

第 14 讲: B 树

姓名: 林凡琪 学号: 211240042

评分: _____ 评阅: _____

2022 年 5 月 25 日

请独立完成作业, 不得抄袭。
若得到他人帮助, 请致谢。
若参考了其它资料, 请给出引用。
鼓励讨论, 但需独立书写解题过程。

1 作业 (必做部分)

题目 1 (TC 18.1-1)

解答:

根据定义, 最小度 t 意味着除根以外的每个节点都必须至少有 $t - 1$ 个 key, 因此除根以外的每个内部节点都至少有 t 个子节点。因此, 当 $t = 1$ 时, 意味着除根之外的每个节点都必须至少有 $t - 1 = 0$ 个 key, 因此除根之外的每个内部节点都至少有 $t = 1$ 个子节点。

因此, 我们可以看到最小情况不存在, 因为在 B 树中不存在具有 0 个 key 的节点, 并且不存在只有 1 个子节点的节点。

题目 2 (TC 18.1-4)

解答:

$$\begin{aligned} n &= (1 + 2t + (2t)^2 + \dots + (2t)^h) * (2t - 1) \\ &= (2t)^{h+1} - 1 \end{aligned}$$

题目 3 (TC 18.2-3)

解答:

在 B-tree 中找到最小值与在二叉搜索树中找到最小值非常相似。我们需要为给定的根找到最左边的叶子, 并返回第一个键

x 是 B-tree T 上的一个节点。顶层调用是 $B\text{-TREE-FIND-MIN}(T.\text{root})$

```

1: procedure B-TREE-FIND-MIN( $x$ )
2:   if  $x = \text{NIL}$  then return NIL
3:   else if  $x.\text{leaf}$  then return  $x.\text{key}[1]$ 
4:   else
5:     DISK-READ( $x.c[1]$ ) return B-TREE-FIND-MIN( $x.c[1]$ )
6:   end if
7: end procedure

```

FCTVAL 是存储在以 x 为根的子树中的最小 key 根据以下规则查找给定密钥 $x.\text{key}_i$ 的前继:

如果 x 不是叶节点, 则返回 x 的第 i 个子节点中的最大键, 这也是以 $x.c_i$ 为根的子树的最大 key

如果 x 是叶节点并且 $i > 1$, 则返回 x 的第 $(i - 1)$ 个 key, 即 $x.\text{key}_{i-1}$

否则, 查找最后一个节点 y (从下向上) 且 $j > 0$, 使得 $x.\text{key}_i$ 是 $y.c_j$ 中最左边的 key; 如果 $j = 1$, 则返回 NIL, 因为 $x.\text{key}_i$ 是树中的最小 key; 否则我们返回 $y.\text{key}_{j-1}$

x 是 B 树 T 上的一个节点。 i 是键的索引。

FCTVAL 是 $x.\text{key}_i$ 的前身

```

procedure B-TREE-PREDECESSOR( $x, i$ )
2:   if  $\neg x.\text{leaf}$  then
3:     DISK-READ( $x.c[i]$ ) return B-TREE-FIND-MAX( $x.c[i]$ )
4:   else if  $i > 1$  then return  $x.\text{key}[i - 1]$ 
5:   else
6:      $z \leftarrow x$ 
7:     while true do
8:       if  $z.p = \text{NIL}$  then return NIL
9:       end if
10:       $y \leftarrow z.p$ 
11:       $j \leftarrow 1$ 
12:      DISK-READ( $y.c[1]$ )
13:      while  $y.c[j] \neq x$  do
14:         $j \leftarrow j + 1$ 
15:        DISK-READ( $y.c[j]$ )
16:      end while
17:      if  $j = 1$  then
18:         $z \leftarrow y$ 
19:        elsereturn  $y.\text{key}[j - 1]$ 
20:      end if
21:    end while
22:  end if
end procedure

```

x 是 B-tree T 上的一个节点。顶层调用是 B-TREE-FIND-MAX($T.\text{root}$)

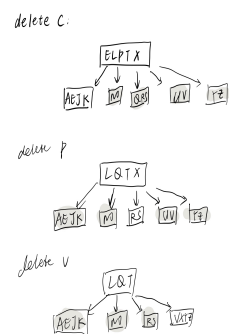
FCTVAL 是存储在以 x 为根的子树中的最大 key。

```

procedure B-TREE-FIND-MAX(x)
  if x = NIL then return NIL
3:   else if x.leaf then return x.[x.n]
      else
          DISK-READ(x.c[x.n + 1]) return B-TREE-FIND-MAX(x.c[x.n + 1])
6:   end if
end procedure

```

解答:



2 作业 (选做部分)

题目 1 (TC 18.2-4[★])

解答:

3 Open Topics

Open Topics 1 (T-tree)

介绍 T-tree (具体的 rotation 过程可以不用详细介绍)。

参考资料:

- <https://en.wikipedia.org/wiki/T-tree>

Open Topics 2 (R-tree)

介绍 R-tree。

参考资料:

- <https://en.wikipedia.org/wiki/R-tree>

4 反馈