

## 第 3-4 讲: 图的基本概念

姓名: 林凡琪 学号: 211240042

评分: \_\_\_\_\_ 评阅: \_\_\_\_\_

2022 年 10 月 5 日

请独立完成作业, 不得抄袭。  
若得到他人帮助, 请致谢。  
若参考了其它资料, 请给出引用。  
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

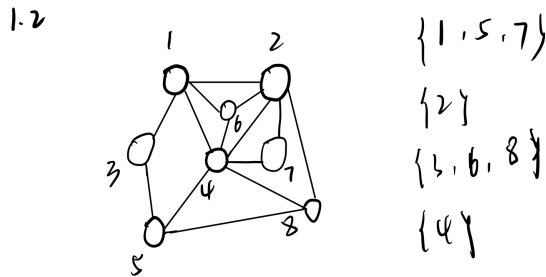
## 1 作业 (必做部分)

### 题目 1 (CZ 1.2)

仿照例 1.1, 自己用 9 名编辑和 8 个委员会构造一个例子, 并画出相应的图。

解答:

例子: 一家大型的出版公司在科学、技术和计算领域内有 9 名编辑 (分别用 1, 2, ..., 9) 来标记, 他们分成 8 个委员会  $c_1 = \{3, 4\}$ ,  $c_2 = \{1, 3, 5\}$ ,  $c_3 = \{2, 4, 6, 7\}$ ,  $c_4 = \{1, 3, 8, 9\}$ ,  $c_5 = \{6, 7, 9\}$ ,  $c_6 = \{3, 4, 8\}$ ,  $c_7 = \{1, 5\}$ ,  $c_8 = \{1, 9\}$ , 这八个委员会在同一

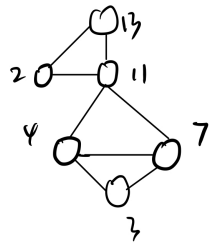


天的不同四个时间段内开会。

### 题目 2 (CZ 1.3)

设  $S = \{2, 3, 4, 7, 11, 13\}$ , 画出一个图  $G$ , 其顶点集是  $S$ , 而且对于  $i, j \in S$ , 当  $i + j \in S$  或者  $|i - j| \in S$ , 则  $ij \in E(G)$ .

1.3



## 题目 3 (CZ 1.11)

09:07 Wed Oct 5

1.11

$G - x$

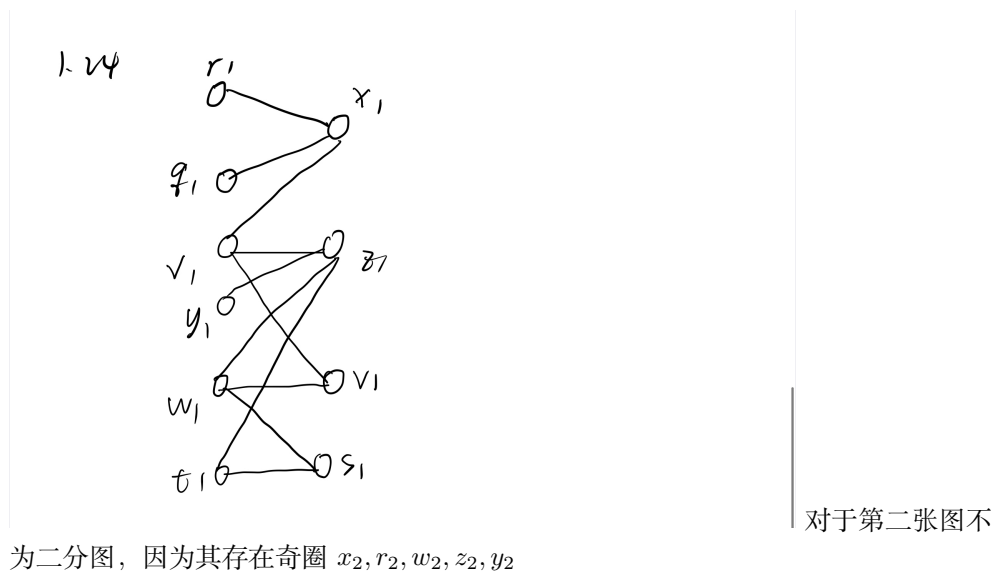
$G - u$

## 题目 4 (CZ 1.12)

解答:

- (a)  $W: x, u, r, v, u, v, y$   
 (b)  $W: v, u, r, v, w$   
 (c) 不存在,  $r$  到  $z$  最少经过 3 条边  
 (d) 不存在  
 (e)  $W: x, u, v, t$   
 (f)  $W: r, s, t, v, w, z, y, x, u, v, r$   
 (g)  $W: r, s, t, v, w, z, y, v, r$   
 (h)  $W: r, v, y, z$

#### 题目 5 (CZ 1.24)



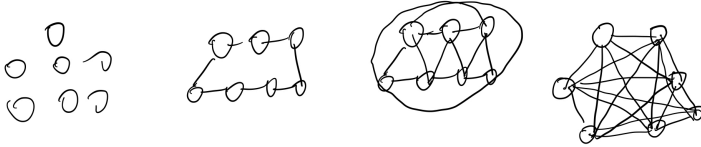
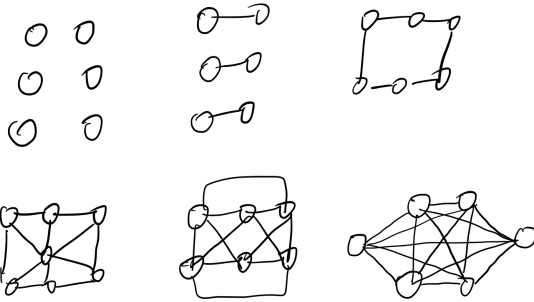
#### 题目 6 (CZ 2.1)

解答:

- (a) 不存在。其总度和为 13, 不为偶数, 与图论第一定律相悖。  
 (b) 不存在。点数为 7 的图, 度数最大为 6。  
 (c) 不存在。点数为 4 的图中度数为 3, 说明其中有 3 个点与另外所有点都有连边, 则不可能出现度数为 1 的点

#### 题目 7 (CZ 2.19)

2.19



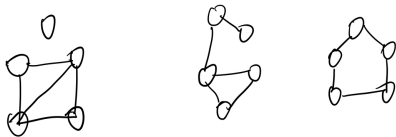
### 题目 8 (CZ 2.31)

解答:

假设存在  $G$ , 度序列为  $d_1, \dots, d_n$ , 则对其补图, 原图  $G$  中度为  $d_i$  的点, 在补图中度为  $n - d_i - 1$ , 因此补图存在  $n - d_1 - 1, \dots, n - d_n - 1$  的度序列, 可图。反之亦成立。

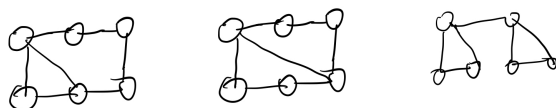
### 题目 9 (CZ 3.1)

3.1



### 题目 10 (CZ 3.2)

3.2



## 2 作业 (选做部分)

### 3 Open Topics

#### Open Topics 1 (图的应用-1)

**Tower of Hanoi** 请尝试利用 Graph 对汉诺塔问题进行建模, 并指出在建模得到的图中, 原先求解汉诺塔的问题, 转换为图论中什么问题。

**Pagerank 算法** Pagerank 如何对网络结构进行建模, 以及大概的算法思想。

参考资料: <https://en.m.wikipedia.org/wiki/PageRank>

#### Open Topics 2 (程序中的图)

- 简要介绍程序分析中常用各种图的基本概念。例如, 调用图 (Call Graph)、控制流图 (Control-flow Graph)、程序依赖图 (Program Dependence Graph) 等。
- 参考资料:
  - [https://en.m.wikipedia.org/wiki/Control-flow\\_graph](https://en.m.wikipedia.org/wiki/Control-flow_graph)
  - [https://en.m.wikipedia.org/wiki/Call\\_graph](https://en.m.wikipedia.org/wiki/Call_graph)
  - <https://dl.acm.org/doi/10.1145/24039.24041>

## 4 反馈