UNIAVAN - Centro Universitário Avantis
Curso: Engenharia Elétrica
Disciplina: Análise de Sistemas Lineares

Classificação de Sistemas

Prof. Luiz Fernando M. Arruda, Me. Eng.

Sumário

Classificação de Sistemas

Um sistema pode ser classificado genericamente com as seguintes categorias:

- Sistemas Lineares ou Não Lineares
- Sistemas com parâmetros constantes ou com parâmetros variando no tempo
- Sistemas instantâneos (sem memória) ou dinâmicos (com memória)
- Sistemas causais ou não causais
- Sistemas contínuos ou discretos no tempo
- Sistemas analógicos ou digitais
- Sistemas inversíveis ou não inversíveis
- Sistemas estáveis ou instáveis

Sistemas Lineares e Não Lineares

Para um sistema ser considerado linear, sua saída tem que ser proporcional a entrada, mesmo possuindo mais de uma entrada. Para análise, cada variavel é isolada e analisada individualmente $x_1 \to y_1$, $x_2 \to y_2$, e assim por diante.

$$x_1 + x_2 = y_1 + y_2$$

Além disse ela deve respeitar a *homogeneidade* ou escalonamento, ao qual afirma que ao aumentarmos um valor de entrada em k vezes, sua saída aumenatará k vezes.

$$k \cdot x = k \cdot y$$

$$k \cdot x_1 + k \cdot x_2 = k \cdot y_1 + k \cdot y_2$$

Exemplo

Mostre que o sistema descrito pela equação abaixo é linear.

$$\frac{dy}{dt} + 3y(t) = x(t)$$

Logo:

$$\frac{dy_1}{dt} + 3y_1(t) = x_1(t)$$
$$\frac{dy_2}{dt} + 3y_2(t) = x_2(t)$$

$$\frac{d}{dt}[k_1 \cdot y_1(t) + k_2 \cdot y_2(t)] + 3[k_1 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_2] = k_1 \cdot x_1(t) + k_2 \cdot x_2(t)$$

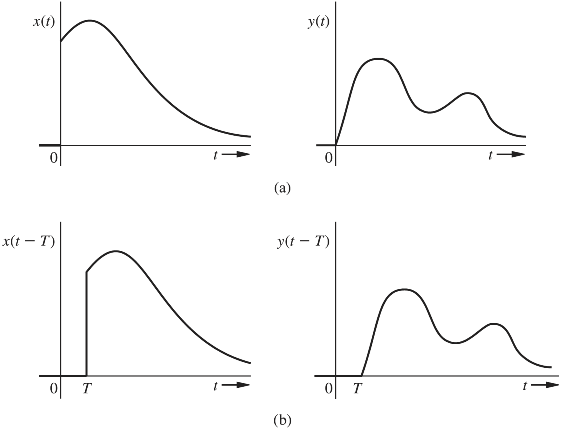
Assim:

$$x(t) = k_1 \cdot x_1(t) + k_2 \cdot x_2(t)$$

$$y(t) = k_1 \cdot y_1(t) + k_2 \cdot y_2(t)$$

Sistemas Variantes e Invariantes no Tempo

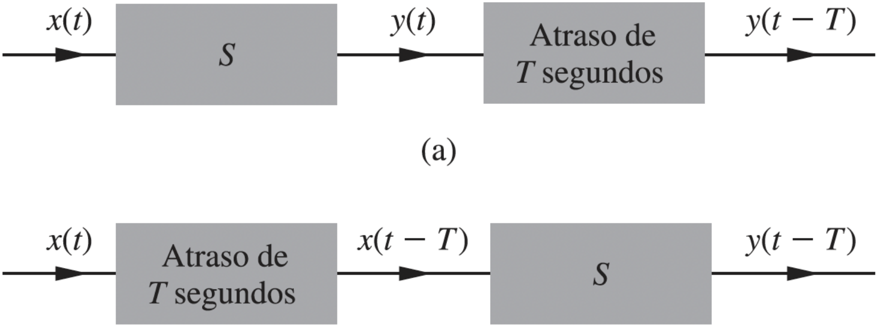
Sistemas cujos parâmetros não são alterados com o tempo, são invariantes no tempo (também conhecidos como parâmetros constantes). Neste modelo, caso a entrada seja atrasada em T segundos, a saída é a mesma, porém T segundos atrasada.



$$x(t-T) = y(t-T)$$

Exemplo: Circuitos Lineares Resitivos e Filtros de Áudio

Sistemas Variantes e Invariantes no Tempo



Analise o problema a seguir e veja se ele é invariante no tempo:

$$y(t) = sin(t) \cdot x(T-2)$$

Sistemas Instantâneos e Dinâmicos

Existem sistemas cuja a saída depende de instâncias anteriores, e sistemas que são independentes, não dependem do passado, para definirem sua saída.
Por exemplo, um sistema puramente resistivo, não precisa de valores de um estágio anterior para definir seu estado atual, apenas da tensão ou corrente elétrica sobre o dispositivo.

$$V(t) = R \cdot I(t)$$

Assim, *sistemas instantâneos* são os sistemas sem memória e um sistema dinâmicos depende das entradas anteriores.
Exemplo: um sistema capacitivo ou indutivo, depende do estado de carga do capacitor ou indutor para definir seu estágio atual.

Sistemas Causal e Não Causal

Um *sistema causal* é um modelo de sistema cuja saída em qualquer instante de tempo depende única e exclusivamente da entrada x(t) para $t \leq t_0$. Ou seja, a saída não pode começar antes da entrada acontecer. Um sitema que viola essa regra é um sistema não causal ou antecipativo.

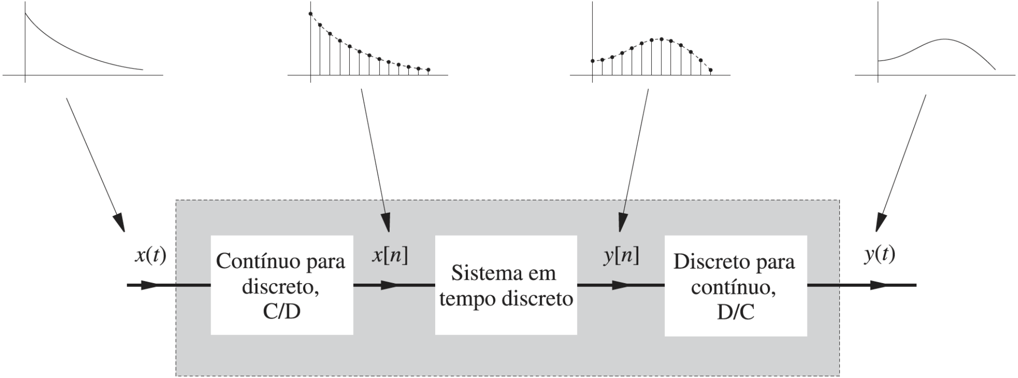
$$y(t_0) = f(x(t)), \text{ para } t \leq t_0$$

Exemplo: Em um circuito RC, a tensão no capacitor em um dado momento depende da corrente que passou pelo circuito até aquele momento, mas não depende de correntes futuras. Portanto, o circuito é causal.

Exemplo Não Causal: Um filtro que usa valores futuros de um sinal para eliminar ruídos ou prever a tendência do sinal. Por exemplo, $y(t) = x(t+1)$ é uma relação não causal porque a saída em t depende da entrada em $t+1$.

Sistema em Tempo Contínuo em Tempo Discreto

Sistemas cuja os sinais de entrada e saída possuem sinais contínuos são chamados de sistemas em tempo contínuo, e sistemas cuja entrada e saída estão discretizados são conhecidos por sistema em tempo discreto.



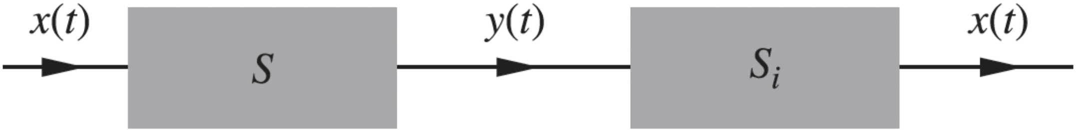
Sistema Digitais e Sistemas Analógicos

Sistemas analógicos são aqueles que processam sinais contínuos no tempo e em amplitude. Em um sistema analógico, tanto o sinal de entrada quanto o sinal de saída podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo contínuo.

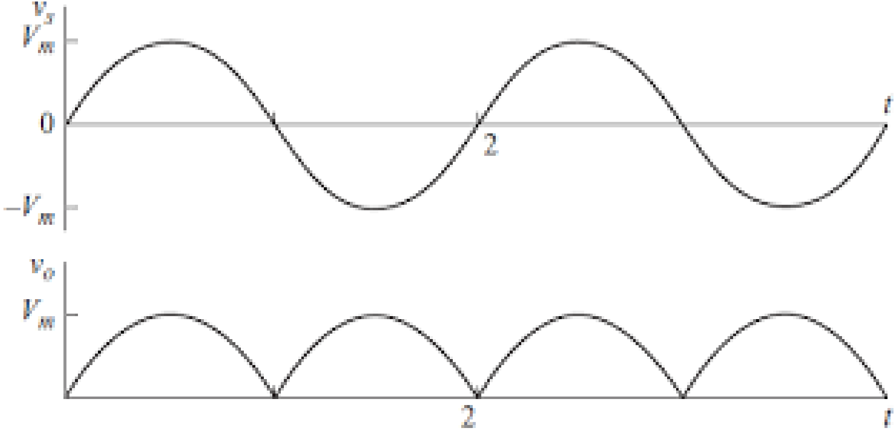
Sistemas digitais processam sinais discretos no tempo e em amplitude. Em um sistema digital, tanto o sinal de entrada quanto o sinal de saída são quantizados, o que significa que eles só podem assumir valores discretos, geralmente representados por números binários.

Sistemas inversíveis e não inversíveis

Sistemas inversíveis são sistemas cuja operação de entrada para saída pode ser invertida e a partir de um valor y(t), determinarmos x(t). Ou seja, para cada saída y(t) existe somente uma entrada x(t).
Entretanto, quando a saída é obtida por mais de uma entrada, ou a saída pode ser obtida de mais de uma maneira, o sistema não e inversível.



Sistemas inversíveis e não inversíveis



Sistemas Estáveis e Instáveis

Um sistema é considerado estável se, para qualquer entrada limitada aplicada ao sistema, a saída resultante também for limitada. Em termos mais técnicos, um sistema é estável se, para qualquer sinal de entrada $x(t)$ que seja limitado (ou seja, que não cresce indefinidamente), a saída $y(t)$ também permanecer limitada.

Um sistema é considerado instável se houver pelo menos uma entrada limitada para a qual a saída resultante cresce indefinidamente, ou seja, a saída não permanece limitada. Em outras palavras, se uma entrada limitada pode produzir uma saída que cresce sem limite, o sistema é instável.

Exemplo: Um amplificador que entra em saturação, onde a saída pode aumentar sem controle a partir de uma entrada limitada.

Exercícios

1. Para os sistemas descritos abaixo, determine quais são lineares e quais não são.

- $\frac{dy}{dt} + 2y(t) = x^2(t)$
- $\frac{dy}{dt} + 3t \cdot y(t) = t^2 x(t)$
- $3y(t) + 2 = x(t)$
- $\frac{dy}{dt} + y^2(t) = x(t)$
- $\left(\frac{dy}{dy}\right)^2 + 2y(t) = x(t)$

2. Para os sistemas descritos abaixo, determine quais dos sistemas são sistemas com parâmetros invariantes no tempo e quais são sistemas com parâmetros variantes no tempo.

- $y(t) = x(t-2)$
- $y(t) = x(-t)$
- $y(t) = x(at)$
- $y(t) = tx(t-2)$
- $y(t) = \int_{-5}^{5} x(\tau)\, d\tau$

Próxima Aula

Modelagem de Sistemas Elétricos

Obrigado!!!

Referencial Bibliográfico I

DISTEFANO, Joseph J; STUBBERUD, Allen J; WILLIAMS, Ivan J. **Schaum's outline of feedback and control systems**. New York: McGraw-Hill Professional, 2013.

HAYES, Monson H. **Schaum's outlines Digital Signal Processing**. New York: McGraw-Hill Professional, 2011.

HSU, Hwei P. **Schaum's outlines signals and systems, 4th Edition**. New York: McGraw-Hill Professional, 2019. v. 4.

LATHI, Bhagwandas Pannalal; GREEN, Roger A. **Linear systems and signals**. New York: Oxford University Press, 2004. v. 2.