Engenharia Econômica e Avaliação de Aluguéis

Luiz Droubi

2024-05-12

Table of contents

Prefácio

...

1 Introdução

Este livro...

1.1 Imóveis e Mercado Imobiliário

Segundo GRANELLE (1998; apud Lacerda and Abramo 2020), os imóveis são bens heterogêneos, *i.e.* ao mesmo tempo em que os imóveis se caracterizam por serem bens de consumo (bens de consumo durável, ou seja, bens que são consumidos ao longo de um período longo de tempo, como os automóveis), eles também podem ser vistos como bens de investimento, pois possuem a capacidade de produzir renda.

Como bem de investimento, os imóveis devem ser analisados à luz do mercado de bens, onde são comparados à outros tipos de bens e investimentos disponíveis na economia.

Como um bem de consumo, os imóveis devem ser vistos como um bem que tem uma série de características demandadas pelos consumidores, se desgasta, perde valor (deprecia), e tem uma vida útil limitada.

O mercado imobiliário é segmentado. Segundo Wheaton (1999), o MI urbano pode ser dividido, basicamente, em:

1. Mercado de imóveis residenciais;
2. Mercado de imóveis comerciais para escritórios;
3. Mercado de imóveis comerciais para o varejo (incluso shopping centers) e;
4. Mercado de imóveis industriais

Os imóveis residenciais, por exemplo, não pode ser analisado em conjunto com o mercado de imóveis comerciais. Os mercados residencial, comercial, industrial, etc. possuem diferentes ciclos. Segundo Wheaton (1999, 209–10), diferentes tipos de imóveis apresentam diferentes tipos de comportamento cíclico. Alguns tipos de imóveis apresentam movimentos de preços mais ligados à economia enquanto outros apresentam períodos de oscilação muito mais longos e apresentam quase nenhuma relação com oscilação da economia (Wheaton 1999, 209–10).

1.1.1 O imóvel visto como um investimento

Segundo Malpezzi and Wachter (2002), um imóvel é um ativo que rende um fluxo de serviços ao longo do tempo. O Quadro @ref(qua:Quadro-1) mostra a diferenciação entre os conceitos de Estoque e Fluxo, muito utilizados na Economia.

Table 1.1: Distinção entre Estoque e Fluxo. Fonte: Adaptada de Malpezzi and Wachter (2002).

Estoque	Fluxo
Riqueza	Renda
Dívida Pública	Déficit Público
Ação	Dividendo
Valor de um casa	Aluguel de uma casa

O quadro acima poderia ser facilmente expandido para incorporar outras formas de investimentos, como debêntures (que rendem coupons), ações (que rendem dividendos) e outros.

Na ótica do investidor, o imóvel é como um título de longo prazo. Racionalmente ou não, o comprador de um imóvel com fins de investimento espera que o imóvel comprado vá gerar um fluxo de aluguéis (constantes ou não) ao longo do tempo, de maneira que este fluxo de aluguéis compense o investimento inicial na compra do imóvel.

Segundo Malpezzi and Wachter (2002, 4), o valor presente V de um imóvel pode ser calculado conforme a equação @ref(eq:VPImovel), onde R_{B_t} é a renda bruta dos aluguéis, C_t é o custo recorrente com a manutenção do imóvel e i é a taxa de desconto.

$$V = \sum_{t=0}^{T} \frac{\mathbb{E}[R_{B_t} - C_t]}{(1+i)^t}$$

{#eq:VPImovel}

Diferentemente do que hoje ocorre com a maior parte dos investimentos capitalistas, em que o *payback* esperado gira em torno de 5 a 10 anos, o comprador de um imóvel espera que este gere um fluxo de renda ao longo de décadas.

Assim, a compra de um imóvel assemelha-se à compra dos títulos de renda fixa de maior *duration* disponíveis no mercado.

Ora, como se sabe, o valor de face destes títulos, ou seja, o valor do resgate destes títulos no vencimento, é dado. Porém, os títulos são negociados no mercado secundário a valor de mercado, sendo que os títulos de longo prazo são os mais sensíveis a variações nas taxas de juros. A saber, o preço destes títulos é inversamente proporcional às taxas de juros, ou seja, quanto menor as taxas, maior o valor presente descontado dos títulos, ou valor de mercado, e vice-versa (**?**). O mesmo acontece com os imóveis: quanto menor a taxa de juros utilizadas para descontar o fluxo de aluguéis líquidos futuros, maior será o valor de mercado do imóvel no momento da análise.

1.1.2 O imóvel visto como um bem de consumo

2 Matemática Financeira

Na sucinta definição de Machline (1966, 51), a Engenharia Econômica, ciência que trata da Análise de Investimentos, "é o estudo da taxa de retorno do capital investido.". Segundo Machline (1966), ainda, dada a vasta literatura disponível sobre o assunto, numerosos são os métodos disponíveis para calcular e comparar a rentabilidade dos investimentos. A matemática financeira, contudo, será necessária para aplicação de qualquer que seja o método da engenharia econômica escolhido.

O leitor já familiarizado com os temas da matemática financeira pode seguir diretamente para o capítulo Engenharia Econômica. Entendemos, no entanto, que mesmo o leitor mais capacitado se beneficiaria da leitura deste capítulo com fins de revisar os principais métodos e compreender melhor a nossa abordagem sobre o assunto.

2.1 Matemática Financeira

A matemática financeira contém as principais ferramentas necessárias para a realização de boas análises de investimentos. A matemática financeira é necessária para compreender a relação entre os diversos componentes de um fluxo de caixa como o da Figura 2.1.

Neste livro, procuraremos manter as coisas de forma simples. Porém, não entendemos que ao engenheiro analista de investimentos baste uma boa planilha eletrônica, com funções de matemática financeira pré-programadas. Assim, entendemos que são úteis ao engenheiro o entendimento de como as contas eram feitas antes das planilhas eletrônicas e das calculadoras financeiras, especialmente porque frequentemente vale mais uma conta aproximada que esteja correta e clara do que uma planilha eletrônica com muitas células, com um fluxo de caixa bem longo e complexo e… com um pequeno erro de programação, que invalida todos os resultados obtidos com ela. O engenheiro que se esforçar para aprender como as análises de investimento eram feitas no tempo das tábuas, certamente irá adquirir um bom senso, uma ordem de grandeza nas coisas que lhe permitirão, posteriormente, verificar os resultados de uma planilha de cálculo extensa para garantir que ela esteja correta.

2.1.1 Juros simples e juros compostos

O conhecimento mais básico da matemática financeira é a análise de descontos simples, ou seja, dos descontos efetuados com taxas de juros simples. Na prática, os descontos simples são utilizados no Brasil para o cômputo de dos boletos bancários que são emitidos com descontos para pagamento até uma determinada data.

Por exemplo, se um boleto com valor de R$ 1.000,00 é emitido para pagamento com desconto de 10% até o dia 05 de um determinado mês, o valor do desconto será de $10\% \times 1.000 =$ R$ $100,00$.

Além dos descontos, nos boletos bancários estão inclusos multa e juros para o pagamento por atraso. Por exemplo, caso o mesmo boleto acima não seja pago até a data do seu vencimento, poderá ser cobrado multa de 2%, além de juros de 1% a.m., proporcionais ao tempo de atraso. A multa pelo não pagamento até o vencimento, portanto, no caso do boleto de R$ 1.000,00, será de R$ 20,00. Se o pagador atrasar um dia, os juros serão de 1%/30 = 0,0333%, ou seja, R$ 0,33. Caso o pagador atrase por mais dias, basta multiplicar este valor pelo número de dias em atraso. Por exemplo, para 10 dias de atraso, os juros serão de R$ 3,33. Isto porque os juros aplicados sobre o pagamento com atraso dos boletos são juros simples. Matematicamente, os juros simples podem ser calculados de acordo com a Equação 2.1:

$$J = C.i.t \tag{2.1}$$

No caso exemplificado, para um atraso de 10 dias, com juros de 1% a.m.:

$$J = C.i.t = 1000.\frac{1,0\%}{30}.10 = 3,33$$

Para os juros compostos, contudo, as coisas mudam de figura, pois os juros compostos incidem sobre os juros do período anterior, de forma que:

$$M = C.(1+i)^t \tag{2.2}$$

Os juros compostos são mais comuns na análise de investimentos. Seja o caso, por exemplo, de computar o juro que rende uma caderneta de poupança (que remunera a uma taxa de 0,50% a.m.), durante 3 períodos, com saldo inicial de R$ 1.000,00: no primeiro mês, a caderneta irá gerar R$ 5,00 de juros. No segundo mês, a caderneta irá gerar 0,5% de retorno, assim como no primeiro mês. Porém, o saldo sobre o qual este retorno irá incidir é o saldo ao final do primeiro mês, isto é, R$ 1.005,00. Portanto, no segundo mês, a caderneta de poupança irá render R$ 5,025, e o saldo ao final do segundo mês, assim, será de R$ 1.010,025. No terceiro mês, por fim, o rendimento será de R$ 5,05 e o saldo ao final do terceiro mês será de R$ 1.015,075.

O saldo final do terceiro mês pode ser obtido diretamente através da equação 2.2:

$$M = 1000.(1+0,5\%)^3 = 1.015,075$$

Para curtos períodos e baixas taxas de juros, como as do exemplo, não faz muita diferença o cálculo com juros compostos ou simples. Com juros simples, o saldo final obtido para o terceiro período seria de R$ 1.015,00, uma diferença de apenas 7 centavos.

No entanto, para um prazo maior, por exemplo, de 60 meses, o saldo final da caderneta de poupança com aplicação inicial de R$ 1.000,00 será de R$ 1.348,85. Se o saldo da caderneta de poupança fosse calculado com juros simples este saldo após 60 meses seria de, apenas, R$ 1.300,00, uma diferença significativa em relação ao valor real, calculado com juros compostos.

Assim como é possível obter o montante M através de um Capital C e uma taxa de juros, também é possível saber qual o capital necessário para obter, após alguns períodos, um determinado montante, a uma taxa de juros fixa.

Suponha que um investidor tenha que honrar uma parcela com vencimento num prazo de 6 meses, de valor igual a R$ 20.000,00. Ele pretende alocar o seu capital em investimentos de mais longo prazo, mas ele precisa reservar um valor numa aplicação de mais curto prazo, que ele possa sacar daqui a 6 meses, para pagar a parcela devida. Suponha que o investidor pretenda deixar apenas o recurso necessário para o pagamento desta parcela na caderneta de poupança, qual o valor do capital que ele precisa alocar na data de hoje, para que ele tenha exatamente R$ 20.000,00 daqui a seis meses? Para isto, ele pode utilizar a Equação 2.3:

$$C = M.\frac{1}{(1+i)^t} \tag{2.3}$$

O termo $\frac{1}{(1+i)^t}$ é denominado **Fator de Atualização do Capital** (FAC), que pode ser tabelado para diversos períodos e valores de taxas de desconto (ver [Anexo I]).

Portanto, para o investidor honrar a parcela daqui a seis meses, ele precisará alocar na caderneta de poupança, hoje:

$$C = 20.000,00.\text{FAC}(0,5\%,6) = 20.000,00 \times 0,9705 = \text{R\$ } 19.410,00$$

2.1.2 Séries de pagamentos

Para facilitar a compreensão das análises de investimentos que iremos desenvolver na seção Análise de Investimentos, assim como para as avaliações de aluguéis que do capítulo [Avaliação de Aluguéis], faz-se necessário conhecer os métodos utilizados para a análise de séries de pagamentos fixos, uma simplificação aceita muito utilizada tanto na engenharia econômica e na engenharia de avaliações.

Primeiramente, seja o caso de calcular o valor de uma prestação para pagamento de um empréstimo, a ser amortizado em parcelas fixas. Se o valor emprestado é de R$ 400.000,00 e a taxa de juros é de 3% a.m., para pagamento em 12 prestações, como obter o valor da prestação?

O problema que se apresenta pode ser escrito matematicamente da seguinte forma:

$$C = \frac{P_1}{1+i} + \frac{P_2}{(1+i)^2} + \frac{P_3}{(1+i)^3} + \cdots + \frac{P_t}{(1+i)^t} \tag{2.4}$$

Como adimitimos que as prestações $P_1, P_2, \ldots, P_t$ serão iguais, o lado direito da equação 2.4 torna-se (Machline 1966, 81):

$$P = C\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1} \tag{2.5}$$

O termo $\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t-1}$ é conhecido como **Fator de Recuperação do Capital** (FRC), ou **Fator de Amortização**. É um termo que, multiplicado pelo valor atual de um empréstimo (ou de um investimento), representa o valor da prestação fixa que irá trazer o capital de volta, para uma determinada taxa de juros e número de períodos pré-estabelecidos[1]. O FRC pode ser facilmente tabelado (ver [Anexo II]).

No exemplo, para uma taxa de juros é de 3% a.m. e 12 períodos, o Fator de Recuperação do Capital será igual a:

$$\text{FRC} = \frac{3\%(1+3\%)^{12}}{(1+3\%)^{12} - 1} = 0,1005$$

O valor da prestação será, portanto:

$$P = C.\text{FRC}(3\%, 12) = 400.000 \times 0,1005 = \text{R\$ } 40.200,00$$

O Fluxo de Caixa final do empréstimo pode ser visto na Figura 2.1:

[1]O fator de amortização, ou fator de recuperação do capital é utilizado no conhecido Sistema *Price* de Amortização, ou Sistema Francês de Amortização (Tabela *Price*).

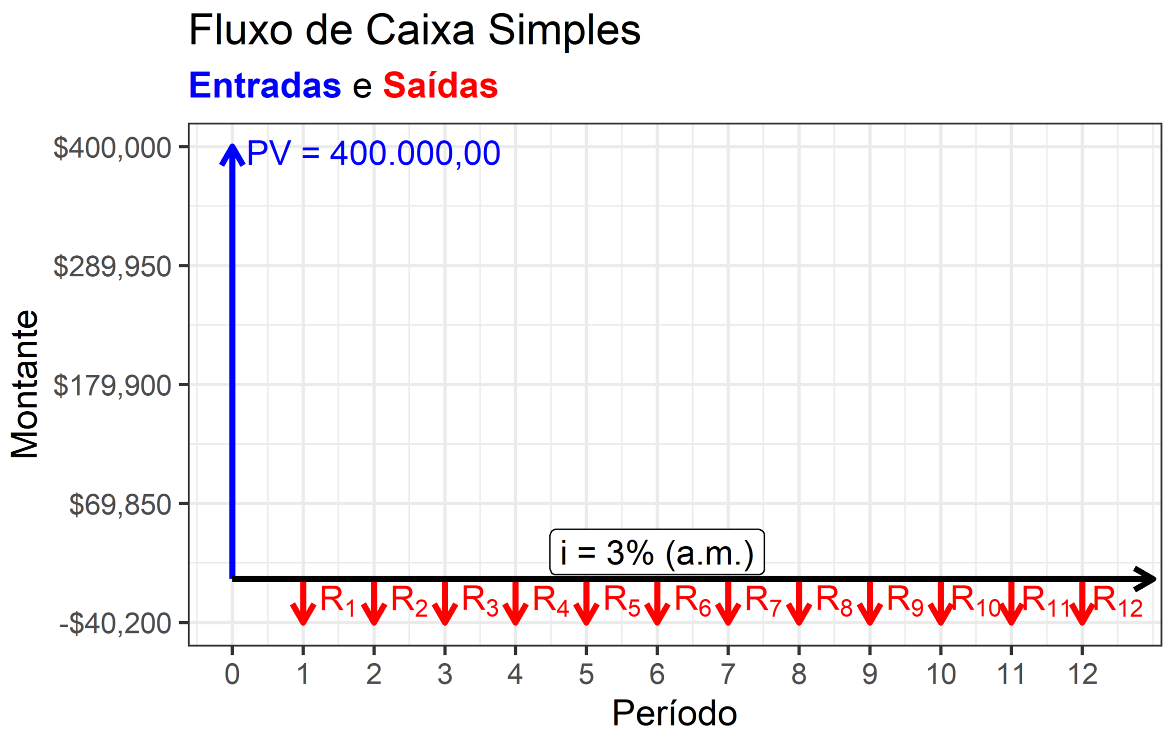

Figure 2.1: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos constantes.

Assim como é possível calcular o valor de uma prestação à partir de um capital, dada uma taxa de juros e um número de períodos, é possível fazer o inverso, ou seja, à partir do valor da prestação, da taxa de juros e do número de períodos, calcular o capital atual.

Por exemplo, imagine que um cidadão com renda mensal de R$ 10.000,00, ao consultar um banco para pleitear um financiamento para a aquisição da sua casa própria no valor de R$ 500.000,00 pelo sistema *price* de amortização, queira saber o valor da entrada necessária, dado que apenas 30% da sua renda pode ser comprometida para o pagamento do empréstimo. Para isto, basta aplicar a equação 2.6, que traz para o valor presente uma série de pagamentos constantes a uma taxa de juros i e um número de períodos t:

$$C = P\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} \tag{2.6}$$

O termo $\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t}$ é conhecido como **Fator de Valor Presente**. É um termo que, multiplicado pelo valor de uma prestação fixa que se prolonga por um número t de períodos, a uma dada taxa de juros i, irá representar o valor presente desta série de prestações.

No exemplo, se a taxa de juros é de 10% a.a. e o cidadão pretende financiar o imóvel em 360 meses, então:

$$\text{FVP} = \frac{(1+0,80\%)^{360}-1}{0,80\%(1+0,80\%)^{360}} = 117,90$$

Assim, uma série de pagamentos de 360 parcelas fixas de R\$ 3.000,00 terá valor presente igual a:

$$C = P.\text{FVP}(0,80\%,360) = 3.000 \times 117,90 = \text{R\$ } 353.700,00$$

Como o preço atual da casa é de R\$ 500.000,00, o cidadão terá que desembolsar à vista o valor de R\$ 146.300,00 para a aquisição da casa.

Os valores de FRC e FVP podem ser tabelados para diferentes taxas de juros e números de períodos, como podem ser vistas no [ANEXO I]. Estas tabelas facilitam o cálculo das prestações e capitais atuais.

2.1.3 Fundo de Amortização

Fundo de Amortização ou Montante de uma série de prestações, é o valor total futuro (ou montante) que uma série de prestações produz, ao final do período, na vigência de uma determinada taxa de juros.

Para pagamentos realizados sempre no final de cada período, o montante pode ser calculado assim (notar que a última prestação não produz juros, porque é feita no final do período):

$$M = P_1(1+i)^{n-1} + P_2(1+i)^{n-2} + ... + P_{n-2}(1+i)^2 + P_{n-1}(1+i) + P_n$$

Se o valor das prestações $P_1, P_2, \ldots, P_n$ são todos iguais a P, então:

$$M = P\frac{(1+i)^t-1}{i} \tag{2.7}$$

O termo $\frac{(1+i)^t-1}{i}$ é denominado **Fator de Acumulação Composta** (FAcC). Seja o caso de saber qual o valor da prestação para que o mutuário consiga juntar R\$ 146.300,00 (valor da entrada) ao aplicar mensalmente esta prestação em uma aplicação que rende 12% a.a. durante 2 anos? Para obter esta resposta, basta aplicar a Equação 2.7:

$$146.300 = P.\text{FAcC}(0,95\%,24)$$
$$P = \frac{146.300}{26,815} = \text{R\$ } 5.455,90$$

Fixada a taxa de juros e o valor da prestação, pode-se proceder de maneira a encontrar o número de períodos em que pode-se juntar um determinado montante. Para isto, basta

$$P = M\frac{i}{(1+i)^t - 1} \tag{2.8}$$

O termo $\frac{i}{(1+i)^t-1}$ é denominado **Fator de Fundo de Amortização** (FFA). Por exemplo, se o mutuário apenas consegue juntar R$ 3.000,00 ao mês, com a taxa de juros de 12% a.a., tem-se, de acordo com a Equação 2.8:

$$3.000 = 146.300.\mathrm{FVP}(0,95\%, t) \Rightarrow \mathrm{FFA}(0,95\%, t) = 0,0205$$

Pesquisando na tábua do FFA [ANEXO I], encontra-se que o mutuário teria que juntar R$ 3.000,00 durante $t = 41$ meses para obter o montante necessário para dar a entrada necessária no imóvel.

Poupando para a aposentadoria

Imagine que um jovem de 20 anos de idade esteja iniciando sua carreira na área de Engenharia e pretenda, desde muito cedo, planejar a sua aposentadoria. Ele abre então uma caderneta de poupança onde pretende depositar mensalmente a quantia fixa de R$ 500,00. Caso o engenheiro seja fiel à sua estratégia, com 65 anos, qual o montante que o engenheiro acumulará na caderneta de poupança ao longo da sua vida laboral? Desconsidere os efeitos da inflação.

$$\begin{aligned}
M &= P\frac{(1+i)^t - 1}{i} \\
M &= 500.\mathrm{FAcC}(0,5\%, 45 \times 12) = 500.\mathrm{FAcC}(0,5\%, 540) \\
M &= 500 \times 2.756 \\
M &= \text{R\$ } 1.378.000
\end{aligned}$$

Suponha agora o jovem pretenda ter uma renda de R$ 10.000,00/mensais depois que se aposentar. Por quanto tempo o engenheiro poderá usufruir desta renda mensal com o montante acumulado? Lembrar que o saldo continua rendendo juros, mesmo com as retiradas mensais, porém sobre um valor cada vez menor.

$$\begin{gathered}
C = P\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} \\
1.378.000 = 10.000,00.\mathrm{FVP}(0,5\%, n) \\
\mathrm{FVP}(0,5\%, n) = 137,80 \Leftrightarrow n = 234
\end{gathered}$$

É interessante observar o efeitos dos juros compostos. No período de acumulação, se não houvesse incidência de juros, o montante acumulado seria de, apenas, R$ 270.000,00.

(500 × 540). Os juros compostos é que foram responsáveis, durante todo o período, em levar o capital que seria de R$ 270.000,00 para R$ 1.378.000,00.
Já no período de utilização do capital acumulado, ou seja, durante a aposentadoria, se não existisse a incidência de juros sobre o saldo remanescente, o capital seria suficiente para remunerar o aposentado por apenas 137 meses. Como os juros incidem sobre o saldo remanescente em cada período, o capital remunera o aposentado à quantia desejada por 234 meses.

2.1.4 Séries Gradientes Uniformes

As séries gradientes uniformes são séries cujos valores das prestações variam no tempo de acordo com uma regra, como a progressão aritmética (PA) ou a progressão geométrica (PG). As séries gradientes podem ser crescentes ou decrescentes *i.e.* elas podem ter prestações que aumentam com o tempo, ou que diminuem com o tempo.

2.1.4.1 Séries Gradientes em PA

Como dito anteriormente, as séries gradientes em PA podem ser crescentes ou decrescentes. Não é usual no mundo financeiro que financiamentos sejam feitos à prestações crescentes. Em geral, quando as prestações de um financiamento não são iguais, elas são decrescentes. Porém, pode-se imaginar prestações crescentes quando se leva em conta uma amorti

2.1.4.1.1 Séries Crescentes em PA

O tratamento das séries gradientes uniformes crescentes em PA são tratadas de acordo com a Equação 2.9.

$$PV = \frac{1}{i(1+i)^t}\left[A[(i+1)^t - 1] + G\left(\frac{(1+i)^t - 1}{i} - t\right)\right] \tag{2.9}$$

Em que A é a renda-base e G é o gradiente da série.

É usual que os pagamentos da séria sejam divididos em dois componentes, um básico e constante igual a A e outro aritmeticamente crescente, com razão G.

A parte do PV correspondente à renda-base é calculada conforme a Equação 2.10

$$\frac{P}{A} = \frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} = \mathrm{FVP}(i\%, t) \tag{2.10}$$

E a parte do PV correspondente ao gradiente é calculada conforme a Equação 2.11

$$\frac{P}{G} = \frac{(1+i)^t - i.n - 1}{i^2(1+i)^t} \tag{2.11}$$

Para melhor compreender, vamos utilizar um exemplo: imagine que você precisa de um financiamento de R$ 90.000,00 para iniciar a sua atividade empresarial. Você procura uma instituição financeira que lhe possibilite o pagamento deste empréstimo em 10 parcelas anuais. Quando você chega à instituição, no entanto, o gerente PJ da instituição argumenta que, como você ainda irá começar as suas atividades de negócios, você precisa de um alívio inicial, então ele lhe propõe um financiamento com 2 anos de carência, *i.e.*, dois anos para começar a pagar o empréstimo, em parcelas anuais. Além da carência de dois anos, a instituição financeira ainda te oferece uma condição especial para facilitar o pagamento das primeiras parcelas: você pode começar a pagar o empréstimo depois de 2 anos em 9 prestações crescentes com o tempo. Como você tem dúvidas a respeito de quanto tempo o seu negócio irá demorar a engrenar, você está inclinado a aceitar esta condição, ou seja, aceitar que as prestações aumentem com o tempo, pois você terá prestações mais baixas a honras durante os primeiros anos. Considerando que a taxa de juros do financiamento é de 5,80% a.a., calcule o valor das prestações do financiamento. Calcule também o valor da prestação constante equivalente, ou seja, o valor da prestação caso o empréstimo fosse ser pago sem carência e em prestações iguais, como de costume.

O cálculo do valor das prestações pode ser feito com as equações 2.10 e 2.11. Considerando-se que não haverá o pagamento da primeira prestação do empréstimo, que depois terá prestações crescentes, então $A = 0$. O valor de G é o que queremos calcular. Para isto, precisamos apenas da Equação 2.11:

$$\begin{aligned}
\frac{P}{G} &= \frac{(1+5,80\%)^{10} - 5,80\%.10 - 1}{5,80\%^2(1+5,80\%)^{10}} \\
\frac{90.000,00}{G} &= \frac{0,17734}{0,00591} \\
\frac{90.000,00}{G} &= 30 \Rightarrow G = 3.000,00
\end{aligned}$$

Temos portanto que as prestações irão crescer a uma razão de R$ 3.000,00 por ano, à partir do ano 2.

O fluxo de caixa deste financiamento pode ser visto na Figura Figura 2.2

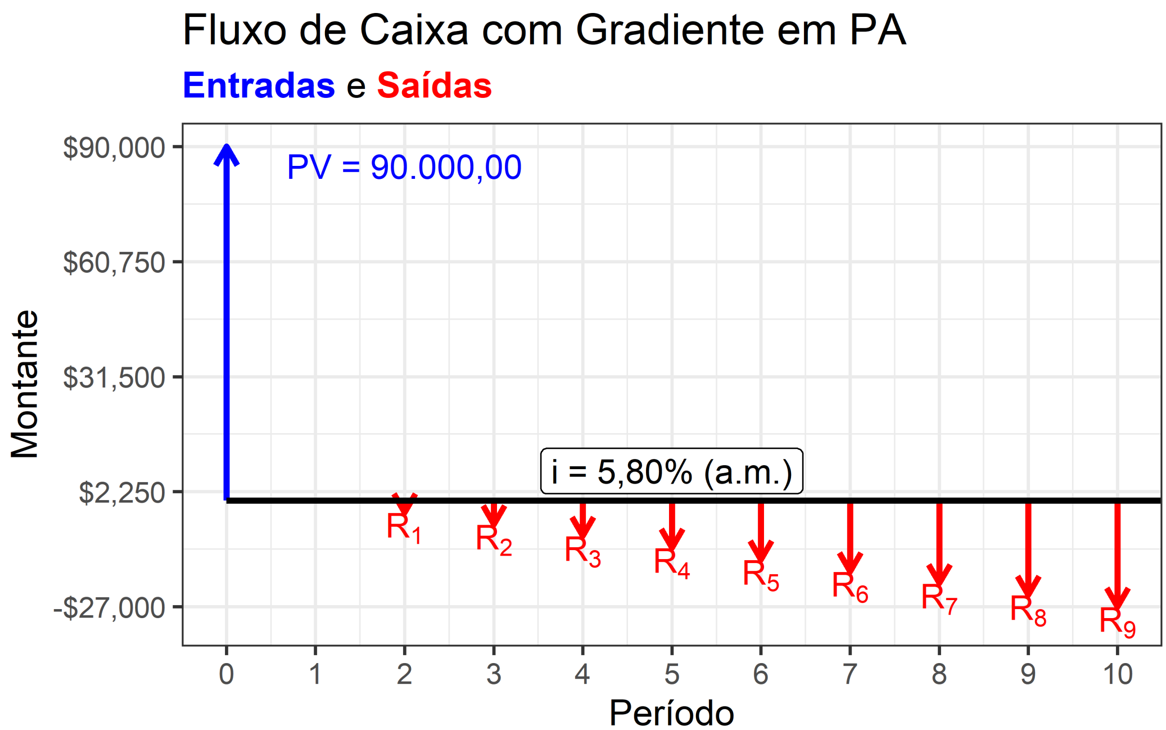

Figure 2.2: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos crescentes em PA.

Os valores de R_1 à R_9 serão iguais a $1G, 2G, 3G, \ldots, 9G$, ou seja, $3.000, 6.000, 9.000, \ldots, 27.000$. O valor da prestação equivalente uniforme pode ser calculado de acordo com a Equação 2.12:

$$P_{equivalente} = G.\left(\frac{1}{i} - \frac{t}{(1+i)^t - 1}\right) \tag{2.12}$$

O termo $\left(\frac{1}{i} - \frac{t}{(1+i)^t-1}\right)$ é chamado de fator de série gradiente uniforme (GUS) e pode ser tabelado. Para o exemplo:

$$\text{GUS}(5,80\%,10) = \left(\frac{1}{5,80\%} - \frac{10}{(1+5,80\%)^{10} - 1}\right) = 4,037$$
$$P_{equivalente} = 3.000,00.\text{GUS}(5,80\%,10)$$
$$P_{equivalente} = 3.000 \times 4,037$$
$$P_{equivalente} = 12.112,00$$

Em suma, o empresário teria que começar a pagar o empréstimo depois de apenas 1 ano, com valor de R$ 12.112,00 anuais. Porém, as prestações crescentes no tempo lhe permitem um bom alívio durantes os anos de estruturação do seu negócio.

2.1.4.1.2 Séries Decrescentes em PA

As séries gradientes decrescentes em PA podem ter um tratamento mais fácil do que as séries de pagamentos crescentes em situações particulares. Inicialmente, é preciso esclarecer que as séries gradientes decrescentes em PA podem ser tratadas com a Equação 2.9 apenas fazendo uso de um valor negativo de G. Porém, é mais comum tratarmos as séries gradientes uniformes decrescentes de acordo com a Equação 2.13, que é válida quando a última prestação tem valor G e as outras prestações são um múltiplo deste último pagamento:

$$PV = \frac{G}{i(1+i)^t}\left[t(1+i)^t - \left(\frac{(1+i)^t - 1}{i}\right)\right] \tag{2.13}$$

É importante observar que, assim, a série gradiente decrescente depende apenas de G e não depende de uma renda-base A, como a série gradiente uniforme crescente.

As séries gradientes uniformes decrescentes são muito utilizadas nas finanças pois podem ser usadas para o cômputo de prestações decrescentes no tempo, como no caso dos financiamentos habitacionais realizados através do sistema de amortizações constantes (SAC).

Exemplo do Cálculo de tabela SAC com séries gradientes uniformes

Uma família, buscando realizar o sonho da casa própria, pretende comprar uma casa com valor de R$ 500.000,00. Com muito suor, eles conseguiram poupar R$ 100.000,00 (20%) para a entrada, exigida pela instituição financeira. Eles pretendem financiar os R$ 400.000,00 restantes em 360 meses. A taxa de juros divulgada pela instituição é de 12% a.a., válida para financimentos contratados pelo sistema de amortizações constantes (SAC), em que a primeira parcela é mais alta e depois decresce linearmente com o tempo. Neste tipo de financiamento, o mutário paga um valor fixo (a amortização constante, que dá nome ao sistema), que é igual ao valor financiado dividido pelo prazo do financiamento (no caso, $400.000,00/360 =$ R$ $1.111,11$), mais uma prestação variável no tempo, que incide sobre o saldo devedor de cada período. Calcule o valor da última e da primeira prestação. Calcule o valor presente dos juros pagos ao longo do contrato. Calcule o valor da prestação uniforme equivalente, ou seja, o valor da prestação que teria lugar caso as parcelas fossem constantes.
A última prestação, por definição, será igual a R$ 1.111,11, valor da amortização mensal, que estará presente em todas as parcelas do financiamento, mais o juro correspondente ao financiamento destes R$ 1.111,11 por 1 período (o período que vai do final do penúltimo mês do financiamento, até o último dia do último mês do financiamento), ou seja,

$1.111,11.(1+12\%)^{1/12} = $ R\$ $10,54$. Assim, a última prestação terá valor igual a R\$ 1.121,65 $(1.111,11+10,54)$.
O valor da última prestação, como estamos no SAC, é igual a $1.111,11+360.10,54 = 1.111,11+3.795,52 = 4.906,63$.
O valor presente dos juros pagos ao longo do contrato é calculado de acordo com a Equação 2.13, com $G = 10,54$, $i = (1+12\%)^{1/12} = 0,95\%$ a.m., e $t = 360$:

$$PV = \frac{10,54}{0,95\%(1+0,95\%)^{360}}\left[360(1+0,95\%)^{360} - \left(\frac{(1+0,95\%)^{360}-1}{0,95\%}\right)\right]$$
$$PV = 36,88(10.828,76 - 3.061,04)$$
$$PV = 286.473,50$$

Assim como no exemplo anterior, pode-se calcular a prestação uniforme equivalente referente aos juros pagos ao longo do contrato. No entanto, como temos o valor presente dos juros, basta utilizar a Equação 2.5 para calcular, baseado na taxa de juros e no número de prestações, o valor da prestação:

$$\text{FRC}(0,95\%, 360) = 0,0098$$
$$P_{equivalente} = C.\text{FRC}(0,95\%, 360)$$
$$P_{equivalente} = 286.473,50 \times 0,0098$$
$$P_{equivalente} = 2.815,08$$

A prestação pelo sistema Price, portanto, seria igual a R\$ 3.926,19 $(2.815.08+1.111,11)$.
É fácil mostrar que o valor presente desta prestação fixa é igual ao valor financiado:

$$C = P.\text{FVP}(i\%, t)$$
$$C = 3.926,19.\text{FVP}(0,95\%, 360)$$
$$C = 3.926,19 \times 101,764$$
$$C \approx 400.000,00$$

2.1.4.2 Séries Gradientes Uniformes em PG

As séries gradientes uniformes em PG são séries cuja regra de crescimento é feita por um fator multiplicativo (g) e não aditivo, como nas séries em PA. O valor presente de uma série gradiente com primeiro pagamento A_1 e crescimento (ou decrescimento) a uma taxa constante g pode ser calculado de acordo com a equação Equação 2.14:

$$PV = \frac{A_1}{(1+i)^t}\left[\frac{g^t-(1+i)^t}{g-(1+i)}\right] \tag{2.14}$$

O Diagrama de um Fluxo de Caixa de uma série de pagamentos com crescimento em PG tem a forma da Figura 2.3

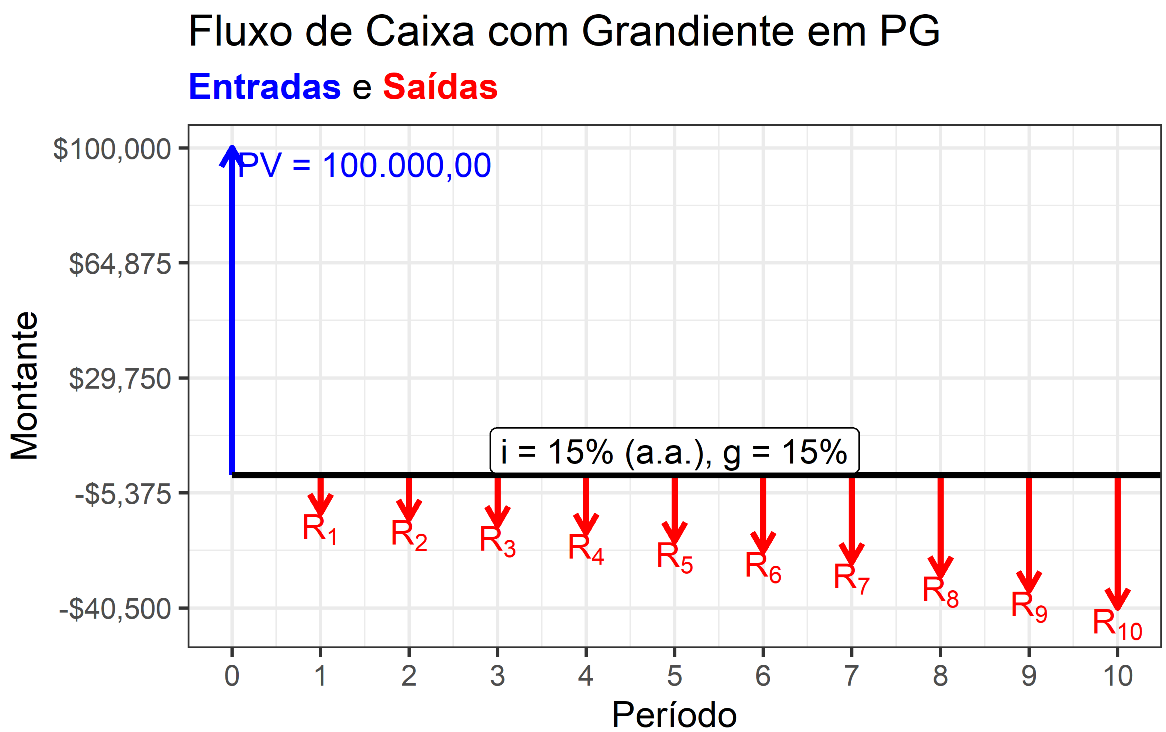

Figure 2.3: Fluxo de Caixa de um empréstimo com pagamentos crescentes em PG.

Em que as prestações $R_1, R_2, R_3, \ldots, R_t$ assumirão valores $A_1, A_1(1+g), A_1(1+g)^2, \ldots, A_1(1+g)^{t-1}$.

Existem na literatura dois fatores que tornam o tratamento destes tipos de séries mais agradável. O primeiro, que é aplicável quando o valor da taxa i é diferente do valor da taxa de crescimento g, que é equivalente à Equação 2.14:

$$PV = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right] \tag{2.15}$$

E o segundo, que é aplicável nos casos em que $g = i$:

$$PV = \frac{nA_1}{1+i} \tag{2.16}$$

É fácil veriicar que, quando t aumenta, se $g < i$, então o termo $[(1+g)/(1+i)]^t$ tende a zero e a Equação 2.17 torna-se:

$$PV = A_1 \left[\frac{1-0}{i-g}\right] = \frac{A_1}{i-g} \qquad \text{se } i > g \text{ e t é grande} \tag{2.17}$$

A taxa obtida através da subtração de g de i é chamada de taxa de capitalização (c).

Exemplo do utilização de séries gradientes uniformes em PG

Um industrial procura um empréstimo para adquirir um novo equipamento para a sua indústria já consolidada. O novo equipamento irá subsituir um equipamento ainda em produção, porém já obsoleto. Assim, o seu faturamento líquido com os produtos produzidos com este equipamento tenderá a se manter constante, com valor igual a R$ 300.000,00/ano. Porém, o seu custo de manutenção tende a diminuir com o novo equipamento, o que garante o retorno do seu investimento. O problema é que o novo equipamento custa R$ 1.200.000,00 e o empresário não dispõe deste montante para realizar o investimento. Então o empresário procura um banco de desenvolvimento e mostra toda a viabilidade do seu investimento na troca do equipamento em produção. O gerento do banco, então, lhe apresenta a seguinte proposta: uma linha de financiamento de 5 anos, em que no final de cada ano você irá pagar um quinto do principal $(1.200.000,00/5 = 240.000)$ mais uma taxa de juros referente a este valor amortizado em cada período. Em outras palavras, em cada anuidade, você irá quitar 1/5 do valor emprestado, mais os juros referentes a este 1/5 de capital quitado calculado para aquele período. As taxas de juros são de 4,2% a.a. Calcule o valor das prestações do primeiro ao quinto ano e verifique se, apenas o faturamento líquido obtido com o próprio equipamento, o empresário é capaz de honrar com as prestações.

Como as prestações irão crescer apenas na magnitude dos juros cobrados, então o valor da primeira parcela pode ser calculado de acordo com a Equação 2.16:

$$\begin{aligned} 1.200.000 &= \frac{5A_1}{1+4,2\%} \\ A_1 &= \frac{1.200.000 \times 1,042}{5} \\ A_1 &= 250.080,00 \end{aligned}$$

O valor das parcelas A_2 à A_5 serão calculadas de acordo com um fator de crescimento $g = 4,2\%$:

$$A_2 = 250.080 \times (1 + 4,2\%) = 260.583,36$$
$$A_3 = 250.080 \times (1 + 4,2\%)^2 = 271.527,86$$
$$A_4 = 250.080 \times (1 + 4,2\%)^3 = 282.932,03$$
$$A_5 = 250.080 \times (1 + 4,2\%)^4 = 294.815,18$$

Com o faturamento líquido atual de R$ 300.000,00/ano o empresário já seria capaz de honrar as prestações apenas com faturamento oriundo do funcionamento do próprio equipamento. Como o empresário deverá ainda ter um menor custo de manutenção com o equipamento, o seu faturamento líquido com ele deverá ainda aumentar, por conta dos menores custos de manutenção.

O exemplo acima ilustra bem como seria vantajoso optar por um empréstimo com pagamentos em séries gradientes uniformes em PG com $i = g$, visando substituir um equipamento existente por um outro novo, com menores custos de manutenção. Não há desequilíbrios de caixa, pois o próprio faturamento é capaz de pagar pelas prestações do financiamento.

Um segundo tipo de problema é o que decorre de uma ampliação, ou da compra de um segundo equipamento, que terá o efeito de ampliar a produção. Com a compra do novo equipamento, idêntico a um já existente, seria possível dobrar a produção. A demanda, porém, pode não ser suficiente para absorver toda a produção de imediato. O segundo exemplo, portanto, irá considerar que há um crescimento gradual da demanda, e por isso o ideal é que as condições de pagamento do financiamento sejam adequadas a este cenário.

Séries gradientes uniformes em PG: quando utilizar $g \neq i$

Um empresário pretende ampliar a sua produção atual com a aquisição de um novo equipamento. No entanto, o empresário entende que o aumento da sua produção deverá acompanhar o aumento da sua demanda anual, que ele estima em 15% a.a. Dado que com o equipamento atual ele fatura líquidos R$ 500.000,00/ano, ele entende que com os dois equipamentos em produção ele poderá vir a faturar até R$ 1.000.000,00/ano, o que deverá ocorrer num prazo de 5 anos ($500.000(1 + 15\%)^5 \approx 1.000.000$). Ele precisa, contudo, de um empréstimos com prestações iniciais mais baixas, porque o faturamento projetado com o novo equipamento nos anos 1 a 5 após a sua aquisição serão: 75.000,00; 161.250,00; 260.437,50; 374.503,13; 500.000,00. Ao procurar um banco de desenvolvimento, ele se deparou com a seguinte oportunidade de financiamento: taxas de juros de 4,2% a.a., com pagamento em 5 anos, com flexibilidade nas parcelas (o empresário escolhe como quer pagar, desde que quite o financiamento num prazo de 5 anos). Dado que o novo equipamento tem custo de aquisição de R$ 1.000.000,00, como o empresário poderia pagar por este financiamento, de maneira a utilizar apenas o faturamento líquido adicional projetado devido à aquisição da nova máquina? Calcular o valor de todas as parcelas e compará-las com o faturamento adicional líquido.
O empresário pode utilizar a Equação 2.17 para buscar um valor de g que lhe possibilite

encontrar uma valor da prestação inicial A_1 que seja igual ou inferior ao faturamento líquido adicional do primeiro ano, ou seja, R$ 75.000,00

$$PV = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right]$$

$$1.000.000,00 = 75.000,00 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+4,20\%}\right)^t}{4,20\% - g} \right]$$

$$g \approx 60\%$$

Portanto, caso o empresário adote uma parcela inicial de R$ 75.000,00, ele terá que arcar com parcelas 60% maiores a cada ano.
Os valores das parcelas A_1 à A_5 serão iguais a:

$$A_1 = P. \left[\frac{i - g}{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t} \right] = 74.043,25$$

$$A_2 = A_1(1 + g) = 74.043,25.(1 + 60\%) = 118.469,20$$

$$A_3 = A_1(1 + g)^2 = 74.043,25.(1 + 60\%)^2 = 189.550,72$$

$$A_4 = A_1(1 + g)^3 = 74.043,25.(1 + 60\%)^3 = 303.281,16$$

$$A_5 = A_1(1 + g)^4 = 74.043,25.(1 + 60\%)^4 = 485.249,85$$

Como o faturamento líquido adicional projetado é superior ao valor das parcelas ano a ano, o empréstimo está bem equalizado.
Pode-se verificar com a Equação 2.17 que o fluxo de pagamento corresponde ao valor presente do investimento:

$$PV = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^t}{i - g} \right]$$

$$PV = 74.043,25 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+60\%}{1+4,2\%}\right)^t}{4,2\% - 60\%} \right]$$

$$PV = 1.000.000,00$$

3 Engenharia Econômica

Na sucinta definição de Machline (1966, 51), a Engenharia Econômica, ciência que trata da Análise de Investimentos, "é o estudo da taxa de retorno do capital investido.". Segundo Machline (1966), ainda, dada a vasta literatura disponível sobre o assunto, numerosos são os métodos disponíveis para calcular e comparar a rentabilidade dos investimentos.

Neste capítulo trataremos da análise de diversos métodos da Engenharia Econômica.

3.1 Análise de Investimentos

A Engenharia Econômica é uma técnica tradicional. Seus métodos evoluíram com o passar dos anos, à medida em que novas ferramentas surgiram, como as calculadoras financeiras e as planilhas eletrônicas, possibilitando o cômputo mais fácil, rápido e preciso de prestações, taxas e outras grandezas.

Não entendemos que os métodos tradicionais, no entanto, ficaram ultrapassados. A aplicação de um outro método, a nosso ver, depende não apenas da precisão do método, porém também do tipo de análise que deve ser feita. Dessa forma, esta seção está dividida em duas subseções: a primeira, que apresenta os métodos tradicionais da engenharia econômica, e a segunda, que apresenta os métodos mais modernos.

Porém, antes de adentrar os métodos de análise de investimentos, é necessário fazer algumas considerações sobre a taxa mínima de atratividade (TMA), que é a taxa de desconto utilizada para a análise dos investimentos. Esta taxa é definida como a taxa mínima aceita pelo investidor como taxa de retorno de um empreendimento (Barbieri, Álvares, and Machline 2007, 132). O valor desta taxa mínima é variável de investidor para investidor, como veremos adiante.

3.1.1 Métodos Tradicionais da Engenharia Econômica

Os métodos tradicionais da engenharia econômica podem ser aproximados, como o Método da Depreciação Linear e juros médios, ou exatos, como o Método do Valor Atual ou o Método do Custo Anual. Sempre que possível, é claro, são preferíveis os métodos exatos. Porém, especialmente para contas preliminares, ou então para uma verificação da ordem de grandeze dos resultados de métodos mais complexos, é útil o conhecimento dos métodos aproximados.

3.1.1.1 Método da Depreciação Linear e juros médios

Este primeiro método de análise trata-se de uma simplificação, podendo ser utilizado através de cálculos mais simples. Tais métodos são úteis para a verificação dos métodos exatos, mais complexos, que serão analisados adiante.

O Método da Depreciação Linear consiste em calcular o custo anual de cada alternativa, que obrigatoriamente deverão transformar um investimento inicial, por exemplo, a aquisição de um imóvel à vista, em parcelas equivalentes ao longo de sua vida útil.

Por exemplo, seja um imóvel de valor inicial igual a R$ 1.000.000,00, com valor residual igual a 20% deste valor. Se feita linearmente, ao longo de um período de 20 anos, a depreciação deste imóvel se fará em parcelas iguais de R$ 40.000,00 ($(1.000.000 - 200.000)\frac{1}{20}$). Os valores depreciados do imóvel, ano a ano, portanto, serão:

$$(1.000.000, 960.000, 920.000, \ldots, 280.000, 240.000, 200.000)$$

Caso apliquemos sobre o valor do capital depreciado, ano a ano, uma taxa fixa de retorno sobre o capital empatado, por exemplo, de 10% a.a., obteremos um fluxo de parcelas de retorno sobre o capital (no caso, $[100.000, 96.000, 92.000, \ldots, 28.000, 24.000, 20.000]$).

O valor do retorno médio sobre o capital emparado pode ser obtido pela simples soma aritmética do primeiro e do último retorno:

$$R_{mdio} = \frac{100.000 + 24.000}{2} = 62.000$$

O retorno médio ainda poderia ser obtido pela equação 3.1 (Machline 1966, 64), em que C é o custo de aquisição do bem, L é o seu valor residual, n é a sua vida útil e i a taxa de desconto:

$$\begin{aligned} R_{mdio} &= \frac{1}{2}\left[(C-L)i + (C-L)\frac{i}{n}\right] + L.i = \\ R_{mdio} &= (C-L)\frac{i}{2}.\frac{n+1}{n} + L.i \end{aligned} \tag{3.1}$$

Utilizando a equação 3.1 para resolver o exemplo acima, tem-se:

$$\begin{aligned} R_{Mdio} &= (1.000.000 - 200.000)\frac{10\%}{2}.\frac{20+1}{20} + 200.000 \times 10\% \\ R_{Mdio} &= 800.000.5, 25\% + 20.000 = 62.000 \end{aligned}$$

O Custo Total Anual do Capital é a soma do custo anual depreciado mais custo anual médio do capital empatado. No exemplo:

$$CC_{Anual} = \frac{C-L}{n} + (C-L)\frac{i}{2}.\frac{n+1}{n} + L.i$$
$$CC_{Anual} = \frac{800.000}{20} + 62.000 = 102.000$$

3.1.1.2 Método do Custo Anual

O Método do Custo Anual (MCA), diferentemente do método da depreciação linear e taxa média de retorno, é um método exato da engenharia econômica.

Basicamente, o método consiste em transformar um custo de aquisição inicial C numa parcela constante ao longo do período do investimento, através da equação 3.2 (Machline 1966, 87):

$$P = (C-L)\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1} + L.i \tag{3.2}$$

O leitor deve perceber que a equação pode ser escrita em função do **FRC**:

$$P = (C-L).\text{FRC}(i\%.n) + L.i \tag{3.3}$$

Por exemplo, para o mesmo exemplo anterior, utilizado para o Método da Taxa Média de Retorno, com o Método do Custo Anual da Equação 3.3, tem-se:

$$P = (1.000.000 - 200.000).\text{FRC}(10\%, 20) + 200.000 \times 10\%$$
$$P = 800.000 \times 0,1175 + 20.000 = 93.967,70 + 20.000$$
$$P = 113.967,70$$

Percebe-se uma pequena diferença entre os resultados do Método da Taxa Média de Retorno e o Método do Custo Anual, que é exato, salientamos. Essa diferença será menor quanto mais curto for o fluxo de caixa do projeto (o que raramente ocorre no mercado imobiliário) e quanto menor for a taxa de desconto.

Taxa Média de Retorno vs. MCA

Para ciclos de investimento mais curtos e taxas mais baixas, o método da taxa média de retorno é uma aproximação razoável. Para ver isto, imagine a análise de um investimento com prazo comum na ndústria, com depreciação em 5 anos. O custo da máquina é de R$ 1.000.000,00, com valor residual de 20%. A taxa de desconto é de 6% a.a. (lembrar que é comum na indústria o financiamento a juros subsidiados via bancos de desenvolvimento, ou seja, o custo de capital da indústria é mais baixo):
Método da Taxa Média de Retorno:

$$CC_{Anual} = \frac{1.000.000 - 800.000}{5} + (1.000.000 - 200.000)\frac{6\%}{2}.\frac{5+1}{5} + 200.000 \times 6\%$$
$$CC_{Anual} = 60.000 + 800.000 \times 3,60\% + 12.000 = 200.800$$

Método do Custo Anual:

$$P = (1.000.000 - 200.000).\text{FRC}(6\%, 5) + 200.000 \times 6\%$$
$$P = 800.000 \times 0,2374 + 12.000 = 189.917,12 + 12.000$$
$$P = 201.917,12$$

É possível dizer que os métodos se equivalem para estas condições.

3.1.1.3 O Método do Valor Atual

Nos métodos de análise de investimentos vistos até agora, o custo de aquisição do capital é diluído ao longo dos anos em parcelas constantes, equivalentes ao custo do capital atual (descontado o valor residual). Assim, para ser viável, o imóvel teria que produzir uma renda anual média ao menos equivalente ao custo médio anual do capital calculado, seja através do método da depreciação linear e taxa média de retorno, seja através do método do custo anual.

Com o Método do Valor Atual, a situação se inverte: são as parcelas investidas ao longo dos anos (assim como as rendas recebidas) que são trazidas a valor presente. Assim como o Método do Custo Anual, o Método do Valor Atual também é exato, ou seja, os valores atuais das prestações são calculados de acordo com as taxas de juros compostas de desconto adotadas.

No método do valor atual (Machline 1966, 81–91):

$$\begin{aligned} C &= P\frac{(1+i)^t - 1}{i(1+i)^t} + \frac{L}{(1+i)^t} \\ C &= P.\text{FRC}(i\%, t) + \frac{L}{(1+i)^t} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Deve-ser ter em mente que devem ser considerados no fluxo de renda os valores líquidos (isto é, os valores brutos, descontados os custos operacionais).

Exemplo do Método do Valor Atual

Um apartamento pode ser alugado ao valor mensal de R$ 1.500,00, dos quais 30% (R$ 450 mensais) são custos operacionais (taxas, impostos, etc.). Considerando que o apartamento estará totalmente depreciado em 30 anos, quando deverá ter um valor residual de R$ 100.000,00, calcular o valor atual justo de mercado do apartamento, a uma taxa de desconto de 12% a.a.

$$C = [12(1.500 - 450)].\frac{(1+12\%)^{30} - 1}{12\%(1+12\%)^{30}} + \frac{100.000}{(1+12\%)^{30}}$$
$$C = 12.600 \times 0,1241 + 3.337,80 = 104.833,10$$

3.1.1.4 O Método do Custo Capitalizado

O Método do Custo Capitalizado é uma variante do Método do Valor Atual, que "consiste em calcular a quantia necessária para renovar e operar perpetuamente os equipamentos." (Machline 1966, 89).

No método do custo capitalizado, portanto, não serão consideradas a vida útil para o cálculo do número de renovações necessárias do bem, mas que o bem será operado eternamente, desde que renovações sejam sempre realizadas a cada número de períodos (ou seja, a cada número de períodos, o bem é vendido pelo seu valor residual e um novo bem é adquirido).

Segundo Machline (1966, 92), no método do custo capitalizado:

$$C_{cap} = C + (C - L).\frac{1}{(1+i)^m - 1} + \frac{M}{i}$$

Em que:

- C é o valor do capital inicial aplicado
- L é o valor residual estimado
- i é a taxa de desconto
- m é o intervalo entre as renovações
- M é o valor de eventuais despesas mensais, como as despesas operacionais

O Método do Custo Capitalizado (MCC) é, em geral, muito utilizado na indústria, onde é comum a operação de equipamentos por tempo indeterminado.

Por exemplo: se uma indústria qualquer precisa considerar a aquisição de um caminhão que custa R$ 1.000.000,00, com vida útil de 10 anos e valor residual de R$ 100.000,00, visando operá-lo de forma perpétua, a um custo operacional (combustível, manutenções, licenciamento, seguros, etc.) de R$ 100.000,00/ano, a uma taxa de desconto de 10% a.a., qual o custo capitalizado total deste caminhão?

$$
\begin{aligned}
C_{cap} &= 1.000.000 + \frac{1.000.000 - 100.000}{(1+10\%)^{10}-1} + \frac{100.000}{10\%} \\
C_{cap} &= 1.000.000 + 564.708,60 + 1.000.000,00 \\
C_{cap} &\approx 2.565.000,00
\end{aligned}
$$

O MCC é um dos métodos preferidos para a comparação de investimentos entre diversas alternativas de equipamentos. Nem sempre o investimento no equipamento com menor desembolso inicial será o mais vantajoso para a indústria. Por exemplo, imagina que a indústria tenha que decidir entre a compra de 4 caminhões como os do exemplo anterior, o que demanda um investimento inicial de R$ 4.000.000,00, porém que tem um custo capitalizado, como vimos, de R$ 10.260.000,00 ($4 \times 2.565.000,00$) e a implantação de uma esteira transportadora, a um custo inicial mais alto, de R$ 7.500.000,00, que demandaria, porém, renovações apenas a cada 20 anos, com valor residual de 10% e custo operacional de apenas R$ 50.000,00 anuais.

$$
\begin{aligned}
C_{cap} &= 7.500.000 + \frac{7.500.00 - 750.000}{(1+10\%)^{20}-1} + \frac{50.000}{10\%} \\
C_{cap} &= 7.500.000 + 1.178.525,00 + 500.000,00 \\
C_{cap} &\approx 9.180.000,00
\end{aligned}
$$

A conclusão é que, apesar de ser um investimento inicial de valor 87,50% mais alto, o transporte por esteira transportadora, a longo prazo, é preferível ao transporte por caminhões para esta indústria.

Método do Custo Capitalizado no Mercado Imobiliário

Um empresário pretende construir um imóvel comercial do tipo galeria (comércio de rua). O valor de mercado do terreno em que ele pretende construir este imóvel é de R$ 1.000.000,00. O orçamento para a construção do imóvel pretendido é de R$ 4.000.000,00. O valor empresário considera que o valor residual do imóvel é o próprio terreno, ou seja, R$ 1.000.000,00. Após a construção, o empresário julga que terá que investir R$ 12.000,00/ano para administrar o empreendimento. Calcule o custo capitalizado do empreendimento, considerando uma taxa de desconto de 15% a.a. e que serão necessárias renovações (reformas) a cada 10 anos, ao custo de 20% do valor atual de construção do imóvel.

$$
\begin{aligned}
C_{cap} &= 5.000.000 + \frac{20\%.4.000.000}{(1+15\%)^{10}-1} + \frac{12.000}{15\%} - 1.000.000 \\
C_{cap} &= 5.000.000 + 262.677,70 - 1.000.000 \\
C_{cap} &= 4.262.678,00
\end{aligned}
$$

3.1.2 Métodos Modernos da Engenharia Econômica

3.1.2.1 Método do Valor Presente Líquido

O Valor Presente Líquido (VPL) é a diferença entre o fluxo de caixa gerado num empreendimento e o investimento nele realizado, condição para que o fluxo de caixa ocorra. O VPL é uma medida da viabilidade de um projeto: se o VPL é positivo, o projeto é viável; se for negativo, é inviável. O VPL é calculado de acordo com a seguinte equação:

$$VPL = -I + \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1+i)^t} \tag{3.5}$$

Caso os valores líquidos[1] do fluxo de caixa no tempo (FC_t) possam ser considerados constantes e iguais a R_l, a Equação 3.5 torna-se:

$$\begin{aligned} VPL &= -I + R_l \frac{i.(1+i)^T}{(1+i)^T - 1} \qquad \text{ou} \\ VPL &= -I + \frac{R_l}{FRC(i\%, T)} \end{aligned} \tag{3.6}$$

A taxa i a ser utilizada para o cálculo do VPL é chamada de **Taxa Mínima de Atratividade**, ou simplesmente TMA do projeto.

Como exemplo de utilização do VPL, imagine que uma construtora tenha disponível em caixa o valor de R$ 1.000.000,00 necessários para a aquisição à vista de um terreno para a construção de um edifício residencial, cujas receitas (Valor Global de Vendas, ou VGV) ela espera que somem R$ 10.000.000,00. A construtora estima que possa obter um lucro médio de 20% com a venda das unidades e estima também que as vendas serão distribuídas uniformemente durante um prazo de 5 anos, prazo para a entrega do empreendimento, *i.e.* a empresa espera faturar R$ 2.000.000,00 por ano. Se a TMA da empresa é de 15% a.a., calcular o VPL do projeto:

$$\begin{aligned} VPL &= -I + \frac{R_l}{FRC(15\%, 5)} \\ VPL &= -1.000.000,00 + \frac{20\%.2.000.000}{0,2983} \\ VPL &= -1.000.000,00 + 1.340.862,04 \\ VPL &= 340.862,04 \end{aligned}$$

Como o VPL do projeto é positivo, ele é considerado viável!

[1] Por exemplo, o proprietário de um apartamento pode locar o seu apartamento por um valor muito baixo, em troca do locatário se responsabilizar pelo pagamento das taxas do imóvel (condomínio, IPTU, e outras), enquanto aguarda o momento certo para sua alienação.

3.1.2.2 Método da Taxa Interna de Retorno

A taxa interna de retorno é uma medida utilizada para a comparação de diferentes investimentos possíveis. É necessário esclarecer logo de início que a TIR não é uma medida representativa do retorno de um investimento (ver Barbieri, Álvares, and Machline 2007). A TIR nada mais é do que a taxa de desconto que, aplicada ao fluxo de caixa do projeto, torna o VPL igual a zero. Ou seja, fazendo $VPL = 0$ na Equação 3.5, temos:

$$0 = -I + \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1 + \mathrm{TIR})^t} \tag{3.7}$$

Como exemplo, imagine que a construtora mencionada no exemplo anterior (VPL), tenha uma alternativa de comprar um terreno mais barato, com custo de aquisição igual a R$ 800.000,00, porém com potencial construtivo menor, de modo que o VGV deste segundo projeto seria de, apenas, R$ 8.000.000,00, com lucratividade de 20%, com prazo de construção igual a 4 anos. Imaginando que a construtora só tenha capacidade de realizar um dos projetos, qual projeto a construtora deveria escolher?

Pelo critério do VPL, teríamos:

$$\begin{aligned}
VPL &= -I + \frac{R_l}{\mathrm{FRC}(15\%, 4)} \\
VPL &= -800.000,00 + \frac{20\%.2.000.000}{0,3503} \\
VPL &= -800.000,00 + 1.141.991,35 \\
VPL &= 341.991,35
\end{aligned}$$

Que é um valor, na prática, igual ao VPL do primeiro projeto (arredondamentos à parte).

É interessante notar, antes de mais nada, que além dos projetos apresentarem mesma lucratividade (20%), eles possuem a mesma razão entre capacidade de geração de receitas e investimento necessário ($10.000.000,00/1.000.000,00 = 8.000.000,00/800.000,00 = 10$). Por isso, sem analisar a TIR dos projetos, as pessoas podem ser levadas à conclusões falsas, baseadas em argumentos verdadeiros (falácias). Por exemplo, alguém poderia argumentar que, como os projetos apresentam mesma lucratividade, praticamente o mesmo VPL, porém o primeiro projeto, com VGV maior, permite uma maior lucratividade, pois, na prática, com o primeiro projeto ,a empresa obtem um ano a mais de lucros, que são iguais para ambos os projetos (R$ 400.000,00/ano), e com um investimento inicial de, apenas, R$ 200.000,00 adicionais (em relação ao segundo projeto).

Para desmistificar estes raciocínios impróprios, convém calcular a TIR de ambos os projetos:

$$\begin{aligned}
0 &= -I_1 + \frac{R_l}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_1\%, 5)}\\
0 &= -1.000.000 + \frac{400.000}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_1\%, 5)}\\
\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_1\%, 5) &= \frac{400.000}{1.000.000}\\
\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_1\%, 5) &= 0,4000\\
\mathrm{TIR}_1 &\approx 29\%
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -I_2 + \frac{R_l}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 4)}\\
0 &= -800.000 + \frac{400.000}{\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 4)}\\
\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 4) &= \frac{400.000}{800.000}\\
\mathrm{FRC}(\mathrm{TIR}_2\%, 4) &= 0,5000\\
\mathrm{TIR}_2 &\approx 35\%
\end{aligned}$$

A conclusão é que o segundo projeto é mais rentável que o primeiro, pois a TIR do segundo projeto (35%) é maior do que a TIR do primeiro (29%).

O erro no raciocínio de que o primeiro projeto gera mais receitas, com mesma lucratividade, portanto é mais rentável que o segundo, é falso! Para entender isso, deve-se considerar que os R$ 200.000,00 investidos a mais no momento da aquisição do terreno tem um custo de oportunidade (estes R$ 200.000,00 poderiam ficar investidos numa aplicação financeira, o que gera uma renda passiva para a construtora, e portanto não pode simplesmente ser comparado ao valor do lucro adicional gerado pelo projeto, que é obtido apenas no quinto ano do projeto).

3.1.2.3 Lucratividade e Rentabilidade de um projeto

A lucratividade de um projeto é a relação entre lucro e faturamento deste projeto. Matematicamente, a lucratividade (P) pode ser escrita:

$$P = \frac{L}{R_B} \tag{3.8}$$

Em que L é o lucro bruto obtido e R_B a receita bruta do projeto.

Já a rentabilidade de um projeto é a relação entre o retorno obtido e o investimento de capital requerido pelo projeto:

$$R = \frac{L}{I} \tag{3.9}$$

Nos exemplos anteriores, os dois projetos tinham lucratividade iguais a 20% do faturamento. As suas rentabilidades, no entanto, eram difern
tes. No caso do primeiro projeto o retorno sobre o investimento foi calculado em $341.000,00/1.000.000 \approx 34\%$. Já para o segundo projeto, a rentabilidade calculada foi de $341.000/800.000 \approx 43\%$.

A rentabilidade, contudo, deve ser vista com cautela: ela representa o retorno total sobre o investimento total, porém não considera o tempo para que o investimento retorne. Ou seja, projetos com maior rentabilidade podem ter menor retorno anual (ou mensal, semestral, etc.) do que um projeto com menor rentabilidade.

No exemplo anterior, o segundo projeto é preferível por conta da maior TIR obtida, não por conta da maior rentabilidade. Existe uma forma correta, contudo, de comparar projetos de acordo com sua rentabilidade. Esta forma é comparar a rentabilidade com o número de anos necessários para obtê-la. Por exemplo, é possível dizer que o segundo projeto é melhor do que o primeiro porque ele apresenta uma rentabilidade de 43% sobre o capital investido em 4 anos, enquanto o primeiro projeto apresenta uma rentabilidade de 34% sobre o capital investido, porém em 5 anos. O analista de investimentos deve ter cuidado, portanto, pois se a situação fosse inversa em questão ao prazo do investimentos, ou seja, se o projeto com rentabilidade maior tivesse um prazo maior (43% em 5 anos) e o projeto com rentabilidade menor tivesse um prazo menor (34% em 4 anos), não se poderia afirmar que o projeto com maior rentabilidade seria superior ao projeto com menor rentabilidade.

Considere que a construtora fez a análise correta e seguiu com o segundo projeto. Porém, ela havia se enganado quanto ao prazo de execução e comercialização deste segundo projeto e, no final, o projeto, ao invés de durar 4 anos, perdurou por 5 anos. O faturamento total permaneceu o mesmo, e também a lucratividade, de 20%. No entanto, o prazo maior resultou num menor faturamento anual, agora de R\$1.600.000/ano, e num menor VPL:

$$\begin{aligned}
VPL &= -I + \frac{R_l}{\text{FRC}(15\%, 5)} \\
VPL &= -800.000,00 + \frac{20\%.1.600.000}{0,2983} \\
VPL &= -800.000,00 + 1.072.689,63 \\
VPL &= 272.689,63
\end{aligned}$$

Com menor VPL, diminui a rentabilidade do projeto: $272.689,63/800.000 = 34,09\%$. Ou seja, a rentabilidade do segundo projeto, com a extensão do prazo, passou a ser a mesma do primeiro projeto. Isto significa que eles agora sejam equivalentes? A resposta é sim, pois os projetos agora apresentam a mesma rentabilidade para empreendimentos de mesmo prazo! A TIR atualizada do segundo projeto confirma isto:

$$
\begin{aligned}
0 &= -I_2 + \frac{R_l}{\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 4)} \\
0 &= -800.000 + \frac{320.000}{\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 5)} \\
\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 5) &= \frac{320.000}{800.000} \\
\text{FRC}(\text{TIR}_2\%, 5) &= 0,4000 \\
\text{TIR}_2 &\approx 29\%
\end{aligned}
$$

A nova TIR do segundo projeto agora é idêntica à TIR do primeiro projeto, o que confirma a equivalência de ambos.

3.1.3 Payback

Payback ou tempo de retorno é o tempo necessário para que o capital investido no projeto retorno ao investidor. O payback pode ser calculado de forma simples ou descontado. No payback simples, os valores do fluxo de caixa são somados sem a consideração do efeito dos juros. No payback descontado, o fluxo de caixa do projeto é descontado à taxa mínima de atratividade para o cálculo do tempo de retorno.

O payback simples tem a vantagem de poder ser calculado facilmente. Porém, tem a desvantagem clara de não considerar o efeito das taxas de juros no tempo.

No caso dos projetos a serem escolhidos pela construtora, é fácil verificar que o payback simples do primeiro projeto é de 2,5 anos ($1000.000,00/400.000,00$), enquanto que para o segundo projeto, o payback simples é igual a 2,0 ($800.000,00/400.000,00$).

Já para o payback descontado, é necessário montar o fluxo de caixa descontado do projeto.

O fluxo de caixa descontado do primeiro projeto pode ser visto na Figura 3.1. Os valores das receitas descontadas são: $R_1 = 347.826,09$, $R_2 = 302.457,47$, $R_3 = 263.006,49$, $R_4 = 228.701,303$ e $R_1 = 198.870,69$.

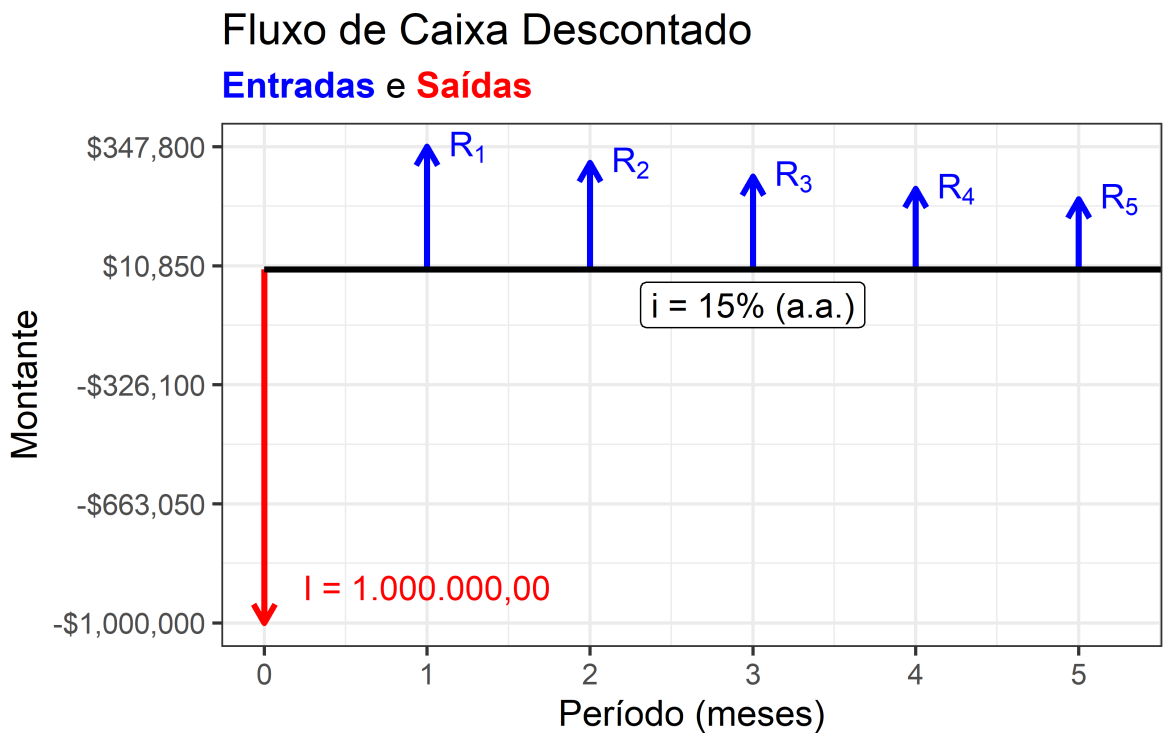

Figure 3.1: Fluxo de Caixa Descontado do primeiro projeto.

O fluxo de caixa descontado do segundo projeto pode ser visto na Figura 3.2. Os valores das receitas descontadas são: $R_1 = 347.826,09$, $R_2 = 302.457,47$, $R_3 = 263.006,49$ e $R_4 = 228.701,303$.

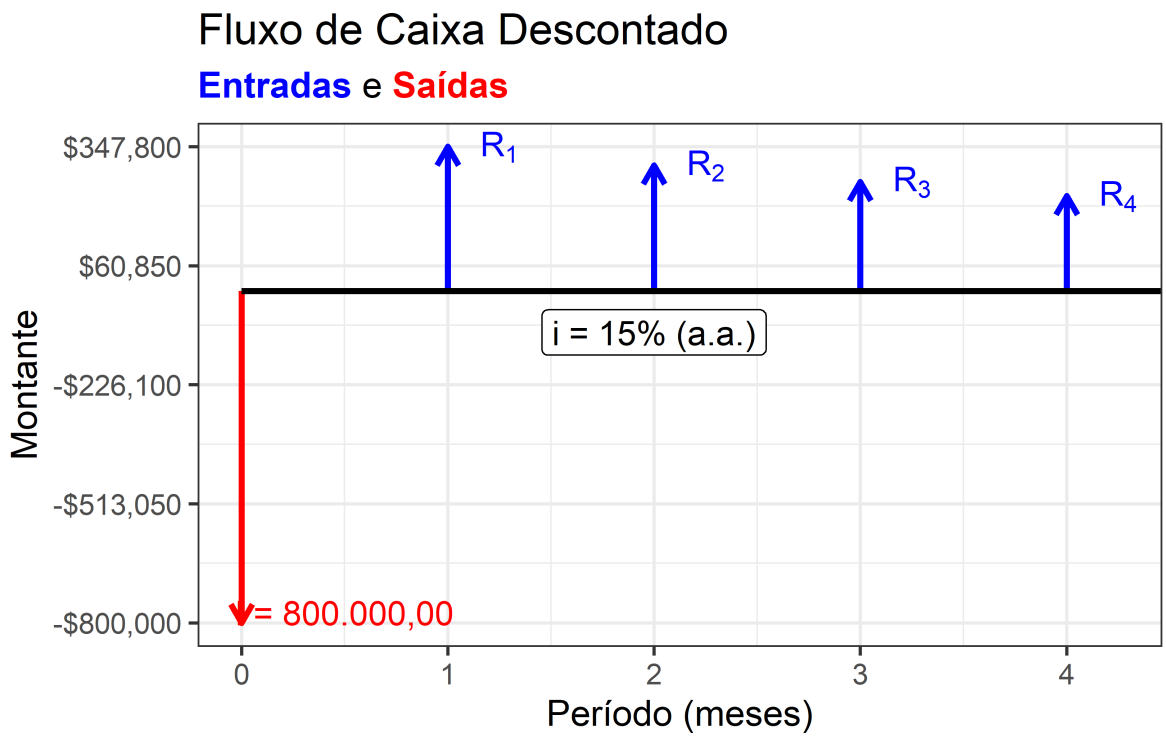

Figure 3.2: Fluxo de Caixa Descontado do segundo projeto.

Pode-se demonstrar, através da montagem dos fluxos de caixa descontados acumulados, que o primeiro projeto tem payback descontado em meados do quarto ano do projeto, enquanto o segundo projeto tem payback descontado no terceiro ano do projeto.

É claro pela análise do fluxo de caixa do primeiro projeto que os R$ 200.000,00 adicionais investidos no primeiro projeto não retornam no último ano do projeto, ou seja, em seu quinto ano, quando a receita descontada auferida é de, apenas, R$ 198.870,69, portanto menor do que o investimento adicional requerido por este projeto, em relação ao segundo.

3.1.4 TIR Modificada

Existe um aspecto polêmico a respeito da TIR que é totalmente aplicável ao mercado imobiliário: A TIR supõe que, passado o período de payback do projeto, o saldo positivo do projeto pode ser reaplicado à uma rentabilidade igual à TIR do projeto, o que nem sempre é verdadeiro. Especialmente para os projetos com TIR mais altas que, em geral, são muito superiores à remuneração de recursos obtidos nas aplicações comuns do mercado financeiro (ver Barbieri, Álvares, and Machline 2007). Assim, ao menos que sejam abundantes as oportunidades de investimento com retornos equivalentes ao do projeto em análise, assim como a capacidade da empresa de absorver novos projetos, a taxa de investimento dos recursos sobrantes do projeto deveriam render à taxa de rentabilidade das aplicações financeiras comuns.

A realidade de muitas incorporadoras, que não dispõem de recursos próprios para os seus investimentos, é que ela atraia investidores, que exigem uma alta remuneração pelos recursos aplicados. Por outro lado, as incorporadoras em geral não terão capacidade de absorver muitos projetos em paralelo, e as sobras de caixa, usualmente, serão aplicadas no mercado financeiro, a um retorno muito menor do que o do projeto. A taxa de retorno do projeto, assim é muito menor do que a TIR calculada.

Por conta dos problemas descritos acima, foi desenvolvida a TIR modificada, que nada mais é do que a TIR do projeto calculada com taxas diferentes para o financiamento do projeto e para o reinvestimento das sobras.

Está além do escopo deste texto descrever como é calculada a TIR modificada. No entanto, para os projetos em tela, considerando uma taxa de financiamento dos projetos igual à 24% a.a. e uma taxa de reinvestimento de 12% a.a., a TIR dos projetos 1 e 2 resultam iguais a 20,51% e 24,33%, respectivamente. Os valores da TIR modificada são significativamente menores do que os valores da TIR calculada para os projetos considerando-se a mesma taxa para financiamento e reinvestimento dos recursos, que eram de 28,65% e 34,90%.

4 Avaliação de Aluguéis

As avaliações de aluguéis geralmente são realizadas ora utilizando o método da remuneração do capital (que, como veremos, é nada mais do que o inverso do método da renda), ora utilizando o método comparativo direto.

Em essência, a diferença entre os dois métodos encontra-se na forma de olhar para os imóveis. No caso do método da remuneração do capital, analisa-se o imóvel como um bem de investimento. No caso do método comparativo, o imóvel é analisado como um bem de consumo.

4.1 O Método da Renda

O Método da Renda é muito aplicado na avaliação dos valores de venda de imóveis urbanos, especialmente aqueles destinados à implantação de empreendimentos como hotéis e outros empreendimentos de base imobiliária. O método da renda, quando aplicado inversamente, ou seja, quando aplicado para o cálculo do valor dos aluguéis a partir de valores de venda conhecidos, é também chamado de método da remuneração do capital. Tal método é um dos mais utilizados na avaliação de aluguéis. No entanto, apesar de ser intuitivo e de fácil aplicação, as dificuldades relacionadas ao estabelecimento apropriado da taxa de rentabilidade, e outras tantas que serão discutidas ao longo deste capítulo, tornam-no um método complexo e muitas vezes duvidoso.

O objetivo do Método da Remuneração do Capital (MRC) é a obtenção do valor do aluguel através da aplicação de uma taxa de rentabilidade ao valor de venda do imóvel, supostamente conhecido[1]. Se o valor de mercado do imóvel V_{venda} é conhecido, o valor do aluguel ($V_{aluguel}$) é estimado através da seguinte expressão, baseada numa taxa de rentabilidade i:

$$V_{aluguel} = V_{venda} * i$$

A taxa de rentabilidade a ser aplicada ao imóvel depende de fatores físicos (tais como a tipologia do imóvel), econômicos (como a conjuntura econômica) e outros até subjetivos (como a taxa de risco a ser definida pelo avaliador, em comum acordo ou não com o seu contratante).

[1] Essa é uma das primeiras dificuldades relacionadas ao método da remuneração do capital: é necessário, primeiramente, conhecer o valor de mercado de venda do imóvel, para só então ser possível calcular o valor de seu aluguel.

4.1.1 Taxa de rentabilidade

É usual que para a obtenção da taxa de rentabilidade total do imóvel esta seja decomposta em duas partes: taxa de rentabilidade do terreno (i_i) e taxa de rentabilidade das benfeitorias (i_b). Estas, por sua vez, também podem ser decompostas em outros componentes, como pode ser visto no quadro abaixo:

Table 4.1: Exemplo de Composição das taxas do terreno e das benfeitorias

Tipo	Terreno	Benfeitorias
Taxa básica	6,0%	6,0%
Não-liquidez	1,5%	1,5%
Valorização	-1,5%	-
Depreciação	-	2,0%
Vacância	-	1,0%
TOTAL	**6,0%**	**10,5%**

Uma vez conhecida as taxas de remuneração do terreno e das benfeitorias, pode-se calcular a taxa de remuneração total do imóvel, a partir da seguinte expressão (D'Amato and Alonso 2019, 86):

$$i = \frac{V_t i_t + V_b i_b}{Vt + Vb}$$

Deve-se ter em mente sempre que a taxa global obtida com a expressão acima somente deve ser aplicada àquele imóvel em específico, já que a taxa global varia conforme a divisão do valor do imóvel entre terra e benfeitoria. Assim, pode ser mais fácil não calcular a taxa composta e aplicar diretamente a taxa correspondente a cada parte do capital.

4.1.1.1 Justificativas dos componentes da taxa de rentabilidade

Os compontentes da taxa de rentabilidade apresentados na tabela acima se justificam da seguinte maneira:

1. Taxa básica: esta taxa se justifica pela existência de outras aplicações no mercado financeiro que competem com o investimento em imóveis. Se, por exemplo, existem aplicações disponíveis no mercado financeiro que propiciem segurança e rentabilidade de longo prazo de 6,0% a.a., esta taxa deverá ser considerada como a taxa básica.

2. Não-liquidez: este componente se justifica devido à perda de liquidez que o investimento em imóveis acarreta para o investidor. Se, por exemplo, o investidor tem acesso a oportunidades de investimento que propiciem segurança e rentabilidade de longo prazo de 6% a.a., assim como uma alta liquidez, o investidor deve requerer uma compensação pela perda de liquidez que justifique a aplicação dos seus recursos no mercado imobiliário.

3. Valorização: este componente se justifica devido à expectativa de valorização que pode estar embutida no valor dos imóveis, em especial ao valor da terra. Em condições usuais (*i.e.* em que os custos reais de construção permaneçam praticamente estáveis), as benfeitorias tendem apenas a se depreciar, portanto não é usual a aplicação de uma taxa de valorização a este componente do valor dos imóveis.

4. Depreciação: a depreciação se aplica somente ao componente benfeitoria, sendo absurda a sua aplicação ao componente terra. Deve-se ter coerência na escolha da taxa de depreciação, levando em conta a tipologia do imóvel, assim como os materiais utilizados para sua construção e seu padrão de acabamento.

5. Vacância: diz respeito ao risco de vacância de um determinado investimento imobiliário. Por exemplo, se ao construir lojas com fins de locação se espera uma taxa de vacância destas lojas de 1,0% a.a., aplica-se este valor às benfeitorias apenas. Por que não aplicar a taxa de vacância ao imóvel como um todo? A explicação é que a terra estaria vaga de qualquer maneira sem os investimentos na construção das benfeitorias. Assim, a vacância é um risco que se aplica ao investimento na construção destas benfeitorias, mas não ao terreno, que não deixa de se valorizar e não perde valor com o tempo, mesmo quando está sem uso.

4.2 O Método da remuneração do capital

O método da remuneração do capital é o método utilizado para se obter o valor do aluguel a partir da aplicação de uma taxa de rentabilidade ao valor de venda do imóvel. Assim, o método da remuneração do capital é o inverso do método da renda, esse último mais conhecido, em que a partir do conhecimento da renda que pode ser obtida de um imóvel ao longo de um horizonte de tempo, essa renda é descontada a uma determinada taxa de rentabilidade para obtenção do valor presente ou valor de mercado do imóvel.

Existem dúvidas acerca de qual taxa de rentabilidade aplicar, como explicado na última seção. No entanto, estas não são as únicas fraquezas do método. Como vimos no capítulo **??**renda), no preço dos imóveis pode estar embutido uma renda implícita decorrente de sua expectativa de valorização (quarta renda). Esta renda, na prática, não pode ser observada diretamente, o que dificulta a aplicação do método.

Como visto no capítulo **??**renda), na hipótese do mercado imobiliário encontrar-se perfeitamente equilibrado, *i.e.* com os preços refletindo tão e somente os fundamentos econômicos, sem sobrepreços em relação ao valor esperado descontado do fluxo de rendimentos, o valor de um imóvel pode ser assim calculado (Malpezzi and Wachter 2002):

$$V_{Imovel} \approx \frac{\mathbb{E}[R_l]}{i}$$

Dessa forma, seria relativamente fácil descobrir o valor justo para o aluguel líquido do imóvel (R_l) baseado em uma taxa de rentabilidade i devidamente fundamentada aplicada ao valor de mercado do imóvel (V_{Imovel}).

No entanto, caso o mercado esteja sobrevalorizando os imóveis e a expectativa do mercado seja que esta sobrevalorização aumente com o tempo, como prevê Blanchard (1979), então o valor do imóvel no período t será:

$$V_t = V_t^* + b_t; \qquad \mathbb{E}[b_t] = (1+i)b_t$$

Nestas situações, portanto, o imóvel está produzindo uma renda implícita, ou seja, uma renda relacionada à expectativa de sua valorização. Isto explica porque um proprietário pode estar disposto a manter um imóvel sem uso (retenção especulativa (Lacerda and Abramo 2020)), ou seja, sem produzir qualquer tipo de renda explícita, por um determinado período de tempo, até que seja conveniente a sua alienação ou qualquer outra destinação que lhe seja apropriada.

Da mesma maneira, o proprietário de um imóvel pode vir a aceitar locar o seu imóvel a uma taxa de rentabilidade inferior (ou mesmo muito inferior) às taxas de rentabilidade dos outros investimentos disponíveis, haja vista ele está esperando uma rentabilidade também em relação ao aumento do valor de venda do imóvel[2].

Nestas situações, o método comparativo de dados de mercado deve ser mais preciso na determinação dos aluguéis.

No entanto, sugere-se que o modelo de Blanchard (1979) pode ser levemente alterado para permitir a aproximação do valor do aluguel pelo método da remuneração do capital mesmo em situações em que o mercado esteja sobrevalorizando o valor dos imóveis. Imagine que o mercado esteja sobrevalorizando os imóveis em um determinado período t a uma determinada razão de $b_t/100$ ($b_t > 100$) e que haja expectativa de aumento contínuo desta sobrevalorização, conforme expressão abaixo:

$$V_t = b_t V_t^*; \qquad \mathbb{E}[b_t] = (1+i)b_t$$

Por exemplo, se a taxa de valorização real de longo prazo de 0,4% a.a. observada para os imóveis residenciais unifamiliares nos EUA (casas) puder ser considerada correta, partindo-se

[2] Por exemplo, o proprietário de um apartamento pode locar o seu apartamento por um valor muito baixo, em troca do locatário se responsabilizar pelo pagamento das taxas do imóvel (condomínio, IPTU, e outras), enquanto aguarda o momento certo para sua alienação.

de uma conjuntura em que o mercado imobiliário esteja perfeitamente equilibrado ($b_t = 1$), considerando-se uma taxa de rentabilidade básica de 3% a.a., tería-se:

Table 4.2: Composição das taxas do rentabilidade para as casas nos EUA.

Tipo	Terreno	Benfeitorias
Taxa básica	3,0%	3,0%
Vacância	-	1,0%
Outras	-0,4%	-0,4%
TOTAL	**2,6%**	**3,6%**

Considerando-se uma composição no valor final das casas de 50% para o valor do terreno e 50% para o valor das benfeitorias (válida para os bairros mais consolidados, onde a terra é relativamente mais cara), tem-se:

$$i = 0,5i_t + 0,5i_b = 0,5.2,6\% + 0,5.3,6\% = 3,1\% \, \text{a.a.}$$

Desta maneira, partindo-se de um imóvel com valor de venda hipotético de US$500.000,00, ter-se-ia que o valor justo para o seu aluguel seria:

$$Al = V_{Imovel}.i = 500.000\frac{3,1}{100} = 15.500/\text{ano} \approx 1.300/\text{mês}$$

Deve-se reparar que o investidor desatento, ao se deparar com um imóvel locado ao valor de R$ 1.300,00 mensais, com valor de venda de R$ 500.000,00, poderá incorretamente entender que a rentabilidade do imóvel está abaixo do mercado. Pois esse investidor, ao desconsiderar o potencial de valorização do imóvel de 0,4% a.a., considerando apenas a taxa de vacância e a taxa básica, chegará a uma taxa de capitalização de 3,5% a.a. Assim, este investidor iria considerar que o valor real de venda do imóvel, calculado através do método da renda, deveria ser de:

$$V_{Imovel} = 12\frac{1300}{3,5\%} \approx 445.000,00$$

Desta forma o investidor pode estar deixando de fazer um bom negócio por não ter enxergado que existe embutido no valor de venda de um imóvel uma quarta renda embutida, ou seja, a renda que deve ser advinda da expectativa de valorização do imóvel com o tempo.

4.3 Estratégias de investimento em imóveis

Os investidores que atuam no mercado imobiliário usualmente adotam diferentes estratégias de investimento. Assim como em outros mercados, como o mercado de ações, no mercado imobiliário existem investidores que adotam estratégias como a conhecida estratégia de *buy & hold*, *i.e.* comprar um imóvel e mantê-lo em carteira, com fins de auferir retorno em longo prazo, assim como investidores mais afoitos, atuando com o objetivo de obter retornos em curto e médio prazo, muitas vezes chamados de especuladores.

Nos mercados eficientes os especuladores podem ter um papel benéfico ao bom funcionamento dos mercados: comprando e vendendo ativos, os especuladores atuam no sentido de atenuar os ciclos de valorização/desvalorização, fornecendo maior estabilidade aos preços, assim como propiciando maior liquidez aos mercados. No mercado imobiliário, no entanto, diferentemente do que ocorre no mercado de ações, não é possível ao especulador manter uma posição vendida em ativos (*short*), o que é comum no mercado de ações, onde o investidor pode manter uma posição vendida por um grande período de tempo, ou seja, o investidor vende no mercado um ativo que ele não tem, e mantém essa posição enquanto ele entender que o ativo está sobrevalorizado. Uma vez que o ativo tive voltado ao seu valor de mercado, o investidor desfaz a operação, "recomprando" aquele ativo que ele não tinha, ficando líquido. Este tipo de operação nas bolsas de valores, teoricamente, ajuda a atenuar as sobrevalorizações de ativos que fatalmente ocorrem nos *bull markets* (conjuntura de mercado em que há grande expectativa de valorização e os preços da maioria dos ativos estão num ciclo de alta, alguns acima dos seus fundamentos). Como esta posição vendida não é possível nos mercados imobiliários, não há outros freios nestes mercados a serem aplicados durante os ciclos de alta que não sejam aqueles freios regulatórios, ou seja, os freios utilizados pelas entidades governamentais no sentido de esfriar os mercados, como elevação de taxas de juros, diminuição dos prazos de financiamento, etc.

Os investidores de longo prazo do mercado imobiliário, portanto, devem ter maior preocupação com a rentabilidade dos imóveis, ou seja, sua capacidade de gerar renda (aluguéis). Já os investidores de curto e médio prazo no mercado imobiliário podem estar menos preocupados com a renda efetiva realmente produzida pelos imóveis, ou seja, são investidores que procuram ganhar com as negociações dos imóveis (compra e venda) e não com a rentabilidade de aluguéis. Assim, para estes investidores, o aluguel pode ser apenas uma forma de evitar o pagamento de taxas durante o período em que eles mantém os imóveis em carteira. Em outra palavras, ao alugar os imóveis em carteira, os investidores de curto e médio prazo do mercado imobiliário estarão evitando custos de carregamento como o pagamento de taxas de condomínio, IPTU, etc., já que estas taxas, enquanto o imóvel está locado, correm por conta do locatário. Assim o investidor pode focar apenas nas suas operações de entrada (compra) e saída (venda) dos ativos.

Por exemplo, imagine que um investidor, ao se deparar com um mercado fraco para os imóveis, procure comprar apartamentos de um dormitório (*studios*) com expectativa de venda em alguns anos, quando o mercado imobiliário voltar a se aquecer. O investidor adquire algumas unidades ao preço médio de R$ 350.000,00, já inclusos neste valor o pagamento dos tributos (ITBI, custos cartoriais, etc). A taxa média de inflação da economia é de 3,75% a.a. (~0,30% a.m.) e os custos mensais para o locador para o carregamento do imóvel (o que inclui a sua manutenção, assim como o pagamento de taxas obrigatoriamente pagas pelo locador, como o fundo de reserva) seja em torno de R$ 350,00 (0,1% a.m.). Este investidor pode optar por alugar os seus imóveis em troca de um aluguel mínimo (líquido) de R$ 1.425,00 ao mês, que é suficiente tanto para cobrir as despesas obrigatórias do locador/investidor, assim como para efetuar a atualização monetária do seu capital. Desta forma o investidor irá auferir lucro caso o valor médio de venda dos seus imóveis, após certo período de tempo, for nominalmente superior ao preço médio de compra, de R$ 350.000,00. Em suma, não há necessidade de o investidor controlar os preços no tempo, pois a atualização monetária e o pagamento dos custos de carregamento já são feitos através do aluguel.

Este simples exemplo ilustra como podem ser enganosos os cálculos de rentabilidade feitos pelos investidores desatentos, como a comparação da rentabilidade da locação com as taxas de curto prazo dos títulos públicos, por exemplo. Enquanto os imóveis podem ser valorizar no tempo, os títulos públicos de curto prazo estão sujeitos ao efeito corrosivo da inflação. Outro benefício do investimento em imóveis é a questão tributária: enquanto nos títulos públicos haverá cobrança de imposto de renda sobre o valor integral de valorização dos títulos, pouco importando o efeito da inflação, nos imóveis o imposto de renda deverá ser aplicado apenas sobre o ganho de capital[3]

4.3.1 Exemplo

Id	Compra	ITBI	Outros	Custo Total	Aluguel líq.	Rend. (%)	Venda
1	290.603,2	8.718,10	2.906,03	302.227,3	1.418,16	5,78	338.173,6
2	302.754,7	9.082,64	3.027,55	314.864,8	1.264,63	4,93	327.228,0
3	287.465,6	8.623,97	2.874,66	298.964,2	1.170,97	4,80	360.624,5
4	323.929,2	9.717,88	3.239,29	336.886,4	876,51	3,17	386.662,5
5	304.942,6	9.148,28	3.049,43	317.140,3	1.139,93	4,40	364.454,6
6	287.693,0	8.630,79	2.876,93	299.200,7	1.343,56	5,52	358.200,6
7	307.311,4	9.219,34	3.073,11	319.603,9	1.735,84	6,72	380.667,8
8	311.074,9	9.332,25	3.110,75	323.517,9	1.284,29	4,87	381.652,4
9	308.636,7	9.259,10	3.086,37	320.982,2	1.431,65	5,49	383.878,3
10	295.419,2	8.862,58	2.954,19	307.235,9	1.234,70	4,93	365.336,3
11	322.676,7	9.680,30	3.226,77	335.583,8	904,56	3,28	387.172,5
12	305.847,7	9.175,43	3.058,48	318.081,5	1.163,40	4,48	334.155,0

[3]Também há cobrança de IR sobre os aluguéis recebidos. Assim, para que a estratégia funcione, o investidor deverá exigir um aluguel que cubra os custos e a atualização monetária já líquido de impostos.

Verifica-se na tabela acima que alguns imóveis da carteira tem rendimento um pouco inferior e outros um rendimento um pouco superior à média. A taxa de rendimento efetiva total pode ser calculada através da razão entre a soma dos valores dos aluguéis líquidos e a soma dos valores totais despendidos pelo investidor na aquisição da unidade. Esta taxa, para o exemplo em questão, é de 4,84% a.a. Admitindo que esta rentabilidade seja suficiente para cobrir os custos de carregamento dos imóveis assim como atualizar monetariamente o capital investido, pode-se considerar qualquer excesso no preço de venda em relação ao custo total de aquisição como lucro.

Assim, o lucro total com a venda das unidades para o investidor pode ser calculado através da razão entre a soma dos valores de venda destas unidades e a soma dos valores desembolsados pelo investidor para a sua aquisição, o que resulta em um lucro de 573.917,20. A taxa de lucro real da operação, portanto, é a razão deste lucro pelo custo total de aquisição, 15,13%.

Deve-se salientar que o lucro assim calculado se refere ao lucro da estratégia como um todo e não ao lucro obtido isoladamente em cada unidade. Para calcular o lucro/prejuízo em cada unidade seria necessário conhecer outros dados, como o tempo decorrido entre a compra e a venda das unidades e o eventual lucro ou prejuízo que o carregamento de cada unidade causou, isoladamente[4].

Id	Custo Total	Aluguel líq.	Rend. (%)	Venda	Lucro	Lucro (%)
1	302.227,3	1.418,16	5,78	338.173,6	35.946,30	11,89
2	314.864,8	1.264,63	4,93	327.228,0	12.363,17	3,93
3	298.964,2	1.170,97	4,80	360.624,5	61.660,33	20,62
4	336.886,4	876,51	3,17	386.662,5	49.776,08	14,78
5	317.140,3	1.139,93	4,40	364.454,6	47.314,32	14,92
6	299.200,7	1.343,56	5,52	358.200,6	58.999,93	19,72
7	319.603,9	1.735,84	6,72	380.667,8	61.063,86	19,11
8	323.517,9	1.284,29	4,87	381.652,4	58.134,56	17,97
9	320.982,2	1.431,65	5,49	383.878,3	62.896,10	19,59
10	307.235,9	1.234,70	4,93	365.336,3	58.100,41	18,91
11	335.583,8	904,56	3,28	387.172,5	51.588,71	15,37
12	318.081,5	1.163,40	4,48	334.155,0	16.073,43	5,05

Este exemplo é ilustrativo de quão enganoso pode ser a aplicação do método da renda: a princípio, unidades que geram alguéis com taxas de rentabilidade próximas à inflação seriam preteridas em relação aos outros investimentos disponíveis no mercado financeiro. No entanto, com a adoção de uma estratégia adequada, o investimento em imóveis mostrou-se capaz de proporcionar rentabilidades elevadas.

[4] É fácil perceber que enquanto algumas unidades tiveram rentabilidade bem acima do esperado, como as unidade 1 e 7, outras unidades tiveram rentabilidade bem abaixo do esperado, como as unidades 4 e 11. Assim, para o cálculo do lucro real exato de cada unidade em separado, dever-se-ia levar em conta o lucro/prejuízo operacional que o carregamento destas unidades no tempo causou.

Caso o investidor viesse a procurar um avaliador para saber o valor de mercado dos imóveis antes de sua aquisição, baseado no valor dos aluguéis então vigentes, e o avaliador tivesse utilizado o método da renda, com uma taxa de capitalização de 6% a.a., o investidor provavelmente não teria comprado quaisquer dos imóveis, pois teria chegado à conclusão que todos os imóveis estariam sobrevalorizados, como mostra a tabela abaixo.

Id	Aluguel líq.	Custo Total	Avaliação	Venda
1	1.418,16	302.227,3	291.350,2	338.173,6
2	1.264,63	314.864,8	259.807,7	327.228,0
3	1.170,97	298.964,2	240.565,9	360.624,5
4	876,51	336.886,4	180.071,5	386.662,5
5	1.139,93	317.140,3	234.188,9	364.454,6
6	1.343,56	299.200,7	276.023,0	358.200,6
7	1.735,84	319.603,9	356.614,6	380.667,8
8	1.284,29	323.517,9	263.846,5	381.652,4
9	1.431,65	320.982,2	294.121,0	383.878,3
10	1.234,70	307.235,9	253.659,5	365.336,3
11	904,56	335.583,8	185.834,8	387.172,5
12	1.163,40	318.081,5	239.011,0	334.155,0

No entanto, caso o avaliador, em comum acordo com o investidor, tivesse estabelecido uma expectativa de valorização a uma taxa de 1,5% a.a., o avaliador teria chegado aos seguintes valores de mercado para os imóveis:

Id	Aluguel líq.	Custo Total	Avaliação	Venda
1	1.418,16	302.227,3	385.914,3	338.173,6
2	1.264,63	314.864,8	344.134,1	327.228,0
3	1.170,97	298.964,2	318.647,0	360.624,5
4	876,51	336.886,4	238.517,8	386.662,5
5	1.139,93	317.140,3	310.200,2	364.454,6
6	1.343,56	299.200,7	365.612,3	358.200,6
7	1.735,84	319.603,9	472.361,8	380.667,8
8	1.284,29	323.517,9	349.483,8	381.652,4
9	1.431,65	320.982,2	389.584,6	383.878,3
10	1.234,70	307.235,9	335.990,3	365.336,3
11	904,56	335.583,8	246.151,6	387.172,5
12	1.163,40	318.081,5	316.587,4	334.155,0

Desta forma, baseado nas avaliações fornecidas, o investidor deixaria de comprar apenas as unidades 4, 5, 11 e 12 (talvez ele decidisse comprar a 5 e a 12, por estas terem apresentados valores de mercado apenas um pouco superior ao custo de aquisição).

Assim, o seu resultado geral seria um rendimento de 5,38% a.a. com os aluguéis, superior ao custo de reposição da inflação e outros custos de carregamento, e teria auferido um lucro total de 409.164,66 com a venda das unidades. Apesar do menor lucro com a venda das unidades, esse lucro se dá sobre um capital investido menor, gerando portanto maior rentabilidade geral, no caso igual a 16,45%.

4.3.2 Conclusão

O método da renda (ou remuneração do capital) é um método muito interessante para ajudar na compreensão de como se formam os valores dos imóveis e dos aluguéis. Se por um lado o valor do imóvel é gerado pela sua capacidade de gerar renda (D'Amato and Alonso 2019, 113), por outro lado uma parte do total da renda gerada pelo imóvel está implícita (quarta renda), o que dificulta a aplicação do método, seja para formação de valores de venda a partir dos valores dos alugueis ou vice-versa.

4.4 Método da Renda e Método Evolutivo

A aplicação do método da renda muitas vezes deve ser feita em conjunto com o método evolutivo. Basicamente, o método evolutivo consiste em formar o valor do imóvel através da soma dos seus componentes (terra e benfeitorias), majorada ou não de um fator de comercialização (ou vantagem da coisa feita), a ser aplicado fins de compensar o proprietário do imóvel pelo fato de ter ali aplicado uma soma de dinheiro que deixou de rentabilizar durante o período de construção do mesmo. Assim, quanto maior for o valor dos investimentos nas benfeitorias, maior tende a ser o fator de comercialização. Como os componentes dos imóveis (terra e benfeitorias), no entanto, possuem comportamento diferente em relação à valorização no tempo (as benfeitorias tendem a se depreciar com o tempo, enquanto a terra urbana, em geral, tende a se tornar mais cara com o crescimento das cidades), é ideal que sejam aplicadas taxas diferentes de rentabilidade a esses dois componentes.

Além da necessidade de aplicação de taxas separadas aos componentes terra e benfeitorias, outros problemas surgem quando da aplicação do método da renda aos imóveis heterogêneos, como os imóveis comerciais, por exemplo. É sabido que a capacidade de gerar renda das lojas, unidades comerciais em geral situadas no pavimento térreo é maior do que a capacidade de gerar renda dos andares superiores, onde se localizam, em geral, as salas comerciais e/ou andares corporativos. Assim, a composição de terreno e benfeitoria de cada unidade vai ser diferentes, tanto por conta das benfeitorias serem de tamanhos e possivelmente também de padrões e idade aparente diferentes, assim como porque a participação da terra em cada unidade vai ser diferente conforme o tamanho e o valor da benfeitoria. Por exemplo, seja um prédio de três andares (térreo mais dois), em que o térreo é composto por lojas comerciais de frente para uma rua movimentada enquanto os andares superiores são salas comerciais exploradas como locação para proofissionais liberais para instalação de escritórios. Não seria justo dizer que a cada andar da edificação cabe um terço do valor do terreno. Claramente deve-se estabelecer um peso maior para o andar térreo do que para os andares superiores, que tendem a produzir menor renda se comparado às lojas daquele pavimento.

Em geral, são pré-estabelecidos pesos a cada andar e, a partir desses pesos são calculadas áreas homogeneizadas e assim divididos a cota-parte de cada pavimento.

4.4.1 Exemplo

Seja o problema de calcular o valor dos aluguéis de cada pavimento de um edifício novo de 3 andares (térreo + 2), com área construída de 500 m^2 cada um, num terreno de 1000 m^2 de área.

Imagine que pesquisa de mercado recém realizada tenha fornecido para os terrenos naquele local o valor de R$1.000,00 por metro quadrado e os custos de construção para reprodução das benfeitorias seja de R$2.000,00 por metro quadrado.

Imagine ainda que a Taxa de Ocupação dos terrenos no local, estabelecida pela prefeitura seja igual a 0,5 e o Coeficiente de Aproveitamento Básico do terreno seja igual a 1,5, ou seja, que o plano diretor permita que naquele local se construa uma vez e meia a área do terreno, exatamente como as construções existentes se apresentam.

Aplique taxa de rentabilidade de 8% a.a para o valor do capital terreno e 12% a.a. para o valor das benfeitorias. Considere que no local o peso do térreo em relação aos outros pavimentos seja estimado em 3:1. Considere um fator de comercialização igual a 1,10.

Solução:

Como as construções existentes são exatamente as mesmas permitidas pela legislação, não há que se falar em sub ou superaproveitamento do terreno.

O valor do capital terreno total é de $R\$1.000,00/m^2 \times 1.000m^2 = R\$1.000.000,00$

Para o cálculo do valor do aluguel do térreo, deve-se considerar 3/5 deste valor (3 vezes o térreo mais 2 superiores), ou seja, o Capital Terreno do térreo é igual a R$ 600.000,00.

Já o valor do Capital Benfeitoria total do edifício é igual a $R\$2.000,00/m^2 \times 1.500m^2 = R\$3.000.000,00$. Assim, o Capital Benfeitoria do térreo e de cada um dos dois pavimentos superiores são idênticos e de valor igual a R$1.000.000,00.

Dessa forma, para o cálculo do aluguel do térreo tem-se:

$$Al_{Trreo} = 1,10\frac{(600.000,00 \times 0,08 + 1.000.000,00 \times 0,12)}{12} = 15.400$$

Ou seja, o valor do aluguel do térreo, baseado nas premissas adotadas, é de R$15.400,00/mês (R$14.685/mês se considerada a capitalização mensal).

Já para um andar superior, o valor locatício será de:

$$Al_{Trreo} = 1,10 \frac{(200.000,00 \times 0,08 + 1.000.000,00 \times 0,12)}{12} \approx 12.450$$

Ou seja, o valor do aluguel de um andar superior, baseado nas premissas adotadas, é de R$ 12.450,00/mês (R$11.850/mês se considerada a capitalização mensal).

4.5 Coeficiente de Aproveitamento

Outro fato importante na avaliação de aluguéis através do método evolutivo está na necessidade da consideração do real aproveitamento do terreno por parte do proprietário. A explicação é que na aplicação do método involutivo é necessário avaliar o terreno para a composição do preço final do imóvel, para enfim aplicar a taxa de rentabilidade. No entanto, pode ser que o edifício construído esteja aproveitando o terreno de maneira superior (superaproveitamento) ou inferior (subaproveitamento) ao potencial do terreno. Assim, para o cálculo do aluguel justo, deve ser primeiramente aplicado um fator ao valor do terreno que leva em consideração este super ou subaproveitamento, calculando assim o capital terreno que está efetivamente disponibilizado ao locatário, em cima do qual deverá incidir a taxa de rendimento.

4.5.1 Coeficiente de aproveitamento clássico

Basicamente, o cálculo do coeficiente de aproveitamento do terreno pode ser feito através da simples equação abaixo, que define o Coeficiente de Aproveitamento do terreno como a razão entre a área homogeneizada existente (ou realmente edificada) e a área homogeneizada possível (hipotética, de acordo com os regramentos de uso do solo local):

$$CA = \frac{A_{hexistente}}{A_{hpossivel}}$$

4.5.1.1 Exemplo

Um terreno com 2.304 m^2, situado numa região com TO = 0,5 e CA = 2, efetivamente ocupado por uma construção térrea com 700 m^2 de área construída. Considerando o preço unitário do terreno, avaliado em R$ 887,65/m^2, e o custo de reedição das benfeitorias, estimado em R$ 550.000,00, qual o valor do aluguel do imóvel? Considerar o fator de comercialização igual a 1,10 e as taxas de rentabilidade para o terreno e as benfeitorias de 8% e 12% a.a., respectivamente. Relação de pesos entre térreo, primeiro andar e superiores: 3:2:1.

Solução:

1. Cálculo do valor do terreno

$V_t = 2.304 \times 887,65 = 2.045.158,45$

2. Cálculo do Coeficiente de Aproveitamento

$CA = \frac{A_{hexistente}}{A_{hpossivel}} = \frac{3 \times 700}{(3+2+1+1) \times 2.304 * 0,5} = \frac{2.100}{8.064} = 0,26$

3. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$C_t = CA \times V_t = 0,26 \times 2.045.158,45 = 531.741,20$

4. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (531.741,20 + 550.000,00) \approx 1.134.915,00$

5. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 531.741,20 + 0,0095 \times 550.000,00}{1.031.741} = 0,836\%$

6. Cálculo do valor do aluguel

$Al_I = C_I \times i = 1.134.915,00 \times 0,00836 \approx 9.500 R\$/\text{mês}$

4.5.2 Efeitos da idade e do padrão de construção existente sobre o aproveitamento efetivo do terreno

Alguns autores defendem que seja considerado no aproveitamento do terreno não apenas os valores de área construída mas também os aspectos qualitativos desta área construída, tais como padrão de acabamento e depreciação.

Existem algumas tentativas de se estabelecer uma fórmula para cálculo do coeficiente de aproveitamento (CA) em função dos diversos parâmetros. No entanto, alguns testes realizados pelo autor deste texto parecem mostrar que as fórmulas atualmente em estudo levam a resultados incoerentes. Dessa forma, toma-se a liberdade aqui de propor que as considerações sobre os aspectos qualitativos das benfeitorias sejam feitas já no cálculo das áreas homogeneizadas existentes e possíveis.

4.5.2.1 Exemplo 1

Tome-se o mesmo exemplo anterior, porém considerando que as construções existentes tem idade de 22 anos, com 60 anos de vida útil, estando este edifício situado em bairro composto, em sua grande maioria, de edificações novas. Assuma que o padrão da edificação existente em estudo seja coerente com o padrão das outras edificações no entorno.

Solução

1. Cálculo do CA

$A_{hexistente} = 3 \times A_b \times \left(0,2 + 0,8\frac{60-22}{60}\right) = 3 \times 700 \times 0,7067 \approx 1.484$

$A_{hpossivel} = (3 + 2 + 1 + 1) \times 0,5 \times 2.304 \times \left(0,2 + 0,8\frac{60-0}{60}\right) = 8.064$

$CA = \frac{1.484}{8.064} = 0,184$

2. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$C_t = CA \times V_t = 0,184 \times 2.045.158,45 = 376.383,70$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (376.383,70 + 550.000,00) \approx 1.019.022,00$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0{,}0064 \times 376.383{,}70 + 0{,}0095 \times 550.000{,}00}{926.383{,}70} = 0,824\%$

5. Cálculo do valor do aluguel

$Al_I = C_I \times i = 1.019.022,00 \times 0,00824 \approx 8.400 R\$/\text{mês}$

4.5.2.2 Exemplo 2

No mesmo exemplo anterior, considere agora que o edifício mais antigo tinha padrão de acabamento inferior ao padrão de acabamento dos imóveis do entorno. Considere os índices de 1,47 e 1,926 para representar os respectivos padrões.

1. Cálculo do CA

$A_{hexistente} = 3 \times A_b \times \left(0,2 + 0,8\frac{60-22}{60}\right) \times 1,47 = 3 \times 700 \times 0,7067 \times 1,47 \approx 2.181,50$

$A_{hpossivel} = (3 + 2 + 1 + 1) \times 0,5 \times 2.304 \times \left(0,2 + 0,8\frac{60-0}{60}\right) \times 1,926 = 15.531,26$

$CA = \frac{2.181{,}50}{15.531{,}26} = 0,14$

2. Valor do Capital Terreno disponível ao locatário

$C_t = CA \times V_t = 0,14 \times 2.045.158,45 = 287.260,20$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (287.260,20 + 550.000,00) \approx 920.986,20$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 287.260,20 + 0,0095 \times 550.000,00}{837.260,20} = 0,844\%$

5. Cálculo do valor do aluguel

$Al_I = C_I \times i = 920.986,20 \times 0,00844 \approx 7.770 R\$/\text{mês}$

4.5.3 Cálculo do valor locatício de unidades autônomas

Os procedimentos acima apresentados são relevantes para aplicação ao cálculo de aluguéis de prédios completos. Existem situações práticas, no entanto, em que se requer a avaliação de uma unidade autônoma apenas e não se conhecem os dados de áreas do terreno ou área construída das outras unidades.

Nestes casos, pode-se prosseguir com o cálculo do valor do Capital Terreno da unidade a partir da seguinte expressão:

$$CT_{un} = q_t \frac{A_{hu}}{TO \times p + (CA_{basico} - TO) * 1}$$

4.5.3.1 Exemplo

Calcule o valor locatício de uma unidade de 250 m^2 no térreo em um edifício em que não se conhece o valor da área do terreno, tampouco a área construída das outras unidades. Considerar TO = 0,5 e $CA_{basico} = 1,5$.

Imagine que pesquisa de mercado recém realizada tenha fornecido para os terrenos naquele local o valor de R\$1.000,00 por metro quadrado e os custos de construção para reprodução das benfeitorias seja de R\$2.000,00 por metro quadrado.

Aplique taxa de rentabilidade de 8% a.a para o valor do capital terreno e 12% a.a. para o valor das benfeitorias. Considere que no local o peso do térreo em relação aos outros pavimentos seja estimado em 3:1. Considere um fator de comercialização igual a 1,10.

Solução

1. Cálculo do Capital Terreno da unidade autônoma

$$CT_{un} = 1.000\frac{3 \times 250}{0,5 \times 3 + (1,5 - 0,5) * 1} = 1.000\frac{750}{2,5} = 300.000$$

2. Cálculo do valor do Capital Benfeitoria

$C_b = 250 \times 2.000 = 500.000,00$

3. Valor do Capital Imóvel disponível ao locatário

$C_I = FC \times (C_t + C_b) = 1,10 \times (300.000,00 + 500.000,00) \approx 880.000,00$

4. Cálculo da taxa ponderada a ser aplicada ao Capital Imóvel

$i = \frac{i_t V_t + i_b V_b}{V_t + V_b} = \frac{0,0064 \times 300.000,00 + 0,0095 \times 500.000,00}{800.000,00} = 0,834\%$

5. Cálculo do valor do aluguel

$Al_I = C_I \times i = 880.000,00 \times 0,00834 \approx 7.340,00 R\$/\text{mês}$

4.6 O Método Comparativo

O Método Comparativo Direto de Dados de Mercado (MCDDM) é um método de aplicação recomendável para avaliação tanto de aluguéis como de valores de venda, quando a tipologia e o mercado a que o imóvel pertence possibilitar a aplicação do método.

Como os imóveis são bens heterogêneos, em geral, sua comparação é injusta. No entanto, algumas tipologias, como apartamentos, quando localizados em grandes centros urbanos, onde estes são fabricados praticamente em série, possibilitam a aplicação do método, desde que os seus valores possam ser ajustados de maneira a possibilitar essa comparação, como no caso da aplicação do tratamento por fatores, onde fatores de *homogeneização* são aplicados a esses bens heterogêneos com fins de permitir a comparação de seus valores. Outro tratamento ainda mais interessante é o chamado tratamento científico, ou seja, o tratamento das características dos imóveis por métodos estatísticos que permitam explicar como se dá no mercado a formação dos preços dos aluguéis ou valores de venda.

Como este método prescinde da definição prévia de taxas de rentabilidade ou expectativa de valorização, ele deve ser preferido sempre que aplicação seja possibilitada pela existência de um número razoável de dados de mercado.

4.7 Método da Renda vs. Método Comparativo

O exemplo abaixo, extraído de D'Amato and Alonso (2019, 94), ilustra como pode ser problemática a aplicação do método da renda ou remuneração do capital.

Table: Exemplo 1: Método da Renda vs. Método Comparativo.

Id	Venda (R$)	Aluguel (R$/mês)	Taxa (% a.m.)	Taxa (% a.a.)
1	420.000	2.000	0,48	5,87
2	450.000	2.800	0,62	7,73
3	320.000	1.400	0,44	5,38
4	260.000	1.250	0,48	5,92
5	460.000	2.700	0,59	7,28
6	690.000	4.000	0,58	7,18
7	650.000	3.800	0,58	7,25
8	380.000	1.240	0,33	3,99
9	550.000	3.300	0,60	7,44
10	560.000	3.500	0,62	7,76
11	420.000	2.500	0,60	7,38
12	320.000	1.800	0,56	6,96
13	430.000	2.500	0,58	7,20
14	290.000	1.300	0,45	5,51

A pesquisa de mercado foi realizada com intuito de fundamentar a taxa de rendimento a ser aplicada no método da renda.

Neste exemplo D'Amato and Alonso (2019) apenas ilustravam como seria a pesquisa e o cálculo da taxa de rentabilidade e não chegaram a demonstrar a aplicação do método para a avaliação de qualquer unidade. É simples fazê-lo, contudo. Imagine-se que a unidade em análise seja uma unidade com valor de venda igual a R$ 425.000,00.

A taxa de rentabilidade média anual calculada pela amostra é de 6,63 % a.a., com desvio-padrão de 1,11. Pode-se construir um intervalo de confiança para a média com confiança de 80% utilizando-se, simplificadamente, a distribuição normal (ver **?**; **?**), através da equação:

$$IC = 6,63 \pm \frac{\mathcal{N}_{90} \times \hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 6,63 \pm \frac{1,28 \times 1,11}{\sqrt{14}} = 6,63 \pm 0,38$$

O valor do aluguel para o apartamento com valor de venda igual a R$425.000,00 é, aproximadamente, R$ 2.350,00 [2.215,00; 2.480,00].

Acredita-se que esta seja uma aplicação válida do método da renda, pois o valor de venda da unidade em pauta tem valor próximo ao valor da média amostral, de R$ 442.857,14. No entanto, se o propósito fosse o de avaliar outros imóveis, com diferentes preços de venda, a partir dessa mesma taxa, o resultado final não seria adequado, como será visto.

Pois com o método da renda o valor estimado para o aluguel para um imóvel com valor de venda de R$ 275.000,00 seria de, aproximadamente, R$ 1.520,00 [1.430; 1600,00]. Já o valor do aluguel estimado com o método da renda para um imóvel com valor de venda igual a R$ 575.000,00 seria de R$ 3.175 [3.000,00; 3.350,00]. Em suma, o método da renda implica que imóveis com os mais diversos valores de venda apresentarão a mesma rentabilidade.

No entanto, esta hipótese (de que a rentabilidade é constante para quaisquer valores de venda) deveria ser testada. Em termos estritamente formais, deveria ser testada a hipótese de que não há regressão entre a taxa de rentabilidade e os valores de venda.

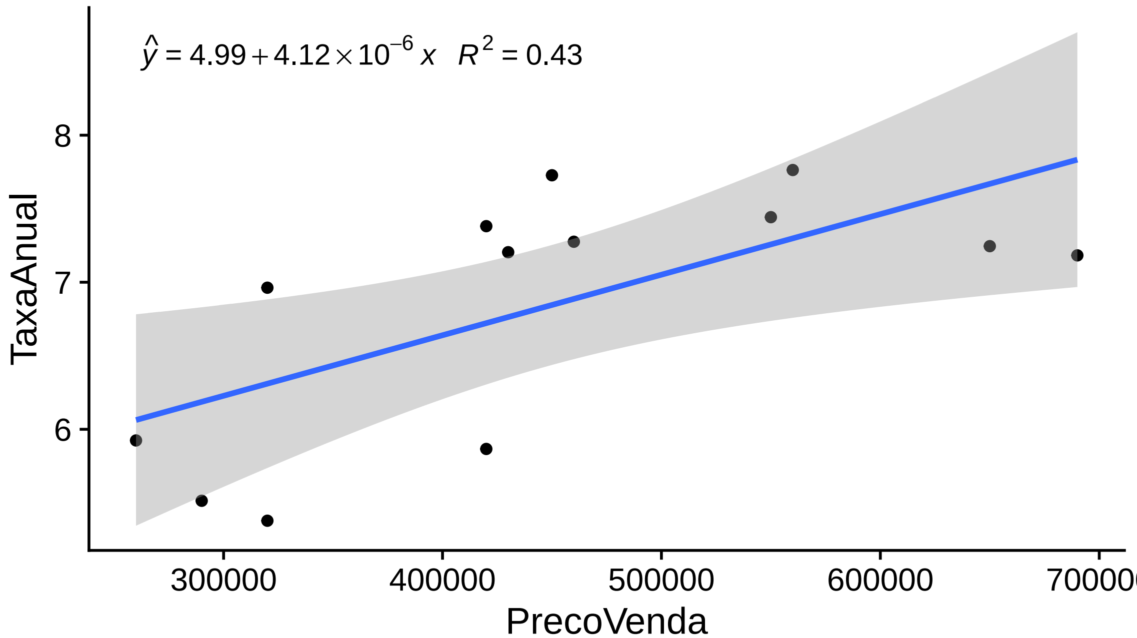

Figure 4.1: Regressão entre os valores de Aluguéis e de Venda.

A Figura @ref(fig:RegressaoRenda) mostra que esta não é uma hipótese válida para este caso: claramente existe uma regressão entre os valores de aluguel e os valores de venda, *i.e.* a taxa de rentabilidade varia em função do preço de venda dos imóveis[5].

Outra maneira mais simples de tratar os dados via método comparativo seria através da modelagem direta dos preços dos aluguéis em função dos preços de venda, como ilustrado na Figura @ref(fig:Comparativo).

[5]Formalmente, dever-se-ia demonstrar que o teste F rejeitou a hipótese nula de que não há regressão entre a taxa de rendimento e os valores de venda. Este teste foi realizado pelo autor, porém não foi incluído no texto.

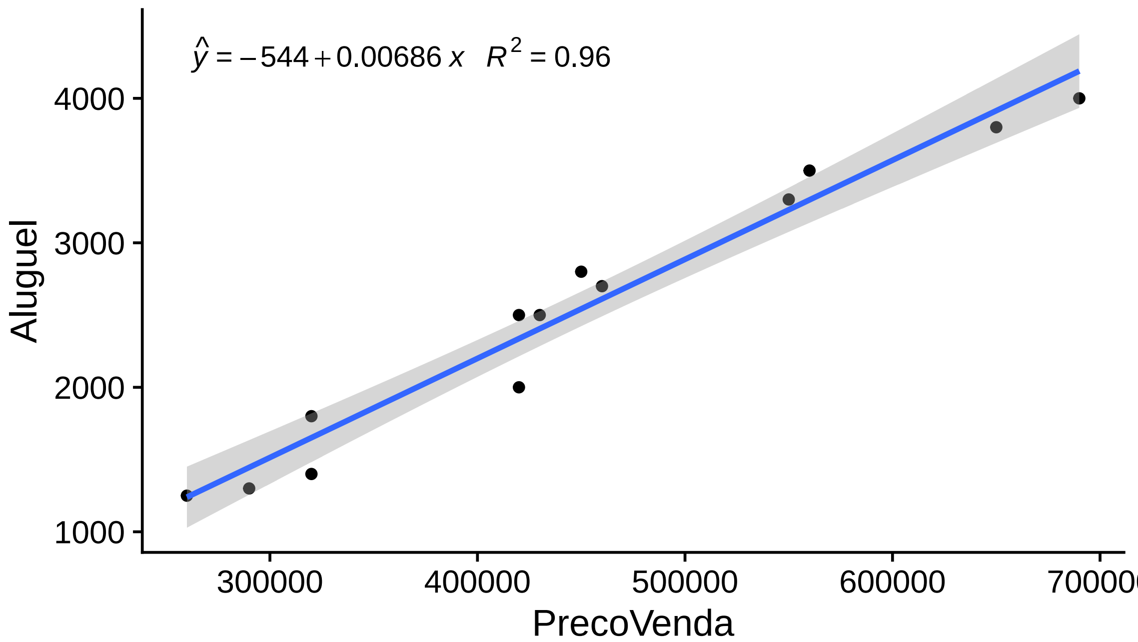

Figure 4.2: Regressão entre os valores de Aluguéis e de Venda.

O valor do aluguel calculado com este último modelo para os imóveis com valores de venda iguais a R$ 275.000,00; R$ 425.000,00 e R$ 575.000,00; assim como os valores previamente ajustados para estes mesmos imóveis com o método da renda podem ser vistos na Tabela @ref(tab:comparacao).

Table 4.7: Comparação de avaliações: Método da Renda vs. Método Comparativo.

Preço de Venda (R$)	Aluguel (R$)	Taxa (% a.a.)
Método da Renda		
275.000	1.520	6,63
425.000	2.350	6,63
575.000	3.175	6,63
Método Comparativo		
275.000	1.340	5,85
425.000	2.370	6,70
575.000	3.400	7,10

O que se percebe claramente pela análise da tabela acima é que o Método da Renda claramente seria adequado para calcular o aluguel estimado apenas para o imóvel com valor de venda igual a R$ 425.000,00, enquanto majora injustamente o valor do aluguel do imóvel com valor de venda abaixo da média amostral (R$ 275.000,00) e minora também injustamente o valor do aluguel do imóvel com valor de venda cima da média amostra (R$ 575.000,00).

4.8 Exemplo

A melhor alternativa, então, ao método da renda ou remuneração do capital, é o Método Comparativo Direto de Dados de Mercado (MCDDM). Para aplicação deste método, contudo, não é necessário conhecer os valores de venda das unidades, como no exemplo anterior. Uma pesquisa de mercado deve ser feita na busca de encontrar as variáveis relevantes para explicar a formação de preço dos aluguéis apenas. A abundância de dados de anúncios de imóveis para alugar, em alguns mercados, facilita bastante a vida do avaliador. É o caso dos apartamentos em grandes centros urbanos. A tabela abaixo mostra os dados coletados pelo autor visando efetuar avaliação do valor do aluguel de apartamentos de um quarto (tipo Studio) e dois quartos na região da Agronômica. Deve-se notar que, no caso dos apartamentos, usualmente é relevante aos locatários o conhecimento prévio dos outros custos que terão decorrentes da locação do imóvel, tais como IPTU e condomínio. Neste caso, portanto, a variável dependente não será o valor do aluguel a ser cobrado pelo proprietário, mas o valor total das despesas do locatário. Assim, após o ajuste do modelo, para obtenção do valor do aluguel a constar do contrato, deverá ser retirado dos valores ajustados o valor das taxas condominiais e do IPTU.

Table 4.8: Exemplo 2: Dados para aplicação do Método Comparativo.

Id	Padrao	Area	Quartos	Vagas	Aluguel	Condo	IPTU	Total	Bairro
1	Baixo	50,08	1	1	950	700,00	78,00	1.728,00	Centro
2	Alto	105,00	2	2	5.500	600,00	172,00	6.272,00	Centro
3	Medio	105,00	1	1	2.500	900,00	117,00	3.517,00	Centro
4	Alto	75,21	2	1	3.950	676,00	158,00	4.784,00	Centro
5	Medio	256,64	4	1	3.200	1.200,00	574,00	4.974,00	Centro
6	Alto	140,00	3	1	300	2.320,00	504,00	3.124,00	Centro
7	Medio	60,00	2	1	2.850	508,00	66,00	3.424,00	Centro
8	Medio	50,08	1	1	1.600	677,00	78,00	2.355,00	Centro
9	Baixo	105,42	3	1	2.900	885,00	223,55	4.008,55	Centro
10	Baixo	49,74	1	0	1.300	550,00	195,00	2.045,00	Centro
11	Baixo	31,91	1	2	1.800	450,90	160,00	2.410,90	Centro
12	Alto	213,00	4	2	3.200	1.568,34	539,60	5.307,94	Centro
13	Baixo	42,00	1	0	1.550	461,00	45,21	2.056,21	Centro
14	Baixo	75,30	3	0	2.100	510,00	56,18	2.666,18	Centro
15	Baixo	24,61	1	0	1.600	102,98	108,08	1.811,06	Centro
16	Alto	28,93	1	1	2.500	281,22	115,75	2.896,97	Centro
17	Medio	43,49	1	0	1.550	359,75	99,57	2.009,32	Centro

Id	Padrao	Area	Quartos	Vagas	Aluguel	Condo	IPTU	Total	Bairro
18	Alto	34,96	1	1	3.600	497,11	96,59	4.193,70	Agronômica
19	Medio	60,38	2	1	2.400	708,16	131,85	3.240,01	Agronômica
20	Alto	157,00	4	2	5.500	1.440,86	538,15	7.479,01	Agronômica
21	Alto	151,00	4	2	6.000	1.420,00	60,00	7.480,00	Agronômica
22	Alto	139,00	3	3	8.000	1.050,00	465,00	9.515,00	Agronômica
23	Alto	93,00	2	1	4.900	743,00	1.232,00	6.875,00	Agronômica
24	Baixo	42,00	1	0	1.500	309,00	60,00	1.869,00	Agronômica
25	Medio	65,00	2	1	2.500	600,00	117,00	3.217,00	Agronômica
26	Medio	64,00	2	1	2.000	766,00	136,00	2.902,00	Agronômica

O modelo que melhor se ajustou aos dados pode ser visto na Figura @ref(fig:ExComparativo). Deve-se notar que o modelo ajustou-se bem a estes dados. Algumas variáveis que se pensava relevantes mostraram apresentar pouca significância estatística, como a variável Dormitórios.

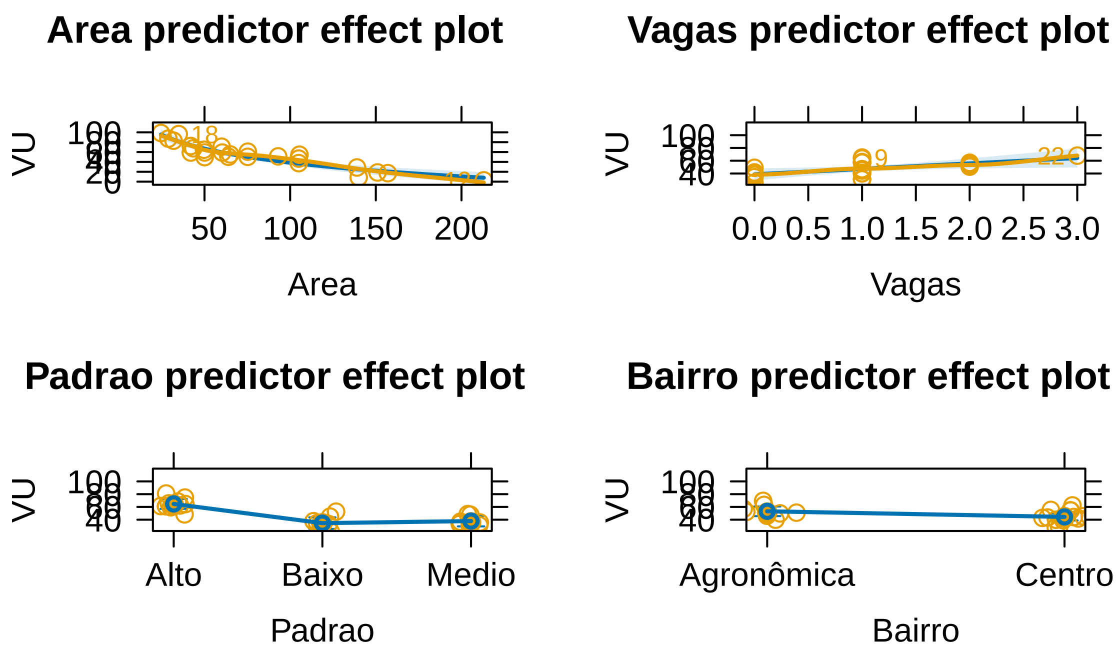

Figure 4.3: Modelo ajustado para o valor total a ser despendido pelo locatário.

De posse do modelo assim ajustado, procedeu-se a avaliação de três unidades:

1. Um Studio com 35,4 m^2, 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro Agronômica.

2. Um apartamento de 2 quartos, com 65,66 m^2 de área, com 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro da Agronômica
3. Um apartamento de 2 quartos, com 71,64 m^2 de área, com 1 vaga de garagem e padrão alto no bairro da Agronômica

O valor ajustado pelo modelo, o valor das taxas condominiais e IPTU previstos, assim como o valor do aluguel a constar em contrato podem ser vistos na Tabela abaixo:

Table 4.9: Exemplo 2: Aluguéis calculados pelo modelo.

Id	Area	Quartos	Vagas	Padrao	VAjustado	Condominio	IPTU	Aluguel
1	35,40	1	1	Alto	3.650,38	150	70	3.430,38
2	65,66	2	1	Alto	5.125,77	200	100	4.825,77
3	71,64	2	1	Alto	5.339,37	215	110	5.014,37

Considerações Finais

...

References

Barbieri, José Carlos, Antonio Carlos Teixeira Álvares, and Claude Machline. 2007. "Taxa Interna de Retorno: Controvérsias e Interpretações." *Revista Gestão Da Produção Operações e Sistemas*, no. 4: Pag. 131. https://doi.org/10.15675/gepros.v0i4.184.

Blanchard, Olivier Jean. 1979. "Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations." *Economics Letters* 3 (4): 387–89. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0165-1765(79)90017-X.

D'Amato, Mônica, and Nelson Roberto Pereira Alonso. 2019. *Avaliação de Aluguéis*. Edited by Leud. 4th ed. São Paulo.

GRANELLE, J-J. 1998. *Économie Immobilière. Analyses Et Applications*. Paris: Economica.

Lacerda, Norma, and Pedro Abramo. 2020. "O Mercado de Aluguel de Imóveis Comerciais e de Serviços Em Centros Históricos Brasileiros: Implicações Da Conservação Inovadora e Da Destruição Aniquiladora Nos Preços Dos Bens Patrimoniais." *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais* 22 (E202027pt): 1–27. https://doi.org/https://doi.org/10.22296/2317-1529.rbeur.202027pt.

Machline, Claude. 1966. "Análise de Investimentos e Inflação." *Revista de Administração de Empresas*, no. 18: 51–126. https://doi.org/10.1590/S0034-75901966000100002.

Malpezzi, Stephen, and Susan M. Wachter. 2002. "The Role of Speculation in Real Estate Cycles." https://doi.org/https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2585241.

Wheaton, William C. 1999. "Real Estate 'Cycles':some Fundamentals." *Real Estate Economics* 27 (2): 209–30. https://doi.org/10.1111/1540-6229.00772.

Anexo I

Table 4.10: Fator de Atualização do Capital (FAC)

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
1	0.9984	0.9975	0.9967	0.9959	0.9950	0.9936	0.9928	0.9921	0.9913	0.9906
2	0.9967	0.9951	0.9935	0.9919	0.9901	0.9873	0.9857	0.9842	0.9828	0.9813
3	0.9951	0.9926	0.9902	0.9879	0.9851	0.9809	0.9787	0.9765	0.9742	0.9721
4	0.9934	0.9902	0.9870	0.9839	0.9802	0.9747	0.9717	0.9687	0.9658	0.9629
5	0.9918	0.9878	0.9838	0.9799	0.9754	0.9684	0.9647	0.9611	0.9574	0.9539
6	0.9901	0.9853	0.9806	0.9759	0.9705	0.9623	0.9578	0.9535	0.9492	0.9449
7	0.9885	0.9829	0.9774	0.9719	0.9657	0.9561	0.9510	0.9459	0.9409	0.9360
8	0.9869	0.9805	0.9742	0.9680	0.9609	0.9500	0.9442	0.9384	0.9328	0.9272
9	0.9853	0.9781	0.9710	0.9641	0.9561	0.9439	0.9374	0.9310	0.9247	0.9185
10	0.9836	0.9757	0.9678	0.9602	0.9513	0.9379	0.9307	0.9236	0.9167	0.9099
11	0.9820	0.9733	0.9647	0.9563	0.9466	0.9319	0.9240	0.9163	0.9088	0.9013
12	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9419	0.9259	0.9174	0.9091	0.9009	0.8929
13	0.9788	0.9685	0.9584	0.9485	0.9372	0.9200	0.9109	0.9019	0.8931	0.8845
14	0.9772	0.9661	0.9553	0.9447	0.9326	0.9141	0.9043	0.8948	0.8854	0.8762
15	0.9756	0.9637	0.9522	0.9408	0.9279	0.9083	0.8979	0.8877	0.8777	0.8679
16	0.9739	0.9614	0.9490	0.9370	0.9233	0.9025	0.8915	0.8807	0.8701	0.8598
17	0.9723	0.9590	0.9460	0.9332	0.9187	0.8967	0.8851	0.8737	0.8626	0.8517
18	0.9707	0.9566	0.9429	0.9294	0.9141	0.8910	0.8787	0.8668	0.8551	0.8437
19	0.9691	0.9543	0.9398	0.9257	0.9096	0.8853	0.8725	0.8599	0.8477	0.8357
20	0.9675	0.9519	0.9367	0.9219	0.9051	0.8796	0.8662	0.8531	0.8404	0.8279
21	0.9659	0.9496	0.9337	0.9182	0.9006	0.8740	0.8600	0.8464	0.8331	0.8201
22	0.9643	0.9473	0.9306	0.9144	0.8961	0.8684	0.8539	0.8397	0.8259	0.8124
23	0.9628	0.9449	0.9276	0.9107	0.8916	0.8629	0.8477	0.8330	0.8187	0.8048
24	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8872	0.8573	0.8417	0.8264	0.8116	0.7972
25	0.9596	0.9403	0.9215	0.9033	0.8828	0.8519	0.8357	0.8199	0.8046	0.7897
26	0.9580	0.9380	0.9185	0.8997	0.8784	0.8464	0.8297	0.8134	0.7976	0.7823
27	0.9564	0.9357	0.9155	0.8960	0.8740	0.8410	0.8237	0.8070	0.7907	0.7749
28	0.9548	0.9334	0.9125	0.8924	0.8697	0.8356	0.8178	0.8006	0.7839	0.7676
29	0.9533	0.9311	0.9096	0.8888	0.8653	0.8303	0.8120	0.7943	0.7771	0.7604
30	0.9517	0.9288	0.9066	0.8852	0.8610	0.8250	0.8062	0.7880	0.7704	0.7533
31	0.9501	0.9265	0.9036	0.8816	0.8567	0.8197	0.8004	0.7818	0.7637	0.7462

	.165%	.247%	.327%	.407%	.50%	.64%	.72%	.80%	.87%	.95%
32	0.9486	0.9242	0.9007	0.8780	0.8525	0.8145	0.7947	0.7756	0.7571	0.7392
33	0.9470	0.9219	0.8978	0.8744	0.8482	0.8093	0.7890	0.7694	0.7505	0.7322
34	0.9454	0.9197	0.8948	0.8709	0.8440	0.8041	0.7834	0.7633	0.7440	0.7254
35	0.9439	0.9174	0.8919	0.8674	0.8398	0.7989	0.7777	0.7573	0.7376	0.7185
36	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8356	0.7938	0.7722	0.7513	0.7312	0.7118
37	0.9408	0.9129	0.8861	0.8603	0.8315	0.7888	0.7667	0.7454	0.7249	0.7051
38	0.9392	0.9106	0.8832	0.8568	0.8274	0.7837	0.7612	0.7395	0.7186	0.6985
39	0.9377	0.9084	0.8803	0.8534	0.8232	0.7787	0.7557	0.7336	0.7124	0.6919
40	0.9361	0.9062	0.8774	0.8499	0.8191	0.7737	0.7503	0.7278	0.7062	0.6854
41	0.9346	0.9039	0.8746	0.8465	0.8151	0.7688	0.7449	0.7221	0.7001	0.6790
42	0.9330	0.9017	0.8717	0.8430	0.8110	0.7639	0.7396	0.7164	0.6940	0.6726
43	0.9315	0.8995	0.8689	0.8396	0.8070	0.7590	0.7343	0.7107	0.6880	0.6662
44	0.9300	0.8973	0.8661	0.8362	0.8030	0.7541	0.7291	0.7051	0.6820	0.6600
45	0.9284	0.8951	0.8632	0.8328	0.7990	0.7493	0.7239	0.6995	0.6761	0.6538
46	0.9269	0.8929	0.8604	0.8294	0.7950	0.7445	0.7187	0.6939	0.6703	0.6476
47	0.9254	0.8907	0.8576	0.8261	0.7910	0.7398	0.7135	0.6885	0.6645	0.6415
48	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7871	0.7350	0.7084	0.6830	0.6587	0.6355
49	0.9223	0.8863	0.8520	0.8194	0.7832	0.7303	0.7034	0.6776	0.6530	0.6295
50	0.9208	0.8841	0.8492	0.8160	0.7793	0.7257	0.6983	0.6722	0.6474	0.6236
51	0.9193	0.8819	0.8465	0.8127	0.7754	0.7210	0.6933	0.6669	0.6418	0.6178
52	0.9178	0.8798	0.8437	0.8094	0.7716	0.7164	0.6884	0.6617	0.6362	0.6120
53	0.9163	0.8776	0.8409	0.8061	0.7677	0.7118	0.6834	0.6564	0.6307	0.6062
54	0.9147	0.8755	0.8382	0.8029	0.7639	0.7073	0.6785	0.6512	0.6252	0.6005
55	0.9132	0.8733	0.8355	0.7996	0.7601	0.7028	0.6737	0.6461	0.6198	0.5949
56	0.9117	0.8712	0.8327	0.7964	0.7563	0.6983	0.6689	0.6410	0.6145	0.5893
57	0.9102	0.8690	0.8300	0.7931	0.7525	0.6938	0.6641	0.6359	0.6091	0.5837
58	0.9087	0.8669	0.8273	0.7899	0.7488	0.6894	0.6593	0.6309	0.6039	0.5782
59	0.9072	0.8647	0.8246	0.7867	0.7451	0.6850	0.6546	0.6259	0.5986	0.5728
60	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7414	0.6806	0.6499	0.6209	0.5935	0.5674

Table 4.11: Fator de Atualização do Capital (FAC)

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0.9901	0.9804	0.9709	0.9615	0.9524	0.9434	0.9346	0.9259	0.9174	0.9091
2	0.9803	0.9612	0.9426	0.9246	0.9070	0.8900	0.8734	0.8573	0.8417	0.8264
3	0.9706	0.9423	0.9151	0.8890	0.8638	0.8396	0.8163	0.7938	0.7722	0.7513
4	0.9610	0.9238	0.8885	0.8548	0.8227	0.7921	0.7629	0.7350	0.7084	0.6830
5	0.9515	0.9057	0.8626	0.8219	0.7835	0.7473	0.7130	0.6806	0.6499	0.6209
6	0.9420	0.8880	0.8375	0.7903	0.7462	0.7050	0.6663	0.6302	0.5963	0.5645
7	0.9327	0.8706	0.8131	0.7599	0.7107	0.6651	0.6227	0.5835	0.5470	0.5132

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
8	0.9235	0.8535	0.7894	0.7307	0.6768	0.6274	0.5820	0.5403	0.5019	0.4665
9	0.9143	0.8368	0.7664	0.7026	0.6446	0.5919	0.5439	0.5002	0.4604	0.4241
10	0.9053	0.8203	0.7441	0.6756	0.6139	0.5584	0.5083	0.4632	0.4224	0.3855
11	0.8963	0.8043	0.7224	0.6496	0.5847	0.5268	0.4751	0.4289	0.3875	0.3505
12	0.8874	0.7885	0.7014	0.6246	0.5568	0.4970	0.4440	0.3971	0.3555	0.3186
13	0.8787	0.7730	0.6810	0.6006	0.5303	0.4688	0.4150	0.3677	0.3262	0.2897
14	0.8700	0.7579	0.6611	0.5775	0.5051	0.4423	0.3878	0.3405	0.2992	0.2633
15	0.8613	0.7430	0.6419	0.5553	0.4810	0.4173	0.3624	0.3152	0.2745	0.2394
16	0.8528	0.7284	0.6232	0.5339	0.4581	0.3936	0.3387	0.2919	0.2519	0.2176
17	0.8444	0.7142	0.6050	0.5134	0.4363	0.3714	0.3166	0.2703	0.2311	0.1978
18	0.8360	0.7002	0.5874	0.4936	0.4155	0.3503	0.2959	0.2502	0.2120	0.1799
19	0.8277	0.6864	0.5703	0.4746	0.3957	0.3305	0.2765	0.2317	0.1945	0.1635
20	0.8195	0.6730	0.5537	0.4564	0.3769	0.3118	0.2584	0.2145	0.1784	0.1486
21	0.8114	0.6598	0.5375	0.4388	0.3589	0.2942	0.2415	0.1987	0.1637	0.1351
22	0.8034	0.6468	0.5219	0.4220	0.3418	0.2775	0.2257	0.1839	0.1502	0.1228
23	0.7954	0.6342	0.5067	0.4057	0.3256	0.2618	0.2109	0.1703	0.1378	0.1117
24	0.7876	0.6217	0.4919	0.3901	0.3101	0.2470	0.1971	0.1577	0.1264	0.1015
25	0.7798	0.6095	0.4776	0.3751	0.2953	0.2330	0.1842	0.1460	0.1160	0.0923
26	0.7720	0.5976	0.4637	0.3607	0.2812	0.2198	0.1722	0.1352	0.1064	0.0839
27	0.7644	0.5859	0.4502	0.3468	0.2678	0.2074	0.1609	0.1252	0.0976	0.0763
28	0.7568	0.5744	0.4371	0.3335	0.2551	0.1956	0.1504	0.1159	0.0895	0.0693
29	0.7493	0.5631	0.4243	0.3207	0.2429	0.1846	0.1406	0.1073	0.0822	0.0630
30	0.7419	0.5521	0.4120	0.3083	0.2314	0.1741	0.1314	0.0994	0.0754	0.0573
31	0.7346	0.5412	0.4000	0.2965	0.2204	0.1643	0.1228	0.0920	0.0691	0.0521
32	0.7273	0.5306	0.3883	0.2851	0.2099	0.1550	0.1147	0.0852	0.0634	0.0474
33	0.7201	0.5202	0.3770	0.2741	0.1999	0.1462	0.1072	0.0789	0.0582	0.0431
34	0.7130	0.5100	0.3660	0.2636	0.1904	0.1379	0.1002	0.0730	0.0534	0.0391
35	0.7059	0.5000	0.3554	0.2534	0.1813	0.1301	0.0937	0.0676	0.0490	0.0356
36	0.6989	0.4902	0.3450	0.2437	0.1727	0.1227	0.0875	0.0626	0.0449	0.0323
37	0.6920	0.4806	0.3350	0.2343	0.1644	0.1158	0.0818	0.0580	0.0412	0.0294
38	0.6852	0.4712	0.3252	0.2253	0.1566	0.1092	0.0765	0.0537	0.0378	0.0267
39	0.6784	0.4619	0.3158	0.2166	0.1491	0.1031	0.0715	0.0497	0.0347	0.0243
40	0.6717	0.4529	0.3066	0.2083	0.1420	0.0972	0.0668	0.0460	0.0318	0.0221
41	0.6650	0.4440	0.2976	0.2003	0.1353	0.0917	0.0624	0.0426	0.0292	0.0201
42	0.6584	0.4353	0.2890	0.1926	0.1288	0.0865	0.0583	0.0395	0.0268	0.0183
43	0.6519	0.4268	0.2805	0.1852	0.1227	0.0816	0.0545	0.0365	0.0246	0.0166
44	0.6454	0.4184	0.2724	0.1780	0.1169	0.0770	0.0509	0.0338	0.0226	0.0151
45	0.6391	0.4102	0.2644	0.1712	0.1113	0.0727	0.0476	0.0313	0.0207	0.0137
46	0.6327	0.4022	0.2567	0.1646	0.1060	0.0685	0.0445	0.0290	0.0190	0.0125
47	0.6265	0.3943	0.2493	0.1583	0.1009	0.0647	0.0416	0.0269	0.0174	0.0113
48	0.6203	0.3865	0.2420	0.1522	0.0961	0.0610	0.0389	0.0249	0.0160	0.0103

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
49	0.6141	0.3790	0.2350	0.1463	0.0916	0.0575	0.0363	0.0230	0.0147	0.0094
50	0.6080	0.3715	0.2281	0.1407	0.0872	0.0543	0.0339	0.0213	0.0134	0.0085
51	0.6020	0.3642	0.2215	0.1353	0.0831	0.0512	0.0317	0.0197	0.0123	0.0077
52	0.5961	0.3571	0.2150	0.1301	0.0791	0.0483	0.0297	0.0183	0.0113	0.0070
53	0.5902	0.3501	0.2088	0.1251	0.0753	0.0456	0.0277	0.0169	0.0104	0.0064
54	0.5843	0.3432	0.2027	0.1203	0.0717	0.0430	0.0259	0.0157	0.0095	0.0058
55	0.5785	0.3365	0.1968	0.1157	0.0683	0.0406	0.0242	0.0145	0.0087	0.0053
56	0.5728	0.3299	0.1910	0.1112	0.0651	0.0383	0.0226	0.0134	0.0080	0.0048
57	0.5671	0.3234	0.1855	0.1069	0.0620	0.0361	0.0211	0.0124	0.0074	0.0044
58	0.5615	0.3171	0.1801	0.1028	0.0590	0.0341	0.0198	0.0115	0.0067	0.0040
59	0.5560	0.3109	0.1748	0.0989	0.0562	0.0321	0.0185	0.0107	0.0062	0.0036
60	0.5504	0.3048	0.1697	0.0951	0.0535	0.0303	0.0173	0.0099	0.0057	0.0033

Anexo II

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1.0100	1.0200	1.0300	1.0400	1.0500	1.0600	1.0700	1.0800	1.0900	1.1000
2	0.5075	0.5150	0.5226	0.5302	0.5378	0.5454	0.5531	0.5608	0.5685	0.5762
3	0.3400	0.3468	0.3535	0.3603	0.3672	0.3741	0.3811	0.3880	0.3951	0.4021
4	0.2563	0.2626	0.2690	0.2755	0.2820	0.2886	0.2952	0.3019	0.3087	0.3155
5	0.2060	0.2122	0.2184	0.2246	0.2310	0.2374	0.2439	0.2505	0.2571	0.2638
6	0.1725	0.1785	0.1846	0.1908	0.1970	0.2034	0.2098	0.2163	0.2229	0.2296
7	0.1486	0.1545	0.1605	0.1666	0.1728	0.1791	0.1856	0.1921	0.1987	0.2054
8	0.1307	0.1365	0.1425	0.1485	0.1547	0.1610	0.1675	0.1740	0.1807	0.1874
9	0.1167	0.1225	0.1284	0.1345	0.1407	0.1470	0.1535	0.1601	0.1668	0.1736
10	0.1056	0.1113	0.1172	0.1233	0.1295	0.1359	0.1424	0.1490	0.1558	0.1627
11	0.0965	0.1022	0.1081	0.1141	0.1204	0.1268	0.1334	0.1401	0.1469	0.1540
12	0.0888	0.0946	0.1005	0.1066	0.1128	0.1193	0.1259	0.1327	0.1397	0.1468
13	0.0824	0.0881	0.0940	0.1001	0.1065	0.1130	0.1197	0.1265	0.1336	0.1408
14	0.0769	0.0826	0.0885	0.0947	0.1010	0.1076	0.1143	0.1213	0.1284	0.1357
15	0.0721	0.0778	0.0838	0.0899	0.0963	0.1030	0.1098	0.1168	0.1241	0.1315
16	0.0679	0.0737	0.0796	0.0858	0.0923	0.0990	0.1059	0.1130	0.1203	0.1278
17	0.0643	0.0700	0.0760	0.0822	0.0887	0.0954	0.1024	0.1096	0.1170	0.1247
18	0.0610	0.0667	0.0727	0.0790	0.0855	0.0924	0.0994	0.1067	0.1142	0.1219
19	0.0581	0.0638	0.0698	0.0761	0.0827	0.0896	0.0968	0.1041	0.1117	0.1195
20	0.0554	0.0612	0.0672	0.0736	0.0802	0.0872	0.0944	0.1019	0.1095	0.1175
21	0.0530	0.0588	0.0649	0.0713	0.0780	0.0850	0.0923	0.0998	0.1076	0.1156
22	0.0509	0.0566	0.0627	0.0692	0.0760	0.0830	0.0904	0.0980	0.1059	0.1140
23	0.0489	0.0547	0.0608	0.0673	0.0741	0.0813	0.0887	0.0964	0.1044	0.1126
24	0.0471	0.0529	0.0590	0.0656	0.0725	0.0797	0.0872	0.0950	0.1030	0.1113
25	0.0454	0.0512	0.0574	0.0640	0.0710	0.0782	0.0858	0.0937	0.1018	0.1102
26	0.0439	0.0497	0.0559	0.0626	0.0696	0.0769	0.0846	0.0925	0.1007	0.1092
27	0.0424	0.0483	0.0546	0.0612	0.0683	0.0757	0.0834	0.0914	0.0997	0.1083
28	0.0411	0.0470	0.0533	0.0600	0.0671	0.0746	0.0824	0.0905	0.0989	0.1075
29	0.0399	0.0458	0.0521	0.0589	0.0660	0.0736	0.0814	0.0896	0.0981	0.1067
30	0.0387	0.0446	0.0510	0.0578	0.0651	0.0726	0.0806	0.0888	0.0973	0.1061
31	0.0377	0.0436	0.0500	0.0569	0.0641	0.0718	0.0798	0.0881	0.0967	0.1055
32	0.0367	0.0426	0.0490	0.0559	0.0633	0.0710	0.0791	0.0875	0.0961	0.1050
33	0.0357	0.0417	0.0482	0.0551	0.0625	0.0703	0.0784	0.0869	0.0956	0.1045

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
34	0.0348	0.0408	0.0473	0.0543	0.0618	0.0696	0.0778	0.0863	0.0951	0.1041
35	0.0340	0.0400	0.0465	0.0536	0.0611	0.0690	0.0772	0.0858	0.0946	0.1037
36	0.0332	0.0392	0.0458	0.0529	0.0604	0.0684	0.0767	0.0853	0.0942	0.1033
37	0.0325	0.0385	0.0451	0.0522	0.0598	0.0679	0.0762	0.0849	0.0939	0.1030
38	0.0318	0.0378	0.0445	0.0516	0.0593	0.0674	0.0758	0.0845	0.0935	0.1027
39	0.0311	0.0372	0.0438	0.0511	0.0588	0.0669	0.0754	0.0842	0.0932	0.1025
40	0.0305	0.0366	0.0433	0.0505	0.0583	0.0665	0.0750	0.0839	0.0930	0.1023
41	0.0299	0.0360	0.0427	0.0500	0.0578	0.0661	0.0747	0.0836	0.0927	0.1020
42	0.0293	0.0354	0.0422	0.0495	0.0574	0.0657	0.0743	0.0833	0.0925	0.1019
43	0.0287	0.0349	0.0417	0.0491	0.0570	0.0653	0.0740	0.0830	0.0923	0.1017
44	0.0282	0.0344	0.0412	0.0487	0.0566	0.0650	0.0738	0.0828	0.0921	0.1015
45	0.0277	0.0339	0.0408	0.0483	0.0563	0.0647	0.0735	0.0826	0.0919	0.1014
46	0.0272	0.0335	0.0404	0.0479	0.0559	0.0644	0.0733	0.0824	0.0917	0.1013
47	0.0268	0.0330	0.0400	0.0475	0.0556	0.0641	0.0730	0.0822	0.0916	0.1011
48	0.0263	0.0326	0.0396	0.0472	0.0553	0.0639	0.0728	0.0820	0.0915	0.1010
49	0.0259	0.0322	0.0392	0.0469	0.0550	0.0637	0.0726	0.0819	0.0913	0.1009
50	0.0255	0.0318	0.0389	0.0466	0.0548	0.0634	0.0725	0.0817	0.0912	0.1009
51	0.0251	0.0315	0.0385	0.0463	0.0545	0.0632	0.0723	0.0816	0.0911	0.1008
52	0.0248	0.0311	0.0382	0.0460	0.0543	0.0630	0.0721	0.0815	0.0910	0.1007
53	0.0244	0.0308	0.0379	0.0457	0.0541	0.0629	0.0720	0.0814	0.0909	0.1006
54	0.0241	0.0305	0.0376	0.0455	0.0539	0.0627	0.0719	0.0813	0.0909	0.1006
55	0.0237	0.0301	0.0373	0.0452	0.0537	0.0625	0.0717	0.0812	0.0908	0.1005
56	0.0234	0.0298	0.0371	0.0450	0.0535	0.0624	0.0716	0.0811	0.0907	0.1005
57	0.0231	0.0296	0.0368	0.0448	0.0533	0.0622	0.0715	0.0810	0.0907	0.1004
58	0.0228	0.0293	0.0366	0.0446	0.0531	0.0621	0.0714	0.0809	0.0906	0.1004
59	0.0225	0.0290	0.0364	0.0444	0.0530	0.0620	0.0713	0.0809	0.0906	0.1004
60	0.0222	0.0288	0.0361	0.0442	0.0528	0.0619	0.0712	0.0808	0.0905	0.1003