

UNIAVAN - Centro Universitário Avantis  
Curso: Engenharia Elétrica  
Disciplina: Análise de Sistemas Lineares

# Classificação de Sistemas

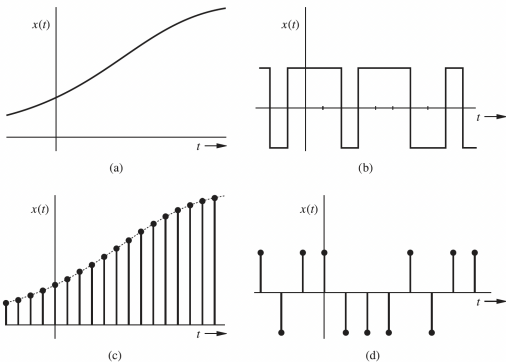
Prof. Luiz Fernando M. Arruda, Me. Eng.



# Sumário

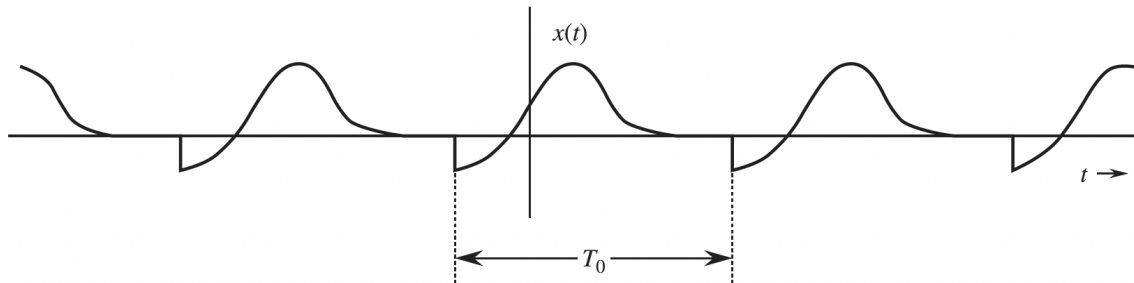
- 1 Sinais Analógicos e Sinais Digitais
- 2 Sinais Periódicos e Não Periódicos
- 3 Energia e Potência
- 4 Sinais Determinísticos e Aleatórios
- 5 Funções Par e Ímpar
- 6 Funções Especiais

# Sinais Analógicos e Sinais Digitais



Embora muita gente confunda um sinal contínuo com um sinal analógico, e um sinal discreto com um sinal digital. As correlações são um pouco diferentes. Nas figuras (a) e (b) ambos os sinais são contínuos, porém na alternativa (a) o sinal é analógico e na letra (b) o sinal é digital. Nas alternativas (c) e (d) ambos os sinais são discretos, observe a descontinuidade do sinal, ao qual na alternativa (c) o sinal é analógico e em (d) digital. **Um sinal analógico pode ser convertido em um sinal digital através do uso de ADC's.**

# Sinais Periódicos e Não Periódicos

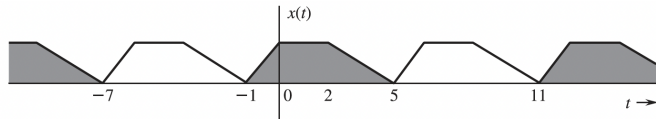


Um sinal é considerado periódico para:

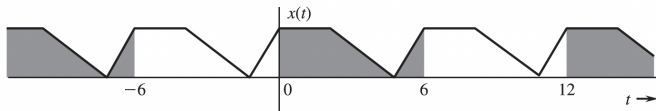
$$x(t) = x(t + T_0) \quad \text{para todo } t$$

Ao qual o menor valor de  $T_0$  que satisfaz a periodicidade é o período fundamental de  $x(t)$ . Outra característica é que um sinal periódico deve começar em  $t = -\infty$ .

# Sinais Periódicos e Não Periódicos



(a)

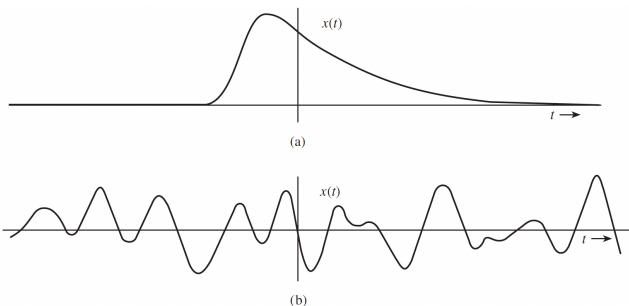


(b)

Além disso, outra propriedade importante de um sinal periódico  $x(t)$  é que  $x(t)$  pode ser gerado pela extensão periódica de qualquer segmento de  $x(t)$  com duração  $T_0$  (o período). Ao também, a área de um sinal periódico considerando o intervalo  $T_0$  é sempre a mesma.

$$\int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) dt = \int_{\beta}^{\beta+T_0} x(t) dt$$

# Energia e Potência



$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

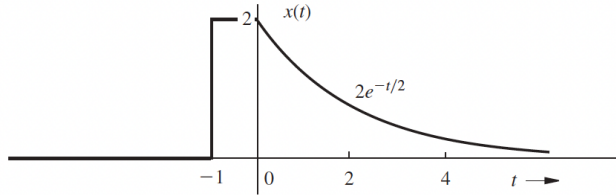
$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

**Figure 1.1** Examples of signals: **(a)** a signal with finite energy and **(b)** a signal with finite power.

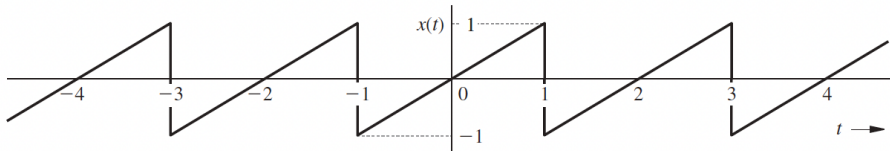
A energia é calculada para sinais que possuem uma energia finita, ou seja, sinais que eventualmente "desaparecem" com o tempo, como pulsos ou transientes. Já potência de um sinal é uma medida da taxa média de transferência de energia ao longo do tempo, e é apropriada para sinais que persistem indefinidamente no tempo.

## Exemplo

Classifique e calcule o valor de potência ou energia do sinal abaixo:

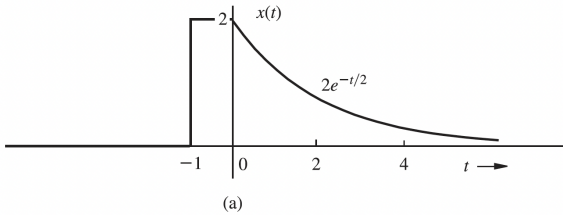


(a)



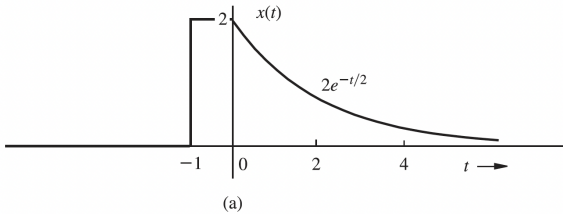
(b)

# Exemplo 01



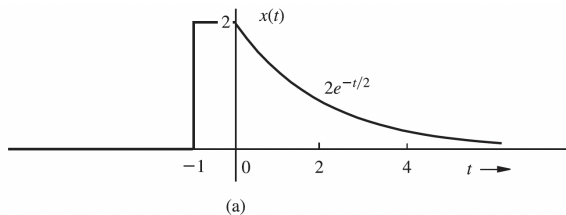


## Exemplo 01



Classificação = Sinal de Energia Finita;

## Exemplo 01



Classificação = Sinal de Energia Finita;

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$E_x = \int_{-1}^0 |2|^2 dt + \int_0^{\infty} |2e^{-t/2}|^2 dt$$

$$E_x = \int_{-1}^0 4 dt + \int_0^{\infty} 4e^{-t} dt$$

$$E_x = 4 \cdot \int_{-1}^0 dt + 4 \cdot \int_0^{\infty} e^{-t} dt$$

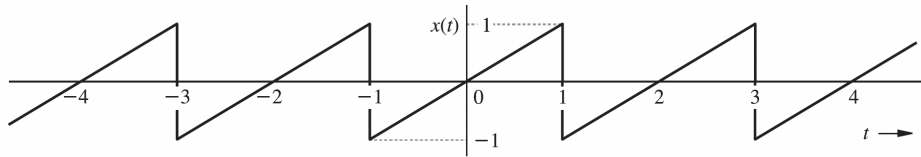
$$E_x = 4 \cdot (0 - (-1)) + 4 \cdot \left( \lim_{T \rightarrow \infty} (-e^{-T}) - (-e^{-0}) \right)$$

$$E_x = 4 + 4 \cdot (0 - (-1))$$

$$E_x = 4 + 4$$

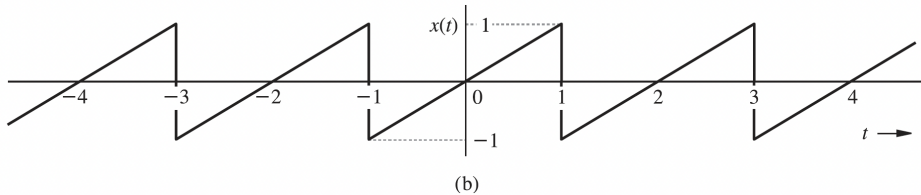
$$E_x = 8$$

# Exemplo 01



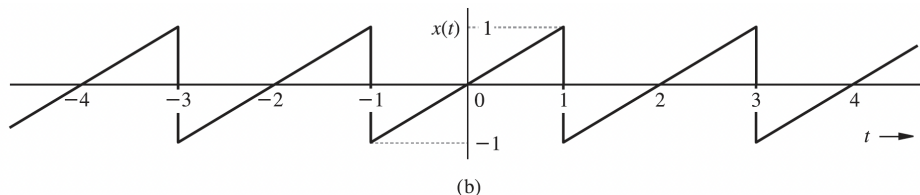
(b)

## Exemplo 01



Classificação = Sinal de Potência Finita;

## Exemplo 01



Classificação = Sinal de Potência Finita;

$$P_x = \frac{1}{\alpha - \beta} \int_{\beta}^{\alpha} |x(t)|^2 dt$$

$$P_x = \frac{1}{1 - (-1)} \int_{-1}^1 t^2 dt$$

$$P_x = \frac{1}{2} \left[ \frac{t^3}{3} \right]_{-1}^1$$

$$P_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1^3 - (-1)^3}{3}$$

$$P_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$P_x = \frac{2}{6}$$

$$P_x = \frac{1}{3}$$

# Exercícios

Classifique e calcule o valor de potência ou energia do sinal abaixo:

①  $x(t) = C \cos(\omega_0 t + \theta)$

②  $x(t) = C_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1) + C_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2) \quad \omega_1 \neq \omega_2$

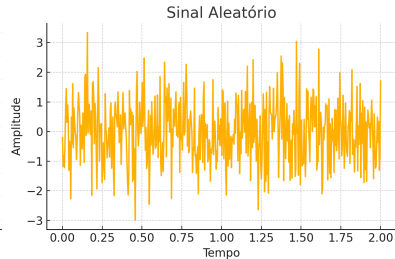
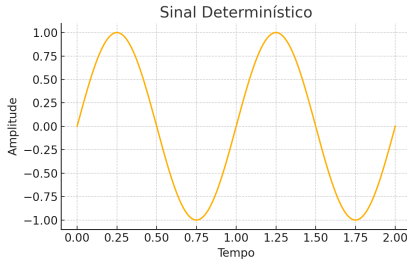
③  $D e^{j\omega_0 t}$

# Sinais Determinísticos e Aleatórios

De acordo com (HSU, 2019), Um sistema determinístico é aquele cuja descrição da forma matemática ou forma gráfica é completamente conhecido, e o sinal aleatório são conhecidos apenas por meio de valores médio, ou médio quadrático.

## Atenção

Nesta disciplina, abordaremos apenas sinais determinísticos durante operações matemáticas. Modelo aleatório será abordado somente como classificação.



# Função Par e Ímpar

Todas as funções são classificadas entre função ímpar ou par de acordo com a relação entre  $t < 0$  e  $t > 0$ . Um sinal  $x(t)$  ou  $x[n]$  é considerado par quando sua reversão temporal apresenta o mesmo valor.

$$x(-t) = x(t)$$

$$x(-n) = x(n)$$

E, é considerado ímpar quando:

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x(-n) = -x(n)$$

Qualquer sinal,  $x(t)$  ou  $x[n]$ , pode ser expressado pela soma de dois sinais, um par( *even*) e outro ímpar(*odd*).

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

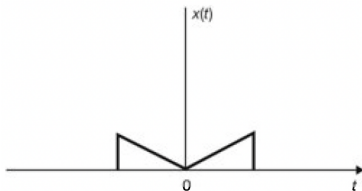
Ao qual,

$$x_e(t) = \frac{1}{2}\{x(t) + x(-t)\} \quad x_o(t) = \frac{1}{2}\{x(t) - x(-t)\}$$

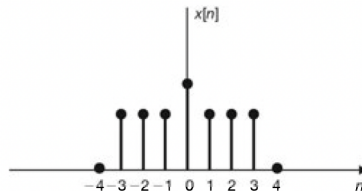
$$x_e[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\} \quad x_o[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\}$$



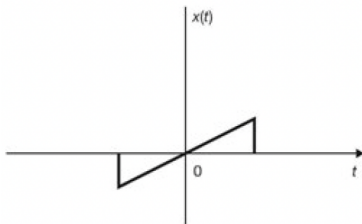
# Função Par e Ímpar



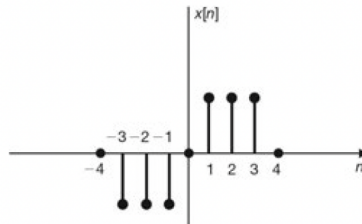
(a)



(b)



(c)



(d)

# Função Par e Ímpar

Algumas propriedades das funções:

$$x_e(t) + x_o(t) = x_o(t)$$

$$x_o(t) + x_o(t) = x_e(t)$$

$$x_e(t) + x_e(t) = x_e(t)$$

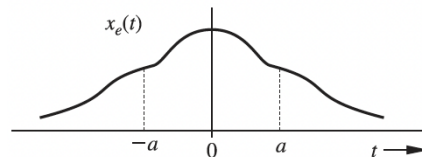
$$x_e[n] + x_o[n] = x_o[n]$$

$$x_o[n] + x_o[n] = x_e[n]$$

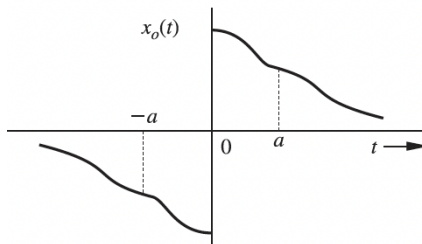
$$x_e[n] + x_e[n] = x_e[n]$$

Atenção

Lembrar da matemática básica.



(a)



(b)

## Exercício

Determine as componentes pares e ímpares de  $x(t) = e^{jt}$ .

# Funções Especiais

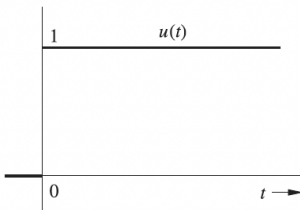
As funções especiais desempenham um papel fundamental em diversas áreas da matemática aplicada e engenharia, particularmente no campo da teoria de sinais e sistemas. Entre essas funções, destacam-se:

- degrau unitário
- impulso unitário
- exponencial

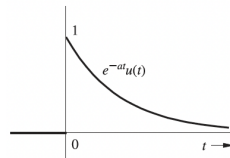
# Degrau unitário

A função degrau unitário  $u(t)$  expressa um sinal cujo valor inicial é 0 quando  $t < 0$ , e muda para 1 em  $t > 0$ .

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$$



Aplicação do degrau unitário em uma função exponencial



Aplicação do degrau unitário com deslocamento temporal



# Próxima Aula

## Classificação de Sinais

Obrigado!!!

# Referencial Bibliográfico I

DISTEFANO, Joseph J; STUBBERUD, Allen J; WILLIAMS, Ivan J. **Schaum's outline of feedback and control systems**. New York: McGraw-Hill Professional, 2013.

HAYES, Monson H. **Schaum's outlines Digital Signal Processing**. New York: McGraw-Hill Professional, 2011.

HSU, Hwei P. **Schaum's outlines signals and systems, 4th Edition**. New York: McGraw-Hill Professional, 2019. v. 4.

LATHI, Bhagwandas Pannalal; GREEN, Roger A. **Linear systems and signals**. New York: Oxford University Press, 2004. v. 2.