

UNIAVAN - Centro Universitário Avantis
Curso: Engenharia Elétrica
Disciplina: Análise de Sistemas Lineares

Classificação de Sistemas

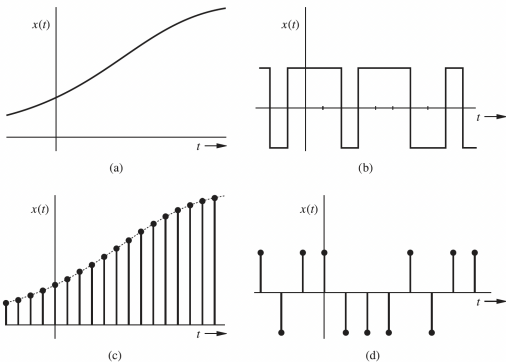
Prof. Luiz Fernando M. Arruda, Me. Eng.



Sumário

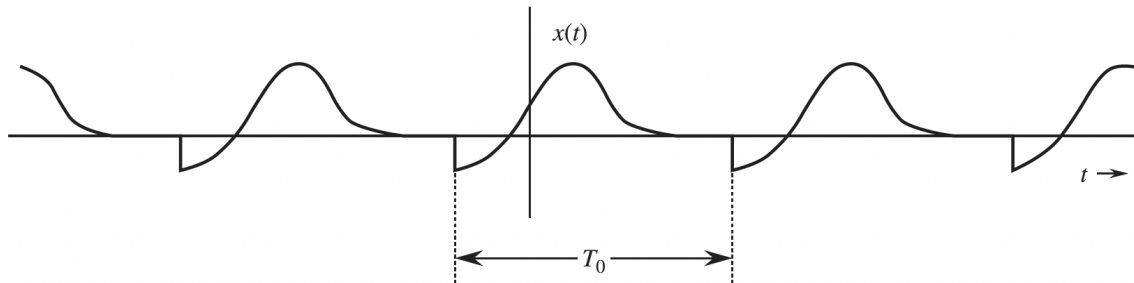
- 1 Sinais Analógicos e Sinais Digitais
- 2 Sinais Periódicos e Não Periódicos
- 3 Energia e Potência
- 4 Sinais Determinísticos e Aleatórios
- 5 Funções Par e Ímpar
- 6 Funções Especiais

Sinais Analógicos e Sinais Digitais



Embora muita gente confunda um sinal contínuo com um sinal analógico, e um sinal discreto com um sinal digital. As correlações são um pouco diferentes. Nas figuras (a) e (b) ambos os sinais são contínuos, porém na alternativa (a) o sinal é analógico e na letra (b) o sinal é digital. Nas alternativas (c) e (d) ambos os sinais são discretos, observe a descontinuidade do sinal, ao qual na alternativa (c) o sinal é analógico e em (d) digital. **Um sinal analógico pode ser convertido em um sinal digital através do uso de ADC's.**

Sinais Periódicos e Não Periódicos

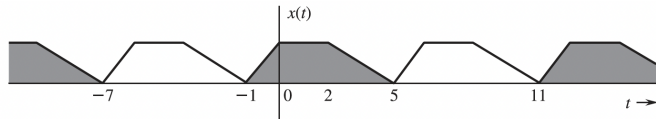


Um sinal é considerado periódico para:

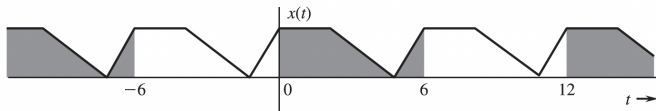
$$x(t) = x(t + T_0) \quad \text{para todo } t$$

Ao qual o menor valor de T_0 que satisfaz a periodicidade é o período fundamental de $x(t)$. Outra característica é que um sinal periódico deve começar em $t = -\infty$.

Sinais Periódicos e Não Periódicos



(a)

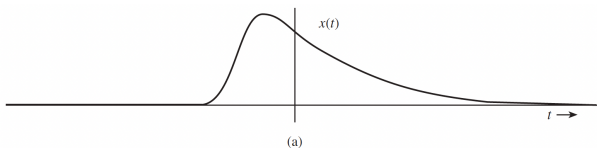


(b)

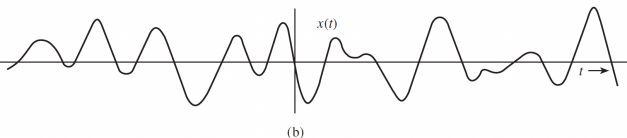
Além disso, outra propriedade importante de um sinal periódico $x(t)$ é que $x(t)$ pode ser gerado pela extensão periódica de qualquer segmento de $x(t)$ com duração T_0 (o período). Ao também, a área de um sinal periódico considerando o intervalo T_0 é sempre a mesma.

$$\int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) dt = \int_{\beta}^{\beta+T_0} x(t) dt$$

Energia e Potência



$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$



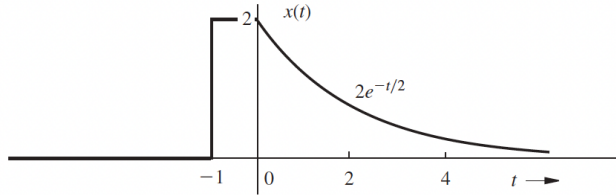
$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

Figure 1.1 Examples of signals: **(a)** a signal with finite energy and **(b)** a signal with finite power.

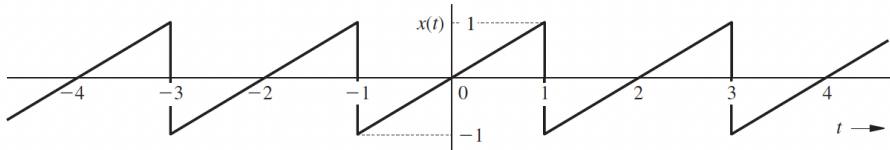
A energia é calculada para sinais que possuem uma energia finita, ou seja, sinais que eventualmente "desaparecem" com o tempo, como pulsos ou transientes. Já potência de um sinal é uma medida da taxa média de transferência de energia ao longo do tempo, e é apropriada para sinais que persistem indefinidamente no tempo.

Exemplo

Classifique e calcule o valor de potência ou energia do sinal abaixo:

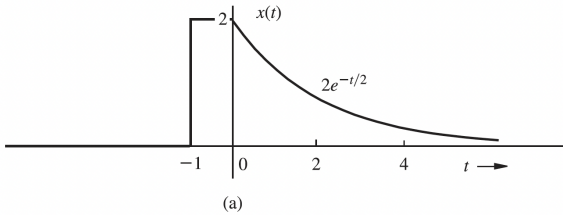


(a)

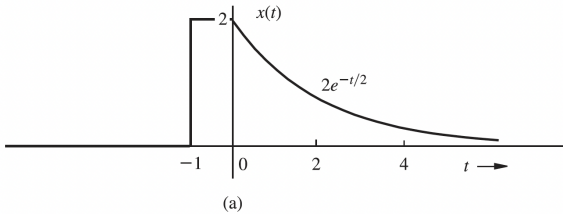


(b)

Exemplo 01

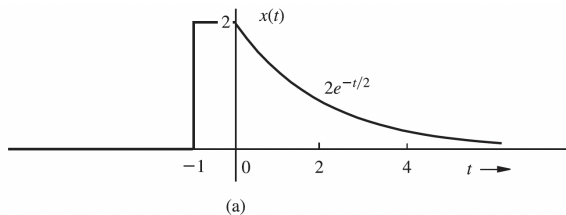


Exemplo 01



Classificação = Sinal de Energia Finita;

Exemplo 01



Classificação = Sinal de Energia Finita;

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$E_x = \int_{-1}^0 |2|^2 dt + \int_0^{\infty} |2e^{-t/2}|^2 dt$$

$$E_x = \int_{-1}^0 4 dt + \int_0^{\infty} 4e^{-t} dt$$

$$E_x = 4 \cdot \int_{-1}^0 dt + 4 \cdot \int_0^{\infty} e^{-t} dt$$

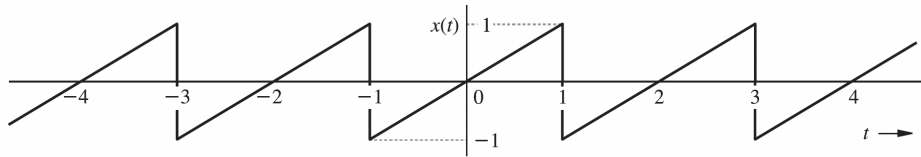
$$E_x = 4 \cdot (0 - (-1)) + 4 \cdot \left(\lim_{T \rightarrow \infty} (-e^{-T}) - (-e^{-0}) \right)$$

$$E_x = 4 + 4 \cdot (0 - (-1))$$

$$E_x = 4 + 4$$

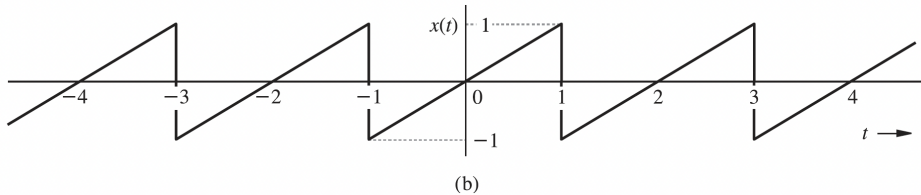
$$E_x = 8$$

Exemplo 01



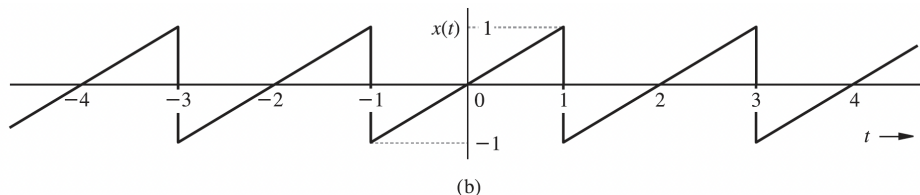
(b)

Exemplo 01



Classificação = Sinal de Potência Finita;

Exemplo 01



Classificação = Sinal de Potência Finita;

$$P_x = \frac{1}{\alpha - \beta} \int_{\beta}^{\alpha} |x(t)|^2 dt$$

$$P_x = \frac{1}{1 - (-1)} \int_{-1}^1 t^2 dt$$

$$P_x = \frac{1}{2} \left[\frac{t^3}{3} \right]_{-1}^1$$

$$P_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1^3 - (-1^3)}{3}$$

$$P_x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$P_x = \frac{2}{6}$$

$$P_x = \frac{1}{3}$$

Exercícios

Classifique e calcule o valor de potência ou energia do sinal abaixo:

① $x(t) = C \cdot \cos(\omega_0 t + \theta)$

② $x(t) = C_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \theta_1) + C_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \theta_2) \quad \omega_1 \neq \omega_2$

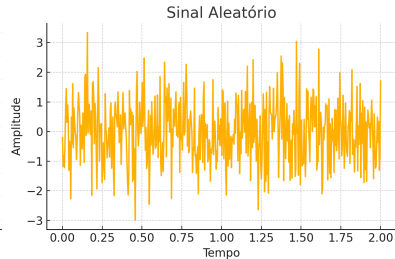
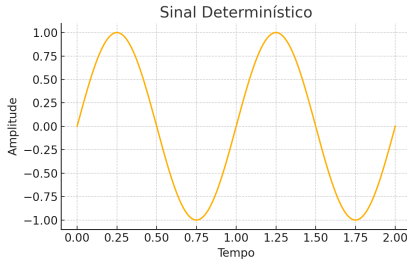
③ $x(t) = D \cdot e^{j\omega_0 t}$

Sinais Determinísticos e Aleatórios

De acordo com (HSU, 2019), Um sistema determinístico é aquele cuja descrição da forma matemática ou forma gráfica é completamente conhecido, e o sinal aleatório são conhecidos apenas por meio de valores médio, ou médio quadrático.

Atenção

Nesta disciplina, abordaremos apenas sinais determinísticos durante operações matemáticas. Modelo aleatório será abordado somente como classificação.



Função Par e Ímpar

Todas as funções são classificadas entre função ímpar ou par de acordo com a relação entre $t < 0$ e $t > 0$. Um sinal $x(t)$ ou $x[n]$ é considerado par quando sua reversão temporal apresenta o mesmo valor.

$$x(-t) = x(t)$$

$$x(-n) = x(n)$$

E, é considerado ímpar quando:

$$x(-t) = -x(t)$$

$$x(-n) = -x(n)$$

Qualquer sinal, $x(t)$ ou $x[n]$, pode ser expressado pela soma de dois sinais, um par(*even*) e outro ímpar(*odd*).

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

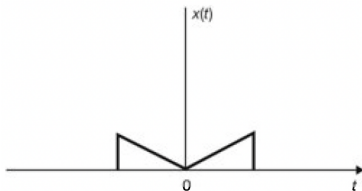
$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

Ao qual,

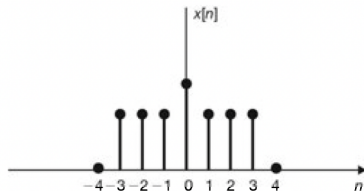
$$x_e(t) = \frac{1}{2}\{x(t) + x(-t)\} \quad x_o(t) = \frac{1}{2}\{x(t) - x(-t)\}$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\} \quad x_o[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\}$$

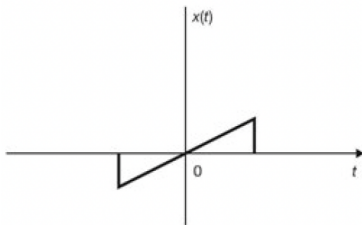
Função Par e Ímpar



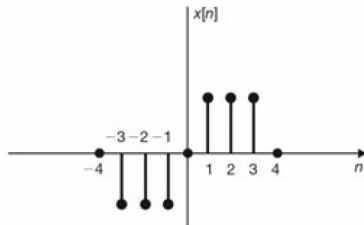
(a)



(b)



(c)



(d)

Função Par e Ímpar

Algumas propriedades das funções:

$$x_e(t) + x_o(t) = x_o(t)$$

$$x_o(t) + x_o(t) = x_e(t)$$

$$x_e(t) + x_e(t) = x_e(t)$$

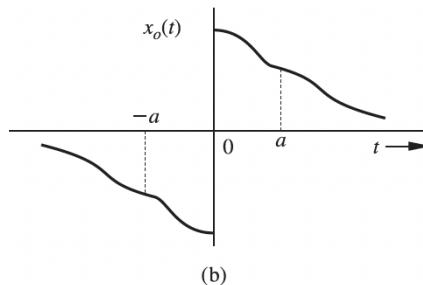
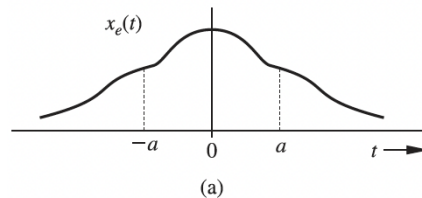
$$x_e[n] + x_o[n] = x_o[n]$$

$$x_o[n] + x_o[n] = x_e[n]$$

$$x_e[n] + x_e[n] = x_e[n]$$

Atenção

Lembrar da matemática básica.



Exercício

Determine as componentes pares e ímpares de $x(t) = e^{jt}$.

Funções Especiais

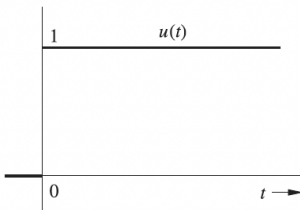
As funções especiais desempenham um papel fundamental em diversas áreas da matemática aplicada e engenharia, particularmente no campo da teoria de sinais e sistemas. Entre essas funções, destacam-se:

- degrau unitário
- impulso unitário
- exponencial

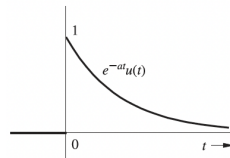
Degrau unitário

A função degrau unitário $u(t)$ expressa um sinal cujo valor inicial é 0 quando $t < 0$, e muda para 1 em $t > 0$.

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$$



Aplicação do degrau unitário em uma função exponencial



Aplicação do degrau unitário com deslocamento temporal



Próxima Aula

Classificação de Sinais

Obrigado!!!

Referencial Bibliográfico I

DISTEFANO, Joseph J; STUBBERUD, Allen J; WILLIAMS, Ivan J. **Schaum's outline of feedback and control systems**. New York: McGraw-Hill Professional, 2013.

HAYES, Monson H. **Schaum's outlines Digital Signal Processing**. New York: McGraw-Hill Professional, 2011.

HSU, Hwei P. **Schaum's outlines signals and systems, 4th Edition**. New York: McGraw-Hill Professional, 2019. v. 4.

LATHI, Bhagwandas Pannalal; GREEN, Roger A. **Linear systems and signals**. New York: Oxford University Press, 2004. v. 2.