

## 第 4-8 讲: 形式化

姓名: 朱宇博 学号: 191220186

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2021 年 4 月 29 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

# 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 (JH 2.3.1.8)

Design a representation of weighted graphs, where weights are some positive integers, using the alphabet  $\{0, 1, \#\}$ .

解答:

$G=(V,E,c)$  可表示为

$$a_{11}\#a_{12}\#\dots\#a_{1n}\#\#a_{21}\#a_{22}\#\dots\#a_{2n}\#\#\dots\#\#a_{n1}\#a_{n2}\#\dots\#a_{nn}$$

其中, 若  $(i,j) \in E(G)$ , 则  $a_{ij}$  为  $c_{ij}$  权值的二进制表示; 否则,  $c_{ij} = 0$   
在该种表示法中, 以单个  $\#$  作为点权的分割

---

### 题目 2 (JH 2.3.3.8)

Describe a polynomial-time verifier for

- (1) HC
- (2) VC, and
- (3) CLIQUE.

解答:

(1)

输入  $(w,c) \in \Sigma^* \times \{0,1\}^*$ . 其中  $w$  表示无向图  $G$ ,  $c$  为访问序列。

记  $n$  为  $G$  中点的数量。

约定在  $c$  中, 每  $n$  个字符划分为一组。每组有且仅有一个 1, 则 1 的位置可以表示访问点的编号。

若满足下列情形之一, 则 reject:

1.  $c$  的输入不符合规范。
  2.  $c$  不为  $n+1$  组构成, 或前  $n$  组不构成排列, 或第 1 组和  $n+1$  组表示的点不同。
  3. 在按  $c$  中点的顺序 dfs 遍历该图的过程中, 存在两个点之间无法到达
- 否则, 则 accept 该输入。显然, 该过程的每一步, 包括 dfs 验证, 都是多项式时间的。

故这是一个多项式时间的 verifier

(2)

输入  $(w, c) \in u \# w \in \{0, 1, \#\}^+ \times \{0, 1\}^*$ 。其中  $w$  表示点覆盖问题,  $c$  表示覆盖的点。约定在  $c$  中, 同 (1), 每  $n$  个字符划分为一组。每组有且仅有一个 1, 则 1 的位置可以表示覆盖点的编号。

若满足下列情形之一, 则 reject:

1.  $c$  的输入不符合规范。
2.  $c$  不为  $u$  组构成, 或出现重复点。
3. 将  $c$  中点标记之后, 遍历所有边, 发现仍有边未被覆盖。

否则, 则 accept 该输入。显然, 该过程的每一步, 包括 dfs 验证, 都是多项式时间的。

故这是一个多项式时间的 verifier

(3)

输入  $(w, c) \in u \# w \in \{0, 1, \#\}^+ \times \{0, 1\}^*$ 。其中  $w$  表示 CLIQUE 问题,  $c$  表示子图中的点。

约定在  $c$  中, 同 (1), 每  $n$  个字符划分为一组。每组有且仅有一个 1, 则 1 的位置可以表示选中的编号。

按照  $c$  的访问顺序遍历该图, 若满足下列情形之一, 则 reject:

1.  $c$  的输入不符合规范。
2.  $c$  不为  $u$  组构成, 或出现重复点。
3. 验证  $c$  中所选点构成的子图, 发现不是完全图

否则, 则 accept 该输入。显然, 该过程的每一步, 包括 dfs 验证, 都是多项式时间的。

故这是一个多项式时间的 verifier

## 2 作业 (选做部分)

## 3 Open Topics

### Open Topics 1 (Turing Machine)

介绍一种确定性图灵机和一种非确定性图灵机模型。

### Open Topics 2 (SAT)

介绍判定问题 SAT 和优化问题 Max-SAT 及其形式描述, 简单讨论一下它们为什么会“很难”。

## 4 反馈