

Lista 3 de Introdução à Combinatória Extremal e Probabilística

Prof. Vinicius Fernandes dos Santos

Data de entrega: 21/01/2025

Formato de entrega: via Moodle, em pdf. Se feita à mão, escaneada de forma legível. Se feita no computador, deve ser feita em LaTeX.

1. Leia o Capítulo 5.
2. Resolva os exercícios do Capítulo 5. As dicas abaixo podem (ou não) ser úteis.

Tente resolver os exercícios antes de ler as dicas abaixo e, mesmo depois de lê-las, não se prenda a elas: podem existir soluções mais simples por outras direções.

Dicas:

- Exercício 5.8.1: assumo $n \geq 2$. Desenvolva sua intuição no caso $n = 2$. O que acontece se os coeficientes são escolhidos aleatoriamente?
- Exercício 5.8.3: considere um processo similar ao que fizemos no Teorema 5.3.11 mas, em vez de selecionar os vértices cuja vizinhança ocorre totalmente à direita, um vértice v será selecionado se, dentre todos os vértices em $N^2[v] = \{w \in V(G) \mid \text{dist}(v, w) \leq 2\}$, que ocorre primeiro na ordenação está a distância exatamente 1 de v . Este conjunto é um conjunto independente? Qual o tamanho esperado deste conjunto?
- Exercício 5.8.7: o número cromático de $G(n, 1/2)$ é grande? Note que se um grafo tem uma subdivisão de um K_k , se entre os k vértices há “poucas” arestas diretas (ou seja, muitos vértices são ligados por caminhos não triviais, as subdivisões), então precisamos de “muitos” vértices em tais caminhos. Isto pode ser um obstáculo. Tente entender se, assintoticamente) pode ocorrer de existir um subconjunto grande (digamos, com $cn^{1/2}$ vértices) faltando poucas arestas diretas (digamos, com 50% mais arestas do que o valor esperado).