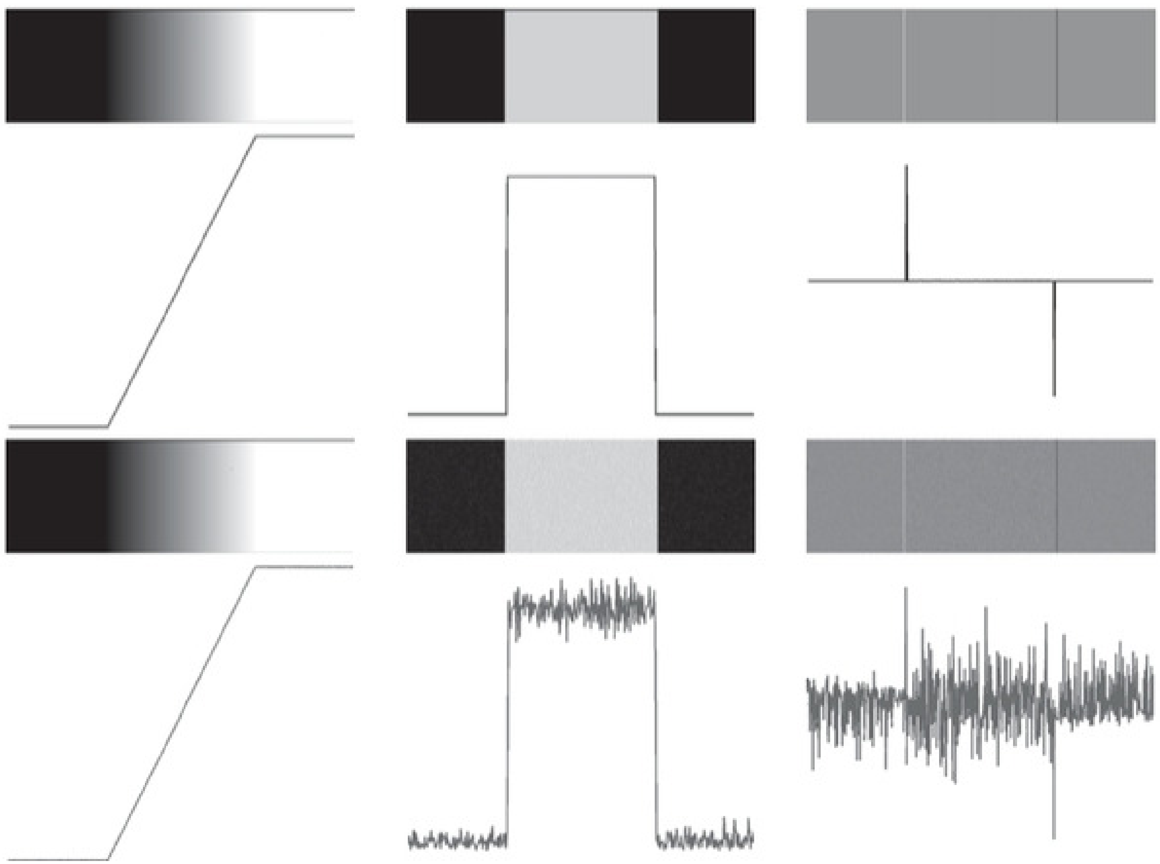
–1	2	–1
–1	2	–1
–1	2	–1

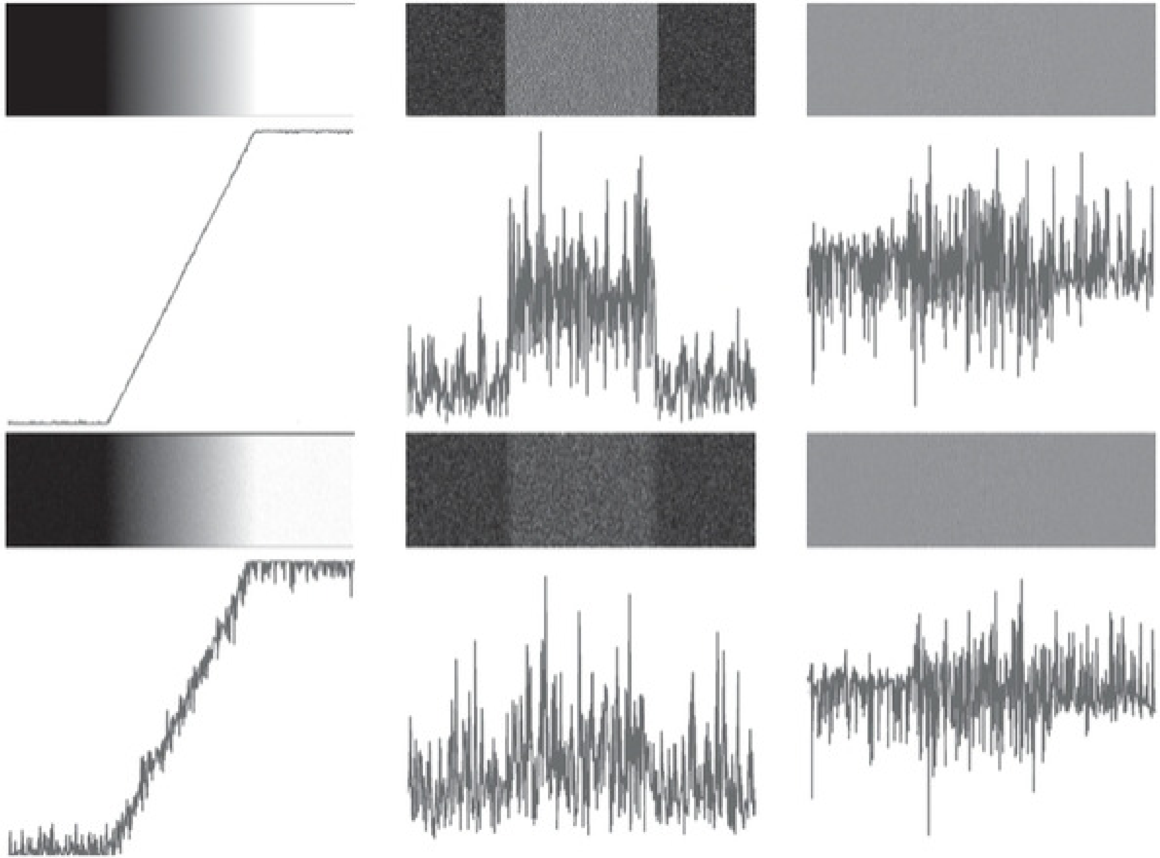
Vertical

–1	–1	2
–1	2	–1
2	–1	–1

-45°

- Comportamento frente a ruído





- Transformada de Hough
  - $y_i = ax_i + b \quad \Rightarrow \quad b = -ax_i + y_i$ (plano ab; espaço de parâmetros)
  - $y_i = ax_i + b \quad \Rightarrow$ muitas/infinitas retas passam por (x_i, y_i)
  - $b = -ax_i + y_i \quad \Rightarrow$ uma única reta passa por (a', b')

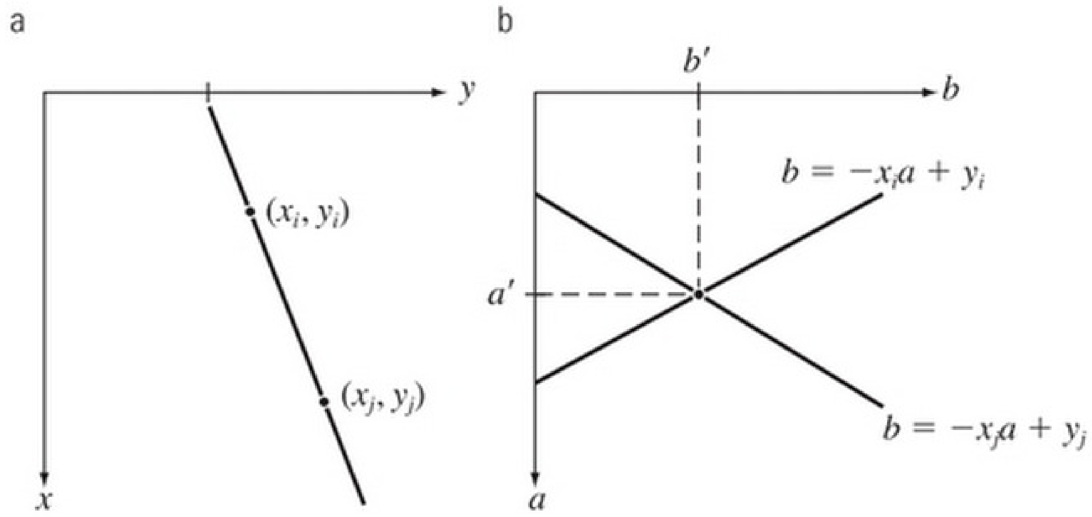


Figura 10.31 (a) Plano *xy*. (b) Espaço de parâmetros.

- Problema $\Rightarrow$ $a \to \infty$ quando a inclinação da reta é vertical

  - Solução: equação normal da reta (coordenadas polares)

$$x\cos\theta + y\sin\theta = \rho$$

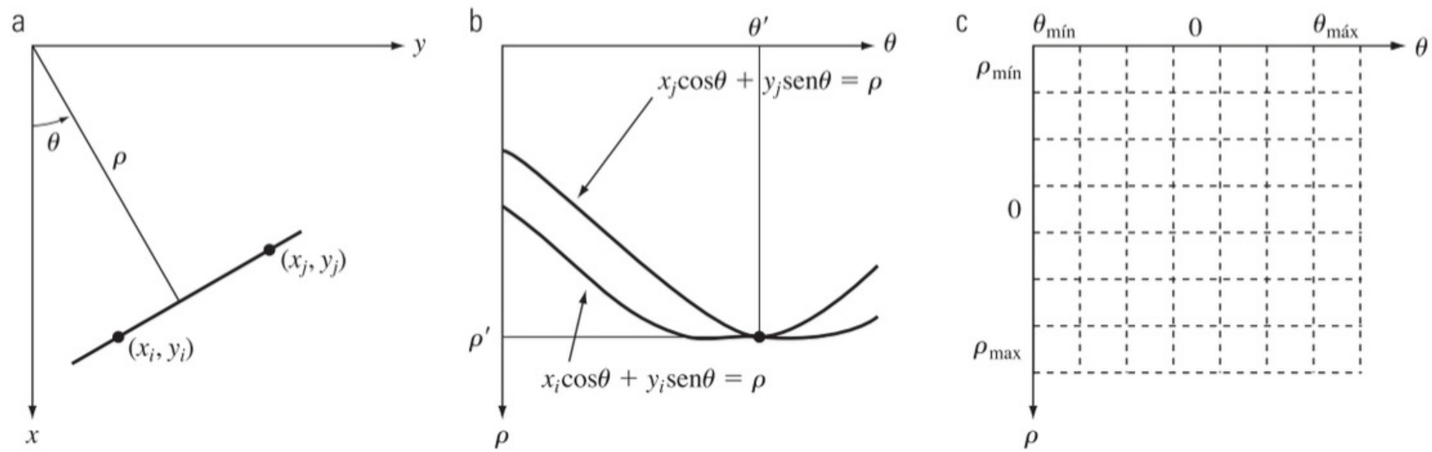


Figura 10.32 (a) (ρ, θ) Parametrização da reta no plano xy. (b) Curvas senoidais no plano $\rho\theta$; o ponto de interseção (ρ', θ') corresponde à reta que passa pelos pontos (x_i, y_i) e (x_i, y_i) no plano xy. (c) Divisão do plano $\rho\theta$ em células acumuladoras.

8.2. LIMIARIZAÇÃO

- Classificações
  - Limiarização global
  - Limiarização variável, local, regional, dinâmica, adaptativa, etc.

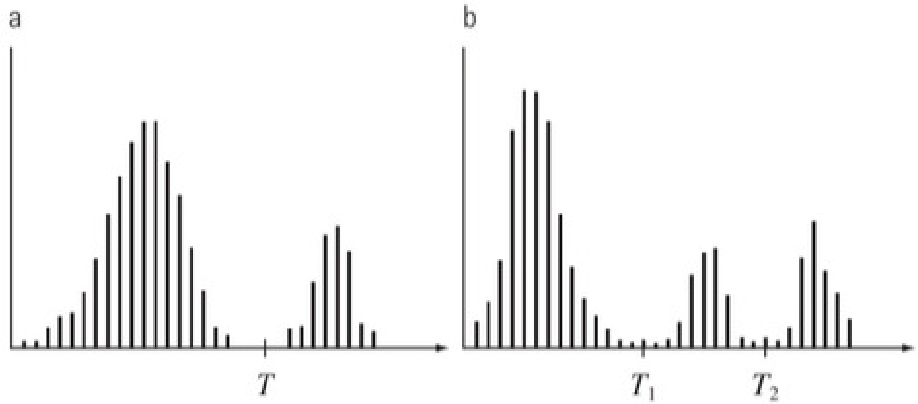


Figura 10.35 Histogramas de intensidade que podem ser divididos (a) por um limiar único e (b) por limiares duplos.

(ex: objetos claros sobre fundo escuro)

- Influência do ruído

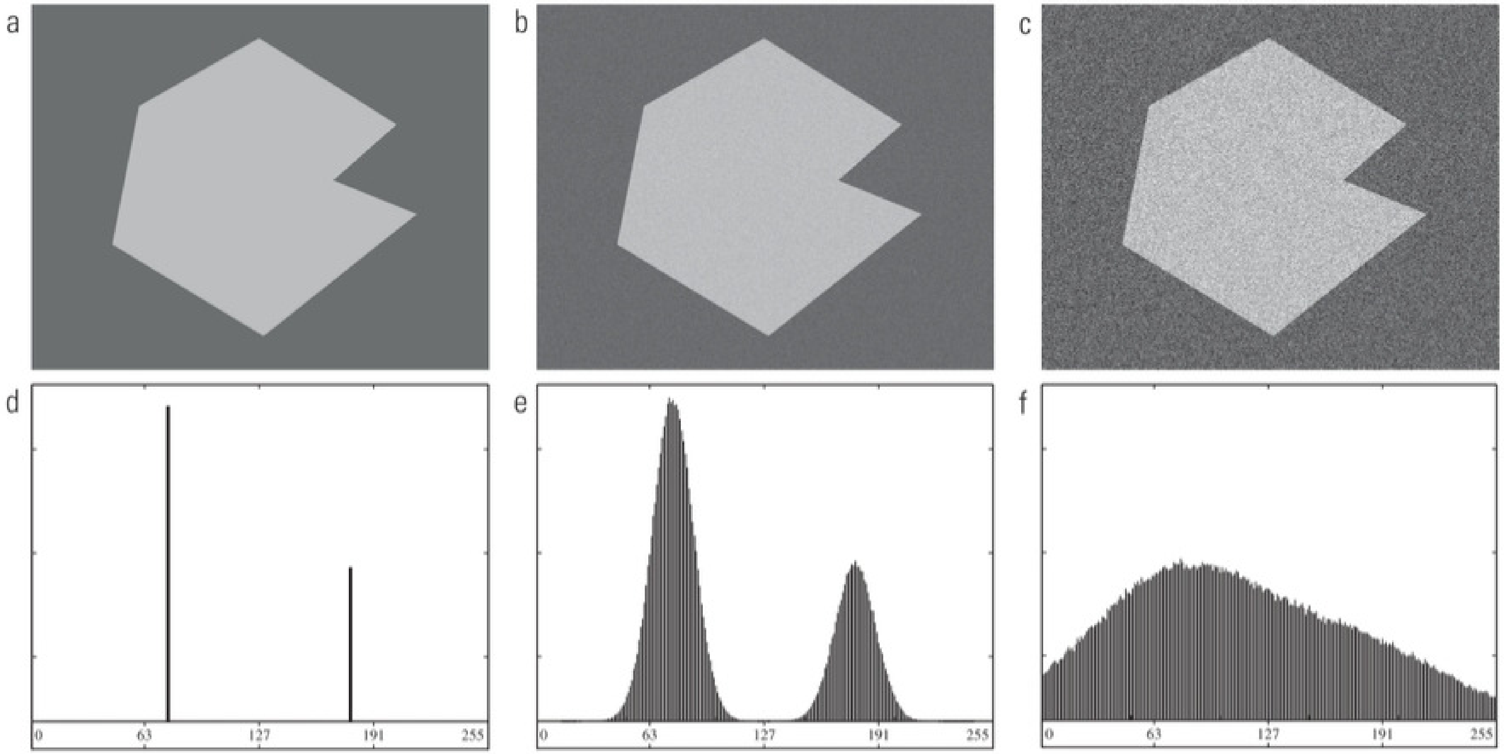


Figura 10.36 (a) Imagem de 8 bits livre de ruído. (b) Imagem com ruído gaussiano aditivo de média 0 e desvio padrão de 10 níveis de intensidade. (c) Imagem com ruído gaussiano aditivo de média 0 e desvio padrão de 50 níveis de intensidade. (d) a (f) Histogramas correspondentes.

- Influência da iluminação

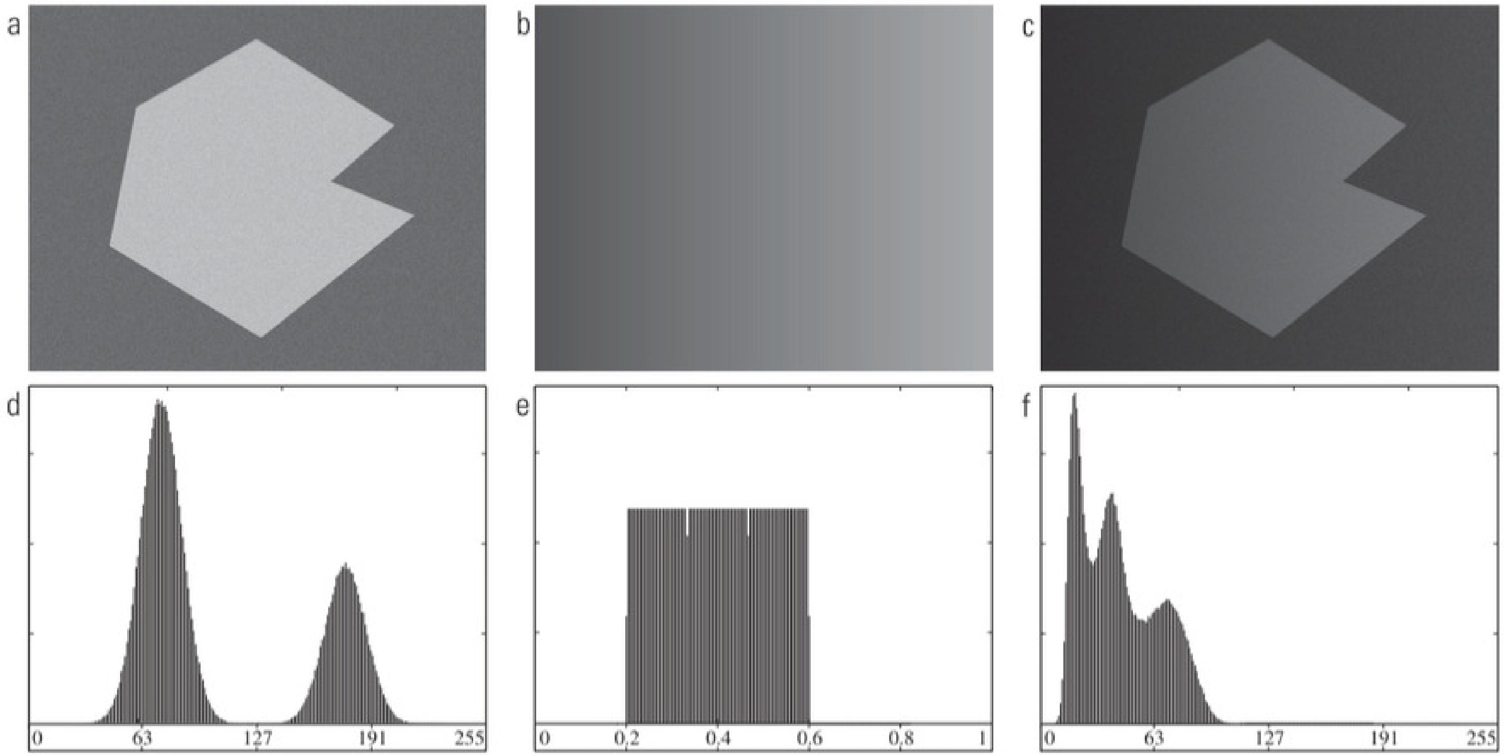


Figura 10.37 (a) Imagem ruidosa (b) Rampa de intensidade no intervalo [0,2, 0,6]. (c) Produto de (a) e (b). (d) a (f) Histogramas correspondentes.

- Definição Automática do Limiar

  - Limiarização Global Simples

    1. Selecionar uma estimativa do limiar global T (por exemplo, valor da intensidade média da imagem)

    2. Segmentar a imagem usando T e formando dois grupos de pixels, G_1 e G_2

    3. Calcular os valores m_1 e m_2 das intensidades média dos grupos G_1 e G_2

    4. Calcular um novo limiar $T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$

    5. Repetir as etapas 2 a 4 até que a variação de T em iterações sucessivas seja menor que um valor predefinido ΔT

- Limiarização Global Ótima pelo Método de Otsu
  - Maximiza a variância entre as classes
  - Trabalha diretamente sobre o histograma da imagem (baixo custo computacional)
  - Níveis de cinza de uma imagem $M \times N \Rightarrow [0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ L-1]$
  - Número de pixels com intensidade $i \Rightarrow n_i$
  - $MN = n_0 + n_1 + n_2 + \cdots + n_{L-1}$
  - O histograma normalizado tem componentes $p_i = n_i / NM$ e $\sum_{i=0}^{L-1} p_i = 1$
  - Limiar $T(k) = k$ separa a imagem em duas classes C_1 e C_2

- A probabilidade de um pixel ser atribuído a C_1, ou seja, a probabilidade de ocorrência da classe C_1 é $P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$

- A intensidade média dos pixels da classe C_1 pode ser definido como $m_1(k) = \sum_{i=0}^{k} iP(i | C_1)$

- Da regra de Bayes

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B),$$

segue que

$$m_1(k) = \sum_{i=0}^{k} iP(C_1|i)P(i)/P(C_1).$$

Como $0 \le i \le k$, $P(C_1|i)=1$. Note-se também que $P(i)=p_i$ e $P(C_1)=P_1(k)$, portanto

$$m_1(k)=\frac{1}{P_1(k)}\sum_{i=0}^{k} ip_i$$

- Figura de mérito para a qualidade do limiar k:

$$\eta(k)=\frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}$$

- $\sigma_G^2=\sum_{i=0}^{L-1}(i-m_G)^2 p_i \Rightarrow$ variância global

em que $m_G=\sum_{i=0}^{L-1} ip_i$

- $\sigma_B^2(k)=(m_1-m_G)^2 P_1(k)+(m_2-m_G)^2 P_2(k) \Rightarrow$ variância entre classes

- É possível mostrar que $\sigma_B^2(k) = P_1(k)P_2(k)(m_1 - m_2)^2$

- Quanto mais distantes as médias, maior $\sigma_B^2(k)$ $\Rightarrow$ variância entre as classes é uma medida de separabilidade

- $\sigma_B^2(k)$ pode ser escrito como $\sigma_B^2(k) = \dfrac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$

em que $m(k) = \sum_{i=0}^{k} i p_i$, $m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$ e $P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p_i$

  - Mais eficiente computacionalmente

- Como σ_G^2 é constante, maximizar $\eta(k)$ equivale a maximizar $\sigma_B^2(k)$

- FINALMENTE: determinar $\sigma_B^2(k)$ para todos os valores de k entre 0 e $L-1$ e escolher o k que maximiza $\sigma_B^2(k)$. Obs: pode haver mais de um k que maximiza $\sigma_B^2(k)$.

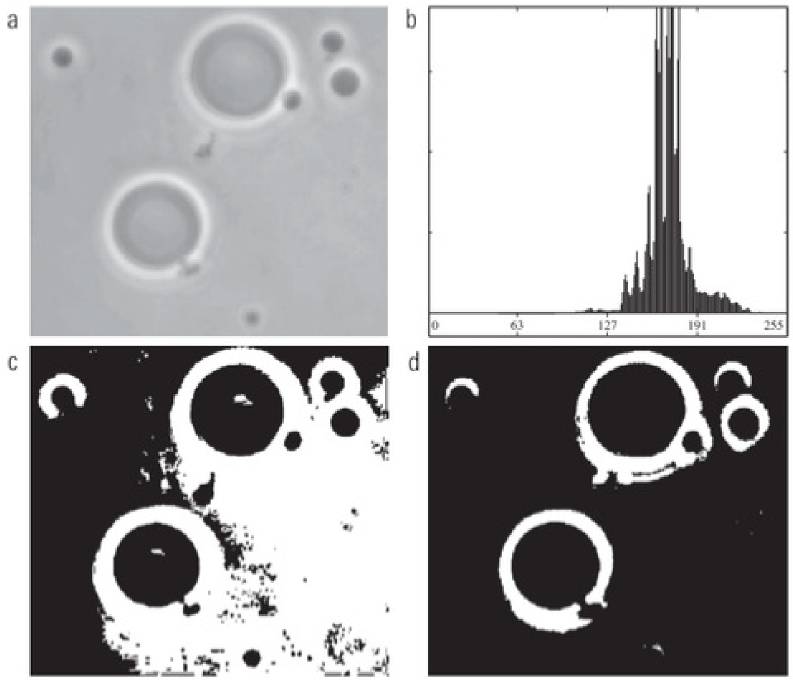


Figura 10.39 (a) Imagem original. (b) Histograma (os picos elevados foram cortados para realçar os detalhes nos valores mais baixos). (c) Resultado da segmentação utilizando o algoritmo global básico da Seção 10.3.2. (d) Resultado obtido pelo método de Otsu. (Imagem original: cortesia do Professor Daniel A. Hammer, da Universidade da of Pennsylvania.)