Engenharia Econômica e Avaliação de Aluguéis

Luiz Droubi

2024-05-12

Índice

Prefácio 2							
1	Intro	Imóveis e Mercado Imobiliário	5 6 7				
2	Matemática Financeira						
	2.1	Introdução	8				
	2.2	Juros simples e juros compostos	8				
		2.2.1 Juros simples	8				
		•	10				
	2.3	U	11				
	2.4	1 0	12				
		3	16				
	2.5		18				
			18				
		2.5.2 Séries Gradientes Uniformes em PG	23				
3	Engenharia Econômica 28						
	3.1	Análise de Investimentos	28				
		3.1.1 Métodos Tradicionais da Engenharia Econômica	28				
		3.1.2 Métodos Modernos da Engenharia Econômica	34				
		3.1.3 Payback	38				
		3.1.4 TIR Modificada	40				
4	Ava	liação de Aluguéis	42				
	4.1	,	42				
			43				
	4.2		44				
	4.3		47				
			48				
			51				
	4.4	Método da Renda e Método Evolutivo	51				
			50				

4.5	Coeficiente de Aproveitamento	53				
	4.5.1 Coeficiente de aproveitamento clássico	53				
	4.5.2 Efeitos da idade e do padrão de construção existente sobre o aproveita-					
	mento efetivo do terreno	54				
	4.5.3 Cálculo do valor locatício de unidades autônomas	56				
4.6 O Método Comparativo						
4.7 Método da Renda vs. Método Comparativo						
4.8	Exemplo	61				
Consid	erações Finais	64				
References						
Anexo I						
Anexo III						
						Anexo IV
Anexo	V	82				

Prefácio

...

1 Introdução

Este livro...

1.1 Imóveis e Mercado Imobiliário

Segundo (GRANELLE 1998; apud Lacerda e Abramo 2020), os imóveis são bens heterogêneos, *i.e.* ao mesmo tempo em que os imóveis se caracterizam por serem bens de consumo (bens de consumo durável, ou seja, bens que são consumidos ao longo de um período longo de tempo, como os automóveis), eles também podem ser vistos como bens de investimento, pois possuem a capacidade de produzir renda.

Como bem de investimento, os imóveis devem ser analisados à luz do mercado de bens, onde são comparados à outros tipos de bens e investimentos disponíveis na economia.

Como um bem de consumo, os imóveis devem ser vistos como um bem que tem uma série de características demandadas pelos consumidores, se desgasta, perde valor (deprecia), e tem uma vida útil limitada.

O mercado imobiliário é segmentado. Segundo Wheaton (1999), o MI urbano pode ser dividido, basicamente, em:

- 1. Mercado de imóveis residenciais;
- 2. Mercado de imóveis comerciais para escritórios;
- 3. Mercado de imóveis comerciais para o varejo (incluso shopping centers) e;
- 4. Mercado de imóveis industriais

Os imóveis residenciais, por exemplo, não pode ser analisado em conjunto com o mercado de imóveis comerciais. Os mercados residencial, comercial, industrial, etc. possuem diferentes ciclos. Segundo Wheaton (1999, 209–10), diferentes tipos de imóveis apresentam diferentes tipos de comportamento cíclico. Alguns tipos de imóveis apresentam movimentos de preços mais ligados à economia enquanto outros apresentam períodos de oscilação muito mais longos e apresentam quase nenhuma relação com oscilação da economia (Wheaton 1999, 209–10).

1.1.1 O imóvel visto como um investimento

Segundo Malpezzi e Wachter (2002), um imóvel é um ativo que rende um fluxo de serviços ao longo do tempo. O Quadro @ref(qua:Quadro-1) mostra a diferenciação entre os conceitos de Estoque e Fluxo, muito utilizados na Economia.

Tabela 1.1: Distinção entre Estoque e Fluxo. Fonte: Adaptada de Malpezzi e Wachter (2002).

Estoque	Fluxo
Riqueza	Renda
Dívida Pública	Déficit Público
Ação	Dividendo
Valor de um casa	Aluguel de uma casa

O quadro acima poderia ser facilmente expandido para incorporar outras formas de investimentos, como debêntures (que rendem coupons), ações (que rendem dividendos) e outros.

Na ótica do investidor, o imóvel é como um título de longo prazo. Racionalmente ou não, o comprador de um imóvel com fins de investimento espera que o imóvel comprado vá gerar um fluxo de aluguéis (constantes ou não) ao longo do tempo, de maneira que este fluxo de aluguéis compense o investimento inicial na compra do imóvel.

Segundo Malpezzi e Wachter (2002, 4), o valor presente V de um imóvel pode ser calculado conforme a equação @ref(eq:VPImovel), onde R_{B_t} é a renda bruta dos aluguéis, C_t é o custo recorrente com a manutenção do imóvel e i é a taxa de desconto.

$$V = \sum_{t=0}^{T} \frac{\mathbb{E}[R_{B_t} - C_t]}{(1+i)^t}$$

{#eq:VPImovel}

Diferentemente do que hoje ocorre com a maior parte dos investimentos capitalistas, em que o payback esperado gira em torno de 5 a 10 anos, o comprador de um imóvel espera que este gere um fluxo de renda ao longo de décadas.

Assim, a compra de um imóvel assemelha-se à compra dos títulos de renda fixa de maior duration disponíveis no mercado.

Ora, como se sabe, o valor de face destes títulos, ou seja, o valor do resgate destes títulos no vencimento, é dado. Porém, os títulos são negociados no mercado secundário a valor de mercado, sendo que os títulos de longo prazo são os mais sensíveis a variações nas taxas de juros. A saber, o preço destes títulos é inversamente proporcional às taxas de juros, ou seja, quanto menor as taxas, maior o valor presente descontado dos títulos, ou valor de mercado, e vice-versa (?). O mesmo acontece com os imóveis: quanto menor a taxa de juros utilizadas

para descontar o fluxo de aluguéis líquidos futuros, maior será o valor de mercado do imóvel no momento da análise.

1.1.2 O imóvel visto como um bem de consumo

2 Matemática Financeira

A matemática financeira está na base de todos os métodos da engenharia econômica. Neste capítulo, toda a matemática financeira necessária para aplicação de dos métodos de engenharia econômica que serão tratados no Capítulo 3 é detalhada aqui.

O leitor já familiarizado com os temas da matemática financeira pode seguir diretamente para o Capítulo 3. Entendemos, no entanto, que mesmo o leitor mais capacitado se beneficiaria da leitura deste capítulo com fins de revisar os principais métodos e compreender melhor a nossa abordagem sobre o assunto.

2.1 Introdução

A matemática financeira contém as principais ferramentas necessárias para a realização de boas análises de investimentos. A matemática financeira é necessária para compreender a relação entre os diversos componentes de um fluxo de caixa como o da Figura 2.1.

Neste livro, procuraremos manter as coisas de forma simples. Porém, não entendemos que ao engenheiro analista de investimentos baste uma boa planilha eletrônica, com funções de matemática financeira pré-programadas. Assim, entendemos que são úteis ao engenheiro o entendimento de como as contas eram feitas antes das planilhas eletrônicas e das calculadoras financeiras, especialmente porque frequentemente vale mais uma conta aproximada que esteja correta e clara do que uma planilha eletrônica com muitas células, com um fluxo de caixa bem longo e complexo e... com um pequeno erro de programação, que invalida todos os resultados obtidos com ela. O engenheiro que se esforçar para aprender como as análises de investimento eram feitas no tempo das tábuas, certamente irá adquirir um bom senso, uma ordem de grandeza nas coisas que lhe permitirão, posteriormente, verificar os resultados de uma planilha de cálculo extensa para garantir que ela esteja correta.

2.2 Juros simples e juros compostos

2.2.1 Juros simples

O conhecimento mais básico da matemática financeira é a análise de descontos simples, ou seja, dos descontos efetuados com taxas de juros simples. Na prática, os descontos simples são

utilizados no Brasil para o cômputo de dos boletos bancários que são emitidos com descontos para pagamento até uma determinada data.

Por exemplo, se um boleto com valor de R\$ 1.000,00 é emitido para pagamento com desconto de 10% até o dia 05 de um determinado mês, o valor do desconto será de $10\% \times 1.000 =$ R\$ 100.00.

Além dos descontos, nos boletos bancários estão inclusos multa e juros para o pagamento por atraso. Por exemplo, caso o mesmo boleto acima não seja pago até a data do seu vencimento, poderá ser cobrado multa de 2%, além de juros de 1% a.m., proporcionais ao tempo de atraso. A multa pelo não pagamento até o vencimento, portanto, no caso do boleto de R\$ 1.000,00, será de R\$ 20,00. Se o pagador atrasar um dia, os juros serão de 1%/30 = 0.0333%, ou seja, R\$ 0,33. Caso o pagador atrase por mais dias, basta multiplicar este valor pelo número de dias em atraso. Por exemplo, para 10 dias de atraso, os juros serão de R\$ 3,33. Isto porque os juros aplicados sobre o pagamento com atraso dos boletos são juros simples. Matematicamente, os juros simples podem ser calculados de acordo com a Equação 2.1:

$$J = C.i.t (2.1)$$

No caso exemplificado, para um atraso de 10 dias, com juros de 1% a.m.:

$$J = C.i.t = 1000.\frac{1,0\%}{30}.10 = 3,33$$

i Juros simples no mercado imobiliário

É comum no mercado imobilário que as empresas incorporadoras utilizem-se de investidores para viabilizar os seus projetos de incorporação. A duração destes projetos varia, e o dinheiro dos investidores pode ser necessário por um longo período de tempo.

Para exemplificar, imagine que uma incorporadora tenha elaborado um projeto de construção de um edifício que deverá durar 24 meses. Como ela não dispõe de recursos próprios suficientes para tocar este empreendimento, ela abre cotas deste empreendimento à investidores, no valor de R\$ 100.000,00 cada cota. Por contrato, os investidores farão jus a uma rentabilidade de 36% sobre o montante investido ao final do período de 24 meses, desde que aportem o valor integralmente das cotas no início do período.

É fácil compreender que a rentabilidade de 36% num período de 24 meses é equivalente a uma taxa de juros simples mensal de 1,5% a.m. (36/24). Assim, a construtora prevê que, para aquelas cotas que não forem vendidas no lançamento, mas nos primeiros meses após o lançamento, por uma questão de equidade, a rentabilidade delas será proporcional ao período de tempo em que elas ficaram aplicadas. Por exemplo, se um investidor entrear como investidor apenas 6 meses após o lançamento da incorporação, ao final de 18 meses ela fará jus a uma rentabilidade de 27% $(18/24 \cdot 36\%)$, o que também equivale a uma

taxa de juros simples mensal de 1,5% a.m.

As contas com juros simples podem ser feitas com simples regras de três como no parágrafo anterior, o que dá muita praticidade aos cálculos. Mas também é possível verificar que os cálculos podem ser feitos através da Equação 2.1. O investidor que permanecer por período integral investido na incorporação fará jus a juros de $J_1=100.000\cdot 1,5\%\cdot 24=$ R\$ 36.000. Já o investidor que permanecer investido na incorporação por apenas 18 meses, terá direito a uma remuneração de $J_2==100.000\cdot 1,5\%\cdot 18=$ R\$ 27.000.

2.2.2 Juros compostos

Para os juros compostos, contudo, as coisas mudam de figura, pois os juros compostos incidem sobre os juros do período anterior, de forma que:

$$M = C.(1+i)^t \tag{2.2}$$

Os juros compostos são mais comuns na análise de investimentos. Seja o caso, por exemplo, de computar o juro que rende uma caderneta de poupança (que remunera a uma taxa de 0,50% a.m.), durante 3 períodos, com saldo inicial de R\$ 1.000,00: no primeiro mês, a caderneta irá gerar R\$ 5,00 de juros. No segundo mês, a caderneta irá gerar 0,5% de retorno, assim como no primeiro mês. Porém, o saldo sobre o qual este retorno irá incidir é o saldo ao final do primeiro mês, isto é, R\$ 1.005,00. Portanto, no segundo mês, a caderneta de poupança irá render R\$ 5,025, e o saldo ao final do segundo mês, assim, será de R\$ 1.010,025. No terceiro mês, por fim, o rendimento será de R\$ 5,05 e o saldo ao final do terceiro mês será de R\$ 1.015,075.

O saldo final do terceiro mês pode ser obtido diretamente através da equação 2.2:

$$M = 1000.(1 + 0.5\%)^3 = 1.015,075$$

Para curtos períodos e baixas taxas de juros, como as do exemplo, não faz muita diferença o cálculo com juros compostos ou simples. Com juros simples, o saldo final obtido para o terceiro período seria de R\$ 1.015,00, uma diferença de apenas 7 centavos. No entanto, para um prazo maior, por exemplo, de 60 meses, o saldo final da caderneta de poupança com aplicação inicial de R\$ 1.000,00 será de R\$ 1.348,85. Se o saldo da caderneta de poupança fosse calculado com juros simples este saldo após 60 meses seria de, apenas, R\$ 1.300,00, uma diferença significativa em relação ao valor real, calculado com juros compostos.

Assim como é possível obter o montante M através de um Capital C e uma taxa de juros, também é possível saber qual o capital necessário para obter, após alguns períodos, um determinado montante, a uma taxa de juros fixa. Suponha que um investidor tenha que honrar uma parcela com vencimento num prazo de 6 meses, de valor igual a R\$ 20.000,00. Ele pretende alocar o seu capital em investimentos de mais longo prazo, mas ele precisa reservar um

valor numa aplicação de mais curto prazo, que ele possa sacar daqui a 6 meses, para pagar a parcela devida. Suponha que o investidor pretenda deixar apenas o recurso necessário para o pagamento desta parcela na caderneta de poupança, qual o valor do capital que ele precisa alocar na data de hoje, para que ele tenha exatamente R\$ 20.000,00 daqui a seis meses? Para isto, ele pode utilizar a Equação 2.3:

$$C = M \cdot \frac{1}{(1+i)^t} \tag{2.3}$$

O termo $\frac{1}{(1+i)^t}$ é denominado **Fator de Atualização do Capital** (FAC), que pode ser tabelado para diversos períodos e valores de taxas de desconto (ver Anexo I). Portanto, para o investidor honrar a parcela daqui a seis meses, ele precisará alocar na caderneta de poupança, hoje:

$$C = 20.000, 00.\text{FAC}(0, 5\%, 6) = 20.000, 00 \times 0,9705 = \text{R} \$ 19.410, 00$$

2.3 Taxa de juros nominal e efetiva

As taxas de juros são normalmente expressas ao ano. Porém, é usual que as taxas de juros sejam capitalizadas em períodos distintos (ao mês, ao semestre, ao trimestre, etc.), conforme os planos de pagamentos acordados. Por exemplo, é usual que as hipotecas sejam anunciadas em taxas anuais (4% a.a., 5% a.a.). As hipotecas são quitadas, geralmente, após 20 ou 30 anos. Porém, os pagamentos não são feitos, em geral, de maneira anual. É comum que as hipotecas sejam pagas mensalmente, ou seja, em período diferente das taxas de juros anunciadas. Assim, apesar da taxa de juros contratual ser expressa ao ano, ela é calculada mensalmente, em cada parcela. Como são utilizados juros compostos para o cálculo das hipotecas, as taxas reais são majoradas em relação às taxas nominais, pois os juros incidem não apenas sobre o capital emprestado, mas também sobre os juros do período anterior. O mesmo vale para os investimentos, como os CDB's, que podem ter fixada uma taxa anual, em geral, atrelada ao CDI, porém é comum que tenham capitalização mensal, ou seja, o investimento irá render juros na conta de aplicação mensalmente, sobre os quais incidirão juros nos períodos subsequentes, o que irá, na prática, garantir um retorno superior à taxa nominal contratada, antes dos impostos, é claro.

Por exemplo, para uma hipoteca de R\$ 400.000,00 com taxa de juros nominal de i=4,5% a.a., a ser quitada mensalmente, num prazo de 30 anos (360 meses), a taxa de juros real efetiva, r, será:

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = \left(1 + \frac{4,5\%}{12}\right)^{12} - 1$$

$$r = 4,59\% \text{ a.a.}$$

Os principais pacotes de *software* são programados para converter automaticamente a taxa nominal na taxa efetiva para o cômputo correto das parcelas, como no exemplo abaixo:

	Amortization
Loan	400000.00000
PMT	2026.74124
Eff Rate	0.04594
i^(12)	0.04500
Periods	360.00000
Years	30.00000
At Time 1:	1.00000
Int Paid	1500.00000
Princ Paid	526.74124
Balance	399473.25876

Nas seções seguintes serão mostrados os fundamentos da matemática financeira utilizados para o cômputo correto dos valores de prestações para pagamento de empréstimos, seja no caso das séries de pagamentos uniformes (prestações constantes) ou gradientes (prestações crescentes ou decrescentes)

2.4 Séries de pagamentos uniformes

Para facilitar a compreensão das análises de investimentos que iremos desenvolver no Capítulo 3, assim como para as avaliações de aluguéis no Capítulo 4, faz-se necessário conhecer os métodos utilizados para a análise de séries de pagamentos fixos, uma simplificação aceita muito utilizada tanto na engenharia econômica e na engenharia de avaliações.

Primeiramente, seja o caso de calcular o valor de uma prestação para pagamento de um empréstimo, a ser amortizado em parcelas fixas. Se o valor emprestado é de R\$ 400.000,00 e a taxa de juros é de 3% a.m., para pagamento em 12 prestações, como obter o valor da prestação?

O problema que se apresenta pode ser escrito matematicamente da seguinte forma:

$$C = \frac{P_1}{1+i} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \frac{P_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P_t}{(1+i)^t}$$
 (2.4)

Como adimitimos que as prestações P_1, P_2, \dots, P_t serão iguais, o lado direito da equação 2.4 torna-se (Machline 1966, 81):

$$P = C \frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1} \tag{2.5}$$

O termo $\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t-1}$ é conhecido como **Fator de Recuperação do Capital** (FRC), ou **Fator de Amortização**. É um termo que, multiplicado pelo valor atual de um empréstimo (ou de um investimento), representa o valor da prestação fixa que irá trazer o capital de volta, para uma determinada taxa de juros e número de períodos pré-estabelecidos¹. O FRC pode ser facilmente tabelado (ver Anexo II).

No exemplo, para uma taxa de juros é de 3% a.m. e 12 períodos, o Fator de Recuperação do Capital será igual a:

$$FRC = \frac{3\%(1+3\%)^{12}}{(1+3\%)^{12}-1} = 0,1005$$

O valor da prestação será, portanto:

$$P = C.FRC(3\%, 12) = 400.000 \times 0,1005 = R\$ 40.200,00$$

O Fluxo de Caixa final do empréstimo pode ser visto na Figura 2.1:

¹O fator de amortização, ou fator de recuperação do capital é utilizado no conhecido Sistema *Price* de Amortização, ou Sistema Francês de Amortização (Tabela *Price*).

Fluxo de Caixa Simples

Entradas e Saídas

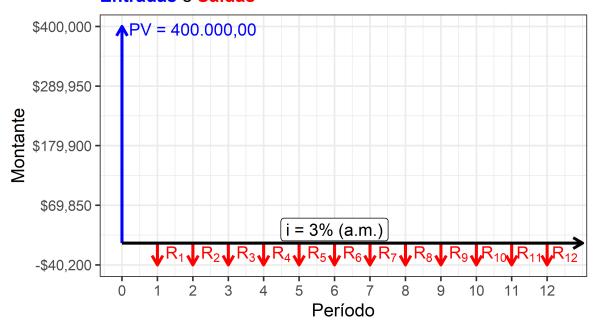


Figura 2.1: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos constantes.

Assim como é possível calcular o valor de uma prestação à partir de um capital, dada uma taxa de juros e um número de períodos, é possível fazer o inverso, ou seja, à partir do valor da prestação, da taxa de juros e do número de períodos, calcular o capital atual.

Por exemplo, imagine que um cidadão com renda mensal de R\$ 10.000,00, ao consultar um banco para pleitear um financiamento para a aquisição da sua casa própria no valor de R\$ 500.000,00 pelo sistema *price* de amortização, queira saber o valor da entrada necessária, dado que apenas 30% da sua renda pode ser comprometida para o pagamento do empréstimo. Para isto, basta aplicar a equação 2.6, que traz para o valor presente uma série de pagamentos constantes a uma taxa de juros i e um número de períodos t:

$$C = P \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$$
 (2.6)

O termo $\frac{(1+i)^t-1}{i(1+i)^t}$ é conhecido como **Fator de Valor Presente**. É um termo que, multiplicado pelo valor de uma prestação fixa que se prolonga por um número t de períodos, a uma dada taxa de juros i, irá representar o valor presente desta série de prestações.

No exemplo, se a taxa de juros é de 10% a.a. e o cidadão pretende financiar o imóvel em 360 meses, então:

$$FVP = \frac{(1+0.80\%)^{360} - 1}{0.80\%(1+0.80\%)^{360}} = 117.90$$

Assim, uma série de pagamentos de 360 parcelas fixas de R\$ 3.000,00 terá valor presente igual a:

$$C = P.FVP(0, 80\%, 360) = 3.000 \times 117, 90 = R\$ 353.700, 00$$

Como o preço atual da casa é de R\$ 500.000,00, o cidadão terá que desembolsar à vista o valor de R\$ 146.300,00 para a aquisição da casa.

Os valores de FRC e FVP podem ser tabelados para diferentes taxas de juros e números de períodos, como podem ser vistas no Anexo I. Estas tabelas facilitam o cálculo das prestações e capitais atuais.

As tabelas auxiliam a encontrar as taxas de juros, que não tem cálculo trivial, quando são conhecidos o valor presente e as prestações.

i O parcelado "sem juros" da economia brasileira

É muito comum o parcelamento de compras na economia brasileira. É muito frequente que os anúncios digam que uma compra pode ser parcelada em 10 ou 12 prestações sem juros (12x sem juros).

Por exemplo, pode-se comprar uma geladeira em 10x de R\$ 400,00, "sem juros". Porém, as lojas também dão a opção de comprar com "desconto" de 5% no PIX, ou seja, no PIX, com "desconto", o preço é de R\$ 3.800,00.

Vamos calcular a taxa de juros embutida neste parcelamento, utilizando a Equação 2.6 e as tabelas do Anexo III:

$$C = P.\text{FVP}(i\%, t)$$

$$3.800 = 400.\text{FVP}(i\%, 10)$$

$$\text{FVP}(i\%, 10) = 9, 50$$

Encontrado o valor de FVP para o período de 12 meses (9,50), basta procurar na tabela do Anexo III o valor mais próximo deste. Pesquisando na Tabela 4.14, na linha de 10 períodos, encontramos o valor 9,497 (muito próximo) na coluna da taxa igual a 0,95% a.m., o que equivale a uma taxa anual de 12% a.a.

Quanto maior o "desconto" no PIX, maior a taxa, naturalmente. Veja este exemplo: um smartphone anunciado por R\$ 2.998,89, que pode ser parcelado "sem juros" em 10 parcelas de 299,89, porém pode também ser pago via PIX por R\$ 2.699,00, um "desconto"

de 10%. Vamos calcular os juros embutidos:

$$C = P.\text{FVP}(i\%, t)$$

$$2.699, 00 = 299, 89.\text{FVP}(i\%, 10)$$

$$\text{FVP}(i\%, 10) = 9, 0$$

Pesquisando na Tabela 4.14, na linha de 10 períodos, encontra-se que a taxa de juros é um pouco menor do que 2% a.m., o equivalente a uma taxa de juros anual de 26,82% a.a.!!!

2.4.1 Fundo de Amortização

Fundo de Amortização ou Montante de uma série de prestações, é o valor total futuro (ou montante) que uma série de prestações produz, ao final do período, na vigência de uma determinada taxa de juros.

Para pagamentos realizados sempre no final de cada período, o montante pode ser calculado assim (notar que a última prestação não produz juros, porque é feita no final do período):

$$M = P_1(1+i)^{n-1} + P_2(1+i)^{n-2} + \ldots + P_{n-2}(1+i)^2 + P_{n-1}(1+i) + P_n$$

Se o valor das prestações P_1,P_2,\dots,P_n são todos iguais a P, então:

$$M = P \frac{(1+i)^t - 1}{i} \tag{2.7}$$

O termo $\frac{(1+i)^t-1}{i}$ é denominado **Fator de Acumulação Composta** (FAcC). Estes valores encontram-se tabelados para diversos números de períodos e taxas de juros no Anexo IV. Esta Equação 2.7 é utilizada para descobrir qual o capital acumulado após um determinado número de aplicações periódicas uniformes em um investimento com rentabilidade pré-fixada, como a caderneta de poupança. Por exemplo, seja o caso de um cidadão pretender depositar R\$ 5.000,00 na sua caderneta de poupança mensalmente, durante um período de 24 meses. Qual será o seu saldo ao final do período?

$$M = P.\text{FAcC}(0, 50\%, 24)$$

 $M = 5.000, 00 \times 25, 43M = 127.159, 80$

A operação inversa consiste em procurar o valor da parcela periódica necessária para a obtenção de um determinado montante no futuro, dada uma taxa de juros e um número fixo de períodos. Isto pode ser feito com a utilização da Equação 2.8:

$$P = M \frac{i}{(1+i)^t - 1} \tag{2.8}$$

O termo $\frac{i}{(1+i)^t-1}$ é denominado **Fator de Fundo de Amortização** (FFA). Este fator encontrase tabelado no [Anexo V].

Seja o caso de saber qual o valor da prestação para que o mutuário consiga juntar R\$ 146.300,00 (valor da entrada para compra do imóvel) ao aplicar mensalmente esta prestação em uma caderneta de poupança, durante 24 meses?

$$P = M.FFA(0, 5\%, 24)$$

 $P = 146.300 \times 0,0393$
 $P \approx 5.750,00$

Fixada a taxa de juros e o valor da prestação, pode-se proceder de maneira a encontrar o número de períodos necessário para se juntar um determinado montante. Para isto, basta calcular o valor do FFA necessário e pesquisá-lo na tabela do [Anexo V] na coluna correspondente à taxa de juros da aplicação. Por exemplo, se o mutuário apenas consegue juntar R\$ 3.000,00 ao mês, com a taxa de juros de 0.5% a.m., tem-se, de acordo com a Equação 2.8:

$$3.000 = 146.300.\text{FFA}(0, 5\%, t) \Rightarrow \text{FFA}(0, 50\%, t) = 0,0205$$

Pesquisando na tábua do FFA [Anexo V], encontra-se que o mutuário teria que juntar R\$ 3.000,00 durante t=44 meses para obter o montante necessário para dar a entrada necessária no imóvel.

💡 Poupando para a aposentadoria

Imagine que um jovem de 20 anos de idade esteja iniciando sua carreira na área de Engenharia e pretenda, desde muito cedo, planejar a sua aposentadoria. Ele abre então uma caderneta de poupança onde pretende depositar mensalmente a quantia fixa de R\$ 500,00. Caso o engenheiro seja fiel à sua estratégia, com 65 anos, qual o montante que o engenheiro acumulará na caderneta de poupança ao longo da sua vida laboral? Desconsidere os efeitos da inflação.

$$\begin{split} M &= P \frac{(1+i)^t - 1}{i} \\ M &= 500. \text{FAcC}(0, 5\%, 45 \times 12) = 500. \text{FAcC}(0, 5\%, 540) \\ M &= 500 \times 2.756 \\ M &= \text{R}\$ \ 1.378.000 \end{split}$$

Suponha agora o jovem pretenda ter uma renda de R\$ 10.000,00/mensais depois que

se aposentar. Por quanto tempo o engenheiro poderá usufruir desta renda mensal com o montante acumulado? Lembrar que o saldo continua rendendo juros, mesmo com as retiradas mensais, porém sobre um valor cada vez menor.

$$C = P \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$$

$$1.378.000 = 10.000, 00.\text{FVP}(0, 5\%, n)$$

$$\text{FVP}(0, 5\%, n) = 137, 80 \Leftrightarrow n = 234$$

É interessante observar o efeitos dos juros compostos. No período de acumulação, se não houvesse incidência de juros, o montante acumulado seria de, apenas, R\$ 270.000,00. (500×540) . Os juros compostos é que foram responsáveis, durante todo o período, em levar o capital que seria de R\$ 270.000,00 para R\$ 1.378.000,00.

Já no período de utilização do capital acumulado, ou seja, durante a aposentadoria, se não existisse a incidência de juros sobre o saldo remanescente, o capital seria suficiente para remunerar o aposentado por apenas 137 meses. Como os juros incidem sobre o saldo remanescente em cada período, o capital remunera o aposentado à quantia desejada por 234 meses.

2.5 Séries Gradientes Uniformes

As séries gradientes uniformes são séries cujos valores das prestações variam no tempo de acordo com uma regra, como a progressão aritmética (PA) ou a progressão geométrica (PG). As séries gradientes podem ser crescentes ou decrescentes *i.e.* elas podem ter prestações que aumentam com o tempo, ou que diminuem com o tempo.

2.5.1 Séries Gradientes em PA

Como dito anteriormente, as séries gradientes em PA podem ser crescentes ou decrescentes. A princípio não adequado que financiamentos sejam feitos à prestações crescentes. Em geral, quando as prestações de um financiamento não são iguais, elas são decrescentes. Porém, podese imaginar situações onde prestações inicialmente menores são desejáveis, como veremos. Mais natural, contudo, é que as séries crescentes estejam relacionadas à aplicações financeiras.

2.5.1.1 Séries Crescentes em PA

O tratamento das séries gradientes uniformes crescentes em PA são tratadas de acordo com a Equação 2.9.

$$PV = \frac{1}{i(1+i)^t} \left[A[(i+1)^t - 1] + G\left(\frac{(1+i)^t - 1}{i} - t\right) \right]$$
 (2.9)

Em que A é a renda-base e G é o gradiente da série.

É usual que os pagamentos da séria sejam divididos em dois componentes, um básico e constante igual a A e outro aritmeticamente crescente, com razão G.

A parte do PV correspondente à renda-base é calculada conforme a Equação 2.10:

$$\frac{P}{A} = \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} = \text{FVP}(i\%, t)$$
 (2.10)

E a parte do PV correspondente ao gradiente é calculada conforme a Equação 2.11

$$\frac{P}{G} = \frac{(1+i)^t - i \cdot n - 1}{i^2 (1+i)^t} \tag{2.11}$$

Para melhor compreender, vamos utilizar um exemplo: imagine que você precisa de um financiamento de R\$ 90.000,00 para iniciar a sua atividade empresarial. Você procura uma instituição financeira que lhe possibilite o pagamento deste empréstimo em 10 parcelas anuais. Quando você chega à instituição, no entanto, o gerente PJ da instituição argumenta que, como você ainda irá começar as suas atividades de negócios, você precisa de um alívio inicial, então ele lhe propõe um financiamento com 2 anos de carência, i.e., dois anos para começar a pagar o empréstimo, em parcelas anuais. Além da carência de dois anos, a instituição financeira ainda te oferece uma condição especial para facilitar o pagamento das primeiras parcelas: você pode começar a pagar o empréstimo depois de 2 anos em 9 prestações crescentes com o tempo. Como você tem dúvidas a respeito de quanto tempo o seu negócio irá demorar a engrenar, você está inclinado a aceitar esta condição, ou seja, aceitar que as prestações aumentem com o tempo, pois você terá prestações mais baixas a honrar durante os primeiros anos. Considerando que a taxa de juros do financiamento é de 5,80% a.a., calcule o valor das prestações do financiamento. Calcule também o valor da prestação constante equivalente, ou seja, o valor da prestação caso o empréstimo fosse ser pago sem carência e em prestações iguais, como de costume.

O cálculo do valor das prestações pode ser feito com as equações 2.10 e 2.11. Considerando-se que não haverá o pagamento da primeira prestação do empréstimo, que depois terá prestações crescentes, então A=0. O valor de G é o que queremos calcular. Para isto, precisamos apenas da Equação 2.11:

$$\frac{P}{G} = \frac{(1+5,80\%)^{10} - 5,80\%.10 - 1}{5,80\%^2(1+5,80\%)^{10}}$$
$$\frac{90.000,00}{G} = \frac{0,17734}{0,00591}$$
$$\frac{90.000,00}{G} = 30 \Rightarrow G = 3.000,00$$

Temos portanto que as prestações irão crescer a uma razão de R\$ 3.000,00 por ano, à partir do ano 2.

O fluxo de caixa deste financiamento pode ser visto na Figura Figura 2.2

Fluxo de Caixa com Gradiente em PA

Entradas e Saídas

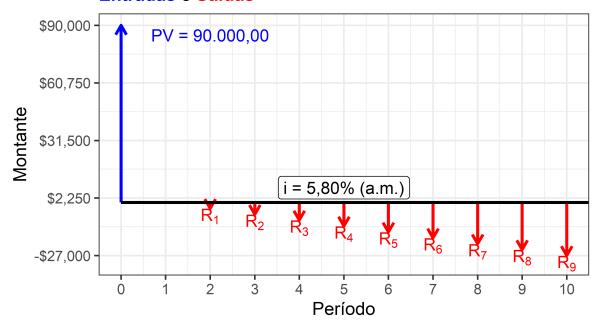


Figura 2.2: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos crescentes em PA.

Os valores de R_1 à R_9 serão iguais a $1G, 2G, 3G, \dots, 9G$, ou seja,] $3.000, 6.000, 9.000, \dots, 27.000$. O valor da prestação equivalente uniforme pode ser calculado de acordo com a Equação 2.12:

$$P_{equivalente} = G.\left(\frac{1}{i} - \frac{t}{(1+i)^t - 1}\right) \tag{2.12}$$

O termo $\left(\frac{1}{i} - \frac{t}{(1+i)^t-1}\right)$ é chamado de fator de série gradiente uniforme (GUS) e pode ser tabelado. Para o exemplo:

$$\begin{split} \mathrm{GUS}(5,80\%,10) &= \left(\frac{1}{5,80\%} - \frac{10}{(1+5,80\%)^{10} - 1}\right) = 4,037 \\ P_{equivalente} &= 3.000,00.\mathrm{GUS}(5,80\%,10) \\ P_{equivalente} &= 3.000 \times 4,037 \\ P_{equivalente} &= 12.112,00 \end{split}$$

Em suma, o empresário teria que começar a pagar o empréstimo depois de apenas 1 ano, com valor de R\$ 12.112,00 anuais. Porém, as prestações crescentes no tempo lhe permitem um bom alívio durantes os anos de estruturação do seu negócio.

2.5.1.2 Séries Decrescentes em PA

As séries gradientes decrescentes em PA podem ter um tratamento mais fácil do que as séries de pagamentos crescentes em situações particulares. Inicialmente, é preciso esclarecer que as séries gradientes decrescentes em PA podem ser tratadas com a Equação 2.9 apenas fazendo uso de um valor negativo de G. Porém, é mais comum tratarmos as séries gradientes uniformes decrescentes de acordo com a Equação 2.13, que é válida quando a última prestação tem valor G e as outras prestações são um múltiplo deste último pagamento:

$$PV = \frac{G}{i(1+i)^t} \left[t(1+i)^t - \left(\frac{(1+i)^t - 1}{i} \right) \right]$$
 (2.13)

É importante observar que, assim, a série gradiente decrescente depende apenas de G e não depende de uma renda-base A, como a série gradiente uniforme crescente.

As séries gradientes uniformes decrescentes são muito utilizadas nas finanças pois podem ser usadas para o cômputo de prestações decrescentes no tempo, como no caso dos financiamentos habitacionais realizados através do sistema de amortizações constantes (SAC).

Proposition de Exemplo do Cálculo de tabela SAC com séries gradientes uniformes

Uma família, buscando realizar o sonho da casa própria, pretende comprar uma casa com valor de R\$ 500.000,00. Com muito suor, eles conseguiram poupar R\$ 100.000,00 (20%) para a entrada, exigida pela instituição financeira. Eles pretendem financiar os R\$ 400.000,00 restantes em 360 meses. A taxa de juros divulgada pela instituição é de 12% a.a., válida para financimentos contratados pelo sistema de amortizações constantes (SAC), em que a primeira parcela é mais alta e depois decresce linearmente com o tempo. Neste tipo de financiamento, o mutário paga um valor fixo (a amortização constante, que

dá nome ao sistema), que é igual ao valor financiado dividido pelo prazo do financiamento (no caso, 400.000,00/360 = R\$ 1.111,11), mais uma prestação variável no tempo, que incide sobre o saldo devedor de cada período. Calcule o valor da última e da primeira prestação. Calcule o valor presente dos juros pagos ao longo do contrato. Calcule o valor da prestação uniforme equivalente, ou seja, o valor da prestação que teria lugar caso as parcelas fossem constantes.

A última prestação, por definição, será igual a R\$ 1.111,11, valor da amortização mensal, que estará presente em todas as parcelas do financiamento, mais o juro correspondente ao financiamento destes R\$ 1.111,11 por 1 período (o período que vai do final do penúltimo mês do financiamento, até o último dia do último mês do financiamento), ou seja, $1.111,11.(1+12\%)^{1/12}=R$10,54$. Assim, a última prestação terá valor igual a R\$ 1.121,65 (1.111, 11+10,54).

O valor da última prestação, como estamos no SAC, é igual a 1.111, 11 + 360.10, 54 = 1.111, 11 + 3.795, 52 = 4.906, 63.

O valor presente dos juros pagos ao longo do contrato é calculado de acordo com a Equação 2.13, com $G = 10, 54, i = (1 + 12\%)^{1/12} = 0,95\%$ a.m., e t = 360:

$$PV = \frac{10,54}{0,95\%(1+0,95\%)^{360}} \left[360(1+0,95\%)^{360} - \left(\frac{(1+0,95\%)^{360}-1}{0,95\%} \right) \right]$$

$$PV = 36,88(10.828,76-3.061,04)$$

$$PV = 286.473,50$$

Assim como no exemplo anterior, pode-se calcular a prestação uniforme equivalente referente aos juros pagos ao longo do contrato. No entanto, como temos o valor presente dos juros, basta utilizar a Equação 2.5 para calcular, baseado na taxa de juros e no número de prestações, o valor da prestação:

$$\begin{split} \text{FRC}(0,95\%,360) &= 0,0098 \\ P_{equivalente} &= C.\text{FRC}(0,95\%,360) \\ P_{equivalente} &= 286.473,50 \times 0,0098 \\ P_{equivalente} &= 2.815,08 \end{split}$$

A prestação pelo sistema Price, portanto, seria igual a R\$ 3.926,19 (2.815.08 + 1.111,11). É fácil mostrar que o valor presente desta prestação fixa é igual ao valor financiado:

$$\begin{split} C &= P.\text{FVP}(i\%, t) \\ C &= 3.926, 19.\text{FVP}(0, 95\%, 360) \\ C &= 3.926, 19 \times 101, 764 \\ C &\approx 400.000, 00 \end{split}$$

2.5.2 Séries Gradientes Uniformes em PG

As séries gradientes uniformes em PG são séries cuja regra de crescimento é feita por um fator multiplicativo (g) e não aditivo, como nas séries em PA. O valor presente de uma série gradiente com primeiro pagamento A_1 e crescimento (ou decrescimento) a uma taxa constante g pode ser calculado de acordo com a equação Equação 2.14:

$$PV = \frac{A_1}{(1+i)^t} \left[\frac{g^t - (1+i)^t}{g - (1+i)} \right]$$
 (2.14)

O Diagrama de um Fluxo de Caixa de uma série de pagamentos com crescimento em PG tem a forma da Figura 2.3:

Fluxo de Caixa com Grandiente em PG

Entradas e Saídas

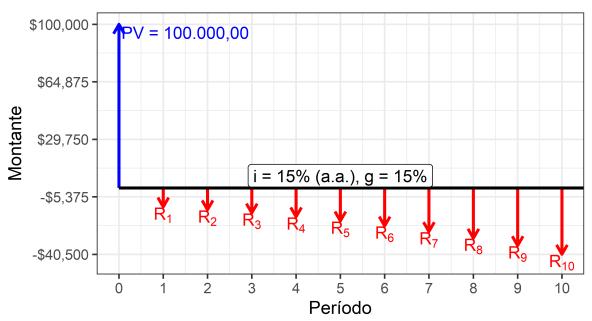


Figura 2.3: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos crescentes em PG.

Em que as prestações R_1,R_2,R_3,\dots,R_t assumirão valores $A_1,A_1(1+g),A_1(1+g)^2,\dots,A_1(1+g)^{t-1}$.

Existem na literatura dois fatores que tornam o tratamento destes tipos de séries mais agradável. O primeiro, que é aplicável quando o valor da taxa i é diferente do valor da taxa de crescimento g, que é equivalente à Equação 2.14:

$$PV = A_1 \left\lceil \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right\rceil \tag{2.15}$$

E o segundo, que é aplicável nos casos em que g = i:

$$PV = \frac{nA_1}{1+i} \tag{2.16}$$

É fácil veriicar que, quando t aumenta, se g < i, então o termo $[(1+g)/(1+i)]^t$ tende a zero e a Equação 2.15 torna-se:

$$PV = A_1 \left[\frac{1-0}{i-g} \right] = \frac{A_1}{i-g}$$
 se $i > g$ e t é grande

A taxa obtida através da subtração de g de i é chamada de taxa de capitalização (c).

Exemplo do utilização de séries gradientes uniformes em PG

Um industrial procura um empréstimo para adquirir um novo equipamento para a sua indústria já consolidada. O novo equipamento irá subsituir um equipamento ainda em produção, porém já obsoleto. Assim, o seu faturamento líquido com os produtos produzidos com este equipamento tenderá a se manter constante, com valor igual a R\$ 300.000,00/ano. Porém, o seu custo de manutenção tende a diminuir com o novo equipamento, o que garante o retorno do seu investimento. O problema é que o novo equipamento custa R\$ 1.200.000,00 e o empresário não dispõe deste montante para realizar o investimento. Então o empresário procura um banco de desenvolvimento e mostra toda a viabilidade do seu investimento na troca do equipamento em produção. O gerento do banco, então, lhe apresenta a seguinte proposta: uma linha de financiamento de 5 anos, em que no final de cada ano você irá pagar um quinto do principal (1.200.000, 00/5 = 240.000)mais uma taxa de juros referente a este valor amortizado em cada período. Em outras palavras, em cada anuidade, você irá quitar 1/5 do valor emprestado, mais os juros referentes a este 1/5 de capital quitado calculado para aquele período. As taxas de juros são de 4,2% a.a. Calcule o valor das prestações do primeiro ao quinto ano e verifique se, apenas o faturamento líquido obtido com o próprio equipamento, o empresário é capaz de honrar com as prestações.

Como as prestações irão crescer apenas na magnitude dos juros cobrados, então o valor da primeira parcela pode ser calculado de acordo com a Equação 2.16:

$$1.200.000 = \frac{5A_1}{1+4,2\%}$$

$$A_1 = \frac{1.200.000 \times 1,042}{5}$$

$$A_1 = 250.080,00$$

O valor das parcelas A_2 à A_5 serão calculadas de acordo com um fator de crescimento q=4,2%:

$$\begin{split} A_2 &= 250.080 \times (1+4,2\%) = 260.583, 36 \\ A_3 &= 250.080 \times (1+4,2\%)^2 = 271.527, 86 \\ A_4 &= 250.080 \times (1+4,2\%)^3 = 282.932, 03 \\ A_5 &= 250.080 \times (1+4,2\%)^4 = 294.815, 18 \end{split}$$

Com o faturamento líquido atual de R\$ 300.000,00/ano o empresário já seria capaz de honrar as prestações apenas com faturamento oriundo do funcionamento do próprio equipamento. Como o empresário deverá ainda ter um menor custo de manutenção com o equipamento, o seu faturamento líquido com ele deverá ainda aumentar, o que irá facilitar ainda mais o pagamento das parcelas anuais.

O exemplo acima ilustra bem como seria vantajoso optar por um empréstimo com pagamentos em séries gradientes uniformes em PG com i=g, visando substituir um equipamento existente por um outro novo, com menores custos de manutenção. Não há desequilíbrios de caixa, pois o próprio faturamento é capaz de pagar pelas prestações do financiamento.

Um segundo tipo de problema é o que decorre de uma ampliação, ou da compra de um segundo equipamento, que terá o efeito de ampliar a produção. Com a compra do novo equipamento, idêntico a um já existente, seria possível dobrar a produção. A demanda, porém, pode não ser suficiente para absorver toda a produção de imediato. O segundo exemplo, portanto, irá considerar que há um crescimento gradual da demanda, e por isso o ideal é que as condições de pagamento do financiamento sejam adequadas a este cenário.

Séries gradientes uniformes em PG: quando utilizar $g \neq i$

Um empresário pretende ampliar a sua produção atual com a aquisição de um novo equipamento. No entanto, o empresário entende que o aumento da sua produção deverá acompanhar o aumento da sua demanda anual. Dado que com o equipamento atual ele fatura líquidos R\$ 500.000,00/ano, ele entende que com os dois equipamentos em produção ele poderá vir a faturar até R\$ 1.000.000,00/ano, o que deverá ocorrer num prazo de 4 anos, ou seja, ele estima um crescimento anual nas vendas de 100% em 4 anos, uma taxa de aumento nas vendas de $(1+100\%)^{1/4}\approx 18,92\%a.a.$).

Ele precisa, portanto, de um financiamento com prestações iniciais mais baixas, porque o

faturamento projetado à partir da aquisição será: no primerio ano, igual a , ou seja, um adicional de 94.603,50 em relação ao faturamento atual; $n500.000 \times (1+18,92\%) = 594.603,50$ o segundo ano, igual a $500.000 \times (1+18,92\%)^2 = 707.106,64$, ou seja, 207.106,64 adicionais; no terceiro ano, $500.000 \times (1+18,92\%)^3 = 840.896,17$, ou seja, 340.896,17 adicionais; e, finalmente, após o $4^{\rm o}$ da aquisição, $500.000 \times (1+18,92\%)^4 = 1.000.000,00$, ou seja, 500.000,00 adicionais. Ao procurar um banco de desenvolvimento, ele se deparou com a seguinte oportunidade de financiamento: taxas de juros de 3,0% a.a., com pagamento em 4 anos, com flexibilidade nas parcelas (o empresário escolhe como quer pagar, desde que quite o financiamento num prazo de 4 anos). Dado que o novo equipamento tem custo de aquisição de R\$ 1.000.000,00, como o empresário poderia pagar por este financiamento, de maneira a utilizar apenas o faturamento líquido adicional projetado devido à aquisição da nova máquina? Calcular o valor de todas as parcelas e compará-las com o faturamento adicional líquido.

O empresário pode utilizar a Equação 2.15 para buscar um valor de g que lhe possibilite encontrar uma valor da prestação inicial A_1 que seja igual ou inferior ao faturamento líquido adicional do primeiro ano, ou seja, R\$ 94.603,50.

$$PV = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right]$$

$$1.000.000, 00 = 94.603, 50 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+3,00\%}\right)^t}{3,00\% - g} \right]$$

$$a \approx 80\%$$

Portanto, para obter uma parcela inicial de valor menor ou igual ao faturamento líquido adicional projetado, o empresário terá que arcar com aumento das parcelas do financiamento em 80% a cada ano.

Os valores das parcelas A_1 à A_5 serão iguais a:

$$\begin{split} A_1 &= P. \left[\frac{3,0\% - 80\%}{1 - \left(\frac{1 + 80\%}{1 + 3,0\%} \right)^t} \right] = 92.470,48 \\ A_2 &= A_1 (1 + g) = 92.470,48.(1 + 60\%) = 166.446,87 \\ A_3 &= A_1 (1 + g)^2 = 92.470,48.(1 + 80\%)^2 = 299.604,36 \\ A_4 &= A_1 (1 + g)^3 = 92.470,48.(1 + 80\%)^3 = 539.287,85 \end{split}$$

Como o faturamento líquido adicional projetado é superior ao valor das parcelas ano a ano, exceto pelo valor da última parcela, que é levemento superior ao do faturamento adicional projetado, o empréstimo está bem equalizado. Este valor um pouco superior da última parcela não é preocupante haja vista que há gordura nos anos anteriores no faturamento adicional em relação ao valor das parcelas pagas.

Pode-se verificar com a Equação 2.15 que o fluxo de pagamento corresponde ao valor presente do investimento:

$$\begin{split} PV &= A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right] \\ PV &= 92.470, 48 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+80\%}{1+3,0\%}\right)^4}{3,0\% - 80\%} \right] \\ PV &= 92.470, 48 \times 10, 8143 \\ PV &= 1.000.000, 00 \end{split}$$

3 Engenharia Econômica

Na sucinta definição de Machline (1966, 51), a Engenharia Econômica, ciência que trata da Análise de Investimentos, "é o estudo da taxa de retorno do capital investido.". Segundo Machline (1966), ainda, dada a vasta literatura disponível sobre o assunto, numerosos são os métodos disponíveis para calcular e comparar a rentabilidade dos investimentos.

Neste capítulo trataremos da análise de diversos métodos da Engenharia Econômica.

3.1 Análise de Investimentos

A Engenharia Econômica é uma técnica tradicional. Seus métodos evoluíram com o passar dos anos, à medida em que novas ferramentas surgiram, como as calculadoras financeiras e as planilhas eletrônicas, possibilitando o cômputo mais fácil, rápido e preciso de prestações, taxas e outras grandezas.

Não entendemos que os métodos tradicionais, no entanto, ficaram ultrapassados. A aplicação de um outro método, a nosso ver, depende não apenas da precisão do método, porém também do tipo de análise que deve ser feita. Dessa forma, esta seção está dividida em duas subseções: a primeira, que apresenta os métodos tradicionais da engenharia econômica, e a segunda, que apresenta os métodos mais modernos.

Porém, antes de adentrar os métodos de análise de investimentos, é necessário fazer algumas considerações sobre a taxa mínima de atratividade (TMA), que é a taxa de desconto utilizada para a análise dos investimentos. Esta taxa é definida como a taxa mínima aceita pelo investidor como taxa de retorno de um empreendimento (Barbieri, Álvares, e Machline 2007, 132). O valor desta taxa mínima é variável de investidor para investidor, como veremos adiante.

3.1.1 Métodos Tradicionais da Engenharia Econômica

Os métodos tradicionais da engenharia econômica podem ser aproximados, como o Método da Depreciação Linear e juros médios, ou exatos, como o Método do Valor Atual ou o Método do Custo Anual. Sempre que possível, é claro, são preferíveis os métodos exatos. Porém, especialmente para contas preliminares, ou então para uma verificação da ordem de grandeze dos resultados de métodos mais complexos, é útil o conhecimento dos métodos aproximados.

3.1.1.1 Método da Depreciação Linear e juros médios

Este primeiro método de análise trata-se de uma simplificação, podendo ser utilizado através de cálculos mais simples. Tais métodos são úteis para a verificação dos métodos exatos, mais complexos, que serão analisados adiante.

O Método da Depreciação Linear consiste em calcular o custo anual de cada alternativa, que obrigatoriamente deverão transformar um investimento inicial, por exemplo, a aquisição de um imóvel à vista, em parcelas equivalentes ao longo de sua vida útil.

Por exemplo, seja um imóvel de valor inicial igual a R\$ 1.000.000,00, com valor residual igual a 20% deste valor. Se feita linearmente, ao longo de um período de 20 anos, a depreciação deste imóvel se fará em parcelas iguais de R\$ $40.000,00 \ ((1.000.000-200.000)\frac{1}{20})$. Os valores depreciados do imóvel, ano a ano, portanto, serão:

$$(1.000.000, 960.000, 920.000, \dots, 280.000, 240.000, 200.000)$$

Caso apliquemos sobre o valor do capital depreciado, ano a ano, uma taxa fixa de retorno sobre o capital empatado, por exemplo, de 10% a.a., obteremos um fluxo de parcelas de retorno sobre o capital (no caso, [100.000, 96.000, 92.000, ..., 28.000, 24.000, 20.000]).

O valor do retorno médio sobre o capital emparado pode ser obtido pela simples soma aritmética do primeiro e do último retorno:

$$R_{mdio} = \frac{100.000 + 24.000}{2} = 62.000$$

O retorno médio ainda poderia ser obtido pela equação 3.1 (Machline 1966, 64), em que C é o custo de aquisição do bem, L é o seu valor residual, n é a sua vida útil e i a taxa de desconto:

$$\begin{split} R_{mdio} &= \frac{1}{2} \left[(C-L)i + (C-L)\frac{i}{n} \right] + L.i = \\ R_{mdio} &= (C-L)\frac{i}{2}.\frac{n+1}{n} + L.i \end{split} \tag{3.1}$$

Utilizando a equação 3.1 para resolver o exemplo acima, tem-se:

$$\begin{split} R_{Mdio} &= (1.000.000 - 200.000) \frac{10\%}{2}.\frac{20+1}{20} + 200.000 \times 10\% \\ R_{Mdio} &= 800.000.5, 25\% + 20.000 = 62.000 \end{split}$$

O Custo Total Anual do Capital é a soma do custo anual depreciado mais custo anual médio do capital empatado. No exemplo:

$$\begin{split} CC_{Anual} &= \frac{C-L}{n} + (C-L)\frac{i}{2}.\frac{n+1}{n} + L.i \\ CC_{Anual} &= \frac{800.000}{20} + 62.000 = 102.000 \end{split}$$

3.1.1.2 Método do Custo Anual

O Método do Custo Anual (MCA), diferentemente do método da depreciação linear e taxa média de retorno, é um método exato da engenharia econômica.

Basicamente, o método consiste em transformar um custo de aquisição inicial C numa parcela constante ao longo do período do investimento, através da equação 3.2 (Machline 1966, 87):

$$P = (C - L)\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1} + L.i$$
(3.2)

O leitor deve perceber que a equação pode ser escrita em função do FRC:

$$P = (C - L).FRC(i\%.n) + L.i$$
(3.3)

Por exemplo, para o mesmo exemplo anterior, utilizado para o Método da Taxa Média de Retorno, com o Método do Custo Anual da Equação 3.3, tem-se:

$$\begin{split} P &= (1.000.000 - 200.000). \text{FRC}(10\%, 20) + 200.000 \times 10\% \\ P &= 800.000 \times 0, 1175 + 20.000 = 93.967, 70 + 20.000 \\ P &= 113.967, 70 \end{split}$$

Percebe-se uma pequena diferença entre os resultados do Método da Taxa Média de Retorno e o Método do Custo Anual, que é exato, salientamos. Essa diferença será menor quanto mais curto for o fluxo de caixa do projeto (o que raramente ocorre no mercado imobiliário) e quanto menor for a taxa de desconto.

🂡 Taxa Média de Retorno vs. MCA

Para ciclos de investimento mais curtos e taxas mais baixas, o método da taxa média de retorno é uma aproximação razoável. Para ver isto, imagine a análise de um investimento com prazo comum na ndústria, com depreciação em 5 anos. O custo da máquina é de R\$ 1.000.000,00, com valor residual de 20%. A taxa de desconto é de 6% a.a. (lembrar que é comum na indústria o financiamento a juros subsidiados via bancos de desenvolvimento, ou seja, o custo de capital da indústria é mais baixo):

Método da Taxa Média de Retorno:

$$\begin{split} CC_{Anual} &= \frac{1.000.000 - 800.000}{5} + (1.000.000 - 200.000) \frac{6\%}{2}.\frac{5+1}{5} + 200.000 \times 6\% \\ CC_{Anual} &= 60.000 + 800.000 \times 3,60\% + 12.000 = 200.800 \end{split}$$

Método do Custo Anual:

$$P = (1.000.000 - 200.000).FRC(6\%, 5) + 200.000 \times 6\%$$

$$P = 800.000 \times 0, 2374 + 12.000 = 189.917, 12 + 12.000$$

$$P = 201.917, 12$$

É possível dizer que os métodos se equivalem para estas condições.

3.1.1.3 O Método do Valor Atual

Nos métodos de análise de investimentos vistos até agora, o custo de aquisição do capital é diluído ao longo dos anos em parcelas constantes, equivalentes ao custo do capital atual (descontado o valor residual). Assim, para ser viável, o imóvel teria que produzir uma renda anual média ao menos equivalente ao custo médio anual do capital calculado, seja através do método da depreciação linear e taxa média de retorno, seja através do método do custo anual.

Com o Método do Valor Atual, a situação se inverte: são as parcelas investidas ao longo dos anos (assim como as rendas recebidas) que são trazidas a valor presente. Assim como o Método do Custo Anual, o Método do Valor Atual também é exato, ou seja, os valores atuais das prestações são calculados de acordo com as taxas de juros compostas de desconto adotadas.

No método do valor atual (Machline 1966, 81–91):

$$C = P \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} + \frac{L}{(1+i)^t}$$

$$C = P.FRC(i\%, t) + \frac{L}{(1+i)^t}$$
(3.4)

Deve-ser ter em mente que devem ser considerados no fluxo de renda os valores líquidos (isto é, os valores brutos, descontados os custos operacionais).

🥊 Exemplo do Método do Valor Atual

Um apartamento pode ser alugado ao valor mensal de R\$ 1.500,00, dos quais 30% (R\$ 450 mensais) são custos operacionais (taxas, impostos, etc.). Considerando que o aparta-

mento estará totalmente depreciado em 30 anos, quando deverá ter um valor residual de R\$ 100.000,00, calcular o valor atual justo de mercado do apartamento, a uma taxa de desconto de 12% a.a.

$$C = [12(1.500 - 450)] \cdot \frac{(1 + 12\%)^{30} - 1}{12\%(1 + 12\%)^{30}} + \frac{100.000}{(1 + 12\%)^{30}}$$

$$C = 12.600 \times 0, 1241 + 3.337, 80 = 104.833, 10$$

3.1.1.4 O Método do Custo Capitalizado

O Método do Custo Capitalizado é uma variante do Método do Valor Atual, que "consiste em calcular a quantia necessária para renovar e operar perpetuamente os equipamentos." (Machline 1966, 89).

No método do custo capitalizado, portanto, não serão consideradas a vida útil para o cálculo do número de renovações necessárias do bem, mas que o bem será operado eternamente, desde que renovações sejam sempre realizadas a cada número de períodos (ou seja, a cada número de períodos, o bem é vendido pelo seu valor residual e um novo bem é adquirido).

Segundo Machline (1966, 92), no método do custo capitalizado:

$$C_{cap} = C + (C - L).\frac{1}{(1+i)^m - 1} + \frac{M}{i}$$

Em que:

- C é o valor do capital inicial aplicado
- \bullet L é o valor residual estimado
- i é a taxa de desconto
- m é o intervalo entre as renovações
- M é o valor de eventuais despesas mensais, como as despesas operacionais

O Método do Custo Capitalizado (MCC) é, em geral, muito utilizado na indústria, onde é comum a operação de equipamentos por tempo indeterminado.

Por exemplo: se uma indústria qualquer precisa considerar a aquisição de um caminhão que custa R\$ 1.000.000,00, com vida útil de 10 anos e valor residual de R\$ 100.000,00, visando operá-lo de forma perpétua, a um custo operacional (combustível, manutenções, licenciamento, seguros, etc.) de R\$ 100.000,00/ano, a uma taxa de desconto de 10% a.a., qual o custo capitalizado total deste caminhão?

$$\begin{split} C_{cap} &= 1.000.000 + \frac{1.000.000 - 100.000}{(1 + 10\%)^{10} - 1} + \frac{100.000}{10\%} \\ C_{cap} &= 1.000.000 + 564.708, 60 + 1.000.000, 00 \\ C_{cap} &\approx 2.565.000, 00 \end{split}$$

O MCC é um dos métodos preferidos para a comparação de investimentos entre diversas alternativas de equipamentos. Nem sempre o investimento no equipamento com menor desembolso inicial será o mais vantajoso para a indústria. Por exemplo, imagina que a indústria tenha que decidir entre a compra de 4 caminhões como os do exemplo anterior, o que demanda um investimento inicial de R\$ 4.000.000,00, porém que tem um custo capitalizado, como vimos, de R\$ 10.260.000,00 (4 × 2.565.000,00) e a implantação de uma esteira transportadora, a um custo inicial mais alto, de R\$ 7.500.000,00, que demandaria, porém, renovações apenas a cada 20 anos, com valor residual de 10% e custo operacional de apenas R\$ 50.000,00 anuais.

$$\begin{split} C_{cap} &= 7.500.000 + \frac{7.500.00 - 750.000}{(1+10\%)^{20} - 1} + \frac{50.000}{10\%} \\ C_{cap} &= 7.500.000 + 1.178.525,00 + 500.000,00 \\ C_{cap} &\approx 9.180.000,00 \end{split}$$

A conclusão é que, apesar de ser um investimento inicial de valor 87,50% mais alto, o transporte por esteira transportadora, a longo prazo, é preferível ao transporte por caminhões para esta indústria.

💡 Método do Custo Capitalizado no Mercado Imobiliário

Um empresário pretende construir um imóvel comercial do tipo galeria (comércio de rua). O valor de mercado do terreno em que ele pretende construir este imóvel é de R\$ 1.000.000,00. O orçamento para a construção do imóvel pretendido é de R\$ 4.000.000,00. O valor empresário considera que o valor residual do imóvel é o próprio terreno, ou seja, R\$ 1.000.000,00. Após a construção, o empresário julga que terá que investir R\$ 12.000,00/ano para administrar o empreendimento. Calcule o custo capitalizado do empreendimento, considerando uma taxa de desconto de 15% a.a. e que serão necessárias renovações (reformas) a cada 10 anos, ao custo de 20% do valor atual de construção do imóvel.

$$\begin{split} C_{cap} &= 5.000.000 + \frac{20\%.4.000.000}{(1+15\%)^{10}-1} + \frac{12.000}{15\%} - 1.000.000 \\ C_{cap} &= 5.000.000 + 262.677, 70 - 1.000.000 \\ C_{cap} &= 4.262.678, 00 \end{split}$$

3.1.2 Métodos Modernos da Engenharia Econômica

3.1.2.1 Método do Valor Presente Líquido

O Valor Presente Líquido (VPL) é a diferença entre o fluxo de caixa gerado num empreendimento e o investimento nele realizado, condição para que o fluxo de caixa ocorra. O VPL é uma medida da viabilidade de um projeto: se o VPL é positivo, o projeto é viável; se for negativo, é inviável. O VPL é calculado de acordo com a seguinte equação:

$$VPL = -I + \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$
 (3.5)

Caso os valores líquidos¹ do fluxo de caixa no tempo (FC_t) possam ser considerados constantes e iguais a R_l , a Equação 3.5 torna-se:

$$\begin{split} VPL &= -I + R_l \frac{i.(1+i)^T}{(1+i)^T - 1} \qquad \text{ou} \\ VPL &= -I + \frac{R_l}{FRC(i\%, T)} \end{split} \tag{3.6}$$

A taxa i a ser utilizada para o cálculo do VPL é chamada de **Taxa Mínima de Atratividade**, ou simplesmente TMA do projeto.

Como exemplo de utilização do VPL, imagine que uma construtora tenha disponível em caixa o valor de R\$ 1.000.000,00 necessários para a aquisição à vista de um terreno para a construção de um edifício residencial, cujas receitas (Valor Global de Vendas, ou VGV) ela espera que somem R\$ 10.000.000,00. A construtora estima que possa obter um lucro médio de 20% com a venda das unidades e estima também que as vendas serão distribuídas uniformemente durante um prazo de 5 anos, prazo para a entrega do empreendimento, *i.e.* a empresa espera faturar R\$ 2.000.000,00 por ano. Se a TMA da empresa é de 15% a.a., calcular o VPL do projeto:

$$\begin{split} VPL &= -I + \frac{R_l}{FRC(15\%, 5)} \\ VPL &= -1.000.000, 00 + \frac{20\%.2.000.000}{0,2983} \\ VPL &= -1.000.000, 00 + 1.340.862, 04 \\ VPL &= 340.862, 04 \end{split}$$

Como o VPL do projeto é positivo, ele é considerado viável!

¹Valores líquidos significam aqui que os valores das rendas (R) do projeto já estão subtraídas dos seus custos operacionais (C), ou seja, $R_l = R - C$

3.1.2.2 Método da Taxa Interna de Retorno

A taxa interna de retorno é uma medida utilizada para a comparação de diferentes investimentos possíveis. É necessário esclarecer logo de início que a TIR não é uma medida representativa do retorno de um investimento (ver Barbieri, Álvares, e Machline 2007). A TIR nada mais é do que a taxa de desconto que, aplicada ao fluxo de caixa do projeto, torna o VPL igual a zero. Ou seja, fazendo VPL = 0 na Equação 3.5, temos:

$$0 = -I + \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t}$$
 (3.7)

Como exemplo, imagine que a construtora mencionada no exemplo anterior (VPL), tenha uma alternativa de comprar um terreno mais barato, com custo de aquisição igual a R\$ 800.000,00, porém com potencial construtivo menor, de modo que o VGV deste segundo projeto seria de, apenas, R\$ 8.000.000,00, com lucratividade de 20%, com prazo de construção igual a 4 anos. Imaginando que a construtora só tenha capacidade de realizar um dos projetos, qual projeto a construtora deveria escolher?

Pelo critério do VPL, teríamos:

$$\begin{split} VPL &= -I + \frac{R_l}{\text{FRC}(15\%, 4)} \\ VPL &= -800.000, 00 + \frac{20\%.2.000.000}{0,3503} \\ VPL &= -800.000, 00 + 1.141.991, 35 \\ VPL &= 341.991, 35 \end{split}$$

Que é um valor, na prática, igual ao VPL do primeiro projeto (arredondamentos à parte).

É interessante notar, antes de mais nada, que além dos projetos apresentarem mesma lucratividade (20%), eles possuem a mesma razão entre capacidade de geração de receitas e investimento necessário (10.000.000,00/1.000.000,00=8.000.000,00/800.000,00=10). Por isso, sem analisar a TIR dos projetos, as pessoas podem ser levadas à conclusões falsas, baseadas em argumentos verdadeiros (falácias). Por exemplo, alguém poderia argumentar que, como os projetos apresentam mesma lucratividade, praticamente o mesmo VPL, porém o primeiro projeto, com VGV maior, permite uma maior lucratividade, pois, na prática, com o primeiro projeto ,a empresa obtem um ano a mais de lucros, que são iguais para ambos os projetos (R\$ 400.000,00/ano), e com um investimento inicial de, apenas, R\$ 200.000,00 adicionais (em relação ao segundo projeto).

Para desmistificar estes raciocínios impróprios, convém calcular a TIR de ambos os projetos:

$$\begin{split} 0 &= -I_1 + \frac{R_l}{\text{FRC}(\text{TIR}_1\%, 5)} \\ 0 &= -1.000.000 + \frac{400.000}{\text{FRC}(\text{TIR}_1\%, 5)} \\ \text{FRC}(\text{TIR}_1\%, 5) &= \frac{400.000}{1.000.000} \\ \text{FRC}(\text{TIR}_1\%, 5) &= 0,4000 \\ \text{TIR}_1 &\approx 29\% \\ \\ 0 &= -I_2 + \frac{R_l}{\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 4)} \\ 0 &= -800.000 + \frac{400.000}{\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 4)} \\ \text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 4) &= \frac{400.000}{800.000} \\ \text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 4) &= 0,5000 \\ \text{TIR}_2 &\approx 35\% \end{split}$$

A conclusão é que o segundo projeto é mais rentável que o primeiro, pois a TIR do segundo projeto (35%) é maior do que a TIR do primeiro (29%).

O erro no raciocínio de que o primeiro projeto gera mais receitas, com mesma lucratividade, portanto é mais rentável que o segundo, é falso! Para entender isso, deve-se considerar que os R\$ 200.000,00 investidos a mais no momento da aquisição do terreno tem um custo de oportunidade (estes R\$ 200.000,00 poderiam ficar investidos numa aplicação financeira, o que gera uma renda passiva para a construtora, e portanto não pode simplesmente ser comparado ao valor do lucro adicional gerado pelo projeto, que é obtido apenas no quinto ano do projeto).

3.1.2.3 Lucratividade e Rentabilidade de um projeto

A lucratividade de um projeto é a relação entre lucro e faturamento deste projeto. Matematicamente, a lucratividade (P) pode ser escrita:

$$P = \frac{L}{R_B} \tag{3.8}$$

Em que L é o lucro bruto obtido e R_B a receita bruta do projeto.

Já a rentabilidade de um projeto é a relação entre o retorno obtido e o investimento de capital requerido pelo projeto:

$$R = \frac{L}{I} \tag{3.9}$$

Nos exemplos anteriores, os dois projetos tinham lucratividade iguais a 20% do faturamento. As suas rentabilidades, no entanto, eram diferntes. No caso do primeiro projeto o retorno sobre o investimento foi calculado em $341.000,00/1.000.000 \approx 34\%$. Já para o segundo projeto, a rentabilidade calculada foi de $341.000/800.000 \approx 43\%$.

A rentabilidade, contudo, deve ser vista com cautela: ela representa o retorno total sobre o investimento total, porém não considera o tempo para que o investimento retorne. Ou seja, projetos com maior rentabilidade podem ter menor retorno anual (ou mensal, semestral, etc.) do que um projeto com menor rentabilidade.

No exemplo anterior, o segundo projeto é preferível por conta da maior TIR obtida, não por conta da maior rentabilidade. Existe uma forma correta, contudo, de comparar projetos de acordo com sua rentabilidade. Esta forma é comparar a rentabilidade com o número de anos necessários para obtê-la. Por exemplo, é possível dizer que o segundo projeto é melhor do que o primeiro porque ele apresenta uma rentabilidade de 43% sobre o capital investido em 4 anos, enquanto o primeiro projeto apresenta uma rentabilidade de 34% sobre o capital investido, porém em 5 anos. O analista de investimentos deve ter cuidado, portanto, pois se a situação fosse inversa em questão ao prazo do investimentos, ou seja, se o projeto com rentabilidade maior tivesse um prazo maior (43% em 5 anos) e o projeto com rentabilidade menor tivesse um prazo menor (34% em 4 anos), não se poderia afirmar que o projeto com maior rentabilidade seria superior ao projeto com menor rentabilidade.

Considere que a construtora fez a análise correta e seguiu com o segundo projeto. Porém, ela havia se enganado quanto ao prazo de execução e comercialização deste segundo projeto e, no final, o projeto, ao invés de durar 4 anos, perdurou por 5 anos. O faturamento total permaneceu o mesmo, e também a lucratividade, de 20%. No entanto, o prazo maior resultou num menor faturamento anual, agora de R\$1.600.000/ano, e num menor VPL:

$$\begin{split} VPL &= -I + \frac{R_l}{\text{FRC}(15\%, 5)} \\ VPL &= -800.000, 00 + \frac{20\%.1.600.000}{0,2983} \\ VPL &= -800.000, 00 + 1.072.689, 63 \\ VPL &= 272.689, 63 \end{split}$$

Com menor VPL, diminui a rentabilidade do projeto: 272.689,63/800.000 = 34,09%. Ou seja, a rentabilidade do segundo projeto, com a extensão do prazo, passou a ser a mesma do primeiro projeto. Isto significa que eles agora sejam equivalentes? A resposta é sim, pois os projetos agora apresentam a mesma rentabilidade para empreendimentos de mesmo prazo! A TIR atualizada do segundo projeto confirma isto:

$$\begin{split} 0 &= -I_2 + \frac{R_l}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 4)} \\ 0 &= -800.000 + \frac{320.000}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 5)} \\ \mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 5) &= \frac{320.000}{800.000} \\ \mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 5) &= 0,4000 \\ \mathrm{TIR}_2 &\approx 29\% \end{split}$$

A nova TIR do segundo projeto agora é idêntica à TIR do primeiro projeto, o que confirma a equivalência de ambos.

3.1.3 Payback

Payback ou tempo de retorno é o tempo necessário para que o capital investido no projeto retorno ao investidor. O payback pode ser calculado de forma simples ou descontado. No payback simples, os valores do fluxo de caixa são somados sem a consideração do efeito dos juros. No payback descontado, o fluxo de caixa do projeto é descontado à taxa mínima de atratividade para o cálculo do tempo de retorno.

O payback simples tem a vantagem de poder ser calculado facilmente. Porém, tem a desvantagem clara de não considerar o efeito das taxas de juros no tempo.

No caso dos projetos a serem escolhidos pela construtora, é fácil verificar que o payback simples do primeiro projeto é de 2,5 anos (1000.000,00/400.000,00), enquanto que para o segundo projeto, o payback simples é igual a 2,0 (800.000,00/400.000,00).

Já para o payback descontado, é necessário montar o fluxo de caixa descontado do projeto.

O fluxo de caixa descontado do primeiro projeto pode ser visto na Figura 3.1. Os valores das receitas descontadas são: $R_1=347.826,09,\ R_2=302.457,47,\ R_3=263.006,49,\ R_4=228.701,303$ e $R_1=198.870,69$.

Fluxo de Caixa Descontado

Entradas e Saídas R_1 \$347,800 R_2 R_3 R_4 R_5 \$10,850 i = 15% (a.a.) Montante -\$326,100 -\$663,050 I = 1.000.000,00-\$1,000,000 2 3 5 4

Figura 3.1: Fluxo de Caixa Descontado do primeiro projeto.

Período (meses)

O fluxo de caixa descontado do segundo projeto pode ser visto na Figura 3.2. Os valores das receitas descontadas são: $R_1=347.826,09,\ R_2=302.457,47,\ R_3=263.006,49$ e $R_4=228.701,303$.

Fluxo de Caixa Descontado

Entradas e Saídas R_1 \$347.800 R_2 R_3 R_4 \$60,850 Montante i = 15% (a.a.) \$226,100 -\$513,050 800,000,00 -\$800,000 2 3 4 Período (meses)

Figura 3.2: Fluxo de Caixa Descontado do segundo projeto.

Pode-se demonstrar, através da montagem dos fluxos de caixa descontados acumulados, que o primeiro projeto tem payback descontado em meados do quarto ano do projeto, enquanto o segundo projeto tem payback descontado no terceiro ano do projeto.

É claro pela análise do fluxo de caixa do primeiro projeto que os R\$ 200.000,00 adicionais investidos no primeiro projeto não retornam no último ano do projeto, ou seja, em seu quinto ano, quando a receita descontada auferida é de, apenas, R\$ 198.870,69, portanto menor do que o investimento adicional requerido por este projeto, em relação ao segundo.

3.1.4 TIR Modificada

Existe um aspecto polêmico a respeito da TIR que é totalmente aplicável ao mercado imobiliário: A TIR supõe que, passado o período de payback do projeto, o saldo positivo do projeto pode ser reaplicado à uma rentabilidade igual à TIR do projeto, o que nem sempre é verdadeiro. Especialmente para os projetos com TIR mais altas que, em geral, são muito superiores à remuneração de recursos obtidos nas aplicações comuns do mercado financeiro (ver Barbieri, Álvares, e Machline 2007). Assim, ao menos que sejam abundantes as oportunidades de investimento com retornos equivalentes ao do projeto em análise, assim como a capacidade da

empresa de absorver novos projetos, a taxa de investimento dos recursos sobrantes do projeto deveriam render à taxa de rentabilidade das aplicações financeiras comuns.

A realidade de muitas incorporadoras, que não dispõem de recursos próprios para os seus investimentos, é que ela atraia investidores, que exigem uma alta remuneração pelos recursos aplicados. Por outro lado, as incorporadoras em geral não terão capacidade de absorver muitos projetos em paralelo, e as sobras de caixa, usualmente, serão aplicadas no mercado financeiro, a um retorno muito menor do que o do projeto. A taxa de retorno do projeto, assim é muito menor do que a TIR calculada.

Por conta dos problemas descritos acima, foi desenvolvida a TIR modificada, que nada mais é do que a TIR do projeto calculada com taxas diferentes para o financiamento do projeto e para o reinvestimento das sobras.

Está além do escopo deste texto descrever como é calculada a TIR modificada. No entanto, para os projetos em tela, considerando uma taxa de financiamento dos projetos igual à 24% a.a. e uma taxa de reinvestimento de 12% a.a., a TIR dos projetos 1 e 2 resultam iguais a 20,51% e 24,33%, respectivamente. Os valores da TIR modificada são significativamente menores do que os valores da TIR calculada para os projetos considerando-se a mesma taxa para financiamento e reinvestimento dos recursos, que eram de 28,65% e 34,90%.

4 Avaliação de Aluguéis

As avaliações de aluguéis geralmente são realizadas ora utilizando o método da remuneração do capital (que, como veremos, é nada mais do que o inverso do método da renda), ora utilizando o método comparativo direto.

Em essência, a diferença entre os dois métodos encontra-se na forma de olhar para os imóveis. No caso do método da remuneração do capital, analisa-se o imóvel como um bem de investimento. No caso do método comparativo, o imóvel é analisado como um bem de consumo.

4.1 O Método da Renda

O Método da Renda é muito aplicado na avaliação dos valores de venda de imóveis urbanos, especialmente aqueles destinados à implantação de empreendimentos como hotéis e outros empreendimentos de base imobiliária. O método da renda, quando aplicado inversamente, ou seja, quando aplicado para o cálculo do valor dos aluguéis a partir de valores de venda conhecidos, é também chamado de método da remuneração do capital. Tal método é um dos mais utilizados na avaliação de aluguéis. No entanto, apesar de ser intuitivo e de fácil aplicação, as dificuldades relacionadas ao estabelecimento apropriado da taxa de rentabilidade, e outras tantas que serão discutidas ao longo deste capítulo, tornam-no um método complexo e muitas vezes duvidoso.

O objetivo do Método da Remuneração do Capital (MRC) é a obtenção do valor do aluguel através da aplicação de uma taxa de rentabilidade ao valor de venda do imóvel, supostamente conhecido¹. Se o valor de mercado do imóvel V_{venda} é conhecido, o valor do aluguel ($V_{aluguel}$) é estimado através da seguinte expressão, baseada numa taxa de rentabilidade i:

$$V_{aluquel} = V_{venda} * i$$

A taxa de rentabilidade a ser aplicada ao imóvel depende de fatores físicos (tais como a tipologia do imóvel), econômicos (como a conjuntura econômica) e outros até subjetivos (como a taxa de risco a ser definida pelo avaliador, em comum acordo ou não com o seu contratante).

¹Essa é uma das primeiras dificuldades relacionadas ao método da remuneração do capital: é necessário, primeiramente, conhecer o valor de mercado de venda do imóvel, para só então ser possível calcular o valor de seu aluguel.

4.1.1 Taxa de rentabilidade

É usual que para a obtenção da taxa de rentabilidade total do imóvel esta seja decomposta em duas partes: taxa de rentabilidade do terreno (i_i) e taxa de rentabilidade das benfeitorias (i_b) . Estas, por sua vez, também podem ser decompostas em outros componentes, como pode ser visto no quadro abaixo:

Tabela 4.1: Exemplo de Composição das taxas do terreno e das benfeitorias

Tipo	Terreno	Benfeitorias
Taxa básica	6,0%	6,0%
Não-liquidez	$1,\!5\%$	$1,\!5\%$
Valorização	$-1,\!5\%$	-
Depreciação	-	$2{,}0\%$
Vacância	-	1,0%
TOTAL	$6,\!0\%$	$10{,}5\%$

Uma vez conhecida as taxas de remuneração do terreno e das benfeitorias, pode-se calcular a taxa de remuneração total do imóvel, a partir da seguinte expressão (D'Amato e Alonso 2019, 86):

$$i = \frac{V_t i_t + V_b i_b}{Vt + Vb}$$

Deve-se ter em mente sempre que a taxa global obtida com a expressão acima somente deve ser aplicada àquele imóvel em específico, já que a taxa global varia conforme a divisão do valor do imóvel entre terra e benfeitoria. Assim, pode ser mais fácil não calcular a taxa composta e aplicar diretamente a taxa correspondente a cada parte do capital.

4.1.1.1 Justificativas dos componentes da taxa de rentabilidade

Os compontentes da taxa de rentabilidade apresentados na tabela acima se justificam da seguinte maneira:

1. Taxa básica: esta taxa se justifica pela existência de outras aplicações no mercado financeiro que competem com o investimento em imóveis. Se, por exemplo, existem aplicações disponíveis no mercado financeiro que propiciem segurança e rentabilidade de longo prazo de 6,0% a.a., esta taxa deverá ser considerada como a taxa básica.

- 2. Não-liquidez: este componente se justifica devido à perda de liquidez que o investimento em imóveis acarreta para o investidor. Se, por exemplo, o investidor tem acesso a oportunidades de investimento que propiciem segurança e rentabilidade de longo prazo de 6% a.a., assim como uma alta liquidez, o investidor deve requerer uma compensação pela perda de liquidez que justifique a aplicação dos seus recursos no mercado imobiliário.
- 3. Valorização: este componente se justifica devido à expectativa de valorização que pode estar embutida no valor dos imóveis, em especial ao valor da terra. Em condições usuais (i.e. em que os custos reais de construção permaneçam praticamente estáveis), as benfeitorias tendem apenas a se depreciar, portanto não é usual a aplicação de uma taxa de valorização a este componente do valor dos imóveis.
- 4. Depreciação: a depreciação se aplica somente ao componente benfeitoria, sendo absurda a sua aplicação ao componente terra. Deve-se ter coerência na escolha da taxa de depreciação, levando em conta a tipologia do imóvel, assim como os materiais utilizados para sua construção e seu padrão de acabamento.
- 5. Vacância: diz respeito ao risco de vacância de um determinado investimento imobiliário. Por exemplo, se ao construir lojas com fins de locação se espera uma taxa de vacância destas lojas de 1,0% a.a., aplica-se este valor às benfeitorias apenas. Por que não aplicar a taxa de vacância ao imóvel como um todo? A explicação é que a terra estaria vaga de qualquer maneira sem os investimentos na construção das benfeitorias. Assim, a vacância é um risco que se aplica ao investimento na construção destas benfeitorias, mas não ao terreno, que não deixa de se valorizar e não perde valor com o tempo, mesmo quando está sem uso.

4.2 O Método da remuneração do capital

O método da remuneração do capital é o método utilizado para se obter o valor do aluguel a partir da aplicação de uma taxa de rentabilidade ao valor de venda do imóvel. Assim, o método da remuneração do capital é o inverso do método da renda, esse último mais conhecido, em que a partir do conhecimento da renda que pode ser obtida de um imóvel ao longo de um horizonte de tempo, essa renda é descontada a uma determinada taxa de rentabilidade para obtenção do valor presente ou valor de mercado do imóvel.

Existem dúvidas acerca de qual taxa de rentabilidade aplicar, como explicado na última seção. No entanto, estas não são as únicas fraquezas do método. Como vimos na seção (?), no preço dos imóveis pode estar embutido uma renda implícita decorrente de sua expectativa de valorização (quarta renda). Esta renda, na prática, não pode ser observada diretamente, o que dificulta a aplicação do método.

Como visto na seção (?), na hipótese do mercado imobiliário encontrar-se perfeitamente equilibrado, *i.e.* com os preços refletindo tão e somente os fundamentos econômicos, sem sobrepreços

em relação ao valor esperado descontado do fluxo de rendimentos, o valor de um imóvel pode ser assim calculado (Malpezzi e Wachter 2002):

$$V_{Imovel} pprox rac{\mathbb{E}[R_l]}{i}$$

Dessa forma, seria relativamente fácil descobrir o valor justo para o aluguel líquido do imóvel (R_l) baseado em uma taxa de rentabilidade i devidamente fundamentada aplicada ao valor de mercado do imóvel (V_{Imovel}) .

No entanto, caso o mercado esteja sobrevalorizando os imóveis e a expectativa do mercado seja que esta sobrevalorização aumente com o tempo, como prevê Blanchard (1979), então o valor do imóvel no período t será:

$$V_t = V_t^* + b_t; \qquad \mathbb{E}[b_t] = (1+i)b_t$$

Nestas situações, portanto, o imóvel está produzindo uma renda implícita, ou seja, uma renda relacionada à expectativa de sua valorização. Isto explica porque um proprietário pode estar disposto a manter um imóvel sem uso (retenção especulativa (Lacerda e Abramo 2020)), ou seja, sem produzir qualquer tipo de renda explícita, por um determinado período de tempo, até que seja conveniente a sua alienação ou qualquer outra destinação que lhe seja apropriada.

Da mesma maneira, o proprietário de um imóvel pode vir a aceitar locar o seu imóvel a uma taxa de rentabilidade inferior (ou mesmo muito inferior) às taxas de rentabilidade dos outros investimentos disponíveis, haja vista ele está esperando uma rentabilidade também em relação ao aumento do valor de venda do imóvel².

Nestas situações, o método comparativo de dados de mercado deve ser mais preciso na determinação dos aluguéis.

No entanto, sugere-se que o modelo de Blanchard (1979) pode ser levemente alterado para permitir a aproximação do valor do aluguel pelo método da remuneração do capital mesmo em situações em que o mercado esteja sobrevalorizando o valor dos imóveis. Imagine que o mercado esteja sobrevalorizando os imóveis em um determinado período t a uma determinada razão de $b_t/100~(b_t>100)$ e que haja expectativa de aumento contínuo desta sobrevalorização, conforme expressão abaixo:

$$V_t = b_t V_t^*; \qquad \mathbb{E}[b_t] = (1+i)b_t$$

Por exemplo, se a taxa de valorização real de longo prazo de 0,4% a.a. observada para os imóveis residenciais unifamiliares nos EUA (casas) puder ser considerada correta, partindo-se

²Por exemplo, o proprietário de um apartamento pode locar o seu apartamento por um valor muito baixo, em troca do locatário se responsabilizar pelo pagamento das taxas do imóvel (condomínio, IPTU, e outras), enquanto aguarda o momento certo para sua alienação.

de uma conjuntura em que o mercado imobiliário esteja perfeitamente equilibrado $(b_t=1)$, considerando-se uma taxa de rentabilidade básica de 3% a.a., tería-se:

Tabela 4.2: Composição das taxas do rentabilidade para as casas nos EUA.

Tipo	Terreno	Benfeitorias
Taxa básica	3,0%	3,0%
Vacância	-	1,0%
Outras	-0.4%	-0.4%
TOTAL	$2,\!6\%$	$3,\!6\%$

Considerando-se uma composição no valor final das casas de 50% para o valor do terreno e 50% para o valor das benfeitorias (válida para os bairros mais consolidados, onde a terra é relativamente mais cara), tem-se:

$$i = 0, 5i_t + 0, 5i_b = 0, 5.2, 6\% + 0, 5.3, 6\% = 3, 1\%$$
 a.a.

Desta maneira, partindo-se de um imóvel com valor de venda hipotético de US\$500.000,00, ter-se-ia que o valor justo para o seu aluguel seria:

$$Al = V_{Imovel}.i = 500.000 \frac{3,1}{100} = 15.500/\text{ano} \approx 1.300/\text{mês}$$

Deve-se reparar que o investidor desatento, ao se deparar com um imóvel locado ao valor de R\$ 1.300,00 mensais, com valor de venda de R\$ 500.000,00, poderá incorretamente entender que a rentabilidade do imóvel está abaixo do mercado. Pois esse investidor, ao desconsiderar o potencial de valorização do imóvel de 0,4% a.a., considerando apenas a taxa de vacância e a taxa básica, chegará a uma taxa de capitalização de 3,5% a.a. Assim, este investidor iria considerar que o valor real de venda do imóvel, calculado através do método da renda, deveria ser de:

$$V_{Imovel} = 12 \frac{1300}{3,5\%} \approx 445.000,00$$

Desta forma o investidor pode estar deixando de fazer um bom negócio por não ter enxergado que existe embutido no valor de venda de um imóvel uma quarta renda embutida, ou seja, a renda que deve ser advinda da expectativa de valorização do imóvel com o tempo.

4.3 Estratégias de investimento em imóveis

Os investidores que atuam no mercado imobiliário usualmente adotam diferentes estratégias de investimento. Assim como em outros mercados, como o mercado de ações, no mercado imobiliário existem investidores que adotam estratégias como a conhecida estratégia de buy \mathcal{E} hold, i.e. comprar um imóvel e mantê-lo em carteira, com fins de auferir retorno em longo prazo, assim como investidores mais afoitos, atuando com o objetivo de obter retornos em curto e médio prazo, muitas vezes chamados de especuladores.

Nos mercados eficientes os especuladores podem ter um papel benéfico ao bom funcionamento dos mercados: comprando e vendendo ativos, os especuladores atuam no sentido de atenuar os ciclos de valorização/desvalorização, fornecendo maior estabilidade aos preços, assim como propiciando maior liquidez aos mercados. No mercado imobiliário, no entanto, diferentemente do que ocorre no mercado de ações, não é possível ao especulador manter uma posição vendida em ativos (short), o que é comum no mercado de ações, onde o investidor pode manter uma posição vendida por um grande período de tempo, ou seja, o investidor vende no mercado um ativo que ele não tem, e mantém essa posição enquanto ele entender que o ativo está sobrevalorizado. Uma vez que o ativo tive voltado ao seu valor de mercado, o investidor desfaz a operação, "recomprando" aquele ativo que ele não tinha, ficando líquido. Este tipo de operação nas bolsas de valores, teoricamente, ajuda a atenuar as sobrevalorizações de ativos que fatalmente ocorrem nos bull markets (conjuntura de mercado em que há grande expectativa de valorização e os precos da maioria dos ativos estão num ciclo de alta, alguns acima dos seus fundamentos). Como esta posição vendida não é possível nos mercados imobiliários, não há outros freios nestes mercados a serem aplicados durante os ciclos de alta que não sejam aqueles freios regulatórios, ou seja, os freios utilizados pelas entidades governamentais no sentido de esfriar os mercados, como elevação de taxas de juros, diminuição dos prazos de financiamento, etc.

Os investidores de longo prazo do mercado imobiliário, portanto, devem ter maior preocupação com a rentabilidade dos imóveis, ou seja, sua capacidade de gerar renda (aluguéis). Já os investidores de curto e médio prazo no mercado imobiliário podem estar menos preocupados com a renda efetiva realmente produzida pelos imóveis, ou seja, são investidores que procuram ganhar com as negociações dos imóveis (compra e venda) e não com a rentabilidade de aluguéis. Assim, para estes investidores, o aluguel pode ser apenas uma forma de evitar o pagamento de taxas durante o período em que eles mantém os imóveis em carteira. Em outra palavras, ao alugar os imóveis em carteira, os investidores de curto e médio prazo do mercado imobiliário estarão evitando custos de carregamento como o pagamento de taxas de condomínio, IPTU, etc., já que estas taxas, enquanto o imóvel está locado, correm por conta do locatário. Assim o investidor pode focar apenas nas suas operações de entrada (compra) e saída (venda) dos ativos.

Por exemplo, imagine que um investidor, ao se deparar com um mercado fraco para os imóveis, procure comprar apartamentos de um dormitório (studios) com expectativa de venda em alguns anos, quando o mercado imobiliário voltar a se aquecer. O investidor adquire algumas unidades

ao preço médio de R\$ 350.000,00, já inclusos neste valor o pagamento dos tributos (ITBI, custos cartoriais, etc). A taxa média de inflação da economia é de 3,75% a.a. (~0,30% a.m.) e os custos mensais para o locador para o carregamento do imóvel (o que inclui a sua manutenção, assim como o pagamento de taxas obrigatoriamente pagas pelo locador, como o fundo de reserva) seja em torno de R\$ 350,00 (0,1% a.m.). Este investidor pode optar por alugar os seus imóveis em troca de um aluguel mínimo (líquido) de R\$ 1.425,00 ao mês, que é suficiente tanto para cobrir as despesas obrigatórias do locador/investidor, assim como para efetuar a atualização monetária do seu capital. Desta forma o investidor irá auferir lucro caso o valor médio de venda dos seus imóveis, após certo período de tempo, for nominalmente superior ao preço médio de compra, de R\$ 350.000,00. Em suma, não há necessidade de o investidor controlar os preços no tempo, pois a atualização monetária e o pagamento dos custos de carregamento já são feitos através do aluguel.

Este simples exemplo ilustra como podem ser enganosos os cálculos de rentabilidade feitos pelos investidores desatentos, como a comparação da rentabilidade da locação com as taxas de curto prazo dos títulos públicos, por exemplo. Enquanto os imóveis podem ser valorizar no tempo, os títulos públicos de curto prazo estão sujeitos ao efeito corrosivo da inflação. Outro benefício do investimento em imóveis é a questão tributária: enquanto nos títulos públicos haverá cobrança de imposto de renda sobre o valor integral de valorização dos títulos, pouco importando o efeito da inflação, nos imóveis o imposto de renda deverá ser aplicado apenas sobre o ganho de capital³

4.3.1 Exemplo

						Rend.	
Id	Compra	ITBI	Outros	Custo Total	Aluguel líq.	(%)	Venda
1	290.603,2	8.718,10	2.906,03	302.227,3	1.418,16	5,78	338.173,6
2	302.754,7	$9.082,\!64$	$3.027,\!55$	314.864,8	1.264,63	4,93	327.228,0
3	287.465,6	8.623,97	$2.874,\!66$	298.964,2	1.170,97	4,80	360.624,5
4	323.929,2	$9.717,\!88$	$3.239,\!29$	336.886,4	876,51	3,17	386.662,5
5	304.942,6	$9.148,\!28$	$3.049,\!43$	317.140,3	1.139,93	4,40	364.454,6
6	287.693,0	8.630,79	2.876,93	299.200,7	1.343,56	$5,\!52$	358.200,6
7	307.311,4	$9.219,\!34$	$3.073,\!11$	319.603,9	1.735,84	6,72	380.667,8
8	311.074,9	$9.332,\!25$	3.110,75	323.517,9	1.284,29	4,87	381.652,4
9	308.636,7	$9.259,\!10$	$3.086,\!37$	320.982,2	1.431,65	5,49	383.878,3
10	295.419,2	$8.862,\!58$	$2.954,\!19$	307.235,9	1.234,70	4,93	365.336,3
11	322.676,7	$9.680,\!30$	3.226,77	335.583,8	$904,\!56$	3,28	387.172,5
12	305.847,7	$9.175,\!43$	$3.058,\!48$	318.081,5	1.163,40	4,48	334.155,0

³Também há cobrança de IR sobre os aluguéis recebidos. Assim, para que a estratégia funcione, o investidor deverá exigir um aluguel que cubra os custos e a atualização monetária já líquido de impostos.

Verifica-se na tabela acima que alguns imóveis da carteira tem rendimento um pouco inferior e outros um rendimento um pouco superior à média. A taxa de rendimento efetiva total pode ser calculada através da razão entre a soma dos valores dos aluguéis líquidos e a soma dos valores totais despendidos pelo investidor na aquisição da unidade. Esta taxa, para o exemplo em questão, é de 4,84% a.a. Admitindo que esta rentabilidade seja suficiente para cobrir os custos de carregamento dos imóveis assim como atualizar monetariamente o capital investido, pode-se considerar qualquer excesso no preço de venda em relação ao custo total de aquisição como lucro.

Assim, o lucro total com a venda das unidades para o investidor pode ser calculado através da razão entre a soma dos valores de venda destas unidades e a soma dos valores desembolsados pelo investidor para a sua aquisição, o que resulta em um lucro de 573.917,20. A taxa de lucro real da operação, portanto, é a razão deste lucro pelo custo total de aquisição, 15,13%.

Deve-se salientar que o lucro assim calculado se refere ao lucro da estratégia como um todo e não ao lucro obtido isoladamente em cada unidade. Para calcular o lucro/prejuízo em cada unidade seria necessário conhecer outros dados, como o tempo decorrido entre a compra e a venda das unidades e o eventual lucro ou prejuízo que o carregamento de cada unidade causou, isoladamente⁴.

Id	Custo Total	Aluguel líq.	Rend. (%)	Venda	Lucro	Lucro (%)
1	302.227,3	1.418,16	5,78	338.173,6	35.946,30	11,89
2	314.864,8	$1.264,\!63$	4,93	327.228,0	$12.363,\!17$	3,93
3	298.964,2	1.170,97	4,80	360.624,5	61.660,33	20,62
4	336.886,4	876,51	3,17	386.662,5	49.776,08	14,78
5	317.140,3	1.139,93	4,40	364.454,6	47.314,32	14,92
6	299.200,7	$1.343,\!56$	$5,\!52$	358.200,6	58.999,93	19,72
7	319.603,9	$1.735,\!84$	6,72	380.667,8	$61.063,\!86$	19,11
8	323.517,9	$1.284,\!29$	4,87	381.652,4	$58.134,\!56$	17,97
9	320.982,2	$1.431,\!65$	5,49	383.878,3	$62.896,\!10$	19,59
10	307.235,9	1.234,70	4,93	365.336,3	58.100,41	18,91
11	$335.583,\!8$	$904,\!56$	3,28	387.172,5	51.588,71	15,37
12	318.081,5	$1.163,\!40$	4,48	334.155,0	$16.073,\!43$	5,05

Este exemplo é ilustrativo de quão enganoso pode ser a aplicação do método da renda: a princípio, unidades que geram alguéis com taxas de rentabilidade próximas à inflação seriam preteridas em relação aos outros investimentos disponíveis no mercado financeiro. No entanto, com a adoção de uma estratégia adequada, o investimento em imóveis mostrou-se capaz de proporcionar rentabilidades elevadas.

⁴É fácil perceber que enquanto algumas unidades tiveram rentabilidade bem acima do esperado, como as unidade 1 e 7, outras unidades tiveram rentabilidade bem abaixo do esperado, como as unidades 4 e 11. Assim, para o cálculo do lucro real exato de cada unidade em separado, dever-se-ia levar em conta o lucro/prejuízo operacional que o carregamento destas unidades no tempo causou.

Caso o investidor viesse a procurar um avaliador para saber o valor de mercado dos imóveis antes de sua aquisição, baseado no valor dos aluguéis então vigentes, e o avaliador tivesse utilizado o método da renda, com uma taxa de capitalização de 6% a.a., o investidor provavelmente não teria comprado quaisquer dos imóveis, pois teria chegado à conclusão que todos os imóveis estariam sobrevalorizados, como mostra a tabela abaixo.

$\overline{\operatorname{Id}}$	Aluguel líq.	Custo Total	Avaliação	Venda
1	1.418,16	302.227,3	291.350,2	338.173,6
2	1.264,63	314.864,8	259.807,7	327.228,0
3	1.170,97	298.964,2	240.565,9	360.624,5
4	$876,\!51$	336.886,4	180.071,5	386.662,5
5	1.139,93	317.140,3	234.188,9	364.454,6
6	1.343,56	299.200,7	276.023,0	358.200,6
7	$1.735,\!84$	319.603,9	356.614,6	380.667,8
8	1.284,29	323.517,9	263.846,5	381.652,4
9	$1.431,\!65$	320.982,2	294.121,0	383.878,3
10	1.234,70	307.235,9	253.659,5	365.336,3
11	904,56	335.583,8	185.834,8	387.172,5
12	$1.163,\!40$	318.081,5	239.011,0	334.155,0

No entanto, caso o avaliador, em comum acordo com o investidor, tivesse estabelecido uma expectativa de valorização a uma taxa de 1,5% a.a., o avaliador teria chegado aos seguintes valores de mercado para os imóveis:

Id	Aluguel líq.	Custo Total	Avaliação	Venda
1	1.418,16	302.227,3	385.914,3	338.173,6
2	1.264,63	314.864,8	344.134,1	327.228,0
3	1.170,97	298.964,2	318.647,0	360.624,5
4	$876,\!51$	336.886,4	238.517,8	386.662,5
5	1.139,93	317.140,3	310.200,2	364.454,6
6	1.343,56	299.200,7	365.612,3	358.200,6
7	$1.735,\!84$	319.603,9	472.361,8	380.667,8
8	1.284,29	323.517,9	349.483,8	381.652,4
9	1.431,65	320.982,2	389.584,6	383.878,3
10	1.234,70	307.235,9	335.990,3	365.336,3
11	$904,\!56$	335.583,8	246.151,6	387.172,5
12	$1.163,\!40$	318.081,5	316.587,4	334.155,0

Desta forma, baseado nas avaliações fornecidas, o investidor deixaria de comprar apenas as unidades 4, 5, 11 e 12 (talvez ele decidisse comprar a 5 e a 12, por estas terem apresentados valores de mercado apenas um pouco superior ao custo de aquisição).

Assim, o seu resultado geral seria um rendimento de 5,38% a.a. com os aluguéis, superior ao custo de reposição da inflação e outros custos de carregamento, e teria auferido um lucro total de 409.164,66 com a venda das unidades. Apesar do menor lucro com a venda das unidades, esse lucro se dá sobre um capital investido menor, gerando portanto maior rentabilidade geral, no caso igual a 16,45%.

4.3.2 Conclusão

O método da renda (ou remuneração do capital) é um método muito interessante para ajudar na compreensão de como se formam os valores dos imóveis e dos aluguéis. Se por um lado o valor do imóvel é gerado pela sua capacidade de gerar renda (D'Amato e Alonso 2019, 113), por outro lado uma parte do total da renda gerada pelo imóvel está implícita (quarta renda), o que dificulta a aplicação do método, seja para formação de valores de venda a partir dos valores dos alugueis ou vice-versa.

4.4 Método da Renda e Método Evolutivo

A aplicação do método da renda muitas vezes deve ser feita em conjunto com o método evolutivo. Basicamente, o método evolutivo consiste em formar o valor do imóvel através da soma dos seus componentes (terra e benfeitorias), majorada ou não de um fator de comercialização (ou vantagem da coisa feita), a ser aplicado fins de compensar o proprietário do imóvel pelo fato de ter ali aplicado uma soma de dinheiro que deixou de rentabilizar durante o período de construção do mesmo. Assim, quanto maior for o valor dos investimentos nas benfeitorias, maior tende a ser o fator de comercialização. Como os componentes dos imóveis (terra e benfeitorias), no entanto, possuem comportamento diferente em relação à valorização no tempo (as benfeitorias tendem a se depreciar com o tempo, enquanto a terra urbana, em geral, tende a se tornar mais cara com o crescimento das cidades), é ideal que sejam aplicadas taxas diferentes de rentabilidade a esses dois componentes.

Além da necessidade de aplicação de taxas separadas aos componentes terra e benfeitorias, outros problemas surgem quando da aplicação do método da renda aos imóveis heterogêneos, como os imóveis comerciais, por exemplo. É sabido que a capacidade de gerar renda das lojas, unidades comerciais em geral situadas no pavimento térreo é maior do que a capacidade de gerar renda dos andares superiores, onde se localizam, em geral, as salas comerciais e/ou andares corporativos. Assim, a composição de terreno e benfeitoria de cada unidade vai ser diferentes, tanto por conta das benfeitorias serem de tamanhos e possivelmente também de padrões e idade aparente diferentes, assim como porque a participação da terra em cada unidade vai ser diferente conforme o tamanho e o valor da benfeitoria. Por exemplo, seja um prédio de três andares (térreo mais dois), em que o térreo é composto por lojas comerciais de frente para uma rua movimentada enquanto os andares superiores são salas comerciais exploradas como locação para proofissionais liberais para instalação de escritórios. Não seria justo dizer que a

cada andar da edificação cabe um terço do valor do terreno. Claramente deve-se estabelecer um peso maior para o andar térreo do que para os andares superiores, que tendem a produzir menor renda se comparado às lojas daquele pavimento.

Em geral, são pré-estabelecidos pesos a cada andar e, a partir desses pesos são calculadas áreas homogeneizadas e assim divididos a cota-parte de cada pavimento.

4.4.1 Exemplo

Seja o problema de calcular o valor dos aluguéis de cada pavimento de um edifício novo de 3 andares (térreo + 2), com área construída de 500 m^2 cada um, num terreno de 1000 m^2 de área.

Imagine que pesquisa de mercado recém realizada tenha fornecido para os terrenos naquele local o valor de R\$1.000,00 por metro quadrado e os custos de construção para reprodução das benfeitorias seja de R\$2.000,00 por metro quadrado.

Imagine ainda que a Taxa de Ocupação dos terrenos no local, estabelecida pela prefeitura seja igual a 0,5 e o Coeficiente de Aproveitamento Básico do terreno seja igual a 1,5, ou seja, que o plano diretor permita que naquele local se construa uma vez e meia a área do terreno, exatamente como as construções existentes se apresentam.

Aplique taxa de rentabilidade de 8% a.a para o valor do capital terreno e 12% a.a. para o valor das benfeitorias. Considere que no local o peso do térreo em relação aos outros pavimentos seja estimado em 3:1. Considere um fator de comercialização igual a 1,10.

Solução:

Como as construções existentes são exatamente as mesmas permitidas pela legislação, não há que se falar em sub ou superaproveitamento do terreno.

O valor do capital terreno total é de R1.000,00/m^2 \times 1.000m^2 = R$1.000.000,00$

Para o cálculo do valor do aluguel do térreo, deve-se considerar 3/5 deste valor (3 vezes o térreo mais 2 superiores), ou seja, o Capital Terreno do térreo é igual a R\$ 600.000,00.

Já o valor do Capital Benfeitoria total do edifício é igual a R2.000,00/m^2 \times 1.500m^2 = R$3.000.000,00$. Assim, o Capital Benfeitoria do térreo e de cada um dos dois pavimentos superiores são idênticos e de valor igual a R\$1.000.000,00.

Dessa forma, para o cálculo do aluguel do térreo tem-se:

$$Al_{Trreo} = 1,10 \frac{(600.000,00\times0,08+1.000.000,00\times0,12)}{12} = 15.400$$

Ou seja, o valor do aluguel do térreo, baseado nas premissas adotadas, é de R\$15.400,00/mês (R\$14.685/mês se considerada a capitalização mensal).

Já para um andar superior, o valor locatício será de:

$$Al_{Trreo} = 1,10 \\ \frac{(200.000,00 \times 0,08 + 1.000.000,00 \times 0,12)}{12} \approx 12.450$$

Ou seja, o valor do aluguel de um andar superior, baseado nas premissas adotadas, é de R\$ 12.450,00/mês (R\$11.850/mês se considerada a capitalização mensal).

4.5 Coeficiente de Aproveitamento

Outro fato importante na avaliação de aluguéis através do método evolutivo está na necessidade da consideração do real aproveitamento do terreno por parte do proprietário. A explicação é que na aplicação do método involutivo é necessário avaliar o terreno para a composição do preço final do imóvel, para enfim aplicar a taxa de rentabilidade. No entanto, pode ser que o edifício construído esteja aproveitando o terreno de maneira superior (superaproveitamento) ou inferior (subaproveitamento) ao potencial do terreno. Assim, para o cálculo do aluguel justo, deve ser primeiramente aplicado um fator ao valor do terreno que leva em consideração este super ou subaproveitamento, calculando assim o capital terreno que está efetivamente disponibilizado ao locatário, em cima do qual deverá incidir a taxa de rendimento.

4.5.1 Coeficiente de aproveitamento clássico

Basicamente, o cálculo do coeficiente de aproveitamento do terreno pode ser feito através da simples equação abaixo, que define o Coeficiente de Aproveitamento do terreno como a razão entre a área homogeneizada existente (ou realmente edificada) e a área homogeneizada possível (hipotética, de acordo com os regramentos de uso do solo local):

$$CA = \frac{A_{hexistente}}{A_{hpossivel}}$$

4.5.1.1 Exemplo

Um terreno com $2.304~m^2$, situado numa região com TO = 0.5 e CA = 2, efetivamente ocupado por uma construção térrea com $700~m^2$ de área construída. Considerando o preço unitário do terreno, avaliado em R\$ $887.65/m^2$, e o custo de reedição das benfeitorias, estimado em R\$ 550.000,00, qual o valor do aluguel do imóvel? Considerar o fator de comercialização igual a 1.10 e as taxas de rentabilidade para o terreno e as benfeitorias de 8% e 12% a.a., respectivamente. Relação de pesos entre térreo, primeiro andar e superiores: 3:2:1.

Solução:

1. Cálculo do valor do terreno

$$V_t = 2.304 \times 887,65 = 2.045.158,45$$

2. Cálculo do Coeficiente de Aproveitamento

$$CA = \frac{A_{hexistente}}{A_{hpossivel}} = \frac{3 \times 700}{(3 + 2 + 1 + 1) \times 2.304 * 0.5} = \frac{2.100}{8.064} = 0,26$$

3. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$$C_t = CA \times V_t = 0,26 \times 2.045.158,45 = 531.741,20$$

4. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (531.741,20 + 550.000,00) \approx 1.134.915,00$$

5. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 531.741,20 + 0,0095 \times 550.000,00}{1.031.741} = 0,836\%$$

6. Cálculo do valor do aluguel

$$Al_I = C_I \times i = 1.134.915, 00 \times 0,00836 \approx 9.500 R\$/\text{mês}$$

4.5.2 Efeitos da idade e do padrão de construção existente sobre o aproveitamento efetivo do terreno

Alguns autores defendem que seja considerado no aproveitamento do terreno não apenas os valores de área construída mas também os aspectos qualitativos desta área construída, tais como padrão de acabamento e depreciação.

Existem algumas tentativas de se estabelecer uma fórmula para cálculo do coeficiente de aproveitamento (CA) em função dos diversos parâmetros. No entanto, alguns testes realizados pelo autor deste texto parecem mostrar que as fórmulas atualmente em estudo levam a resultados incoerentes. Dessa forma, toma-se a liberdade aqui de propor que as considerações sobre os aspectos qualitativos das benfeitorias sejam feitas já no cálculo das áreas homogeneizadas existentes e possíveis.

4.5.2.1 Exemplo 1

Tome-se o mesmo exemplo anterior, porém considerando que as construções existentes tem idade de 22 anos, com 60 anos de vida útil, estando este edifício situado em bairro composto, em sua grande maioria, de edificações novas. Assuma que o padrão da edificação existente em estudo seja coerente com o padrão das outras edificações no entorno.

Solução

1. Cálculo do CA

$$\begin{split} A_{hexistente} &= 3 \times A_b \times \left(0, 2+0, 8\tfrac{60-22}{60}\right) = 3 \times 700 \times 0, 7067 \approx 1.484 \\ A_{hpossivel} &= (3+2+1+1) \times 0, 5 \times 2.304 \times \left(0, 2+0, 8\tfrac{60-0}{60}\right) = 8.064 \\ CA &= \tfrac{1.484}{8.064} = 0, 184 \end{split}$$

2. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$$C_t = CA \times V_t = 0,184 \times 2.045.158,45 = 376.383,70$$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (376.383,70 + 550.000,00) \approx 1.019.022,00$$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 376.383,70 + 0,0095 \times 550.000,00}{926.383,70} = 0,824\%$$

5. Cálculo do valor do aluguel

$$Al_I = C_I \times i = 1.019.022, 00 \times 0,00824 \approx 8.400 R\$/\text{mês}$$

4.5.2.2 Exemplo 2

No mesmo exemplo anterior, considere agora que o edifício mais antigo tinha padrão de acabamento inferior ao padrão de acabamento dos imóveis do entorno. Considere os índices de 1,47 e 1,926 para representar os respectivos padrões.

1. Cálculo do CA

$$\begin{split} A_{hexistente} &= 3 \times A_b \times \left(0, 2+0, 8\tfrac{60-22}{60}\right) \times 1, 47 = 3 \times 700 \times 0, 7067 \times 1, 47 \approx 2.181, 50 \\ A_{hpossivel} &= \left(3+2+1+1\right) \times 0, 5 \times 2.304 \times \left(0, 2+0, 8\tfrac{60-0}{60}\right) \times 1, 926 = 15.531, 26 \\ CA &= \tfrac{2.181, 50}{15.531.26} = 0, 14 \end{split}$$

2. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$$C_t = CA \times V_t = 0,14 \times 2.045.158,45 = 287.260,20$$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (287.260,20 + 550.000,00) \approx 920.986,20$$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 287.260,20 + 0,0095 \times 550.000,00}{837.260,20} = 0,844\%$$

5. Cálculo do valor do aluguel

$$Al_I = C_I \times i = 920.986, 20 \times 0,00844 \approx 7.770 R\$/\text{mês}$$

4.5.3 Cálculo do valor locatício de unidades autônomas

Os procedimentos acima apresentados são relevantes para aplicação ao cálculo de aluguéis de prédios completos. Existem situações práticas, no entanto, em que se requer a avaliação de uma unidade autônoma apenas e não se conhecem os dados de áreas do terreno ou área construída das outras unidades.

Nestes casos, pode-se prosseguir com o cálculo do valor do Capital Terreno da unidade a partir da seguinte expressão:

$$CT_{un} = q_t \frac{A_{hu}}{TO \times p + (CA_{basico} - TO) * 1}$$

4.5.3.1 Exemplo

Calcule o valor locatício de uma unidade de 250 m^2 no térreo em um edifício em que não se conhece o valor da área do terreno, tampouco a área construída das outras unidades. Considerar TO = 0.5 e $CA_{basico} = 1.5$.

Imagine que pesquisa de mercado recém realizada tenha fornecido para os terrenos naquele local o valor de R\$1.000,00 por metro quadrado e os custos de construção para reprodução das benfeitorias seja de R\$2.000,00 por metro quadrado.

Aplique taxa de rentabilidade de 8% a.a para o valor do capital terreno e 12% a.a. para o valor das benfeitorias. Considere que no local o peso do térreo em relação aos outros pavimentos seja estimado em 3:1. Considere um fator de comercialização igual a 1,10.

Solução

1. Cálculo do Capital Terreno da unidade autônoma

$$CT_{un} = 1.000 \frac{3 \times 250}{0.5 \times 3 + (1.5 - 0.5) \times 1} = 1.000 \frac{750}{2.5} = 300.000$$

2. Cálculo do valor do Capital Benfeitoria

$$C_b = 250 \times 2.000 = 500.000,00$$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (300.000,00 + 500.000,00) \approx 880.000,00$$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0.0064 \times 300.000,00 + 0.0095 \times 500.000,00}{800.000,00} = 0,834\%$$

5. Cálculo do valor do aluguel

$$Al_I = C_I \times i = 880.000, 00 \times 0,00834 \approx 7.340,00R\$/\text{mês}$$

4.6 O Método Comparativo

O Método Comparativo Direto de Dados de Mercado (MCDDM) é um método de aplicação recomendável para avaliação tanto de aluguéis como de valores de venda, quando a tipologia e o mercado a que o imóvel pertence possibilitar a aplicação do método.

Como os imóveis são bens heterogêneos, em geral, sua comparação é injusta. No entanto, algumas tipologias, como apartamentos, quando localizados em grandes centros urbanos, onde estes são fabricados praticamente em série, possibilitam a aplicação do método, desde que os seus valores possam ser ajustados de maneira a possibilitar essa comparação, como no caso da aplicação do tratamento por fatores, onde fatores de homogeneização são aplicados a esses bens heterogêneos com fins de permitir a comparação de seus valores. Outro tratamento ainda mais interessante é o chamado tratamento científico, ou seja, o tratamento das características dos imóveis por métodos estatísticos que permitam explicar como se dá no mercado a formação dos preços dos aluguéis ou valores de venda.

Como este método prescinde da definição prévia de taxas de rentabilidade ou expectativa de valorização, ele deve ser preferido sempre que aplicação seja possibilitada pela existência de um número razoável de dados de mercado.

4.7 Método da Renda vs. Método Comparativo

O exemplo abaixo, extraído de D'Amato e Alonso (2019, 94), ilustra como pode ser problemática a aplicação do método da renda ou remuneração do capital.

Table: Exemplo 1: Método da Renda vs. Método Comparativo.

Id| Venda (R\$)| Aluguel

A pesquisa de mercado foi realizada com intuito de fundamentar a taxa de rendimento a ser aplicada no método da renda.

Neste exemplo D'Amato e Alonso (2019) apenas ilustravam como seria a pesquisa e o cálculo da taxa de rentabilidade e não chegaram a demonstrar a aplicação do método para a avaliação de qualquer unidade. É simples fazê-lo, contudo. Imagine-se que a unidade em análise seja uma unidade com valor de venda igual a R\$ 425.000,00.

A taxa de rentabilidade média anual calculada pela amostra é de 6,63 % a.a., com desviopadrão de 1,11. Pode-se construir um intervalo de confiança para a média com confiança de 80% utilizando-se, simplificadamente, a distribuição normal (ver ?; ?), através da equação:

$$IC = 6,63 \pm \frac{\mathcal{N}_{90} \times \hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 6,63 \pm \frac{1,28 \times 1,11}{\sqrt{14}} = 6,63 \pm 0,38$$

O valor do aluguel para o apartamento com valor de venda igual a R\$425.000,00 é, aproximadamente, R\$ 2.350,00 [2.215,00; 2.480,00].

Acredita-se que esta seja uma aplicação válida do método da renda, pois o valor de venda da unidade em pauta tem valor próximo ao valor da média amostral, de R\$ 442.857,14. No entanto, se o propósito fosse o de avaliar outros imóveis, com diferentes preços de venda, a partir dessa mesma taxa, o resultado final não seria adequado, como será visto.

Pois com o método da renda o valor estimado para o aluguel para um imóvel com valor de venda de R\$ 275.000,00 seria de, aproximadamente, R\$ 1.520,00 [1.430; 1600,00]. Já o valor do aluguel estimado com o método da renda para um imóvel com valor de venda igual a R\$ 575.000,00 seria de R\$ 3.175 [3.000,00; 3.350,00]. Em suma, o método da renda implica que imóveis com os mais diversos valores de venda apresentarão a mesma rentabilidade.

No entanto, esta hipótese (de que a rentabilidade é constante para quaisquer valores de venda) deveria ser testada. Em termos estritamente formais, deveria ser testada a hipótese de que não há regressão entre a taxa de rentabilidade e os valores de venda.

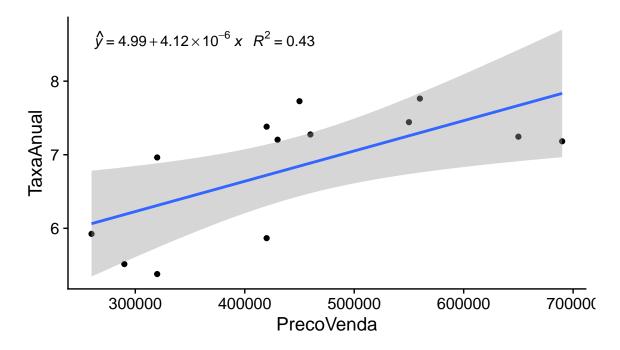


Figura 4.1: Regressão entre os valores de Aluguéis e de Venda.

A Figura @ref(fig:RegressaoRenda) mostra que esta não é uma hipótese válida para este caso: claramente existe uma regressão entre os valores de aluguel e os valores de venda, *i.e.* a taxa de rentabilidade varia em função do preço de venda dos imóveis⁵.

Outra maneira mais simples de tratar os dados via método comparativo seria através da modelagem direta dos preços dos aluguéis em função dos preços de venda, como ilustrado na Figura @ref(fig:Comparativo).

⁵Formalmente, dever-se-ia demonstrar que o teste F rejeitou a hipótese nula de que não há regressão entre a taxa de rendimento e os valores de venda. Este teste foi realizado pelo autor, porém não foi incluído no texto.

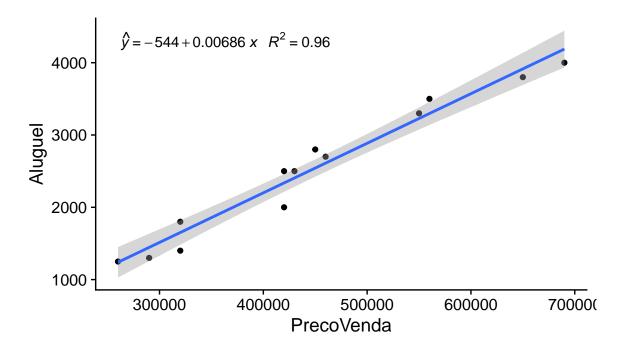


Figura 4.2: Regressão entre os valores de Aluguéis e de Venda.

O valor do aluguel calculado com este último modelo para os imóveis com valores de venda iguais a R\$ 275.000,00; R\$ 425.000,00 e R\$ 575.000,00; assim como os valores previamente ajustados para estes mesmos imóveis com o método da renda podem ser vistos na Tabela @ref(tab:comparacao).

Tabela 4.7: Comparação de avaliações: Método da Renda vs. Método Comparativo.

Preço de Venda (R\$)	Aluguel (R\$)	Taxa (% a.a.)
Método da Renda		
275.000	1.520	6,63
425.000	2.350	6,63
575.000	3.175	6,63
Método Comparati	vo	
275.000	1.340	5,85
425.000	2.370	6,70
575.000	3.400	7,10

O que se percebe claramente pela análise da tabela acima é que o Método da Renda claramente seria adequado para calcular o aluguel estimado apenas para o imóvel com valor de venda igual a R\$ 425.000,00, enquanto majora injustamente o valor do aluguel do imóvel com valor de venda

abaixo da média amostral (R\$ 275.000,00) e minora também injustamente o valor do aluguel do imóvel com valor de venda cima da média amostra (R\$ 575.000,00).

4.8 Exemplo

A melhor alternativa, então, ao método da renda ou remuneração do capital, é o Método Comparativo Direto de Dados de Mercado (MCDDM). Para aplicação deste método, contudo, não é necessário conhecer os valores de venda das unidades, como no exemplo anterior. Uma pesquisa de mercado deve ser feita na busca de encontrar as variáveis relevantes para explicar a formação de preço dos aluguéis apenas. A abundância de dados de anúncios de imóveis para alugar, em alguns mercados, facilita bastante a vida do avaliador. É o caso dos apartamentos em grandes centros urbanos. A tabela abaixo mostra os dados coletados pelo autor visando efetuar avaliação do valor do aluguel de apartamentos de um quarto (tipo Studio) e dois quartos na região da Agronômica. Deve-se notar que, no caso dos apartamentos, usualmente é relevante aos locatários o conhecimento prévio dos outros custos que terão decorrentes da locação do imóvel, tais como IPTU e condomínio. Neste caso, portanto, a variável dependente não será o valor do aluguel a ser cobrado pelo proprietário, mas o valor total das despesas do locatário. Assim, após o ajuste do modelo, para obtenção do valor do aluguel a constar do contrato, deverá ser retirado dos valores ajustados o valor das taxas condominiais e do IPTU.

Tabela 4.8: Exemplo 2: Dados para aplicação do Método Comparativo.

Id	Padrao	Area	Quartos	Vagas	Aluguel	Condo	IPTU	Total	Bairro
1	Baixo	50,08	1	1	950	700,00	78,00	1.728,00	Centro
2	Alto	105,00	2	2	5.500	600,00	172,00	$6.272,\!00$	Centro
3	Medio	105,00	1	1	2.500	900,00	117,00	$3.517,\!00$	Centro
4	Alto	$75,\!21$	2	1	3.950	$676,\!00$	158,00	4.784,00	Centro
5	Medio	$256,\!64$	4	1	3.200	$1.200,\!00$	$574,\!00$	$4.974,\!00$	Centro
6	Alto	140,00	3	1	300	$2.320,\!00$	$504,\!00$	3.124,00	Centro
7	Medio	60,00	2	1	2.850	508,00	66,00	$3.424,\!00$	Centro
8	Medio	50,08	1	1	1.600	$677,\!00$	78,00	$2.355,\!00$	Centro
9	Baixo	$105,\!42$	3	1	2.900	885,00	$223,\!55$	$4.008,\!55$	Centro
10	Baixo	49,74	1	0	1.300	$550,\!00$	$195,\!00$	$2.045,\!00$	Centro
11	Baixo	31,91	1	2	1.800	450,90	160,00	2.410,90	Centro
12	Alto	$213,\!00$	4	2	3.200	$1.568,\!34$	$539,\!60$	$5.307,\!94$	Centro
13	Baixo	42,00	1	0	1.550	$461,\!00$	$45,\!21$	$2.056,\!21$	Centro
14	Baixo	$75,\!30$	3	0	2.100	510,00	$56,\!18$	$2.666,\!18$	Centro
15	Baixo	24,61	1	0	1.600	102,98	108,08	1.811,06	Centro
16	Alto	28,93	1	1	2.500	$281,\!22$	115,75	2.896,97	Centro
17	Medio	43,49	1	0	1.550	$359,\!75$	$99,\!57$	$2.009,\!32$	Centro

Id	Padrao	Area	Quartos	Vagas	Aluguel	Condo	IPTU	Total	Bairro
18	Alto	34,96	1	1	3.600	497,11	96,59	4.193,70	Agronômica
19	Medio	60,38	2	1	2.400	$708,\!16$	131,85	3.240,01	Agronômica
20	Alto	157,00	4	2	5.500	$1.440,\!86$	$538,\!15$	7.479,01	Agronômica
21	Alto	151,00	4	2	6.000	$1.420,\!00$	60,00	7.480,00	Agronômica
22	Alto	139,00	3	3	8.000	1.050,00	$465,\!00$	$9.515,\!00$	Agronômica
23	Alto	93,00	2	1	4.900	743,00	1.232,00	$6.875,\!00$	Agronômica
24	Baixo	42,00	1	0	1.500	309,00	60,00	1.869,00	Agronômica
25	Medio	$65,\!00$	2	1	2.500	600,00	117,00	3.217,00	Agronômica
26	Medio	64,00	2	1	2.000	766,00	136,00	$2.902,\!00$	Agronômica

O modelo que melhor se ajustou aos dados pode ser visto na Figura @ref(fig:ExComparativo). Deve-se notar que o modelo ajustou-se bem a estes dados. Algumas variáveis que se pensava relevantes mostraram apresentar pouca significância estatística, como a variável Dormitórios.

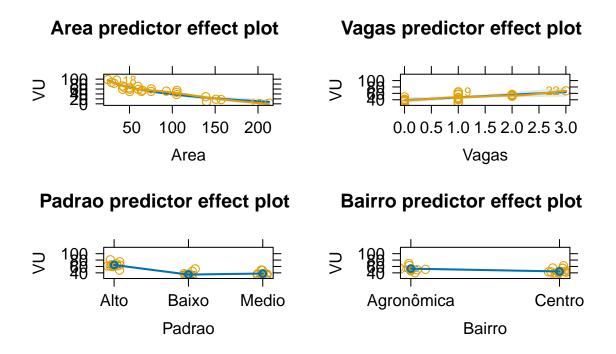


Figura 4.3: Modelo ajustado para o valor total a ser despendido pelo locatário.

De posse do modelo assim ajustado, procedeu-se a avaliação de três unidades:

1. Um Studio com 35,4 m^2 , 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro Agronômica.

- 2. Um apartamento de 2 quartos, com 65,66 m^2 de área, com 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro da Agronômica
- 3. Um apartamento de 2 quartos, com 71,64 m^2 de área, com 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro da Agronômica

O valor ajustado pelo modelo, o valor das taxas condominiais e IPTU previstos, assim como o valor do aluguel a constar em contrato podem ser vistos na Tabela abaixo:

Tabela 4.9: Exemplo 2: Aluguéis calculados pelo modelo.

Id	Area	Quartos	Vagas	Padrao	VAjustado	Condominio	IPTU	Aluguel
1	35,40	1	1	Alto	3.650,38	150	70	3.430,38
2	$65,\!66$	2	1	Alto	5.125,77	200	100	4.825,77
3	$71,\!64$	2	1	Alto	$5.339,\!37$	215	110	$5.014,\!37$

Considerações Finais

...

References

- Barbieri, José Carlos, Antonio Carlos Teixeira Álvares, e Claude Machline. 2007. «Taxa Interna de Retorno: controvérsias e interpretações». Revista Gestão da Produção Operações e Sistemas, n.º 4: Pag. 131. https://doi.org/10.15675/gepros.v0i4.184.
- Blanchard, Olivier Jean. 1979. «Speculative bubbles, crashes and rational expectations». *Economics Letters* 3 (4): 387–89. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0165-1765(79)9 0017-X.
- D'Amato, Mônica, e Nelson Roberto Pereira Alonso. 2019. Avaliação de Aluguéis. Editado por Leud. 4.ª ed. São Paulo.
- GRANELLE, J-J. 1998. Économie immobilière. Analyses et applications. Paris: Economica. Lacerda, Norma, e Pedro Abramo. 2020. «O mercado de aluguel de imóveis comerciais e de serviços em centros históricos brasileiros: Implicações da conservação inovadora e da destruição aniquiladora nos preços dos bens patrimoniais». Revista brasileira de estudos urbanos e regionais 22 (E202027pt): 1–27. https://doi.org/https://doi.org/10.22296/2317-1529.rbeur.202027pt.
- Machline, Claude. 1966. «Análise de investimentos e inflação». Revista de Administração de Empresas, n.º 18: 51–126. https://doi.org/10.1590/S0034-75901966000100002.
- Malpezzi, Stephen, e Susan M. Wachter. 2002. «The Role of Speculation in Real Estate Cycles». https://doi.org/https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2585241.
- Wheaton, William C. 1999. «Real Estate "Cycles":Some Fundamentals». *Real Estate Economics* 27 (2): 209–30. https://doi.org/10.1111/1540-6229.00772.

Anexo I

Tabela 4.10: Fator de Atualização do Capital (FAC)

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
1	0.9984	0.9975	0.9967	0.9959	0.9950	0.9936	0.9928	0.9921	0.9913	0.9906
2	0.9967	0.9951	0.9935	0.9919	0.9901	0.9873	0.9857	0.9842	0.9828	0.9813
3	0.9951	0.9926	0.9902	0.9879	0.9851	0.9809	0.9787	0.9765	0.9742	0.9721
4	0.9934	0.9902	0.9870	0.9839	0.9802	0.9747	0.9717	0.9687	0.9658	0.9629
5	0.9918	0.9878	0.9838	0.9799	0.9754	0.9684	0.9647	0.9611	0.9574	0.9539
6	0.9901	0.9853	0.9806	0.9759	0.9705	0.9623	0.9578	0.9535	0.9492	0.9449
7	0.9885	0.9829	0.9774	0.9719	0.9657	0.9561	0.9510	0.9459	0.9409	0.9360
8	0.9869	0.9805	0.9742	0.9680	0.9609	0.9500	0.9442	0.9384	0.9328	0.9272
9	0.9853	0.9781	0.9710	0.9641	0.9561	0.9439	0.9374	0.9310	0.9247	0.9185
10	0.9836	0.9757	0.9678	0.9602	0.9513	0.9379	0.9307	0.9236	0.9167	0.9099
11	0.9820	0.9733	0.9647	0.9563	0.9466	0.9319	0.9240	0.9163	0.9088	0.9013
12	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9419	0.9259	0.9174	0.9091	0.9009	0.8929
13	0.9788	0.9685	0.9584	0.9485	0.9372	0.9200	0.9109	0.9019	0.8931	0.8845
14	0.9772	0.9661	0.9553	0.9447	0.9326	0.9141	0.9043	0.8948	0.8854	0.8762
15	0.9756	0.9637	0.9522	0.9408	0.9279	0.9083	0.8979	0.8877	0.8777	0.8679
16	0.9739	0.9614	0.9490	0.9370	0.9233	0.9025	0.8915	0.8807	0.8701	0.8598
17	0.9723	0.9590	0.9460	0.9332	0.9187	0.8967	0.8851	0.8737	0.8626	0.8517
18	0.9707	0.9566	0.9429	0.9294	0.9141	0.8910	0.8787	0.8668	0.8551	0.8437
19	0.9691	0.9543	0.9398	0.9257	0.9096	0.8853	0.8725	0.8599	0.8477	0.8357
20	0.9675	0.9519	0.9367	0.9219	0.9051	0.8796	0.8662	0.8531	0.8404	0.8279
21	0.9659	0.9496	0.9337	0.9182	0.9006	0.8740	0.8600	0.8464	0.8331	0.8201
22	0.9643	0.9473	0.9306	0.9144	0.8961	0.8684	0.8539	0.8397	0.8259	0.8124
23	0.9628	0.9449	0.9276	0.9107	0.8916	0.8629	0.8477	0.8330	0.8187	0.8048
24	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8872	0.8573	0.8417	0.8264	0.8116	0.7972
25	0.9596	0.9403	0.9215	0.9033	0.8828	0.8519	0.8357	0.8199	0.8046	0.7897
26	0.9580	0.9380	0.9185	0.8997	0.8784	0.8464	0.8297	0.8134	0.7976	0.7823
27	0.9564	0.9357	0.9155	0.8960	0.8740	0.8410	0.8237	0.8070	0.7907	0.7749
28	0.9548	0.9334	0.9125	0.8924	0.8697	0.8356	0.8178	0.8006	0.7839	0.7676
29	0.9533	0.9311	0.9096	0.8888	0.8653	0.8303	0.8120	0.7943	0.7771	0.7604
30	0.9517	0.9288	0.9066	0.8852	0.8610	0.8250	0.8062	0.7880	0.7704	0.7533
31	0.9501	0.9265	0.9036	0.8816	0.8567	0.8197	0.8004	0.7818	0.7637	0.7462

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
32	0.9486	0.9242	0.9007	0.8780	0.8525	0.8145	0.7947	0.7756	0.7571	0.7392
33	0.9470	0.9219	0.8978	0.8744	0.8482	0.8093	0.7890	0.7694	0.7505	0.7322
34	0.9454	0.9197	0.8948	0.8709	0.8440	0.8041	0.7834	0.7633	0.7440	0.7254
35	0.9439	0.9174	0.8919	0.8674	0.8398	0.7989	0.7777	0.7573	0.7376	0.7185
36	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8356	0.7938	0.7722	0.7513	0.7312	0.7118
37	0.9408	0.9129	0.8861	0.8603	0.8315	0.7888	0.7667	0.7454	0.7249	0.7051
38	0.9392	0.9106	0.8832	0.8568	0.8274	0.7837	0.7612	0.7395	0.7186	0.6985
39	0.9377	0.9084	0.8803	0.8534	0.8232	0.7787	0.7557	0.7336	0.7124	0.6919
40	0.9361	0.9062	0.8774	0.8499	0.8191	0.7737	0.7503	0.7278	0.7062	0.6854
41	0.9346	0.9039	0.8746	0.8465	0.8151	0.7688	0.7449	0.7221	0.7001	0.6790
42	0.9330	0.9017	0.8717	0.8430	0.8110	0.7639	0.7396	0.7164	0.6940	0.6726
43	0.9315	0.8995	0.8689	0.8396	0.8070	0.7590	0.7343	0.7107	0.6880	0.6662
44	0.9300	0.8973	0.8661	0.8362	0.8030	0.7541	0.7291	0.7051	0.6820	0.6600
45	0.9284	0.8951	0.8632	0.8328	0.7990	0.7493	0.7239	0.6995	0.6761	0.6538
46	0.9269	0.8929	0.8604	0.8294	0.7950	0.7445	0.7187	0.6939	0.6703	0.6476
47	0.9254	0.8907	0.8576	0.8261	0.7910	0.7398	0.7135	0.6885	0.6645	0.6415
48	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7871	0.7350	0.7084	0.6830	0.6587	0.6355
49	0.9223	0.8863	0.8520	0.8194	0.7832	0.7303	0.7034	0.6776	0.6530	0.6295
50	0.9208	0.8841	0.8492	0.8160	0.7793	0.7257	0.6983	0.6722	0.6474	0.6236
51	0.9193	0.8819	0.8465	0.8127	0.7754	0.7210	0.6933	0.6669	0.6418	0.6178
52	0.9178	0.8798	0.8437	0.8094	0.7716	0.7164	0.6884	0.6617	0.6362	0.6120
53	0.9163	0.8776	0.8409	0.8061	0.7677	0.7118	0.6834	0.6564	0.6307	0.6062
54	0.9147	0.8755	0.8382	0.8029	0.7639	0.7073	0.6785	0.6512	0.6252	0.6005
55	0.9132	0.8733	0.8355	0.7996	0.7601	0.7028	0.6737	0.6461	0.6198	0.5949
56	0.9117	0.8712	0.8327	0.7964	0.7563	0.6983	0.6689	0.6410	0.6145	0.5893
57	0.9102	0.8690	0.8300	0.7931	0.7525	0.6938	0.6641	0.6359	0.6091	0.5837
58	0.9087	0.8669	0.8273	0.7899	0.7488	0.6894	0.6593	0.6309	0.6039	0.5782
59	0.9072	0.8647	0.8246	0.7867	0.7451	0.6850	0.6546	0.6259	0.5986	0.5728
60	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7414	0.6806	0.6499	0.6209	0.5935	0.5674
90	0.8620	0.8012	0.7452	0.6936	0.6383	0.5615	0.5240	0.4893	0.4572	0.4274
100	0.8479	0.7817	0.7212	0.6659	0.6073	0.5266	0.4877	0.4519	0.4191	0.3889
120	0.8203	0.7441	0.6756	0.6139	0.5496	0.4632	0.4224	0.3855	0.3522	0.3220
180	0.7430	0.6419	0.5553	0.4810	0.4075	0.3152	0.2745	0.2394	0.2090	0.1827
240	0.6730	0.5537	0.4564	0.3769	0.3021	0.2145	0.1784	0.1486	0.1240	0.1037
300	0.6095	0.4776	0.3751	0.2953	0.2240	0.1460	0.1160	0.0923	0.0736	0.0588
360	0.5521	0.4120	0.3083	0.2314	0.1660	0.0994	0.0754	0.0573	0.0437	0.0334
420	0.5000	0.3554	0.2534	0.1813	0.1231	0.0676	0.0490	0.0356	0.0259	0.0189
480	0.4529	0.3066	0.2083	0.1420	0.0913	0.0460	0.0318	0.0221	0.0154	0.0107

Tabela 4.11: Fator de Atualização do Capital (FAC)

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091
2	0.9803	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8900	0.8734	0.8573	0.8417	0.8264
3	0.9706	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8396	0.8163	0.7938	0.7722	0.7513
4	0.9610	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7921	0.7629	0.7350	0.7084	0.6830
5	0.9515	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7473	0.7130	0.6806	0.6499	0.6209
6	0.9420	0.8880	0.8375	0.7903	0.7462	0.7050	0.6663	0.6302	0.5963	0.5645
7	0.9327	0.8706	0.8131	0.7599	0.7107	0.6651	0.6227	0.5835	0.5470	0.5132
8	0.9235	0.8535	0.7894	0.7307	0.6768	0.6274	0.5820	0.5403	0.5019	0.4665
9	0.9143	0.8368	0.7664	0.7026	0.6446	0.5919	0.5439	0.5002	0.4604	0.4241
10	0.9053	0.8203	0.7441	0.6756	0.6139	0.5584	0.5083	0.4632	0.4224	0.3855
11	0.8963	0.8043	0.7224	0.6496	0.5847	0.5268	0.4751	0.4289	0.3875	0.3505
12	0.8874	0.7885	0.7014	0.6246	0.5568	0.4970	0.4440	0.3971	0.3555	0.3186
13	0.8787	0.7730	0.6810	0.6006	0.5303	0.4688	0.4150	0.3677	0.3262	0.2897
14	0.8700	0.7579	0.6611	0.5775	0.5051	0.4423	0.3878	0.3405	0.2992	0.2633
15	0.8613	0.7430	0.6419	0.5553	0.4810	0.4173	0.3624	0.3152	0.2745	0.2394
16	0.8528	0.7284	0.6232	0.5339	0.4581	0.3936	0.3387	0.2919	0.2519	0.2176
17	0.8444	0.7142	0.6050	0.5134	0.4363	0.3714	0.3166	0.2703	0.2311	0.1978
18	0.8360	0.7002	0.5874	0.4936	0.4155	0.3503	0.2959	0.2502	0.2120	0.1799
19	0.8277	0.6864	0.5703	0.4746	0.3957	0.3305	0.2765	0.2317	0.1945	0.1635
20	0.8195	0.6730	0.5537	0.4564	0.3769	0.3118	0.2584	0.2145	0.1784	0.1486
21	0.8114	0.6598	0.5375	0.4388	0.3589	0.2942	0.2415	0.1987	0.1637	0.1351
22	0.8034	0.6468	0.5219	0.4220	0.3418	0.2775	0.2257	0.1839	0.1502	0.1228
23	0.7954	0.6342	0.5067	0.4057	0.3256	0.2618	0.2109	0.1703	0.1378	0.1117
24	0.7876	0.6217	0.4919	0.3901	0.3101	0.2470	0.1971	0.1577	0.1264	0.1015
25	0.7798	0.6095	0.4776	0.3751	0.2953	0.2330	0.1842	0.1460	0.1160	0.0923
26	0.7720	0.5976	0.4637	0.3607	0.2812	0.2198	0.1722	0.1352	0.1064	0.0839
27	0.7644	0.5859	0.4502	0.3468	0.2678	0.2074	0.1609	0.1252	0.0976	0.0763
28	0.7568	0.5744	0.4371	0.3335	0.2551	0.1956	0.1504	0.1159	0.0895	0.0693
29	0.7493	0.5631	0.4243	0.3207	0.2429	0.1846	0.1406	0.1073	0.0822	0.0630
30	0.7419	0.5521	0.4120	0.3083	0.2314	0.1741	0.1314	0.0994	0.0754	0.0573
31	0.7346	0.5412	0.4000	0.2965	0.2204	0.1643	0.1228	0.0920	0.0691	0.0521
32	0.7273	0.5306	0.3883	0.2851	0.2099	0.1550	0.1147	0.0852	0.0634	0.0474
33	0.7201	0.5202	0.3770	0.2741	0.1999	0.1462	0.1072	0.0789	0.0582	0.0431
34	0.7130	0.5100	0.3660	0.2636	0.1904	0.1379	0.1002	0.0730	0.0534	0.0391
35	0.7059	0.5000	0.3554	0.2534	0.1813	0.1301	0.0937	0.0676	0.0490	0.0356
36	0.6989	0.4902	0.3450	0.2437	0.1727	0.1227	0.0875	0.0626	0.0449	0.0323
37	0.6920	0.4806	0.3350	0.2343	0.1644	0.1158	0.0818	0.0580	0.0412	0.0294
38	0.6852	0.4712	0.3252	0.2253	0.1566	0.1092	0.0765	0.0537	0.0378	0.0267
39	0.6784	0.4619	0.3158	0.2166	0.1491	0.1031	0.0715	0.0497	0.0347	0.0243

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
40	0.6717	0.4529	0.3066	0.2083	0.1420	0.0972	0.0668	0.0460	0.0318	0.0221
41	0.6650	0.4440	0.2976	0.2003	0.1353	0.0917	0.0624	0.0426	0.0292	0.0201
42	0.6584	0.4353	0.2890	0.1926	0.1288	0.0865	0.0583	0.0395	0.0268	0.0183
43	0.6519	0.4268	0.2805	0.1852	0.1227	0.0816	0.0545	0.0365	0.0246	0.0166
44	0.6454	0.4184	0.2724	0.1780	0.1169	0.0770	0.0509	0.0338	0.0226	0.0151
45	0.6391	0.4102	0.2644	0.1712	0.1113	0.0727	0.0476	0.0313	0.0207	0.0137
46	0.6327	0.4022	0.2567	0.1646	0.1060	0.0685	0.0445	0.0290	0.0190	0.0125
47	0.6265	0.3943	0.2493	0.1583	0.1009	0.0647	0.0416	0.0269	0.0174	0.0113
48	0.6203	0.3865	0.2420	0.1522	0.0961	0.0610	0.0389	0.0249	0.0160	0.0103
49	0.6141	0.3790	0.2350	0.1463	0.0916	0.0575	0.0363	0.0230	0.0147	0.0094
50	0.6080	0.3715	0.2281	0.1407	0.0872	0.0543	0.0339	0.0213	0.0134	0.0085
51	0.6020	0.3642	0.2215	0.1353	0.0831	0.0512	0.0317	0.0197	0.0123	0.0077
52	0.5961	0.3571	0.2150	0.1301	0.0791	0.0483	0.0297	0.0183	0.0113	0.0070
53	0.5902	0.3501	0.2088	0.1251	0.0753	0.0456	0.0277	0.0169	0.0104	0.0064
54	0.5843	0.3432	0.2027	0.1203	0.0717	0.0430	0.0259	0.0157	0.0095	0.0058
55	0.5785	0.3365	0.1968	0.1157	0.0683	0.0406	0.0242	0.0145	0.0087	0.0053
56	0.5728	0.3299	0.1910	0.1112	0.0651	0.0383	0.0226	0.0134	0.0080	0.0048
57	0.5671	0.3234	0.1855	0.1069	0.0620	0.0361	0.0211	0.0124	0.0074	0.0044
58	0.5615	0.3171	0.1801	0.1028	0.0590	0.0341	0.0198	0.0115	0.0067	0.0040
59	0.5560	0.3109	0.1748	0.0989	0.0562	0.0321	0.0185	0.0107	0.0062	0.0036
60	0.5504	0.3048	0.1697	0.0951	0.0535	0.0303	0.0173	0.0099	0.0057	0.0033
90	0.4084	0.1683	0.0699	0.0293	0.0124	0.0053	0.0023	0.0010	0.0004	0.0002
100	0.3697	0.1380	0.0520	0.0198	0.0076	0.0029	0.0012	0.0005	0.0002	0.0001
120	0.3030	0.0929	0.0288	0.0090	0.0029	0.0009	0.0003	0.0001	0.0000	0.0000
180	0.1668	0.0283	0.0049	0.0009	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
240	0.0918	0.0086	0.0008	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
300	0.0505	0.0026	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
360	0.0278	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
420	0.0153	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
480	0.0084	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Anexo II

Tabela 4.12: Fator de Recuperação do Capital (FRC)

		- 0.4	- 0.4	.04		-04	. 0.4	- 0.4	. 0.4	
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.0017	1.0025	1.0033	1.0041	1.0050	1.0064	1.0072	1.0080	1.0087	1.0095
2	0.5012	0.5019	0.5025	0.5031	0.5038	0.5048	0.5054	0.5060	0.5066	0.5071
3	0.3344	0.3350	0.3355	0.3361	0.3367	0.3376	0.3381	0.3387	0.3392	0.3397
4	0.2510	0.2515	0.2520	0.2526	0.2531	0.2540	0.2545	0.2550	0.2555	0.2560
5	0.2010	0.2015	0.2020	0.2025	0.2030	0.2039	0.2043	0.2048	0.2053	0.2057
6	0.1676	0.1681	0.1686	0.1691	0.1696	0.1704	0.1709	0.1713	0.1718	0.1722
7	0.1438	0.1443	0.1447	0.1452	0.1457	0.1466	0.1470	0.1474	0.1479	0.1483
8	0.1259	0.1264	0.1268	0.1273	0.1278	0.1286	0.1291	0.1295	0.1300	0.1304
9	0.1120	0.1125	0.1129	0.1134	0.1139	0.1147	0.1152	0.1156	0.1160	0.1164
10	0.1009	0.1014	0.1018	0.1023	0.1028	0.1036	0.1040	0.1044	0.1049	0.1053
11	0.0918	0.0923	0.0927	0.0931	0.0937	0.0945	0.0949	0.0953	0.0957	0.0962
12	0.0842	0.0847	0.0851	0.0856	0.0861	0.0869	0.0873	0.0877	0.0881	0.0886
13	0.0778	0.0783	0.0787	0.0791	0.0796	0.0804	0.0809	0.0813	0.0817	0.0821
14	0.0723	0.0728	0.0732	0.0736	0.0741	0.0749	0.0753	0.0758	0.0762	0.0766
15	0.0676	0.0680	0.0684	0.0689	0.0694	0.0701	0.0706	0.0710	0.0714	0.0718
16	0.0634	0.0638	0.0643	0.0647	0.0652	0.0660	0.0664	0.0668	0.0672	0.0677
17	0.0597	0.0601	0.0606	0.0610	0.0615	0.0623	0.0627	0.0631	0.0636	0.0640
18	0.0564	0.0569	0.0573	0.0577	0.0582	0.0590	0.0594	0.0599	0.0603	0.0607
19	0.0535	0.0539	0.0544	0.0548	0.0553	0.0561	0.0565	0.0569	0.0573	0.0578
20	0.0509	0.0513	0.0517	0.0522	0.0527	0.0534	0.0539	0.0543	0.0547	0.0551
21	0.0485	0.0489	0.0494	0.0498	0.0503	0.0511	0.0515	0.0519	0.0523	0.0527
22	0.0463	0.0468	0.0472	0.0476	0.0481	0.0489	0.0493	0.0497	0.0502	0.0506
23	0.0443	0.0448	0.0452	0.0456	0.0461	0.0469	0.0473	0.0478	0.0482	0.0486
24	0.0425	0.0430	0.0434	0.0438	0.0443	0.0451	0.0455	0.0459	0.0464	0.0468
25	0.0409	0.0413	0.0417	0.0422	0.0427	0.0434	0.0439	0.0443	0.0447	0.0451
26	0.0393	0.0398	0.0402	0.0406	0.0411	0.0419	0.0423	0.0427	0.0432	0.0436
27	0.0379	0.0383	0.0388	0.0392	0.0397	0.0405	0.0409	0.0413	0.0417	0.0422
28	0.0366	0.0370	0.0374	0.0379	0.0384	0.0391	0.0396	0.0400	0.0404	0.0408
29	0.0353	0.0358	0.0362	0.0366	0.0371	0.0379	0.0383	0.0388	0.0392	0.0396
30	0.0342	0.0346	0.0351	0.0355	0.0360	0.0368	0.0372	0.0376	0.0380	0.0385
31	0.0331	0.0335	0.0340	0.0344	0.0349	0.0357	0.0361	0.0365	0.0370	0.0374

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
32	0.0321	0.0325	0.0330	0.0334	0.0339	0.0347	0.0351	0.0355	0.0360	0.0364
33	0.0312	0.0316	0.0320	0.0324	0.0329	0.0337	0.0342	0.0346	0.0350	0.0354
34	0.0303	0.0307	0.0311	0.0316	0.0321	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0345
35	0.0294	0.0299	0.0303	0.0307	0.0312	0.0320	0.0324	0.0329	0.0333	0.0337
36	0.0286	0.0291	0.0295	0.0299	0.0304	0.0312	0.0316	0.0321	0.0325	0.0329
37	0.0279	0.0283	0.0287	0.0292	0.0297	0.0305	0.0309	0.0313	0.0317	0.0322
38	0.0272	0.0276	0.0280	0.0285	0.0290	0.0297	0.0302	0.0306	0.0310	0.0315
39	0.0265	0.0269	0.0274	0.0278	0.0283	0.0291	0.0295	0.0299	0.0304	0.0308
40	0.0259	0.0263	0.0267	0.0271	0.0276	0.0284	0.0289	0.0293	0.0297	0.0302
41	0.0252	0.0257	0.0261	0.0265	0.0270	0.0278	0.0283	0.0287	0.0291	0.0296
42	0.0247	0.0251	0.0255	0.0260	0.0265	0.0272	0.0277	0.0281	0.0285	0.0290
43	0.0241	0.0245	0.0250	0.0254	0.0259	0.0267	0.0271	0.0276	0.0280	0.0284
44	0.0236	0.0240	0.0244	0.0249	0.0254	0.0262	0.0266	0.0270	0.0275	0.0279
45	0.0231	0.0235	0.0239	0.0244	0.0249	0.0257	0.0261	0.0265	0.0270	0.0274
46	0.0226	0.0230	0.0235	0.0239	0.0244	0.0252	0.0256	0.0261	0.0265	0.0269
47	0.0221	0.0226	0.0230	0.0234	0.0239	0.0247	0.0252	0.0256	0.0260	0.0265
48	0.0217	0.0221	0.0225	0.0230	0.0235	0.0243	0.0247	0.0252	0.0256	0.0260
49	0.0213	0.0217	0.0221	0.0226	0.0231	0.0239	0.0243	0.0247	0.0252	0.0256
50	0.0209	0.0213	0.0217	0.0221	0.0227	0.0235	0.0239	0.0243	0.0248	0.0252
51	0.0205	0.0209	0.0213	0.0218	0.0223	0.0231	0.0235	0.0239	0.0244	0.0248
52	0.0201	0.0205	0.0209	0.0214	0.0219	0.0227	0.0231	0.0236	0.0240	0.0245
53	0.0197	0.0202	0.0206	0.0210	0.0215	0.0223	0.0228	0.0232	0.0237	0.0241
54	0.0194	0.0198	0.0202	0.0207	0.0212	0.0220	0.0224	0.0229	0.0233	0.0238
55	0.0190	0.0195	0.0199	0.0203	0.0208	0.0216	0.0221	0.0225	0.0230	0.0234
56	0.0187	0.0191	0.0196	0.0200	0.0205	0.0213	0.0218	0.0222	0.0227	0.0231
57	0.0184	0.0188	0.0193	0.0197	0.0202	0.0210	0.0215	0.0219	0.0223	0.0228
58	0.0181	0.0185	0.0190	0.0194	0.0199	0.0207	0.0212	0.0216	0.0220	0.0225
59	0.0178	0.0182	0.0187	0.0191	0.0196	0.0204	0.0209	0.0213	0.0218	0.0222
60	0.0175	0.0180	0.0184	0.0188	0.0193	0.0201	0.0206	0.0210	0.0215	0.0219
90	0.0120	0.0124	0.0128	0.0133	0.0138	0.0147	0.0151	0.0156	0.0161	0.0166
100	0.0109	0.0113	0.0117	0.0122	0.0127	0.0136	0.0141	0.0145	0.0150	0.0155
120	0.0092	0.0096	0.0101	0.0106	0.0111	0.0120	0.0125	0.0130	0.0135	0.0140
180	0.0064	0.0069	0.0074	0.0079	0.0084	0.0094	0.0099	0.0105	0.0110	0.0116
240	0.0051	0.0055	0.0060	0.0065	0.0072	0.0082	0.0088	0.0094	0.0100	0.0106
300	0.0042	0.0047	0.0052	0.0058	0.0064	0.0075	0.0082	0.0088	0.0094	0.0101
360	0.0037	0.0042	0.0047	0.0053	0.0060	0.0071	0.0078	0.0085	0.0091	0.0098
420	0.0033	0.0038	0.0044	0.0050	0.0057	0.0069	0.0076	0.0083	0.0090	0.0097
480	0.0030	0.0036	0.0041	0.0047	0.0055	0.0067	0.0074	0.0082	0.0089	0.0096

Tabela 4.13: Fator de Recuperação do Capital (FRC)

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.0017	1.0025	1.0033	1.0041	1.0050	1.0064	1.0072	1.0080	1.0087	1.0095
2	0.5012	0.5019	0.5025	0.5031	0.5038	0.5048	0.5054	0.5060	0.5066	0.5071
3	0.3344	0.3350	0.3355	0.3361	0.3367	0.3376	0.3381	0.3387	0.3392	0.3397
4	0.2510	0.2515	0.2520	0.2526	0.2531	0.2540	0.2545	0.2550	0.2555	0.2560
5	0.2010	0.2015	0.2020	0.2025	0.2030	0.2039	0.2043	0.2048	0.2053	0.2057
6	0.1676	0.1681	0.1686	0.1691	0.1696	0.1704	0.1709	0.1713	0.1718	0.1722
7	0.1438	0.1443	0.1447	0.1452	0.1457	0.1466	0.1470	0.1474	0.1479	0.1483
8	0.1259	0.1264	0.1268	0.1273	0.1278	0.1286	0.1291	0.1295	0.1300	0.1304
9	0.1120	0.1125	0.1129	0.1134	0.1139	0.1147	0.1152	0.1156	0.1160	0.1164
10	0.1009	0.1014	0.1018	0.1023	0.1028	0.1036	0.1040	0.1044	0.1049	0.1053
11	0.0918	0.0923	0.0927	0.0931	0.0937	0.0945	0.0949	0.0953	0.0957	0.0962
12	0.0842	0.0847	0.0851	0.0856	0.0861	0.0869	0.0873	0.0877	0.0881	0.0886
13	0.0778	0.0783	0.0787	0.0791	0.0796	0.0804	0.0809	0.0813	0.0817	0.0821
14	0.0723	0.0728	0.0732	0.0736	0.0741	0.0749	0.0753	0.0758	0.0762	0.0766
15	0.0676	0.0680	0.0684	0.0689	0.0694	0.0701	0.0706	0.0710	0.0714	0.0718
16	0.0634	0.0638	0.0643	0.0647	0.0652	0.0660	0.0664	0.0668	0.0672	0.0677
17	0.0597	0.0601	0.0606	0.0610	0.0615	0.0623	0.0627	0.0631	0.0636	0.0640
18	0.0564	0.0569	0.0573	0.0577	0.0582	0.0590	0.0594	0.0599	0.0603	0.0607
19	0.0535	0.0539	0.0544	0.0548	0.0553	0.0561	0.0565	0.0569	0.0573	0.0578
20	0.0509	0.0513	0.0517	0.0522	0.0527	0.0534	0.0539	0.0543	0.0547	0.0551
21	0.0485	0.0489	0.0494	0.0498	0.0503	0.0511	0.0515	0.0519	0.0523	0.0527
22	0.0463	0.0468	0.0472	0.0476	0.0481	0.0489	0.0493	0.0497	0.0502	0.0506
23	0.0443	0.0448	0.0452	0.0456	0.0461	0.0469	0.0473	0.0478	0.0482	0.0486
24	0.0425	0.0430	0.0434	0.0438	0.0443	0.0451	0.0455	0.0459	0.0464	0.0468
25	0.0409	0.0413	0.0417	0.0422	0.0427	0.0434	0.0439	0.0443	0.0447	0.0451
26	0.0393	0.0398	0.0402	0.0406	0.0411	0.0419	0.0423	0.0427	0.0432	0.0436
27	0.0379	0.0383	0.0388	0.0392	0.0397	0.0405	0.0409	0.0413	0.0417	0.0422
28	0.0366	0.0370	0.0374	0.0379	0.0384	0.0391	0.0396	0.0400	0.0404	0.0408
29	0.0353	0.0358	0.0362	0.0366	0.0371	0.0379	0.0383	0.0388	0.0392	0.0396
30	0.0342	0.0346	0.0351	0.0355	0.0360	0.0368	0.0372	0.0376	0.0380	0.0385
31	0.0331	0.0335	0.0340	0.0344	0.0349	0.0357	0.0361	0.0365	0.0370	0.0374
32	0.0321	0.0325	0.0330	0.0334	0.0339	0.0347	0.0351	0.0355	0.0360	0.0364
33	0.0312	0.0316	0.0320	0.0324	0.0329	0.0337	0.0342	0.0346	0.0350	0.0354
34	0.0303	0.0307	0.0311	0.0316	0.0321	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0345
35	0.0294	0.0299	0.0303	0.0307	0.0312	0.0320	0.0324	0.0329	0.0333	0.0337
36	0.0286	0.0291	0.0295	0.0299	0.0304	0.0312	0.0316	0.0321	0.0325	0.0329
37	0.0279	0.0283	0.0287	0.0292	0.0297	0.0305	0.0309	0.0313	0.0317	0.0322
38	0.0272	0.0276	0.0280	0.0285	0.0290	0.0297	0.0302	0.0306	0.0310	0.0315
39	0.0265	0.0269	0.0274	0.0278	0.0283	0.0291	0.0295	0.0299	0.0304	0.0308

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
40	0.0259	0.0263	0.0267	0.0271	0.0276	0.0284	0.0289	0.0293	0.0297	0.0302
41	0.0252	0.0257	0.0261	0.0265	0.0270	0.0278	0.0283	0.0287	0.0291	0.0296
42	0.0247	0.0251	0.0255	0.0260	0.0265	0.0272	0.0277	0.0281	0.0285	0.0290
43	0.0241	0.0245	0.0250	0.0254	0.0259	0.0267	0.0271	0.0276	0.0280	0.0284
44	0.0236	0.0240	0.0244	0.0249	0.0254	0.0262	0.0266	0.0270	0.0275	0.0279
45	0.0231	0.0235	0.0239	0.0244	0.0249	0.0257	0.0261	0.0265	0.0270	0.0274
46	0.0226	0.0230	0.0235	0.0239	0.0244	0.0252	0.0256	0.0261	0.0265	0.0269
47	0.0221	0.0226	0.0230	0.0234	0.0239	0.0247	0.0252	0.0256	0.0260	0.0265
48	0.0217	0.0221	0.0225	0.0230	0.0235	0.0243	0.0247	0.0252	0.0256	0.0260
49	0.0213	0.0217	0.0221	0.0226	0.0231	0.0239	0.0243	0.0247	0.0252	0.0256
50	0.0209	0.0213	0.0217	0.0221	0.0227	0.0235	0.0239	0.0243	0.0248	0.0252
51	0.0205	0.0209	0.0213	0.0218	0.0223	0.0231	0.0235	0.0239	0.0244	0.0248
52	0.0201	0.0205	0.0209	0.0214	0.0219	0.0227	0.0231	0.0236	0.0240	0.0245
53	0.0197	0.0202	0.0206	0.0210	0.0215	0.0223	0.0228	0.0232	0.0237	0.0241
54	0.0194	0.0198	0.0202	0.0207	0.0212	0.0220	0.0224	0.0229	0.0233	0.0238
55	0.0190	0.0195	0.0199	0.0203	0.0208	0.0216	0.0221	0.0225	0.0230	0.0234
56	0.0187	0.0191	0.0196	0.0200	0.0205	0.0213	0.0218	0.0222	0.0227	0.0231
57	0.0184	0.0188	0.0193	0.0197	0.0202	0.0210	0.0215	0.0219	0.0223	0.0228
58	0.0181	0.0185	0.0190	0.0194	0.0199	0.0207	0.0212	0.0216	0.0220	0.0225
59	0.0178	0.0182	0.0187	0.0191	0.0196	0.0204	0.0209	0.0213	0.0218	0.0222
60	0.0175	0.0180	0.0184	0.0188	0.0193	0.0201	0.0206	0.0210	0.0215	0.0219
90	0.0120	0.0124	0.0128	0.0133	0.0138	0.0147	0.0151	0.0156	0.0161	0.0166
100	0.0109	0.0113	0.0117	0.0122	0.0127	0.0136	0.0141	0.0145	0.0150	0.0155
120	0.0092	0.0096	0.0101	0.0106	0.0111	0.0120	0.0125	0.0130	0.0135	0.0140
180	0.0064	0.0069	0.0074	0.0079	0.0084	0.0094	0.0099	0.0105	0.0110	0.0116
240	0.0051	0.0055	0.0060	0.0065	0.0072	0.0082	0.0088	0.0094	0.0100	0.0106
300	0.0042	0.0047	0.0052	0.0058	0.0064	0.0075	0.0082	0.0088	0.0094	0.0101
360	0.0037	0.0042	0.0047	0.0053	0.0060	0.0071	0.0078	0.0085	0.0091	0.0098
420	0.0033	0.0038	0.0044	0.0050	0.0057	0.0069	0.0076	0.0083	0.0090	0.0097
480	0.0030	0.0036	0.0041	0.0047	0.0055	0.0067	0.0074	0.0082	0.0089	0.0096

Anexo III

$$C = \text{PMT} \cdot \text{FVP}(i, T) \tag{4.1}$$

Tabela 4.14: Fator de Valor Presente (FVP)

T/i(%)	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
1	0,998	0,998	0,997	0,996	0,995	0,994	0,993	0,992	0,991	0,991
2	1,995	1,993	1,990	1,988	1,985	1,981	1,979	1,976	1,974	1,972
3	2,990	2,985	2,980	2,976	2,970	2,962	2,957	2,953	2,948	2,944
4	3,984	3,975	3,967	3,960	3,950	3,936	3,929	3,922	3,914	3,907
5	4,975	4,963	4,951	4,939	4,926	4,905	4,894	4,883	4,872	4,861
6	5,965	5,949	5,932	5,915	5,896	$5,\!867$	5,852	5,836	5,821	5,806
7	6,954	6,931	6,909	6,887	$6,\!862$	6,823	6,802	6,782	6,762	6,742
8	7,941	7,912	7,883	7,855	7,823	7,773	7,747	7,720	7,694	7,669
9	8,926	8,890	8,854	8,819	8,779	8,717	8,684	8,651	8,619	8,587
10	9,910	$9,\!866$	9,822	9,780	9,730	$9,\!655$	9,615	9,575	$9,\!536$	$9,\!497$
11	10,892	10,839	10,787	10,736	10,677	10,587	10,539	10,491	10,445	10,399
12	$11,\!872$	11,810	11,749	11,688	11,619	$11,\!513$	$11,\!456$	11,400	11,346	$11,\!292$
13	$12,\!851$	12,778	12,707	12,637	$12,\!556$	$12,\!433$	$12,\!367$	$12,\!302$	12,239	$12,\!176$
14	13,828	13,744	$13,\!662$	$13,\!581$	$13,\!489$	13,347	$13,\!271$	13,197	13,124	13,052
15	14,804	14,708	14,614	14,522	$14,\!417$	$14,\!255$	14,169	14,085	14,002	13,920
16	15,778	15,669	$15,\!563$	$15,\!459$	$15,\!340$	$15,\!158$	15,061	14,965	14,872	14,780
17	16,750	16,628	16,509	16,392	$16,\!259$	16,054	15,946	$15,\!839$	15,734	15,631
18	17,721	17,585	$17,\!452$	17,322	$17,\!173$	16,945	16,825	16,706	16,590	$16,\!475$
19	18,690	$18,\!539$	$18,\!392$	18,248	18,082	17,831	17,697	$17,\!566$	17,437	17,311
20	19,657	19,491	19,329	19,169	18,987	18,710	$18,\!563$	18,419	18,278	18,139
21	20,623	20,441	20,262	20,088	19,888	19,584	19,423	19,265	19,111	18,959
22	$21,\!588$	$21,\!388$	21,193	21,002	20,784	$20,\!453$	20,277	$20,\!105$	19,937	19,771
23	$22,\!550$	$22,\!333$	$22,\!121$	21,913	$21,\!676$	21,316	21,125	20,938	20,755	$20,\!576$
24	23,512	$23,\!276$	23,045	$22,\!820$	$22,\!563$	$22,\!173$	21,967	21,765	$21,\!567$	$21,\!373$
25	24,471	24,216	23,967	23,723	$23,\!446$	23,025	$22,\!802$	$22,\!584$	$22,\!371$	22,163
26	$25,\!429$	25,154	$24,\!885$	24,623	$24,\!324$	$23,\!871$	$23,\!632$	$23,\!398$	23,169	22,945
27	$26,\!386$	26,090	$25,\!801$	25,519	$25,\!198$	24,712	$24,\!456$	24,205	23,960	23,720
28	27,340	27,023	26,713	26,411	26,068	$25,\!548$	$25,\!273$	25,005	24,744	$24,\!488$
29	$28,\!294$	27,954	27,623	27,300	26,933	$26,\!378$	26,085	$25,\!800$	$25,\!521$	$25,\!248$

Tabela 4.14: Fator de Valor Presente (FVP)

T/i(%)	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
30	29,245	28,883	28,529	28,185	27,794	27,203	26,892	26,588	26,291	26,001
31	30,195	29,809	29,433	29,067	28,651	28,023	27,692	27,369	27,055	26,748
32	31,144	30,733	30,334	29,945	29,503	28,837	28,487	28,145	27,812	27,487
33	32,091	31,655	31,232	30,819	30,352	29,646	29,276	28,914	28,562	28,219
34	33,036	$32,\!575$	32,126	31,690	31,196	30,451	30,059	29,678	29,306	28,944
35	33,980	33,492	33,018	32,557	32,035	31,249	30,837	30,435	30,044	29,663
36	34,923	34,408	33,907	33,421	32,871	32,043	31,609	31,186	30,775	30,375
37	35,863	35,320	34,793	34,282	33,703	32,832	32,376	31,932	31,500	31,080
38	36,803	36,231	$35,\!677$	35,138	$34,\!530$	33,616	33,137	32,671	32,219	31,778
39	37,740	37,140	$36,\!557$	35,992	$35,\!353$	$34,\!395$	33,893	33,405	32,931	$32,\!470$
40	38,676	38,046	37,434	36,842	36,172	35,168	34,643	34,133	33,637	33,156
41	39,611	38,950	38,309	37,688	36,987	35,937	35,388	34,855	34,337	33,835
42	$40,\!544$	39,851	39,181	38,531	37,798	36,701	36,127	35,571	35,031	$34,\!507$
43	$41,\!476$	40,751	40,050	39,371	$38,\!605$	$37,\!460$	36,862	$36,\!282$	35,719	35,173
44	$42,\!406$	41,648	40,916	40,207	39,408	38,214	37,591	36,987	36,401	35,833
45	$43,\!334$	$42,\!543$	41,779	41,040	40,207	38,963	38,315	37,686	37,077	$36,\!487$
46	44,261	$43,\!436$	42,639	$41,\!869$	41,002	39,708	39,033	38,380	37,748	37,135
47	$45,\!186$	$44,\!327$	$43,\!497$	42,695	41,793	40,448	39,747	39,069	38,412	37,776
48	46,110	45,215	$44,\!352$	$43,\!518$	$42,\!580$	$41,\!183$	$40,\!455$	39,752	39,071	38,412
49	47,032	46,102	$45,\!204$	44,337	$43,\!364$	41,913	41,159	$40,\!429$	39,724	39,041
50	47,953	46,986	46,053	45,153	44,143	42,639	41,857	41,102	$40,\!371$	39,665
51	$48,\!873$	$47,\!868$	$46,\!899$	45,966	44,918	$43,\!360$	$42,\!550$	41,769	41,013	40,283
52	49,790	48,747	47,743	46,776	$45,\!690$	44,076	43,239	$42,\!430$	41,649	40,895
53	50,707	49,625	$48,\!584$	$47,\!582$	$46,\!457$	44,788	43,922	43,087	$42,\!280$	$41,\!501$
54	$51,\!621$	$50,\!500$	$49,\!422$	$48,\!385$	47,221	$45,\!495$	44,601	43,738	42,905	42,101
55	$52,\!535$	$51,\!374$	$50,\!258$	49,184	47,981	46,198	$45,\!274$	$44,\!384$	43,525	42,696
56	$53,\!446$	52,245	51,090	49,981	48,738	$46,\!896$	45,943	45,025	44,140	$43,\!286$
57	$54,\!356$	$53,\!114$	51,920	50,774	$49,\!490$	$47,\!590$	$46,\!607$	$45,\!661$	44,749	$43,\!869$
58	$55,\!265$	53,981	52,748	$51,\!564$	50,239	48,279	47,267	46,292	$45,\!353$	44,448
59	56,172	$54,\!845$	$53,\!572$	$52,\!350$	50,984	48,964	47,921	46,918	45,951	45,020
60	57,078	55,708	$54,\!394$	53,134	51,726	49,645	48,571	47,539	46,545	$45,\!588$
90	$83,\!567$	80,623	$77,\!843$	75,218	72,331	68,159	66,049	64,047	62,147	60,342
100	92,109	$88,\!527$	85,163	82,000	$78,\!543$	$73,\!580$	71,087	68,732	66,507	64,401
120	,	103,762	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	94,766	90,073	$83,\!432$	80,139	77,056	74,167	$71,\!456$
180	,		135,849	,	,				$90,\!559$	86,134
240	,		166,053	,	,			,	,	,
300	,	,	190,877	,	,	,	,	,	,	,
360	,	,	211,282	,	,	,	,	,	,	101,870
420	302,723	261,373	228,052	200,954	175,380	144,912	131,951	120,943	111,519	103,391

Tabela 4.14: Fator de Valor Presente (FVP)

T/i(%)	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
480	331,264	281,171	241,837	210,586	181,748	148,269	134,330	122,635	112,726	104,255

Tabela 4.15: Fator de Valor Presente (FVP)

T/i(%)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	$3,\!465$	3,387	3,312	3,240	3,170
5	$4,\!853$	4,713	$4,\!580$	$4,\!452$	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791
6	5,795	5,601	$5,\!417$	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	$4,\!486$	4,355
7	6,728	$6,\!472$	$6,\!230$	6,002	5,786	$5,\!582$	$5,\!389$	$5,\!206$	5,033	4,868
8	$7,\!652$	7,325	7,020	6,733	$6,\!463$	$6,\!210$	5,971	5,747	$5,\!535$	5,335
9	$8,\!566$	8,162	7,786	$7,\!435$	7,108	6,802	$6,\!515$	6,247	5,995	5,759
10	$9,\!471$	8,983	8,530	8,111	7,722	$7,\!360$	7,024	6,710	6,418	6,145
11	10,368	9,787	$9,\!253$	8,760	8,306	7,887	7,499	$7,\!139$	$6,\!805$	6,495
12	$11,\!255$	10,575	9,954	9,385	8,863	8,384	7,943	$7,\!536$	$7,\!161$	6,814
13	12,134	11,348	10,635	9,986	9,394	8,853	8,358	7,904	$7,\!487$	7,103
14	13,004	$12,\!106$	$11,\!296$	$10,\!563$	9,899	$9,\!295$	8,745	8,244	7,786	7,367
15	$13,\!865$	12,849	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,061	7,606
16	14,718	$13,\!578$	$12,\!561$	$11,\!652$	10,838	$10,\!106$	9,447	8,851	8,313	7,824
17	$15,\!562$	14,292	$13,\!166$	$12,\!166$	11,274	$10,\!477$	9,763	9,122	8,544	8,022
18	16,398	14,992	13,754	12,659	11,690	10,828	10,059	9,372	8,756	8,201
19	17,226	15,678	14,324	$13,\!134$	12,085	$11,\!158$	10,336	9,604	8,950	8,365
20	18,046	$16,\!351$	$14,\!877$	$13,\!590$	12,462	$11,\!470$	10,594	9,818	$9,\!129$	8,514
21	$18,\!857$	17,011	$15,\!415$	14,029	12,821	11,764	10,836	10,017	$9,\!292$	8,649
22	19,660	17,658	15,937	$14,\!451$	13,163	12,042	11,061	10,201	9,442	8,772
23	$20,\!456$	18,292	16,444	14,857	13,489	12,303	$11,\!272$	10,371	$9,\!580$	8,883
24	21,243	18,914	16,936	15,247	13,799	$12,\!550$	11,469	10,529	9,707	8,985
25	22,023	19,523	$17,\!413$	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077
26	22,795	20,121	$17,\!877$	15,983	14,375	13,003	$11,\!826$	10,810	9,929	9,161
27	$23,\!560$	20,707	18,327	16,330	14,643	13,211	11,987	10,935	10,027	9,237
28	24,316	21,281	18,764	16,663	14,898	13,406	12,137	11,051	10,116	9,307
29	25,066	21,844	$19,\!188$	16,984	15,141	13,591	$12,\!278$	$11,\!158$	10,198	9,370
30	$25,\!808$	$22,\!396$	19,600	17,292	15,372	13,765	$12,\!409$	11,258	$10,\!274$	9,427
31	$26,\!542$	22,938	20,000	$17,\!588$	15,593	13,929	$12,\!532$	$11,\!350$	10,343	9,479
32	$27,\!270$	23,468	20,389	17,874	15,803	14,084	12,647	$11,\!435$	10,406	9,526
33	27,990	23,989	20,766	18,148	16,003	14,230	12,754	$11,\!514$	10,464	9,569

Tabela 4.15: Fator de Valor Presente (FVP)

T/i(%)	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
34	28,703	24,499	21,132	18,411	16,193	14,368	12,854	11,587	10,518	9,609
35	29,409	24,999	21,487	18,665	16,374	14,498	12,948	11,655	10,567	9,644
36	30,108	25,489	21,832	18,908	16,547	14,621	13,035	11,717	10,612	9,677
37	30,800	25,969	22,167	19,143	16,711	14,737	13,117	11,775	10,653	9,706
38	31,485	26,441	22,492	19,368	16,868	14,846	13,193	11,829	10,691	9,733
39	32,163	26,903	22,808	19,584	17,017	14,949	13,265	11,879	10,726	9,757
40	$32,\!835$	27,355	23,115	19,793	17,159	15,046	13,332	11,925	10,757	9,779
41	33,500	27,799	$23,\!412$	19,993	17,294	$15,\!138$	13,394	11,967	10,787	9,799
42	$34,\!158$	$28,\!235$	23,701	$20,\!186$	17,423	$15,\!225$	$13,\!452$	12,007	10,813	9,817
43	34,810	$28,\!662$	23,982	$20,\!371$	$17,\!546$	$15,\!306$	$13,\!507$	12,043	10,838	9,834
44	$35,\!455$	29,080	$24,\!254$	$20,\!549$	17,663	$15,\!383$	$13,\!558$	12,077	10,861	9,849
45	36,095	29,490	$24,\!519$	20,720	17,774	$15,\!456$	13,606	12,108	10,881	9,863
46	36,727	29,892	24,775	20,885	17,880	$15,\!524$	$13,\!650$	$12,\!137$	10,900	9,875
47	$37,\!354$	30,287	25,025	21,043	17,981	$15,\!589$	13,692	12,164	10,918	9,887
48	37,974	30,673	$25,\!267$	$21,\!195$	18,077	$15,\!650$	13,730	$12,\!189$	10,934	9,897
49	$38,\!588$	31,052	$25,\!502$	$21,\!341$	18,169	15,708	13,767	12,212	10,948	9,906
50	$39,\!196$	31,424	25,730	$21,\!482$	$18,\!256$	15,762	13,801	12,233	10,962	9,915
51	39,798	31,788	25,951	21,617	18,339	$15,\!813$	$13,\!832$	$12,\!253$	10,974	9,923
52	40,394	32,145	$26,\!166$	21,748	18,418	$15,\!861$	$13,\!862$	$12,\!272$	10,985	9,930
53	40,984	32,495	$26,\!375$	$21,\!873$	18,493	15,907	13,890	12,288	10,996	9,936
54	$41,\!569$	$32,\!838$	$26,\!578$	21,993	$18,\!565$	15,950	13,916	12,304	11,005	9,942
55	42,147	33,175	26,774	22,109	18,633	15,991	13,940	12,319	11,014	9,947
56	42,720	33,505	26,965	$22,\!220$	18,699	16,029	13,963	12,332	11,022	9,952
57	$43,\!287$	33,828	27,151	$22,\!327$	18,761	16,065	13,984	12,344	11,029	9,956
58	$43,\!849$	34,145	$27,\!331$	$22,\!430$	18,820	16,099	14,003	$12,\!356$	11,036	9,960
59	44,405	$34,\!456$	$27,\!506$	$22,\!528$	18,876	16,131	14,022	12,367	11,042	9,964
60	44,955	34,761	27,676	$22,\!623$	18,929	16,161	14,039	12,377	11,048	9,967
90	59,161	$41,\!587$	31,002	24,267	19,752	$16,\!579$	$14,\!253$	$12,\!488$	$11,\!106$	9,998
100	63,029	43,098	$31,\!599$	24,505	19,848	16,618	14,269	12,494	11,109	9,999
120	69,701	$45,\!355$	$32,\!373$	24,774	19,943	$16,\!651$	14,281	12,499	11,111	10,000
180	83,322	$48,\!584$	$33,\!170$	24,979	19,997	$16,\!666$	$14,\!286$	12,500	11,111	10,000
240	90,819	49,569	$33,\!306$	24,998	20,000	$16,\!667$	$14,\!286$	12,500	11,111	10,000
300	94,947	49,869	33,329	25,000	20,000	$16,\!667$	$14,\!286$	12,500	11,111	10,000
360	97,218	49,960	$33,\!333$	25,000	20,000	$16,\!667$	$14,\!286$	12,500	11,111	10,000
420	98,469	49,988	$33,\!333$	25,000	20,000	$16,\!667$	$14,\!286$	12,500	11,111	10,000
480	99,157	49,996	33,333	25,000	20,000	16,667	14,286	12,500	11,111	10,000

Anexo IV

Tabela 4.16: Fator de Acumulação Composta (FAcC)

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	2.002	2.002	2.003	2.004	2.005	2.006	2.007	2.008	2.009	2.009
3	3.005	3.007	3.010	3.012	3.015	3.019	3.022	3.024	3.026	3.029
4	4.010	4.015	4.020	4.025	4.030	4.039	4.043	4.048	4.053	4.057
5	5.017	5.025	5.033	5.041	5.050	5.065	5.073	5.080	5.088	5.096
6	6.025	6.037	6.049	6.061	6.076	6.097	6.109	6.121	6.133	6.144
7	7.035	7.052	7.069	7.086	7.106	7.137	7.153	7.170	7.186	7.202
8	8.046	8.069	8.092	8.115	8.141	8.182	8.205	8.227	8.249	8.271
9	9.060	9.089	9.119	9.148	9.182	9.235	9.264	9.292	9.321	9.349
10	10.075	10.112	10.149	10.185	10.228	10.295	10.331	10.367	10.402	10.438
11	11.091	11.137	11.182	11.227	11.279	11.361	11.405	11.449	11.493	11.537
12	12.110	12.164	12.218	12.273	12.336	12.434	12.487	12.541	12.594	12.646
13	13.130	13.194	13.258	13.323	13.397	13.514	13.577	13.641	13.704	13.766
14	14.151	14.227	14.302	14.377	14.464	14.601	14.675	14.749	14.823	14.897
15	15.175	15.262	15.349	15.435	15.537	15.695	15.781	15.867	15.953	16.038
16	16.200	16.299	16.399	16.498	16.614	16.796	16.895	16.993	17.092	17.191
17	17.226	17.340	17.453	17.566	17.697	17.904	18.016	18.129	18.241	18.354
18	18.255	18.382	18.510	18.637	18.786	19.019	19.146	19.274	19.401	19.528
19	19.285	19.428	19.570	19.713	19.880	20.141	20.284	20.427	20.570	20.713
20	20.317	20.476	20.634	20.793	20.979	21.271	21.430	21.590	21.750	21.910
21	21.350	21.526	21.702	21.878	22.084	22.408	22.585	22.762	22.940	23.118
22	22.386	22.579	22.773	22.967	23.194	23.552	23.748	23.944	24.140	24.337
23	23.423	23.635	23.848	24.061	24.310	24.704	24.919	25.135	25.351	25.568
24	24.461	24.693	24.926	25.159	25.432	25.862	26.098	26.335	26.573	26.811
25	25.502	25.754	26.007	26.261	26.559	27.029	27.287	27.545	27.805	28.065
26	26.544	26.818	27.092	27.368	27.692	28.203	28.483	28.765	29.047	29.331
27	27.588	27.884	28.181	28.480	28.830	29.384	29.689	29.994	30.301	30.610
28	28.633	28.952	29.273	29.596	29.975	30.573	30.902	31.233	31.566	31.900
29	29.681	30.024	30.369	30.716	31.124	31.770	32.125	32.482	32.842	33.203
30	30.730	31.098	31.469	31.842	32.280	32.974	33.357	33.741	34.128	34.518
31	31.780	32.175	32.572	32.971	33.441	34.187	34.597	35.010	35.427	35.845

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
00										
32	32.833	33.254	33.678	34.106	34.609	35.407	35.847	36.290	36.736	37.185
33	33.887	34.336	34.788	35.245	35.782	36.634	37.105	37.579	38.057	38.538
34	34.943	35.421	35.902	36.388	36.961	37.870	38.372	38.879	39.389	39.904
35	36.001	36.508	37.020	37.536	38.145	39.114	39.649	40.189	40.733	41.283
36	37.060	37.598	38.141	38.689	39.336	40.365	40.935	41.509	42.089	42.674
37	38.121	38.691	39.266	39.847	40.533	41.625	42.230	42.840	43.457	44.079
38	39.184	39.786	40.394	41.009	41.735	42.893	43.534	44.182	44.836	45.498
39	40.249	40.884	41.527	42.176	42.944	44.169	44.848	45.534	46.228	46.929
0	41.316	41.985	42.663	43.348	44.159	45.453	46.171	46.897	47.632	48.375
1	42.384	43.089	43.802	44.525	45.380	46.746	47.504	48.271	49.048	49.834
2	43.454	44.195	44.946	45.706	46.607	48.046	48.846	49.656	50.476	51.306
:3	44.526	45.304	46.093	46.892	47.840	49.355	50.198	51.052	51.917	52.793
4	45.599	46.416	47.244	48.083	49.079	50.673	51.560	52.459	53.371	54.294
5	46.674	47.530	48.398	49.279	50.324	51.999	52.932	53.877	54.837	55.809
6	47.752	48.647	49.557	50.480	51.576	53.334	54.313	55.307	56.316	57.339
7	48.830	49.767	50.719	51.686	52.834	54.677	55.705	56.748	57.808	58.883
8	49.911	50.890	51.885	52.896	54.098	56.028	57.106	58.201	59.312	60.442
9	50.993	52.016	53.055	54.112	55.368	57.389	58.518	59.665	60.831	62.015
0	52.078	53.144	54.229	55.332	56.645	58.758	59.939	61.141	62.362	63.604
1	53.164	54.275	55.406	56.558	57.928	60.136	61.371	62.628	63.907	65.207
2	54.252	55.409	56.588	57.788	59.218	61.523	62.814	64.127	65.465	66.826
3	55.341	56.546	57.773	59.024	60.514	62.919	64.266	65.639	67.037	68.460
4	56.433	57.685	58.962	60.264	61.817	64.324	65.730	67.162	68.622	70.110
5	57.526	58.827	60.155	61.510	63.126	65.738	67.203	68.698	70.222	71.775
6	58.621	59.972	61.352	62.760	64.441	67.161	68.688	70.246	71.835	73.456
7	59.718	61.120	62.553	64.016	65.764	68.593	70.183	71.806	73.462	75.153
8	60.816	62.271	63.758	65.277	67.092	70.034	71.689	73.378	75.104	76.866
9	61.917	63.425	64.966	66.543	68.428	71.485	73.205	74.963	76.760	78.595
0	63.019	64.581	66.179	67.814	69.770	72.945	74.733	76.561	78.430	80.341
0	96.947	100.632	104.465	108.452	113.311	121.395	126.056	130.902	135.939	141.173
00	108.635	113.253	118.085	123.138	129.334	139.730	145.773	152.090	158.693	165.594
20	132.597	139.448	146.696	154.363	163.879	180.124	189.719	199.864	210.590	221.930
80	209.416	226.239	244.657	264.825	290.819	337.606	366.639	398.444	433.287	471.458
40		326.854			462.041				808.545	
00	387.874	443.495	508.848		692.994				1440.876	
60						1408.551				
20						2142.568				
80						3221.079				

Tabela 4.17: Fator de Acumulação Composta (FAcC)

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.000	1.000	1.000	1.000000el	+.00 00000e	e1 1.00 0000e1	+.00 00000e1	+.00 00000e3	+.00 00000e	1 .00000000e+00
2	2.010	2.020	2.030	2.040000e2	+.05 0000e	2+06 0000e2	4.07 0000e2	4.08 0000e2	4.09 0000e	2 -100 00000e+00
3	3.030	3.060	3.091	3.122000e3	₽-105 3000€	3⊬08 4000e€	3-20 5000e	\$\:.200 6000e3	8-20 8000e	3 ⊹30 0000e+00
4	4.060	4.122	4.184	4.246000e4	₩.80 0000€	4.37 5000e	4.400 0000e4	4.500 6000e4	₩.507 3000e	4.60 1000e+00
5	5.101	5.204	5.309	5.416000e	5-502 6000€	5 ⊹63 7000e5	⊬705 11000e	#86 7000e	98 5000e	6⊹00 5000e+00
6	6.152	6.308	6.468	6.633000e	800 2000€	6 . 97 05000e7	+D5 3000e7	4.88 6000e7	1-502 3000e	7 1. 10106000e+00
7	7.214	7.434	7.662	7.898000e	1.00 2000€	8 .394 000e	65 4000e	92 3000e	200 0000e	9 08 7000e+00
8	8.286	8.583	8.892	9.214000e9	₩.504 9000€	9 . 89 7000e1	+02 6000e1	+06 3700e1	+101 2800e	1+.04 3600e+01
9	9.369	9.755	10.159	1.058300e1	+100 2700€	e 1⊹04 9100e1	+ 101 7800e1	+24 8800e	₩30 2100e	11.35 7900e+01
10	10.462	10.950	11.464	1.200600e	+25 17800€	e 1+.31 8100e1	+38 1600e1	+44 8700e	+51 9300e	1+ 59 3700e+01
11	11.567	12.169	12.808	1.348600e1	+•02 0700€	e 1+.491 7200e1	+57 8400e1	+66 4500e1	₩751 6000e	1 .851 3100e+01
12	12.683	13.412	14.192	1.502600e	⊹59 1700€	e 1+.68 7000e1	+ 78 8800e1	+ 89 7700e2	4-01 4100e	2 -03 8400e+01
13	13.809	14.680	15.618	1.662700e1	+707 1300€	e 11. 88 8200e2	4.01 4100e2	+104 9500e2	2-29 5300e	2 .451 2300e+01
14	14.947	15.974	17.086	1.829200e1	+95 9900e	2 +101 1500e2	4-23 5000e2	4-02 1500e2	4-60 11900e	2 ⊬109 7500e+01
15	16.097	17.293	18.599	$2.002400e^{2}$	₽-05 7900€	2⊧32 7600e2	4-51 2900e2	₩101 5200e2	14.93 6100e	3 ;-07 7200e+01
16	17.258	18.639	20.157	$2.182500e^{2}$	₩36 5700€	2+501 7300e2	₩108 8800e	₩03 2400e	3⊢30 0300e	3 :59 5000e+01
17	18.430	20.012	21.762	$2.369800e^{2}$	1-58 4000€	2 ⊨82 1300e€	\$ ⊦08 4000e€	₩37 5000e	8⊬69 7400e	4.05 4500e+01
18	19.615	21.412	23.414	$2.564500e^{2}$	1.81 3200e	3⊦09 0600e€	₿⊦89 9900e€	145 000€	⊬03 0100e	4.53 9900e+01
19	20.811	22.841	25.117	2.767100e	8⊦.05 3900€	3⊦37 6000e€	8 ⊬103 7900e4	₽04 4600e	⊬60 1800e	5⊬01 5900e+01
20	22.019	24.297	26.870	$2.977800e^{3}$	₿⊹₿0 6600€	3 :67 8600e	4.09 9500e	₩507 6200e	₩101 6000e	5⊬702 7500e+01
21	23.239	25.783	28.676	3.196900e	5√1 1900€	3 .99 9300e4	4.48 6500e	+.04 2300e	6√07 6500e	%-401 0200e+01
22	24.472	27.299	30.537	3.424800e	8 ⊦85 10500€	4.33 9200e	490 0600e	⊹504 5700e€	⊬28 7300e	7 .104 0300e+01
23	25.716	28.845	32.453	3.661800e4	₽.04 3000€	4.69 9600e	∺394 3600e€	H08 9300e	⊬95 3200e	7.95 4300e+01
24	26.973	30.422	34.426	3.908300e4	4.45 10200€	5⊬08 1600e5	₩91 7700e€	⊬67 6500e7	4.67 9000e	8 .8)197 00e+01
25	28.243	32.030	36.459	4.164600e4	₩70712 700€	5 .486500e 6	₩32 4900e	4.81 0600e	4∙07 0100e	9 .83 4700e+01
26	29.526	33.671	38.553	4.431200e	⊬01 11300€	5 . 91 5600e	⊪86 7600e7	1-99 5400e9	⊬33 2400e	1 1.09 1820e+02
27	30.821	35.344	40.710	4.708400e	⊹•06 6900∈	6⊦.87 0600e7	4.401 8400e	₩703 5100e1	+ 02 7230e	1+ 202 1000e+02
28	32.129	37.051	42.931	4.996800e	≒.84 0300€	6 .8 12 800e	# .06 9800e9	1-53 3900e	+ 02 9680e	1+ 3/2 2100e+02
29	33.450	38.792	45.219	5.296600e	⊬23 2300€	e 7.36 4000e	# 703 4700e1	+ 03 9660e1	+202 1350e	1 +.42 6310e+02
30	34.785	40.568	47.575	5.608500e	i.64 3900€	e 71. 90 5800e9)01 6100e1	+ 03 2830e1	+ 302 3080e	1 1.62 4940e+02
31	36.133	42.379	50.003	5.932800e7	⊹07 6100∈	8 .4802 00e1	+ 02 0730e1	+ 23 3460e1	+.492 5750e	1+ .02 9430e+02
32	37.494	44.227	52.503	6.270100e7	1-52 9900€	9:08 9000e1	+ 101 2180e1	+ 34 2140e	+.62 0370e	21.02 1380e+02
33	38.869	46.112	55.078	6.621000e	₩.00 6400€	91. 70 3 4300e1	+ 08 9330e1	+ 42 9510e1	+ 702 8000e	2⊦.202 2520e+02
34		48.034	57.730	6.985800e	150 6700€	e 11.04 1840e1	+28 2590e1	+ 52 6270e	+96 9820e	2 .492477 0e+02
35		49.994	60.462							2⊩1012 0240e+02
36	43.077	51.994	63.276	7.759800e9	₩.58 3600€	e 1⊹09 1210e1	+-02 9130e1	+ 87 21020e2	#-302 1250e	2 . 9921270e+02
37	44.508	54.034	66.174							3 :302 0390e+02
38	45.953	56.115	69.159							3 .6)2 0430e+02
39	47.412	58.237	72.234	9.040900e1	+04 0950€	e4 :.02 0580e1	+ 82 6400e2	#32 9410e	3⊬0⁄2 0660e	4:02 4480e+02

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
40	48.886	60.402	75.401	9.502600e1	.20 8000e1	+52 7620e	1⊹92 6350e2	.502 0570e	3 ⊩307 8820e	4.42 5930e⊣
41	50.375	62.610	78.663	9.982700e1	-207 8400e1	+ 62 0480e	2 ;-10:2 6100e2	-802 7810e	3 ⊦.69 22920e	4⊩®2 8520e⊣
12	51.879	64.862	82.023	1.048200e1	⊦33 2320e1	+ 703 9510e	2 ;:302 6320e3	.02 2440e	4.03 5280e	5⊦.802 6370e⊣
13	53.398	67.159	85.484	1.100120e	.402 9930e1	+8/2 5080e	2 .402 7760e3	-22 5830e	4. 402 8460e	5⊬92 4010e⊣
14	54.932	69.503	89.048	1.154130e	-52 1430e1	+92 7580e	2 ::602 1210e3	-502 9500e	4. ®2 5220e	6⊦522 6410e⊣
15	56.481	71.893	92.720	1.210290e	.502 7000e2	+02 7440é	2 1. 82 7490e3	⊦802 5060e	5⊬205 8590e	7⊹02 9050e⊣
16	58.046	74.331	96.501	1.268710e	+ 62 6850e2	#202 5080e	3 ⊹02 7520e4	-02 4260e	5⊬702 1860e	7⊦92 7950e⊣
<u>1</u> 7	59.626	76.817	100.397	1.329450e	⊦702 1190e2	#-102 0990e	3 ⊹202 2240e4	-52 9000e	5 ⊦.202 8630e	8⊬1012 9750e⊣
18	61.223	79.354	104.408	1.392630e1	+82 0250e2	+502 5650e	3 -503 22700e4	⊹902 1320e	3 ®2 2800e	9 ⊩602 1720e⊣
9	62.835	81.941	108.541	1.458340e1	.92 4270e2	₩102 9580e	3 ⊹702 9990e5	⊦302 3430e	71.406 28660e	1+.02 7190e⊣
0	64.463	84.579	112.797	1.526670e2	.:09 3480e2	+92 3360e	4:02 5290e5	⊦1032 7700e€	8 ⊦02 0840e	1 ⊹02 3909e⊣
1	66.108	87.271	117.181	1.597740e2	-202 8150e3	⊹02 7560e	4.32 9860e6	-202 6720e	8 . 89 24410e	1⊹202 1299e⊣
2	67.769	90.016	121.696	1.671650e2	⊹302 8560e3	⊬202 2810e	4:62 5050e6	⊦02 3260e	9 702 4910e	11.402 0429e-1
3	69.447	92.817	126.347	1.748510e2	⊦ 402 4990e3	⊹-02 9780e	5⊬02 2300e7	-202 0320e	11:02 8835e	1 1-55 2472e-1
4	71.141	95.673	131.137	1.828450e2	⊦52 7740e3	⊬702 9170e	5⊹802 3160e7	-82 1140e	1⊹02 5130e	1⊹703 8719e⊣
5	72.852	98.587	136.072	1.911590e2	⊦ 702 7130e3	⊹942 1720e	5 +702 9290e8	-••2 9230e	1⊹202 0092e	1⊹83 0591e⊣
6	74.581	101.558	141.154	1.998060e2	 802 3480e4	+02 8220e	3 ⊢02 2440e9	⊦02 8370e	1⊹82 4500e	2⊬06 9651e⊣
7	76.327	104.589	146.388	2.087980e3	.:02 7160e4	+.02 9520e	3 ⊬62 4510e9	-92 2640e	1⊹492 9205e	2⊬203 7616e⊣
8	78.090	107.681	151.780	2.181500e3	⊦02 8510e4	⊹702 6490e′	71:02 7520e1	⊦02 2645e	1::63 5134e	2⊦503 6377e⊣
9	79.871	110.835	157.333	2.278760e3	⊦32 7940e5	⊹02 0080e	7+502 3650e1	⊦02 9457e	1⊹703 3296e	2⊬705 8015e⊣
0	81.670	114.052	163.053	2.379910e3	-52 5840e5	⊹33 1280e	\$ ⊹03 5200e1	-202 3213e	1⊹93 4792e	3⊦.03 4816e⊣
0	144.863	3247.157	443.349	8.279830e1	⊦502 4607e3	⊹103 1075e	3 ⊹28 7185e1	⊦273 2394e	2+59 3918e	5⊬.81 42023e⊣
00	170.481	312.232	607.288	1.237624e2	.68 0025e5	⊹63 8368e	1⊹23 8166e2	⊹704 8452e6	5 ⊹D4 2268e	1⊹.87 7961e⊣
20	230.039	0488.258	1123.700	2.741564e6	-95 8240e1	⊹®B 1980e	4 . 70915412e1	-28 1499e	3 ⊹.05 2891e	9⊩20 50807e⊣
80	499.580	1716.04	26783.445	2.907822e1	⊹3 043278e5	⊹98 2633e	2 1. 10159583e1	-20 97734e	9⊹06 70759e	2⊩827 2821e⊣
40	989.255	5744.43	740128.42	13.061301e2	.403 4771e1	+96 3586e	1⊹67 0677e1	⊦38 4048e	1::09 6883e	8⊦59 4971e⊣
00	1878.84	178961.7	22 36583.78	8 3 .220612e4	-546 7990e6	₩5017 0410e	3⊬33 3301e1	⊦33 0567e	1⊹87 8049e	2⊧62 7011e⊣
60	3494.96	64 2328.0	56394020.	8 0.2 87988e8	.497 5279e2	+0\$ 7634e	5⊬40 8314e1	⊹34 7293e	3 ⊹30 5954e	7.96 8318e-
20	6430.95	2 04614.3	3 22 13180.	3 33 64039e1	.508 6849e7	+08 4548e	3 ⊹13 3925e1	⊦36 4229e	5⊬815 9513e	2⊩426 6207e⊣
80	11764.7	763 71459.9	9 48 388961	334 9237e2	.:99 4105e2	#33 7029e	1 1. 8135998e1	⊹3 81378e	₩027 4416e	7⊹3 97353e⊣

Anexo V

Tabela 4.18: Fator Fundo de Amortização (FFA)

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.4996	0.4994	0.4992	0.4990	0.4988	0.4984	0.4982	0.4980	0.4978	0.4976
3	0.3328	0.3325	0.3322	0.3320	0.3317	0.3312	0.3309	0.3307	0.3304	0.3302
4	0.2494	0.2491	0.2488	0.2485	0.2481	0.2476	0.2473	0.2470	0.2467	0.2465
5	0.1993	0.1990	0.1987	0.1984	0.1980	0.1974	0.1971	0.1968	0.1965	0.1962
6	0.1660	0.1656	0.1653	0.1650	0.1646	0.1640	0.1637	0.1634	0.1631	0.1628
7	0.1422	0.1418	0.1415	0.1411	0.1407	0.1401	0.1398	0.1395	0.1392	0.1388
8	0.1243	0.1239	0.1236	0.1232	0.1228	0.1222	0.1219	0.1216	0.1212	0.1209
9	0.1104	0.1100	0.1097	0.1093	0.1089	0.1083	0.1079	0.1076	0.1073	0.1070
10	0.0993	0.0989	0.0985	0.0982	0.0978	0.0971	0.0968	0.0965	0.0961	0.0958
11	0.0902	0.0898	0.0894	0.0891	0.0887	0.0880	0.0877	0.0873	0.0870	0.0867
12	0.0826	0.0822	0.0818	0.0815	0.0811	0.0804	0.0801	0.0797	0.0794	0.0791
13	0.0762	0.0758	0.0754	0.0751	0.0746	0.0740	0.0737	0.0733	0.0730	0.0726
14	0.0707	0.0703	0.0699	0.0696	0.0691	0.0685	0.0681	0.0678	0.0675	0.0671
15	0.0659	0.0655	0.0652	0.0648	0.0644	0.0637	0.0634	0.0630	0.0627	0.0624
16	0.0617	0.0614	0.0610	0.0606	0.0602	0.0595	0.0592	0.0588	0.0585	0.0582
17	0.0581	0.0577	0.0573	0.0569	0.0565	0.0559	0.0555	0.0552	0.0548	0.0545
18	0.0548	0.0544	0.0540	0.0537	0.0532	0.0526	0.0522	0.0519	0.0515	0.0512
19	0.0519	0.0515	0.0511	0.0507	0.0503	0.0496	0.0493	0.0490	0.0486	0.0483
20	0.0492	0.0488	0.0485	0.0481	0.0477	0.0470	0.0467	0.0463	0.0460	0.0456
21	0.0468	0.0465	0.0461	0.0457	0.0453	0.0446	0.0443	0.0439	0.0436	0.0433
22	0.0447	0.0443	0.0439	0.0435	0.0431	0.0425	0.0421	0.0418	0.0414	0.0411
23	0.0427	0.0423	0.0419	0.0416	0.0411	0.0405	0.0401	0.0398	0.0394	0.0391
24	0.0409	0.0405	0.0401	0.0397	0.0393	0.0387	0.0383	0.0380	0.0376	0.0373
25	0.0392	0.0388	0.0385	0.0381	0.0377	0.0370	0.0366	0.0363	0.0360	0.0356
26	0.0377	0.0373	0.0369	0.0365	0.0361	0.0355	0.0351	0.0348	0.0344	0.0341
27	0.0362	0.0359	0.0355	0.0351	0.0347	0.0340	0.0337	0.0333	0.0330	0.0327
28	0.0349	0.0345	0.0342	0.0338	0.0334	0.0327	0.0324	0.0320	0.0317	0.0313
29	0.0337	0.0333	0.0329	0.0326	0.0321	0.0315	0.0311	0.0308	0.0304	0.0301
30	0.0325	0.0322	0.0318	0.0314	0.0310	0.0303	0.0300	0.0296	0.0293	0.0290
31	0.0315	0.0311	0.0307	0.0303	0.0299	0.0293	0.0289	0.0286	0.0282	0.0279

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
32	0.0305	0.0301	0.0297	0.0293	0.0289	0.0282	0.0279	0.0276	0.0272	0.0269
33	0.0295	0.0291	0.0287	0.0284	0.0279	0.0273	0.0270	0.0266	0.0263	0.0259
34	0.0286	0.0282	0.0279	0.0275	0.0271	0.0264	0.0261	0.0257	0.0254	0.0251
35	0.0278	0.0274	0.0270	0.0266	0.0262	0.0256	0.0252	0.0249	0.0245	0.0242
36	0.0270	0.0266	0.0262	0.0258	0.0254	0.0248	0.0244	0.0241	0.0238	0.0234
37	0.0262	0.0258	0.0255	0.0251	0.0247	0.0240	0.0237	0.0233	0.0230	0.0227
38	0.0255	0.0251	0.0248	0.0244	0.0240	0.0233	0.0230	0.0226	0.0223	0.0220
39	0.0248	0.0245	0.0241	0.0237	0.0233	0.0226	0.0223	0.0220	0.0216	0.0213
40	0.0242	0.0238	0.0234	0.0231	0.0226	0.0220	0.0217	0.0213	0.0210	0.0207
41	0.0236	0.0232	0.0228	0.0225	0.0220	0.0214	0.0211	0.0207	0.0204	0.0201
42	0.0230	0.0226	0.0222	0.0219	0.0215	0.0208	0.0205	0.0201	0.0198	0.0195
43	0.0225	0.0221	0.0217	0.0213	0.0209	0.0203	0.0199	0.0196	0.0193	0.0189
44	0.0219	0.0215	0.0212	0.0208	0.0204	0.0197	0.0194	0.0191	0.0187	0.0184
45	0.0214	0.0210	0.0207	0.0203	0.0199	0.0192	0.0189	0.0186	0.0182	0.0179
46	0.0209	0.0206	0.0202	0.0198	0.0194	0.0187	0.0184	0.0181	0.0178	0.0174
47	0.0205	0.0201	0.0197	0.0193	0.0189	0.0183	0.0180	0.0176	0.0173	0.0170
48	0.0200	0.0197	0.0193	0.0189	0.0185	0.0178	0.0175	0.0172	0.0169	0.0165
49	0.0196	0.0192	0.0188	0.0185	0.0181	0.0174	0.0171	0.0168	0.0164	0.0161
50	0.0192	0.0188	0.0184	0.0181	0.0177	0.0170	0.0167	0.0164	0.0160	0.0157
51	0.0188	0.0184	0.0180	0.0177	0.0173	0.0166	0.0163	0.0160	0.0156	0.0153
52	0.0184	0.0180	0.0177	0.0173	0.0169	0.0163	0.0159	0.0156	0.0153	0.0150
53	0.0181	0.0177	0.0173	0.0169	0.0165	0.0159	0.0156	0.0152	0.0149	0.0146
54	0.0177	0.0173	0.0170	0.0166	0.0162	0.0155	0.0152	0.0149	0.0146	0.0143
55	0.0174	0.0170	0.0166	0.0163	0.0158	0.0152	0.0149	0.0146	0.0142	0.0139
56	0.0171	0.0167	0.0163	0.0159	0.0155	0.0149	0.0146	0.0142	0.0139	0.0136
57	0.0167	0.0164	0.0160	0.0156	0.0152	0.0146	0.0142	0.0139	0.0136	0.0133
58	0.0164	0.0161	0.0157	0.0153	0.0149	0.0143	0.0139	0.0136	0.0133	0.0130
59	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0140	0.0137	0.0133	0.0130	0.0127
60	0.0159	0.0155	0.0151	0.0147	0.0143	0.0137	0.0134	0.0131	0.0128	0.0124
90	0.0103	0.0099	0.0096	0.0092	0.0088	0.0082	0.0079	0.0076	0.0074	0.0071
100	0.0092	0.0088	0.0085	0.0081	0.0077	0.0072	0.0069	0.0066	0.0063	0.0060
120	0.0075	0.0072	0.0068	0.0065	0.0061	0.0056	0.0053	0.0050	0.0047	0.0045
180	0.0048	0.0044	0.0041	0.0038	0.0034	0.0030	0.0027	0.0025	0.0023	0.0021
240	0.0034	0.0031	0.0027	0.0025	0.0022	0.0018	0.0016	0.0014	0.0012	0.0011
300	0.0026	0.0023	0.0020	0.0017	0.0014	0.0011	0.0009	0.0008	0.0007	0.0006
360	0.0020	0.0017	0.0015	0.0012	0.0010	0.0007	0.0006	0.0005	0.0004	0.0003
420	0.0017	0.0014	0.0011	0.0009	0.0007	0.0005	0.0004	0.0003	0.0002	0.0002
480	0.0014	0.0011	0.0009	0.0007	0.0005	0.0003	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001

Tabela 4.19: Fator Fundo de Amortização (FFA)

1 1.00000 1.0000 1.0000 1.0000		1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
33 0.3300 0.3268 0.3235 0.3203 0.3172 0.3141 0.3111 0.3080 0.3051 0.32021 4 0.2463 0.2426 0.2390 0.2355 0.2300 0.2256 0.2252 0.2219 0.2187 0.2185 5 0.1696 0.1625 0.1585 0.1546 0.1508 0.1470 0.1434 0.1398 0.1363 0.1329 0.1296 7 0.1386 0.1345 0.1305 0.1266 0.1228 0.1191 0.1156 0.1027 0.0163 0.1255 0.1047 0.1043 0.1365 0.0044 0.0097 0.0874 0.0351 0.0768 0.0734 10 0.1067 0.1025 0.0945 0.0945 0.0947 0.0879 0.0835 0.0801 0.0768 0.0673 11 0.0865 0.0821 0.0741 0.0704 0.0668 0.0634 0.0601 0.0568 0.0539 0.0537 0.0496 0.0683 0.0724 0.0601 0.0546	1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
33 0.3300 0.3268 0.3235 0.3203 0.3172 0.3141 0.3111 0.3080 0.3051 0.32021 4 0.2463 0.2426 0.2390 0.2355 0.2300 0.2256 0.2252 0.2219 0.2187 0.2185 5 0.1696 0.1625 0.1585 0.1546 0.1508 0.1470 0.1434 0.1398 0.1363 0.1329 0.1296 7 0.1386 0.1345 0.1305 0.1266 0.1228 0.1191 0.1156 0.1027 0.0163 0.1255 0.1047 0.1043 0.1365 0.0044 0.0097 0.0874 0.0351 0.0768 0.0734 10 0.1067 0.1025 0.0945 0.0945 0.0947 0.0879 0.0835 0.0801 0.0768 0.0673 11 0.0865 0.0821 0.0741 0.0704 0.0668 0.0634 0.0601 0.0568 0.0539 0.0537 0.0496 0.0683 0.0724 0.0601 0.0546	2	0.4975	0.4950	0.4926	0.4902	0.4878	0.4854	0.4831	0.4808	0.4785	0.4762
5 0.1960 0.1922 0.1884 0.1846 0.1870 0.1774 0.1739 0.1705 0.1671 0.1368 6 0.1625 0.1385 0.1546 0.1258 0.1470 0.1434 0.1368 0.1363 0.1296 7 0.1386 0.1345 0.1305 0.1266 0.1228 0.1101 0.1156 0.1087 0.0087 9 0.1067 0.1025 0.0984 0.0945 0.0907 0.0870 0.0835 0.0801 0.0768 0.0736 10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0759 0.0724 0.0690 0.0658 0.0621 11 0.0865 0.0822 0.0781 0.0761 0.0768 0.0633 0.0601 0.0569 0.0533 0.0590 0.0440 12 0.0784 0.0681 0.0601 0.0601 0.0601 0.0601 0.0601 0.0503 0.0492 0.0402 0.0430 0.0430 0.0430 0.0430 0.0430 0.0360 <		0.3300	0.3268	0.3235	0.3203	0.3172	0.3141	0.3111	0.3080	0.3051	0.3021
6 0.1625 0.1585 0.1546 0.1508 0.1470 0.1434 0.1389 0.1363 0.1296 7 0.1386 0.1345 0.1305 0.1266 0.1228 0.1191 0.1150 0.1121 0.1087 0.1054 8 0.1207 0.1165 0.1125 0.1085 0.0447 0.0107 0.0940 0.0907 0.0873 9 0.1067 0.1025 0.0884 0.0945 0.0870 0.0835 0.0801 0.0768 0.0736 10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0795 0.0724 0.0690 0.0658 0.0621 12 0.0868 0.0746 0.0708 0.0601 0.0666 0.0593 0.0537 0.0466 0.0463 0.0530 0.0527 0.0496 0.0468 14 0.0669 0.0626 0.0538 0.0540 0.0463 0.0463 0.0493 0.0433 0.0331 0.0361 15 0.0621 0.0537 0.0460 0.0422	4	0.2463	0.2426	0.2390	0.2355	0.2320	0.2286	0.2252	0.2219	0.2187	0.2155
7 0.1386 0.1345 0.1305 0.1266 0.1228 0.1191 0.1156 0.1047 0.1010 0.0975 0.0940 0.0907 0.0874 9 0.1067 0.1025 0.0984 0.0945 0.0907 0.0870 0.0835 0.0801 0.0768 0.0784 10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0759 0.0724 0.0609 0.0658 0.0627 11 0.0865 0.0822 0.0781 0.0704 0.0668 0.0634 0.0601 0.0569 0.0540 12 0.0788 0.0746 0.0601 0.0661 0.0621 0.0578 0.0530 0.0497 0.0465 0.0430 14 0.0669 0.0626 0.0585 0.0547 0.0510 0.0467 0.0443 0.0413 0.0330 0.0331 16 0.0578 0.0538 0.0469 0.0463 0.0430 0.0343 0.0330 0.0333 0.0333 0.0333 0.0343 0.0353 0.0430	5	0.1960	0.1922	0.1884	0.1846	0.1810	0.1774	0.1739	0.1705	0.1671	0.1638
8 0.1207 0.1165 0.1125 0.1085 0.1047 0.1010 0.0975 0.0940 0.0970 0.0874 9 0.1067 0.1025 0.0984 0.0945 0.0907 0.0870 0.0835 0.0801 0.0768 0.0736 10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0795 0.0759 0.0724 0.0690 0.0658 0.0627 11 0.0865 0.0822 0.0788 0.0765 0.0666 0.0628 0.0593 0.0559 0.0467 0.0468 13 0.0724 0.0681 0.0661 0.0666 0.0555 0.0530 0.0447 0.0465 0.0438 14 0.0669 0.0621 0.0578 0.0538 0.0499 0.0463 0.0476 0.0443 0.0413 0.0330 0.0330 0.0351 16 0.0579 0.0537 0.0460 0.0422 0.0323 0.0359 0.0330 0.0330 0.0221 17 0.0543 0.0467 0.04	6	0.1625	0.1585	0.1546	0.1508	0.1470	0.1434	0.1398	0.1363	0.1329	0.1296
9 0.1067 0.1025 0.0984 0.0945 0.0907 0.0870 0.0835 0.0801 0.0768 0.0736 10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0795 0.0724 0.0690 0.0658 0.0627 11 0.0865 0.0822 0.0781 0.0741 0.0704 0.0668 0.0539 0.0527 0.0497 0.0468 12 0.0788 0.0640 0.0601 0.0565 0.0539 0.0527 0.0456 0.0498 14 0.0669 0.0626 0.0585 0.0547 0.0510 0.0476 0.0443 0.0413 0.0384 0.0381 15 0.0621 0.0578 0.0538 0.0499 0.0463 0.0390 0.0398 0.0368 0.0341 0.0315 16 0.0579 0.0537 0.0460 0.0422 0.0387 0.0324 0.0329 0.0330 0.0324 17 0.0543 0.0461 0.0427 0.0390 0.0355 0.0324 0.0	7	0.1386	0.1345	0.1305	0.1266	0.1228	0.1191	0.1156	0.1121	0.1087	0.1054
10 0.0956 0.0913 0.0872 0.0833 0.0795 0.0759 0.0724 0.0609 0.0658 0.0627 11 0.0865 0.0822 0.0781 0.0741 0.0704 0.0668 0.0634 0.0601 0.0569 0.0540 12 0.0788 0.0746 0.0601 0.0666 0.0628 0.0539 0.0559 0.0527 0.0497 0.0468 13 0.0724 0.0681 0.0601 0.0565 0.0530 0.0443 0.0413 0.0436 0.0438 14 0.06621 0.0578 0.0538 0.0499 0.0463 0.0430 0.0388 0.0361 0.0311 16 0.0579 0.0537 0.0466 0.0458 0.0423 0.0390 0.0359 0.0330 0.0330 0.0231 16 0.0579 0.0467 0.0427 0.0390 0.0357 0.0330 0.0320 0.0294 0.0267 0.0242 17 0.0436 0.0438 0.0330 0.0327 0	8	0.1207	0.1165	0.1125	0.1085	0.1047	0.1010	0.0975	0.0940	0.0907	0.0874
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	9	0.1067	0.1025	0.0984	0.0945	0.0907	0.0870	0.0835	0.0801	0.0768	0.0736
12 0.0788 0.0746 0.0765 0.0666 0.0628 0.0593 0.0559 0.0527 0.0497 0.0468 13 0.0724 0.0681 0.0640 0.0601 0.0565 0.0530 0.0497 0.0465 0.0436 0.0408 14 0.0669 0.0626 0.0585 0.0547 0.0510 0.0476 0.0443 0.0413 0.0384 0.0387 15 0.0621 0.0578 0.0538 0.0499 0.0463 0.0430 0.0398 0.0368 0.0341 0.0315 16 0.0579 0.0537 0.0460 0.0452 0.0327 0.0390 0.0359 0.0330 0.0330 0.0303 0.0303 17 0.0543 0.0500 0.0460 0.0422 0.0387 0.0354 0.0240 0.0267 0.0247 18 0.0510 0.0467 0.0427 0.0390 0.0355 0.0324 0.0296 0.0270 0.0247 19 0.0481 0.0482 0.0398 0.0355 0.0324 0.0240 0.0267 0.0217 0.0195 20 0.0454 0.0412 0.0372 0.0336 0.0302 0.0224 0.0241 0.0217 0.0155 21 0.0430 0.0388 0.0372 0.0320 0.0250 0.0223 0.0244 0.0199 0.0156 0.0156 22 0.0409 0.0366 0.0327 0.0226 0.0250 0.0223 0.0127 0.0164 0.0144 0.0144 <td< td=""><td>10</td><td>0.0956</td><td>0.0913</td><td>0.0872</td><td>0.0833</td><td>0.0795</td><td>0.0759</td><td>0.0724</td><td>0.0690</td><td>0.0658</td><td>0.0627</td></td<>	10	0.0956	0.0913	0.0872	0.0833	0.0795	0.0759	0.0724	0.0690	0.0658	0.0627
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	11	0.0865	0.0822	0.0781	0.0741	0.0704	0.0668	0.0634	0.0601	0.0569	0.0540
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	12	0.0788	0.0746	0.0705	0.0666	0.0628	0.0593	0.0559	0.0527	0.0497	0.0468
15 0.0621 0.0578 0.0538 0.0499 0.0463 0.0430 0.0398 0.0368 0.0341 0.0315 16 0.0579 0.0537 0.0496 0.0458 0.0423 0.0390 0.0359 0.0330 0.0303 0.0278 17 0.0543 0.0500 0.0460 0.0422 0.0387 0.0354 0.0294 0.0267 0.0242 0.0219 18 0.0510 0.0467 0.0427 0.0390 0.0355 0.0324 0.0267 0.0242 0.0219 19 0.0481 0.0438 0.0388 0.0361 0.0327 0.0296 0.0268 0.0241 0.0217 0.0195 20 0.0454 0.0412 0.0372 0.0336 0.0302 0.0272 0.0244 0.0219 0.0175 21 0.0430 0.0388 0.0349 0.0313 0.0280 0.0223 0.0198 0.0176 0.0156 22 0.0499 0.0366 0.0327 0.0292 0.0260 0.	13	0.0724	0.0681	0.0640	0.0601	0.0565	0.0530	0.0497	0.0465	0.0436	0.0408
16 0.0579 0.0537 0.0496 0.0458 0.0423 0.0390 0.0359 0.0330 0.0303 0.0278 17 0.0543 0.0500 0.0460 0.0422 0.0387 0.0354 0.0324 0.0296 0.0270 0.0247 18 0.0510 0.0467 0.0427 0.0390 0.0355 0.0324 0.0294 0.0267 0.0242 0.0219 19 0.0481 0.0438 0.0398 0.0361 0.0327 0.0296 0.0268 0.0241 0.0217 0.0195 20 0.0454 0.0412 0.0372 0.0336 0.0302 0.0272 0.0244 0.0219 0.0156 22 0.0409 0.0366 0.0327 0.0292 0.0260 0.0230 0.0204 0.0180 0.0159 0.0140 23 0.0389 0.0347 0.0389 0.0273 0.0241 0.0213 0.0187 0.0164 0.0146 0.0180 0.0180 0.0180 0.0180 0.0159 0.0180	14	0.0669	0.0626	0.0585	0.0547	0.0510	0.0476	0.0443	0.0413	0.0384	0.0357
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15	0.0621	0.0578	0.0538	0.0499	0.0463	0.0430	0.0398	0.0368	0.0341	0.0315
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	16	0.0579	0.0537	0.0496	0.0458	0.0423	0.0390	0.0359	0.0330	0.0303	0.0278
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	17	0.0543	0.0500	0.0460	0.0422	0.0387	0.0354	0.0324	0.0296	0.0270	0.0247
20 0.0454 0.0412 0.0372 0.0336 0.0302 0.0272 0.0244 0.0219 0.0195 0.0175 21 0.0430 0.0388 0.0349 0.0313 0.0280 0.0250 0.0223 0.0198 0.0176 0.0156 22 0.0409 0.0366 0.0327 0.0292 0.0260 0.0230 0.0204 0.0180 0.0159 0.0140 23 0.0389 0.0347 0.0308 0.0273 0.0241 0.0213 0.0187 0.0164 0.0144 0.0126 24 0.0371 0.0329 0.0290 0.0256 0.0225 0.0197 0.0150 0.0130 0.0113 25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.	18	0.0510	0.0467	0.0427	0.0390	0.0355	0.0324	0.0294	0.0267	0.0242	0.0219
21 0.0430 0.0388 0.0349 0.0313 0.0280 0.0250 0.0223 0.0198 0.0176 0.0156 22 0.0409 0.0366 0.0327 0.0292 0.0260 0.0230 0.0204 0.0180 0.0159 0.0140 23 0.0389 0.0347 0.0308 0.0273 0.0241 0.0213 0.0187 0.0164 0.0144 0.0126 24 0.0371 0.0329 0.0256 0.0225 0.0197 0.0172 0.0150 0.0130 0.0113 25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.	19	0.0481	0.0438	0.0398	0.0361	0.0327	0.0296	0.0268	0.0241	0.0217	0.0195
22 0.0409 0.0366 0.0327 0.0292 0.0260 0.0230 0.0204 0.0180 0.0159 0.0140 23 0.0389 0.0347 0.0308 0.0273 0.0241 0.0213 0.0187 0.0164 0.0144 0.0126 24 0.0371 0.0329 0.0290 0.0256 0.0225 0.0197 0.0172 0.0150 0.0130 0.0113 25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0206 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.	20	0.0454	0.0412	0.0372	0.0336	0.0302	0.0272	0.0244	0.0219	0.0195	0.0175
23 0.0389 0.0347 0.0308 0.0273 0.0241 0.0213 0.0187 0.0164 0.0144 0.0126 24 0.0371 0.0329 0.0290 0.0256 0.0225 0.0197 0.0172 0.0150 0.0130 0.0113 25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.	21	0.0430	0.0388	0.0349	0.0313	0.0280	0.0250	0.0223	0.0198	0.0176	0.0156
24 0.0371 0.0329 0.0290 0.0256 0.0225 0.0197 0.0172 0.0150 0.0130 0.0113 25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.	22	0.0409	0.0366	0.0327	0.0292	0.0260	0.0230	0.0204	0.0180	0.0159	0.0140
25 0.0354 0.0312 0.0274 0.0240 0.0210 0.0182 0.0158 0.0137 0.0118 0.0102 26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0267 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.	23	0.0389	0.0347	0.0308	0.0273	0.0241	0.0213	0.0187	0.0164	0.0144	0.0126
26 0.0339 0.0297 0.0259 0.0226 0.0196 0.0169 0.0146 0.0125 0.0107 0.0092 27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.	24	0.0371	0.0329	0.0290	0.0256	0.0225	0.0197	0.0172	0.0150	0.0130	0.0113
27 0.0324 0.0283 0.0246 0.0212 0.0183 0.0157 0.0134 0.0114 0.0097 0.0083 28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.	25	0.0354	0.0312	0.0274	0.0240	0.0210	0.0182	0.0158	0.0137	0.0118	0.0102
28 0.0311 0.0270 0.0233 0.0200 0.0171 0.0146 0.0124 0.0105 0.0089 0.0075 29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.	26	0.0339	0.0297	0.0259	0.0226	0.0196	0.0169	0.0146	0.0125	0.0107	0.0092
29 0.0299 0.0258 0.0221 0.0189 0.0160 0.0136 0.0114 0.0096 0.0081 0.0067 30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.	27	0.0324	0.0283	0.0246	0.0212	0.0183	0.0157	0.0134	0.0114	0.0097	0.0083
30 0.0287 0.0246 0.0210 0.0178 0.0151 0.0126 0.0106 0.0088 0.0073 0.0061 31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.	28	0.0311	0.0270	0.0233	0.0200	0.0171	0.0146	0.0124	0.0105	0.0089	0.0075
31 0.0277 0.0236 0.0200 0.0169 0.0141 0.0118 0.0098 0.0081 0.0067 0.0055 32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0037 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035	29	0.0299	0.0258	0.0221	0.0189	0.0160	0.0136	0.0114	0.0096	0.0081	0.0067
32 0.0267 0.0226 0.0190 0.0159 0.0133 0.0110 0.0091 0.0075 0.0061 0.0050 33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0037 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	30	0.0287	0.0246	0.0210	0.0178	0.0151	0.0126	0.0106	0.0088	0.0073	0.0061
33 0.0257 0.0217 0.0182 0.0151 0.0125 0.0103 0.0084 0.0069 0.0056 0.0045 34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0037 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	31	0.0277	0.0236	0.0200	0.0169	0.0141	0.0118	0.0098	0.0081	0.0067	0.0055
34 0.0248 0.0208 0.0173 0.0143 0.0118 0.0096 0.0078 0.0063 0.0051 0.0041 35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0030 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	32	0.0267	0.0226	0.0190	0.0159	0.0133	0.0110	0.0091	0.0075	0.0061	0.0050
35 0.0240 0.0200 0.0165 0.0136 0.0111 0.0090 0.0072 0.0058 0.0046 0.0037 36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0030 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	33	0.0257	0.0217	0.0182	0.0151	0.0125	0.0103	0.0084	0.0069	0.0056	0.0045
36 0.0232 0.0192 0.0158 0.0129 0.0104 0.0084 0.0067 0.0053 0.0042 0.0033 37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0030 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	34	0.0248	0.0208	0.0173	0.0143	0.0118	0.0096	0.0078	0.0063	0.0051	0.0041
37 0.0225 0.0185 0.0151 0.0122 0.0098 0.0079 0.0062 0.0049 0.0039 0.0030 38 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027	35	0.0240	0.0200	0.0165	0.0136	0.0111	0.0090	0.0072	0.0058	0.0046	0.0037
$38 \qquad 0.0218 0.0178 0.0145 0.0116 0.0093 0.0074 0.0058 0.0045 0.0035 0.0027$	36	0.0232	0.0192	0.0158	0.0129	0.0104	0.0084	0.0067	0.0053	0.0042	0.0033
	37	0.0225	0.0185	0.0151	0.0122	0.0098	0.0079	0.0062	0.0049	0.0039	0.0030
39 0.0211 0.0172 0.0138 0.0111 0.0088 0.0069 0.0054 0.0042 0.0032 0.0025	38	0.0218	0.0178	0.0145	0.0116	0.0093	0.0074	0.0058	0.0045		0.0027
	39	0.0211	0.0172	0.0138	0.0111	0.0088	0.0069	0.0054	0.0042	0.0032	0.0025

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
40	0.0205	0.0166	0.0133	0.0105	0.0083	0.0065	0.0050	0.0039	0.0030	0.0023
41	0.0199	0.0160	0.0127	0.0100	0.0078	0.0061	0.0047	0.0036	0.0027	0.0020
42	0.0193	0.0154	0.0122	0.0095	0.0074	0.0057	0.0043	0.0033	0.0025	0.0019
43	0.0187	0.0149	0.0117	0.0091	0.0070	0.0053	0.0040	0.0030	0.0023	0.0017
44	0.0182	0.0144	0.0112	0.0087	0.0066	0.0050	0.0038	0.0028	0.0021	0.0015
45	0.0177	0.0139	0.0108	0.0083	0.0063	0.0047	0.0035	0.0026	0.0019	0.0014
46	0.0172	0.0135	0.0104	0.0079	0.0059	0.0044	0.0033	0.0024	0.0017	0.0013
47	0.0168	0.0130	0.0100	0.0075	0.0056	0.0041	0.0030	0.0022	0.0016	0.0011
48	0.0163	0.0126	0.0096	0.0072	0.0053	0.0039	0.0028	0.0020	0.0015	0.0010
49	0.0159	0.0122	0.0092	0.0069	0.0050	0.0037	0.0026	0.0019	0.0013	0.0009
50	0.0155	0.0118	0.0089	0.0066	0.0048	0.0034	0.0025	0.0017	0.0012	0.0009
51	0.0151	0.0115	0.0085	0.0063	0.0045	0.0032	0.0023	0.0016	0.0011	0.0008
52	0.0148	0.0111	0.0082	0.0060	0.0043	0.0030	0.0021	0.0015	0.0010	0.0007
53	0.0144	0.0108	0.0079	0.0057	0.0041	0.0029	0.0020	0.0014	0.0009	0.0006
54	0.0141	0.0105	0.0076	0.0055	0.0039	0.0027	0.0019	0.0013	0.0009	0.0006
55	0.0137	0.0101	0.0073	0.0052	0.0037	0.0025	0.0017	0.0012	0.0008	0.0005
56	0.0134	0.0098	0.0071	0.0050	0.0035	0.0024	0.0016	0.0011	0.0007	0.0005
57	0.0131	0.0096	0.0068	0.0048	0.0033	0.0022	0.0015	0.0010	0.0007	0.0004
58	0.0128	0.0093	0.0066	0.0046	0.0031	0.0021	0.0014	0.0009	0.0006	0.0004
59	0.0125	0.0090	0.0064	0.0044	0.0030	0.0020	0.0013	0.0009	0.0006	0.0004
60	0.0122	0.0088	0.0061	0.0042	0.0028	0.0019	0.0012	0.0008	0.0005	0.0003
90	0.0069	0.0040	0.0023	0.0012	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000
100	0.0059	0.0032	0.0016	0.0008	0.0004	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
120	0.0043	0.0020	0.0009	0.0004	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
180	0.0020	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
240	0.0010	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
300	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
360	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
420	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
480	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000