

Lista 2 de Introdução à Combinatória Extremal e Probabilística

Prof. Vinicius Fernandes dos Santos

Data de entrega: 16/01/2024

Formato de entrega: via Moodle, em pdf. Se feita à mão, escaneada de forma legível. Se feita no computador, deve ser feita em LaTeX.

1. Leia o Capítulo 4.
2. Resolva todos os exercícios do Capítulo 4. O exercício 4.5.8 é opcional. As dicas abaixo podem (ou não) ser úteis.

Tente resolver os exercícios antes de ler as dicas abaixo e, mesmo depois de lê-las, não se prenda a elas: podem existir soluções mais simples por outras direções.

Dicas:

- Exercício 4.5.4: releia a prova do Teorema 4.1.6, que mostra um limite interior mais fraco. Lá, a cada passo, o tamanho do grafo dobrava a cada passo. Agora queremos multiplicar o tamanho do grafo por 5 a cada 2 passo.
- Exercício 4.5.7: se considerar mais fácil, pode assumir que estamos colorindo o conjunto $[n]$, onde n é suficientemente grande em função de r . Tente pensar em um completo com n vértices, e mapear a coloração dos inteiros em uma coloração de arestas (alguma função das extremidades da aresta?).
- Exercício 4.5.9: para uma coloração arbitrária, note que os triângulos podem ser classificados entre “azuis”, “vermelhos” e “coloridos” e que a soma das cardinalidades destes conjuntos é exatamente $\binom{n}{3}$. Usando este fato, tente limitar superiormente o número de triângulos coloridos. Você pode tentar fazer isso contando, limitando, para cada vértice, o número máximo de triângulos coloridos que ele pode fazer parte.