

# Simulation einer zweispurigen Autobahn

Christoph Sokal, Ludwig Fuhr, Philipp Seitz

17. Januar 2018

Projekt zur Vorlesung Simulationen



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung (<i>Sokal</i>)</b>	<b>3</b>
1.1. Beschreibung des Problems ( <i>Fuhr</i> ) . . . . .	3
1.2. Ziel der Simulation ( <i>Fuhr</i> ) . . . . .	4
1.3. Methodik ( <i>Fuhr</i> ) . . . . .	4
<b>2. Modellierung (<i>Fuhr</i>)</b>	<b>6</b>
<b>3. Simulation im engeren Sinne (<i>Fuhr</i>)</b>	<b>8</b>
3.1. Style Guideline . . . . .	8
3.2. Objektorientierte Umsetzung . . . . .	8
3.3. Theoretische Parallelisierbarkeit und Performance . . . . .	9
3.4. Random Number Generator . . . . .	9
3.5. Verifizierung der Implementierung . . . . .	9
<b>4. Analyse und Visualisierung</b>	<b>11</b>
4.1. Fluss im gesamten Modell im Verhältnis zur Dichte ( <i>Fuhr</i> ) . . . . .	11
4.2. Erweiterung von ein- auf zweispurige Simulation mit Trödelwahrscheinlichkeiten ( <i>Seitz</i> ) . . . . .	12
4.3. Verkehrsfluss in Abhängigkeit vom Überholverhalten und der Überholwahrscheinlichkeiten ( <i>Seitz</i> ) . . . . .	13
4.3.1. Rücksichtsloses Wechseln ohne Vorausschauen . . . . .	13
4.3.2. Rücksichtsloses Wechseln mit Vorausschauen . . . . .	14
4.3.3. Rücksichtsvolles Wechseln ohne Vorausschauen . . . . .	14
4.3.4. Rücksichtsvolles Wechseln mit Vorausschauen . . . . .	15
4.4. Rechts überholen ( <i>Fuhr</i> ) . . . . .	16
4.5. Verkehrsfluss in Abhängigkeit von LKW-Dichten ( <i>Seitz</i> ) . . . . .	16
4.6. Verkehrsflussanalyse durch Geschwindigkeitsbeschränkungen ( <i>Seitz</i> ) . . . . .	17
4.7. Beobachtung von Verkehrswellen ( <i>Sokal</i> ) . . . . .	19
4.8. Fließende Visualisierung ( <i>Sokal</i> ) . . . . .	23
<b>5. Ausblick</b>	<b>25</b>
<b>A. Original Aufgabenstellung</b>	<b>25</b>
<b>B. Literatur</b>	<b>27</b>

# 1. Einleitung (*Sokal*)

Viele Verkehrsforscher haben in den letzten Jahrzehnten versucht das Phänomen der plötzlich auftretenden Stausituationen auf Autobahnen zu erklären. Die meisten kennen dieses Szenario. Es entsteht ein Stau und man fährt eine zeitlang mit verminderter Geschwindigkeit weiter. Gelangt man zur vermeintlichen Stelle der Ursache, erkennt man, dass es kein Unfall war, der meistens der Grund für einen auftretenden Stau ist. Die Erklärung dafür sind plötzlich auftretende *Stauwellen*. Diese Wellen entstehen dadurch, dass nicht alle Autofahrer die Richtgeschwindigkeit auf der Autobahn einhalten und nicht jeder sein Fahrzeug beschleunigt, wenn er die Möglichkeit dazu hat. Die ersten Forscher die dieses Phänomen erklären konnten, waren Kai Nagel und Michael Schreckenberg. In ihrer Arbeit *A cellular automation modell for freeway traffic* von 1992 erklären sie die Stauwellen anhand eines einfachen Modells, basierend auf der Theorie der Zellulären Automaten. Sie haben hierzu eine einspurige Fahrbahn betrachten mit periodischen Bedingungen. Das heißt, die Fahrzeuge die den rechten Rand verlassen, fahren auf der linken Seite wieder hinein. Dies nennt man eine Ringstraße.

In dieser vorliegenden Arbeit haben wir uns mit einem erweiterten Problem auseinander gesetzt. Unser Modell verfügt über die Eigenschaft mehrere Spuren zu untersuchen. Die Fahrzeuge haben somit die Möglichkeit andere Fahrzeuge zu überholen. Weiterhin betrachten wir verschiedene Fahrzeugtypen, wie beispielsweise PKW's mit unterschiedlichen Höchstgeschwindigkeiten und LKW's. Zusätzlich wurde ein Verkehrsleitsystem eingebaut. Dies dient zum Beschränken der Geschwindigkeiten, um den Verkehrsfluss zu steuern.

## 1.1. Beschreibung des Problems (*Fuhr*)

- In eine Richtung befahrene Zweispurige Ringstraße
- Es gilt die Straßenverkehrsordnung von Deutschland (Rechtsfahrgebot, Verbot)
- Variable Dichte der LKWs / PKWs
- Variable Überholwahrscheinlichkeiten
- Trödeln (= langsamer fahren als notwendig) beim Bremsen, Beschleunigen und auf freier Strecke
- Unfallfreiheit und hindernisfreie Fahrbahn
- Fahrzeuge haben unterschiedliche Maximalgeschwindigkeiten (im einfachsten Fall 3 für LKWs und 5 für PKWs)
- Ein globales Tempolimit kann die Maximalgeschwindigkeit aller Fahrzeuge bestimmen

- LKWs dürfen bei auch auf der äußersten linken Spur fahren (Bei drei und mehr Spuren gilt das nicht mehr)

LKWs könnten genauso wie PKWs mit der Länge 1 modelliert werden, wenn verstanden wird, wie sich die Fahrzeuglänge auf das System auswirkt. Wir machen das nicht. Man kann nämlich nicht einfach die Dichte (Fahrzeuge pro Streckeneinheit) bei doppelt so langen LKWs halbieren: Denn der mittlere Abstand von wenigen großen Fahrzeugen ist nämlich größer als bei vielen kleinen. Außerdem bedeuten lange Fahrzeuge gerade in der Modellierung, dass diese sehr sehr selten aus- und vor allem einscheren. Wenn der aber vorher genau untersucht werden, wie sich diese Vereinfachung auf das Modell auswirken würde, könnte man evtl. den Effekt rechnerisch ausgleichen.

Unabhängig davon stellt sich die Frage, ob der Fluss von  $n$  LKWs auf einer Autobahn gleich dem Fluss von  $n$  Autos auf der gleichen Autobahn bedeutet. Wir erstellen unsere Analysen basierend auf der Gleichheit.

Das Verhalten der Autofahrer beim Überholvorgang bezüglich ihrer Rücksicht und dem Voraussehen ist schwer festzulegen. Darum werden verschiedene Szenarien simuliert.

Die in der Aufgabestellung geforderte Ringstraße ohne Zu- und Abfluss entspricht nicht der Realität, da bei starkem Stau irgendwann keine Autos mehr nachkommen. Allerdings wird sie verwendet, da interessante Effekte wie Stauwellen gut beobachtet werden können.

## 1.2. Ziel der Simulation (*Fuhr*)

Im Rahmen dieses Projekts wollen wir vorrangig unser Modell (nach Nagel und Schreckenberg [NS92]) aufbauen. Wir wissen beispielsweise, dass Geschwindigkeitsbeschränkungen auf echten Autobahnen den Verkehrsfluss verbessern, da sie bereits in der Realität angewendet werden, wollen aber sehen, wie der Effekt im Modell zu tragen kommt.

Durch den Kompetenzmix im Team stellt die Implementierung ein großes Lernpotential für alle Teammitglieder dar. Darum stehen die Anwendung von Software-Engineering-Prinzipien und die Erlernung der Technologie *Matlab* stets im Mittelpunkt

## 1.3. Methodik (*Fuhr*)

Aus der Vorlesung von Dr. Breidbach ergeben sich folgende Schritte für die Simulation im weiteren Sinne:

1. Die Modellierung liefert eine vereinfachte formale Beschreibung eines geeigneten Ausschnitts des Betrachtungsgegenstands

2. Die Berechnung (auch Simulation im engeren Sinne) bereitet das Modell zur Behandlung auf dem Rechner auf, Entwicklung effizienter Algorithmen
3. Die Implementierung (oder breiter Software-Entwicklung) befasst sich mit der effizienten Umsetzung der Rechenalgorithmen auf der Zielarchitektur
4. Die Visualisierung (allg. Datenexploration) sorgt für eine anschauliche Interpretation der Ergebnisdaten der Simulationsläufe
5. Die Validierung prüft die Verlässlichkeit der Ergebnisse und sucht mögliche Fehlerquellen im Modell, Algorithmus, Code
6. Bei der Einbettung wird die Teillösung in den Gesamtkontext integriert

Wir haben uns für folgende Vorgehensweise entschieden.

1. Modellierung und Sammlung von Fragestellungen
2. Simulation mit rapid prototyping
3. Refactoring / Implementierung mit Experimenten zur Laufzeit
4. Visualisierung und Validierung
5. Analyse der Fragestellungen

Um schnell die wichtigsten Fragen bezüglich des Algorithmus zu beantworten haben wir erst einen Prototypen erstellt, auf dessen Basis wir dann einen objektorientierten Ansatz entwickelt haben.

## 2. Modellierung (*Fuhr*)

Das Problem ist unstetig, da das Trödeln eines einzigen Fahrzeugs einen Stau auslösen kann. Außerdem ist das Verhalten einer Straße im hohen Grad vom individuellen, nicht-deterministischen Verhalten der Autofahrer abhängig. Im Diskreten kann man nicht mehr von Unstetigkeit sprechen, jedoch kann hier auch der Schmetterlingseffekt auftreten.

Der Durchfluss unterscheidet sich vermutlich von einer Modellierung eines langen Straßenabschnittes. Da in einer Ringstraße keine längeren Staus auftreten können, können irgendwann keine Fahrzeuge mehr nachkommen.

Wir verwenden wie Nagel und Schreckenberg [NS92] Zelluläre Automaten. Der Einfachheit halber werden folgende Vereinfachungen getroffen, die abschließend validiert werden:

Wir passen das aus der Vorlesung bekannte Modell an. Dazu erweitern wir es um eine Fahrbahn und Regeln für die Bewegung der Fahrzeuge in den Zellen (Zelltransformation).

Unter einem Spurwechsel verstehen wir, dass ein Fahrzeug die linke Spur nutzt, wenn es dadurch schneller fahren kann. Falls das Fahren auf der linken Spur nicht mehr notwendig ist, scheren die Fahrzeuge wieder zurück auf die rechte Fahrbahn. Da nicht jeder Autofahrer überholen möchte, oder es wegen mangelnder Motorisierung nicht möglich ist, nehmen wir hier eine Überholwahrscheinlichkeit an.

Da Spurwechsel mehrerer hintereinander fahrende Fahrzeuge in der gleichen Iteration stattfinden können, kann ein Fahrer diese Entscheidung bereuen. Ein erneuter Spurwechsel findet trotzdem in der gleichen Iteration nicht mehr statt.

Der Schritt *Spurwechseln* wird in die vier bekannten Schritte integriert.

1. Beschleunigen
2. Bremsen
3. Trödeln
4. Bewegen

Damit ein Fahrzeug nicht vor einem Überholvorgang unnötig abbremst, muss über den Überholvorgang vor dem Bremsen entschieden werden. Beim Bremsen muss die geänderte Verkehrslage durch den Spurwechsel berücksichtigt werden. Das Beschleunigen könnte einen Überholvorgang motivieren, darum findet es vor dem Wechsel statt. Es ergeben sich folgende Schritte:

1. Beschleunigen

2. Spurwechsel
3. Bremsen
4. Trödeln
5. Bewegen

Man beachte, dass in diesem Algorithmus zweimal nach vorne geschaut wird, einmal beim Spurwechsel und einmal beim Bremsen.

### 3. Simulation im engeren Sinne (*Fuhr*)

(Aufbereitung des Modells zur Implementierung)

Wir haben uns aufgrund des erwarteten geringen Rechenaufwands des Modells, der besseren Lesbarkeit und der besseren Erweiterbarkeit für einen objektorientierten Entwurf entschieden und somit, Fahrzeuge als Objekte zu implementieren. Diese Entscheidung würden wir beim nächsten mal anders treffen.

Eine variable Dichte der LKWs / PKWs sowie variable Überholwahrscheinlichkeiten sind von der Aufgabenstellung vorgegeben.

Die Fahrzeuge fahren von links nach rechts (positive Richtung bzg. der Indices). Damit die Straße in der Variablenansicht von Matlab gleich richtig angezeigt wird, sind die Spuren von links indiziert.

#### 3.1. Style Guideline

Die meisten Operatoren sollen von Leerzeichen eingeschlossen werden (außer „:“), nach Kommas und evtl. bei verschachtelten Klammern.

**Naming:** Wegen der Großen Zahl an Bezeichnern ist ein natürliches und einheitliches Naming wichtig. Bezeichner werden in englischer Sprache nach folgenden Regeln, angelehnt an [Joh02], zusammengesetzt.

**Variablen und Funktionen:** lowerCamelCase

**Physikalische Größen:** einheitSubskript (vPossible)

**Indices in Iteration:** iName (iCell)

**Sonstige Indices:** nameNo (cellNo)

**Anzahl:** totalName (totalCells)

**Booleans:** Möglichst mit verben wie „is“ oder „has“ (hasChangedLane)

**Klassen:** UpperCamelCase

#### 3.2. Objektorientierte Umsetzung

Nach dem Rapid Prototyping in einem einzigem Skript wählen wir für die endgültige Implementierung einen objektorientierten Ansatz. Dieser erlaubt uns eine weitestgehende Trennung von Algorithmus und Konfiguration. Dazu implementieren wir eine Klasse *Highway*, die ein



Array für die Straße, sowie einige andere Parameter enthält. Die Schleife, die durch die Generationen des zellulären Automaten iteriert, liegt außerhalb der Klasse Highway und enthält je nach Experiment nur zwei Anweisungen. Die eine ruft die eigentliche Modell-Berechnung auf, die andere analysiert oder visualisiert das Ergebnis. Auch Fahrzeuge sind als Objekte einer Klasse *Vehicle* implementiert. So kann Maximalgeschwindigkeit, Trödelwahrscheinlichkeit etc. pro Fahrzeug angegeben werden. Das macht unsere Implementierung sehr flexibel.

Trotz dem, dass es sich zeigt, dass die Stärken von Matlab nicht in der Objektorientierung liegen, ist es durchaus lohnenswert, es auszuprobieren. Bei primitiven Compilern bedeutet Objektorientierung einen gewissen Overhead. Darum lassen sich bei Matlab Objektorientierung und Performance nur bedingt vereinbaren (z.B. als Wrapper für eine Matrizenrechnung).

### 3.3. Theoretische Parallelisierbarkeit und Performance

Laut Herrn Dr. Breidbach liegt eine Stärke von Matlab in der Parallelisierung von Operationen auf Arrays. Darum haben wir versucht, den Algorithmus soweit wie möglich mit Hilfe der Matlab-Funktion `cellfun` parallelisierbar zu machen. Der gewünschte Effekt ist allerdings ausgeblieben (Matlab scheint mit `cellfun` nicht zu parallelisieren). Die Implementierung wurde sogar durch zusätzliche Methodenaufrufe und redundante Iterationen im Hintergrund etwa dreimal so langsam (*CellfunPerformance.m*). Darum wurde der Code um eine Option ergänzt, die `for`-Schleifen verwendet

### 3.4. Random Number Generator

Für bessere Reproduzierbarkeit verwenden wir einen Pseudo-Zufallszahlengenerator. Es kommt ein LCG (Linear Congruential Generator) zum Einsatz, da dieser laut Vorlesung besonders schnell und einfach ist. Es wird keine Anwendbarkeit des *Satzes von Marsaglia* gesehen. Ein Nachteil des LCG ist, dass er jeweils nur eine Zufallszahl berechnet. Das macht ihn für die Generation mehrerer Zufallszahlen langsam. So braucht der LCG für eine Million Zufallszahlen 0.026911 Sekunden, die Matlab *rand* Funktion nur 0.81368. Im Modell macht es allerdings keinen messbaren Unterschied, da der Zufallszahlengenerator nur einen marginalen Teil der Berechnung ausmacht.

### 3.5. Verifizierung der Implementierung

Bei der Implementierung wird überprüft, dass sich die Anzahl der Fahrzeuge nicht verändert. So wird sichergestellt, dass keine Crashes auftreten, durch die Fahrzeuge gegenseitig überschrieben werden.

Die der objektive Vergleich einer Grafik deutet darauf hin, dass der LCG ausreichend gute Zufallszahlen generiert.

## 4. Analyse und Visualisierung

### 4.1. Fluss im gesamten Modell im Verhältnis zur Dichte (*Fuhr*)

*Aussage:* Der durchschnittliche Fluss über alle Streckeneinheiten entspricht der Summe der Geschwindigkeiten dividiert durch die Anzahl der Zellen.

*Begründung.* Man betrachte die Ringstraße in einem maximalen Zeitintervall konstanter Geschwindigkeit (Im Modell typischerweise eine Sekunde).

Seien die **Maximalgeschwindigkeit**, **Anzahl der Spuren**, **Länge der Ringstraße** und **Anzahl der Fahrzeuge** definiert als:  $v_{max}$ ,  $n_{spuren}$ ,  $n_{streckeneinheiten}$ ,  $n_{fahrzeuge} \in \mathbb{N}$  mit  $n_{zellen} > v_{max}$ . Dabei kann die Straße als Restklassenring betrachtet werden.

Weiterhin sei die Menge der **Fahrzeuge**  $F$  **auf der Straße**  $R$  **zu Beginn der Zeiteinheit** definiert durch:

$$F \subset R = \{(x, l) \mid x \in (\mathbb{Z}/n_{streckeneinheiten}\mathbb{Z}), l \in \{1 \dots n_{spuren}\}, |F| = n_{fahrzeuge}\}$$

Diese haben eine Geschwindigkeit von  $v : F \rightarrow \{0 \dots v_{max}\}$ ,  $(x, l) \mapsto v(x, l)$

Definiere die „Stelle von  $x_0$ “ als  $\{(x, l) \in R \mid x = x_0\}$ . Nun Definiere den Fluss, als Anzahl der Zellen dieser Stelle, die im Zeitintervall be- oder überschritten werden.

Nimm o. B. d. A. an, dass kein Spurwechsel stattfindet, da dieser die obige Anzahl nicht beeinflusst.

Ein Fahrzeug der Geschwindigkeit  $v$  be- bzw. überschreitet in der Zeiteinheit genau  $v$  Streckeneinheiten. Es werden also auf der gesamten Straße

$$\sum_{(x,l) \in F} v(x, l)$$

Zellen be- bzw. überschritten, woraus sich durch Division durch  $n_{streckeneinheiten}$  der Durchschnitt ergibt. □

## 4.2. Erweiterung von ein- auf zweispurige Simulation mit Trödelwahrscheinlichkeiten (*Seitz*)

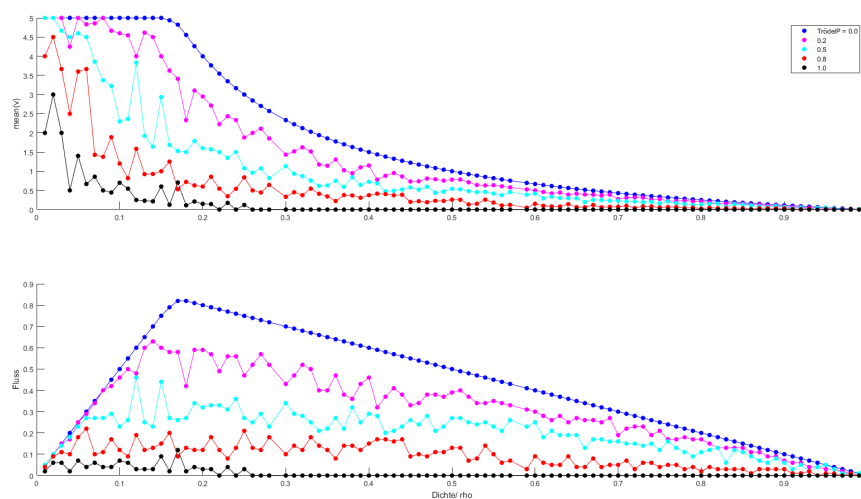


Abbildung 1: Einspurige Simulation mit Trödelwahrscheinlichkeiten

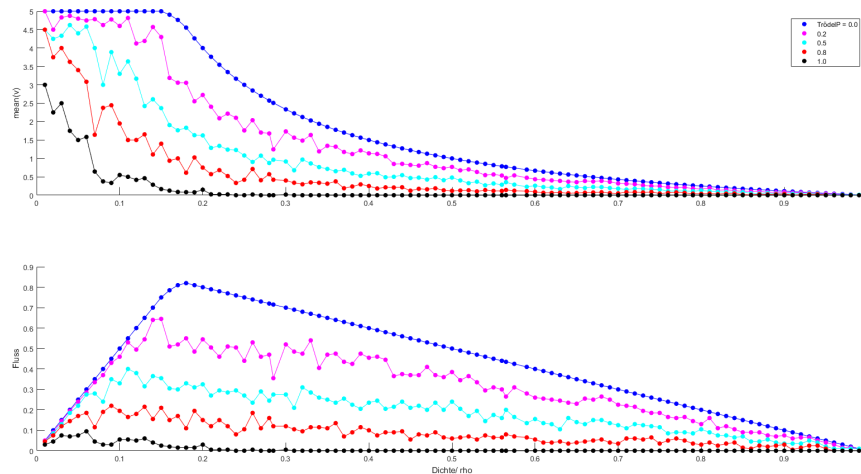


Abbildung 2: Zweispurige Simulation mit Trödelwahrscheinlichkeiten

Die Straße wurde jeweils nur mit PKWs besetzt und in der zweispurigen Simulation wurden Spurwechsel vorgenommen. Das System verhält sich auch nach Erweiterung auf zwei Spuren mit Spurwechsel wie gewohnt.

### 4.3. Verkehrsfluss in Abhängigkeit vom Überholverhalten und der Überholwahrscheinlichkeiten (Seitz)

Prinzipiell wird über einen Spurwechsel nachgedacht, wenn entweder das Fahrzeug auf der aktuellen Spur ausgebremst wird (Überholen), oder eine freie Fahrt auf der rechten Spur möglich ist (Wiedereinscheren). Es wurden vier Möglichkeiten, die Entscheidung für einen Spurwechsel zu treffen untersucht. Dabei wurde das Treffen einer Entscheidung mit verschiedenen Eintrittswahrscheinlichkeiten überprüft:

#### 4.3.1. Rücksichtsloses Wechseln ohne Vorausschauen

Das Fahrzeug wechselt die Spur, unabhängig davon, wie viel Platz auf der zu wechselnden Spur ist und auch unabhängig davon, ob ein herannahendes Fahrzeug durch den Wechsel ausgebremst wird.

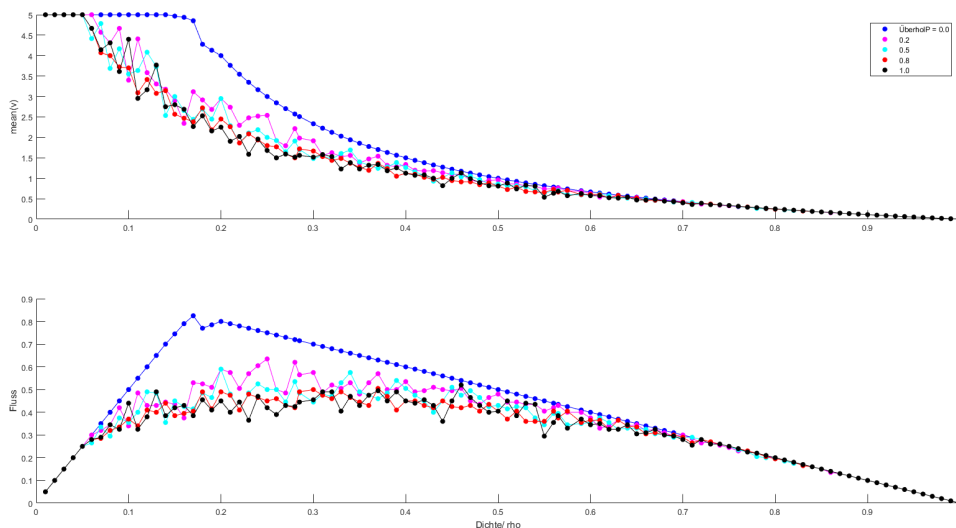


Abbildung 3: Verkehrsflusssimulation unter rücksichtslosem Wechseln ohne Vorausschauen

Dem Ergebnis in Abbildung 3 nach zu urteilen, ist der Verkehrsfluss stark davon abhängig, wie auf die Umgebung geachtet wird. Je größer die Überholwahrscheinlichkeit, desto schlechter wird auch der Fluss im Allgemeinen. Der größte Sprung entsteht nach dem „Einschalten“ des Überholens. Die verschiedenen Überholwahrscheinlichkeiten zeigen nur in geringem Maße Unterschiede.

#### 4.3.2. Rücksichtsloses Wechseln mit Vorausschauen

Das Fahrzeug wechselt, wenn es seine Geschwindigkeit auf der anderen Spur beibehalten kann.

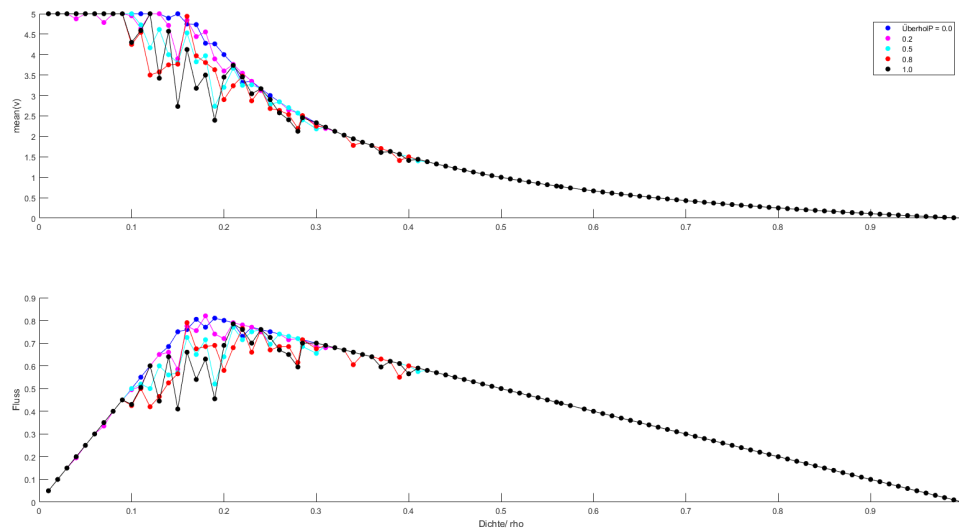


Abbildung 4: Verkehrsflusssimulation unter rücksichtslosem Wechseln mit Vorausschauen

In der Grafik ist zu erkennen, dass der Fluss teilweise am Optimum liegen kann, mit dem Anstieg der Überholwahrscheinlichkeit aber tendenziell öfter und tiefer darunter liegt.

#### 4.3.3. Rücksichtsvolles Wechseln ohne Vorausschauen

Das Fahrzeug wechselt, wenn ein nahendes Fahrzeug auf der anderen Spur nicht ausgebremst wird. Es wird also nach hinten geschaut.

Auch hier kann der Fluss teilweise am Optimum liegen. Die Graphen der mittleren Überholwahrscheinlichkeiten nehmen ungefähr den selben Verlauf. Die größten Einbrüche zeigen sich bei 100% Überholwahrscheinlichkeit.

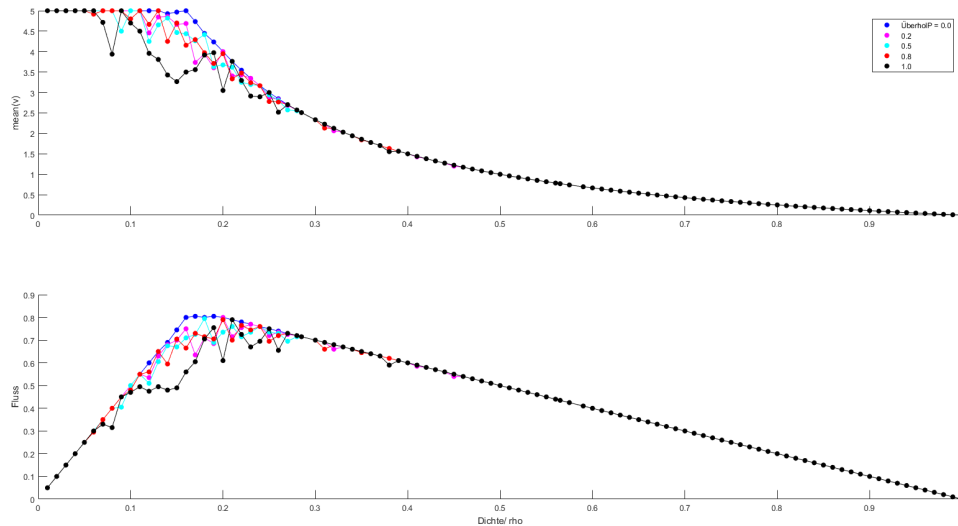


Abbildung 5: Verkehrsflusssimulation unter rücksichtsvollem Wechseln ohne Vorausschauen

#### 4.3.4. Rücksichtsvolles Wechseln mit Vorausschauen

Das Fahrzeug wechselt, wenn ein nahendes Fahrzeug nicht ausgebremst wird und es seine Geschwindigkeit auf der anderen Spur beibehalten kann.

Das Ergebnis dieser Simulation zeigt fast keine Änderungen im Fluss. Der Fluss wird durch das Überholen sogar verbessert, gegenüber dem Fluss ohne Spurwechsel (blau)

Im Allgemeinen scheint es egal zu sein, ob vor einem Wechsel nur nach vorne oder nur nach hinten geschaut wird. Die beiden jeweiligen Graphen in Abb. 4 und Abb. 5 weisen große Ähnlichkeiten auf. Der Fluss wird am größten beeinflusst, wenn ein Fahrzeug beim Wechseln keinen Wert darauf legt, ob es andere Fahrzeuge oder sich selbst dadurch ausbremst (Rücksichtsloses Wechseln ohne nach vorne Schauen Abb. 3). Ein nahezu optimaler Fluss wird erreicht, wenn sowohl nach hinten, als auch nach vorne geschaut wird (Abb. 6).

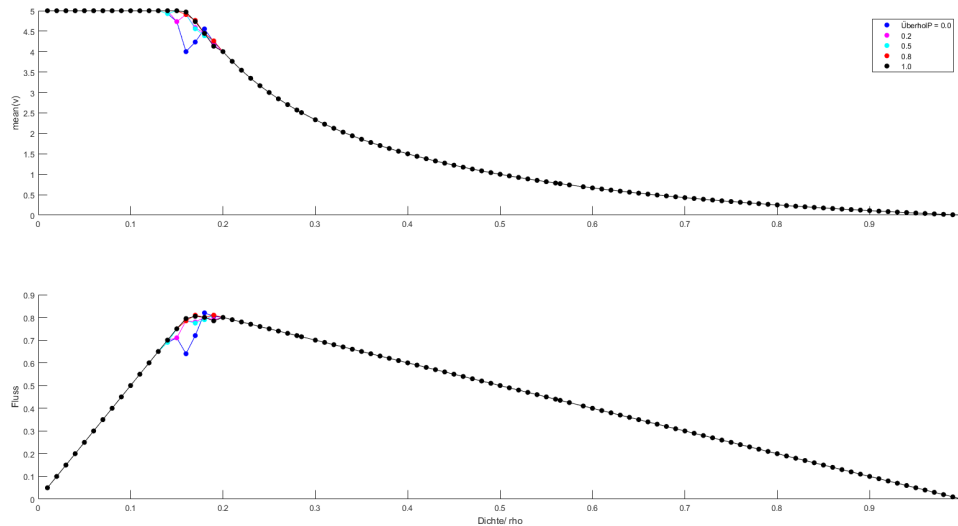


Abbildung 6: Verkehrsflusssimulation unter rücksichtsvollem Wechseln mit Vorausschauen

#### 4.4. Rechts überholen (*Fuhr*)

Durch Betrachten der Visualisierung ist aufgefallen, dass manchmal rechts schneller gefahren wird als links. Da alle Fahrzeuge gleich schnell beschleunigen und wenn möglich immer rechts einscheren, konnte bisher nicht beobachtet werden, dass ein Fahrzeug tatsächlich rechts überholt. „einschert“.

#### 4.5. Verkehrsfluss in Abhängigkeit von LKW-Dichten (*Seitz*)

Die Abbildung 7 zeigt das Ergebnis der Simulationen mit verschiedenen LKW-Dichten auf der Fahrbahn. Überholwahrscheinlichkeit wurde auf 80% und Trödelwahrscheinlichkeit auf 0% gesetzt. PKWs und LKWs hatten die gleiche Maximalgeschwindigkeit von 3. Es ist zu erkennen, dass eine höhere Dichte von LKWs den Gesamtfluss heruntersetzt. Das liegt daran, dass ein LKW als ein Fahrzeug zwei Zellen einnimmt, in denen zwei PKWs Platz hätten.



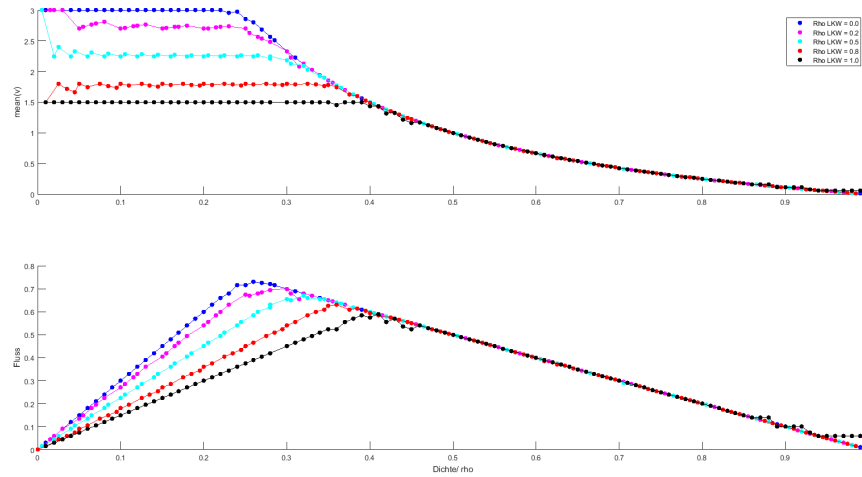


Abbildung 7: Verkehrsflusssimulation mit verschiedenen LKW-Dichten

#### 4.6. Verkehrsflussanalyse durch Geschwindigkeitsbeschränkungen (*Seitz*)

In dieser Simulation wurde untersucht, wie sich Geschwindigkeitsbeschränkungen auf den Verkehrsfluss auswirken. Die Trödelwahrscheinlichkeit wurde auf 0% gesetzt und Überholen (mit Zurück- und Vorausschauen (80%)) war erlaubt.

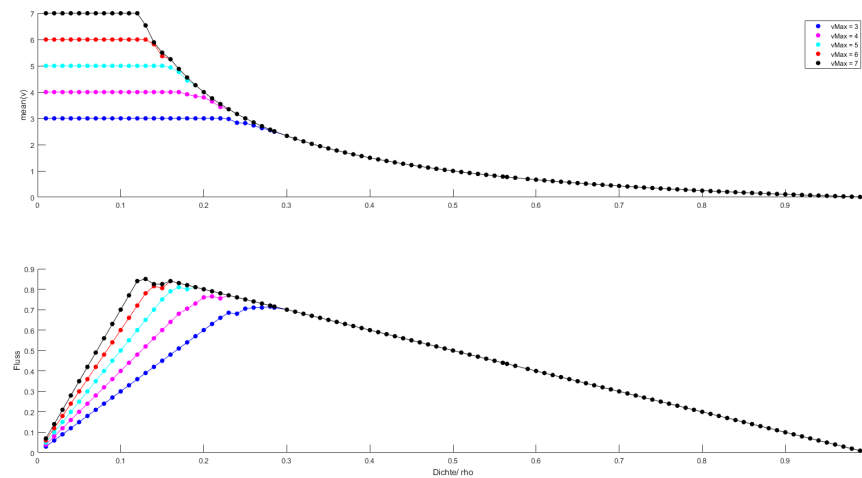


Abbildung 8: Verkehrsflusssimulation mit einheitlichen Maximalgeschwindigkeiten

Abbildung 8 zeigt den Verlauf des Verkehrsflusses mit gleichen Maximalgeschwindigkeiten. Es ist gut zu sehen, dass der Fluss umso größer ist, je höher die maximal erlaubte Geschwindigkeit auf der Fahrbahn ist.

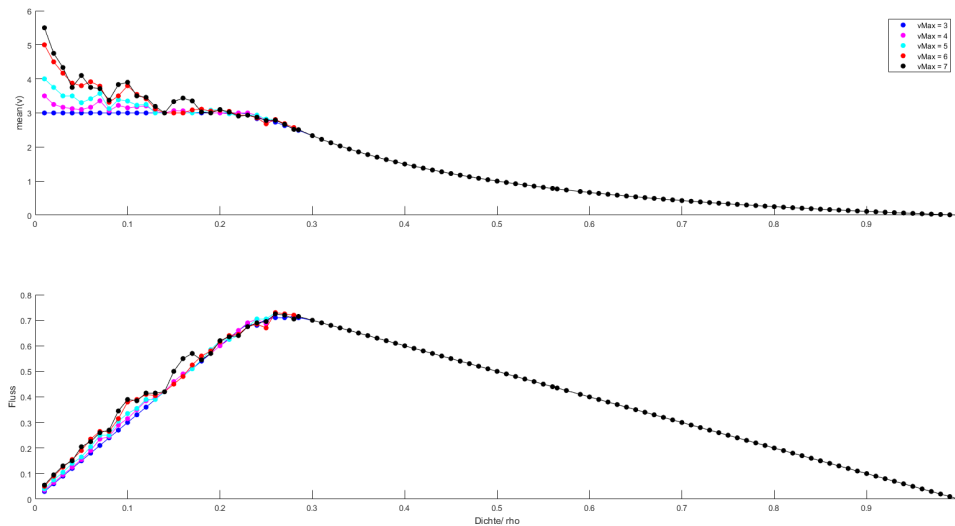


Abbildung 9: Verkehrsflusssimulation mit unterschiedlichen Maximalgeschwindigkeiten

Abbildung 9 zeigt den Verkehrsfluss, wenn keine Geschwindigkeitsbeschränkung herrscht. Es wurden Fahrzeuge mit zufälligen Maximalgeschwindigkeiten in verschiedenen Intervallen auf die Fahrbahn gesetzt. Die kleinste Maximalgeschwindigkeit betrug 3 und die größte je nach Simulationsschritt 3 bis 7. Die Simulation zeigt, egal wie schnell einzelne Fahrzeuge fahren können, die Gesamtflüsse unterscheiden sich sogar bei kleiner Straßenauslastung nur geringfügig voneinander. Alle Flüsse überdecken sich mit dem Flussergebnis, in dem alle Fahrzeuge Maximalgeschwindigkeit 3 hatten. Allem Anschein nach geben die langsamsten Fahrzeuge auf der Straße den Fluss vor.

#### 4.7. Beobachtung von Verkehrswellen (Sokal)

In diesem Abschnitt wollen wir die Verkehrswellen in Abhängigkeit von Trödeln und LKW-Dichten untersuchen. Es wurde eine feste PKW-Dichte von 20% und eine Simulationszeit von 300 Sekunden festgelegt. Weiterhin wurden die Fahrzeuge zufällig mit individuellen Maximalgeschwindigkeiten versehen. Die Trödelwahrscheinlichkeit lag bei 50% und Überholwahrscheinlichkeit bei 100%. Es wurden verschiedene Szenarien simuliert. Zum einen das Fahren auf einer einspurigen Autobahn ohne Trödeln und ohne LKWs, zum anderen das Fahren mit Trödeln, aber ohne LKWs. Dann das Fahren mit Trödeln und eine LKW-Dichte von 5% und 10%. Anschließend wurde eine zweispurige Autobahn simuliert. Einmal ohne Trödeln und ohne LKW's, dann mit Trödeln, aber ohne LKWs und noch mit Trödeln und mit 5% und 10% LKW-Dichte. Bei der zweispurigen Fahrbahn werden die Ergebnisse schnell unübersichtlich, deswegen wurden die beiden Fahrbahnen unterschiedlich eingefärbt. Die rechte Spur wurde rot und die linke Spur blau gefärbt.

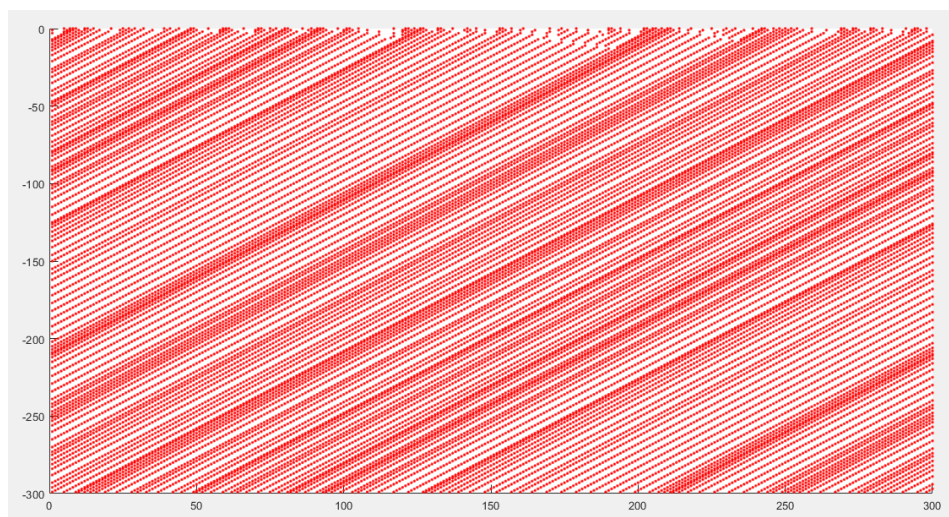


Abbildung 10: Einspurige Autobahn ohne Trödeln, keine LKWs auf der Fahrbahn

In Abbildung 10 sieht man, dass sich der Verkehr ohne Trödeln sehr schnell eingependelt hat und ein konstanter Fluss ohne Staus entsteht. Es sind lokale Verdichtungen zu erkennen, die im zeitlichen Verlauf konstant bleiben.

In Abbildung 11 wurde das Trödeln hinzugefügt und man erkennt sofort die Entstehung von Stauwellen.

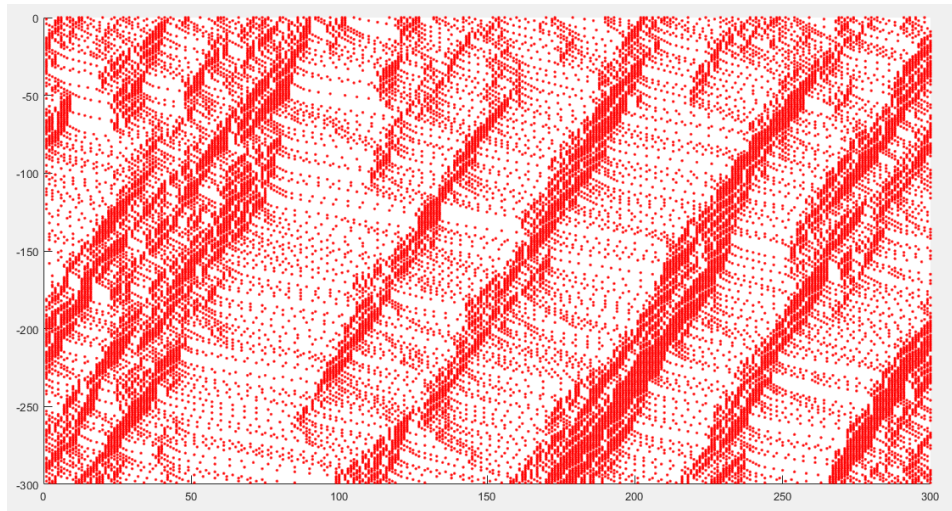


Abbildung 11: Einspurige Autobahn mit Trödeln, keine LKWs auf der Fahrbahn

Bei Abbildung 12 wurde eine LKW-Dichte von 5% eingefügt. Hier ist kein großer Unterschied zu Abbildung 11 zu erkennen.

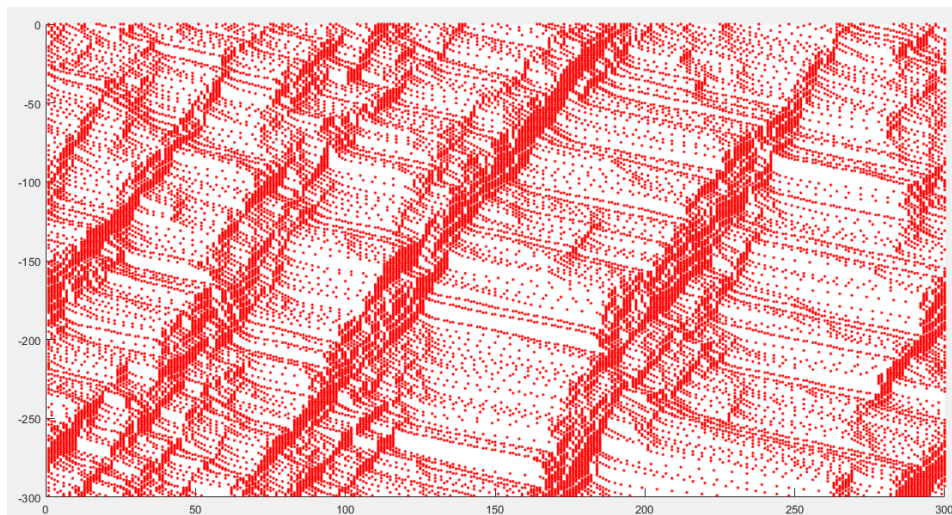


Abbildung 12: Einspurige Autobahn mit Trödeln, mit 5% LKWs auf der Fahrbahn



Erst bei Abbildung 13 mit einer LKW-Dichte von 10% sieht man eine deutliche Erhöhung der Stauwellen.

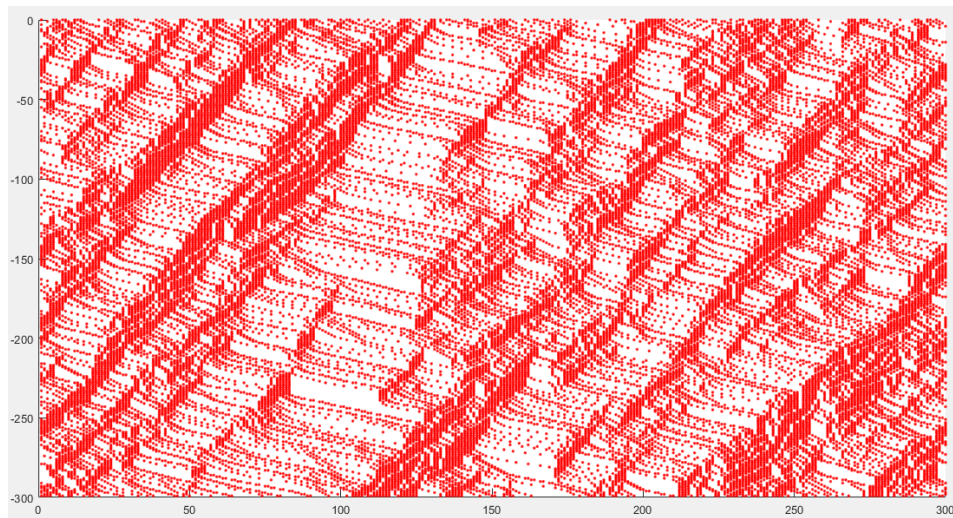


Abbildung 13: Einspurige Autobahn mit Trödeln, mit 10% LKWs auf der Fahrbahn

Wie bei der einspurigen Fahrbahn wurde auch bei der zweispurigen Autobahn im ersten Schritt das Trödeln und die LKWs weggelassen. Auch hier stellt sich nach kurzer Zeit ein konstanter Verkehrsfluss mit lokalen Verdichtungen ein, wie Abbildung 14 zeigt.

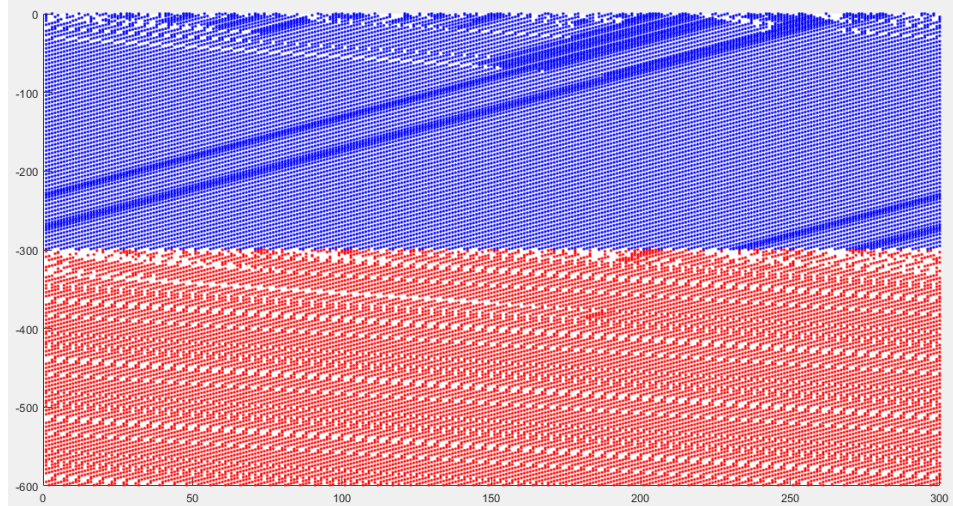


Abbildung 14: Zweispurige Autobahn ohne Trödeln, keine LKWs auf den Fahrbahnen

Nun wurde wieder das Trödeln aktiviert und die LKWs weggelassen. (siehe Abbildung 15)

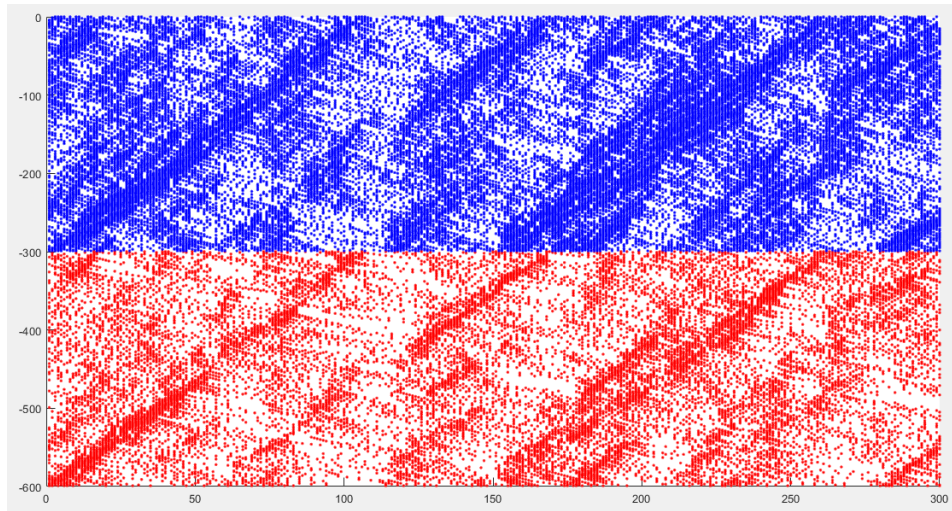


Abbildung 15: Zweispurige Autobahn mit Trödeln, keine LKWs auf den Fahrbahnen

Auch in der Abbildung 16 erkennt man keine große Erhöhung der Stauwellen mit 5% LKW-Dichte. Erst ab einer LKW-Dichte von 10% sieht man eine erhebliche Erhöhung der Stauwellen.

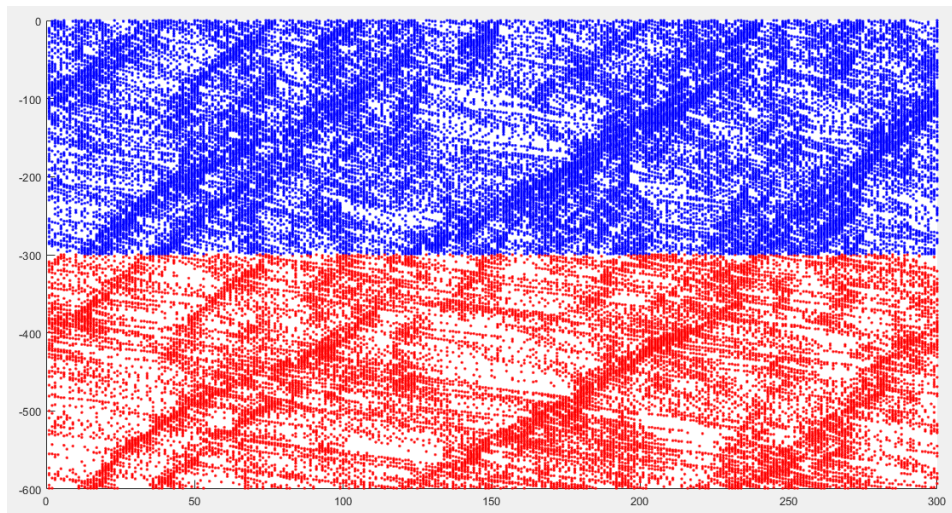


Abbildung 16: Zweispurige Autobahn mit Trödeln, 5% LKW's auf den Fahrbahnen



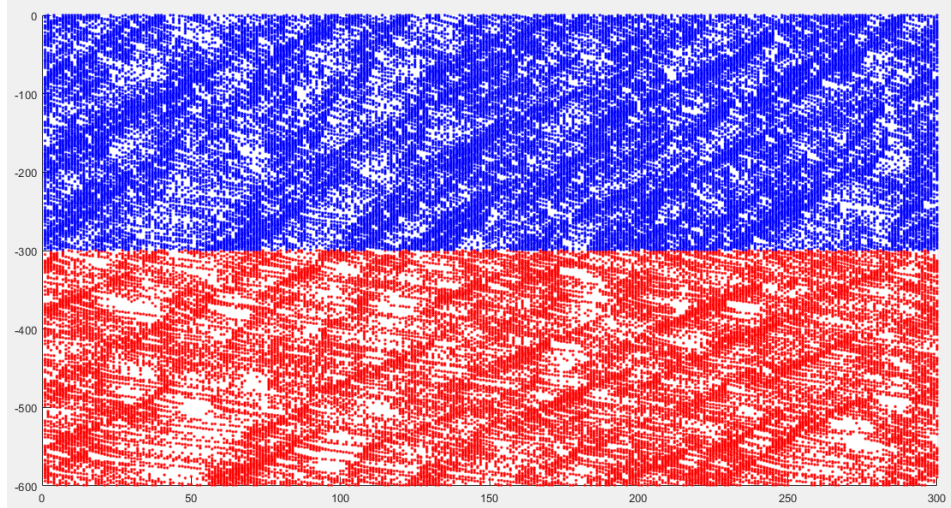


Abbildung 17: Zweispurige Autobahn mit Trödeln, 10% LKW's auf den Fahrbahnen

#### 4.8. Fließende Visualisierung (*Sokal*)

Führt man die Darstellung der Simulation nur jede Sekunde durch, verliert man schnell den Überblick über die Fahrzeuge, da man nach mehreren Simulationsschritten die Autos nicht mehr auseinanderhalten kann. Abhilfe schafft hier eine flüssige, oder kontinuierliche Darstellung. Hierzu wird zwischen einem Simulationsschritt die Bewegung der Fahrzeuge mithilfe der selbst erstellten Funktion *animateHighway()* animiert. Ein Schritt dauert in der Simulation 1s, diese wird in 30 Frames unterteilt. Anschließend wird die Bewegung für jeden Frame und für jede Sekunde dargestellt, was eine flüssige Simulation zur Folge hat. Die bildliche Umsetzung der Autos und LKWs wurde mit Rechtecken, mit dem Matlab-Befehl *rectangle()* durchgeführt. Weiterhin wurden für einen besseren Überblick die Fahrzeuge nach ihren Maximalgeschwindigkeiten eingefärbt. Mit der zusätzlichen Matlab-Funktion *set()* konnten den Rechtecken die RGB-Farbwerte zugewiesen werden. Hierzu diente eine Temperatur-Skala. Die Farbe Rot entspricht der größten Maximalgeschwindigkeit und Blau die der kleinsten. Für die Umsetzung wurde der **HSV-Farbraum** verwendet. Dieser hat für die Farbe Rot den Wert 0 und für Blau den Wert 240. Die RGB-Farbwerte wurden mit folgender Gleichung und der Matlab-Funktion *hsv2rgb()* erzeugt, die die HSV-Farbwerte in RGB-Farbwerte umwandelt. LKWs werden schwarz als größeres Rechteck dargestellt.

$$RGB = hsv2rgb \left( \frac{1}{360} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v_{min}}{v_{max}}} \cdot 240 \cdot \left( 1 - \frac{v_{maxFahrzeug_{aktuell}}}{v_{max}} \right) \right) \quad (1)$$

Da nicht alle Fahrzeuge gleich motorisiert sind, haben wir uns dafür entschieden, Fahrzeuge mit unterschiedlichen Maximalgeschwindigkeiten zu nutzen. Demnach ist die Geschwindigkeit

$v_{max}$  die größte Maximalgeschwindigkeit unter den Fahrzeugen und  $v_{min}$  die kleinste. In der Gleichung muss durch 360 geteilt werden, da die HSV-Werte eine Spanne von 0 bis 360 haben und die RGB-Farben in Matlab nur von 0 bis 1 gehen. Ist  $v_{aktuell}$  gleich dem  $v_{max}$ , so liefert die Gleichung den Wert 0 und somit die Farbe Rot. Ist  $v_{aktuell}$  gleich dem  $v_{min}$  so heben sich die Brüche auf und es kommt der Wert  $\frac{240}{360}$  raus, was der Farbe Blau entspricht.



Abbildung 18: Verschiedene Einfärbungen der Fahrzeuge nach ihren Maximalgeschwindigkeiten

Die Simulation ist als Ringstraße aufgebaut. Damit die Fahrzeuge nicht auf einer Kreisbahn fahren, wurde eine selbsterstellte Modulo-Funktion  $idxmod()$  verwendet. Diese stellt sicher, falls ein Fahrzeug den rechten Rand der Fahrbahn verlässt, es am linken Rand wieder erscheint. Somit entspricht die Straße optisch einer normaler Fahrbahn, hat aber zusätzlich die Eigenschaften einer Ringstraße. Dies ist auch optisch ansprechender, da die Aufgabe bestand eine mehrspurige Fahrbahn zu erstellen.

Die Hauptaufgabe bestand darin eine zweispurige Fahrbahn zu modellieren. Wir haben zusätzlich die Möglichkeit in unser Programm eingebaut, eine beliebige Anzahl an Spuren zu wählen. Hierbei treten noch kleine Fehler auf. Fahrzeuge werden eliminiert, wenn zwei in die selbe Zelle wechseln wollen. Dies tritt ab drei Fahrbahnen auf, beispielsweise wenn ein Auto von der linken und ein anderes von der rechten auf die mittlere Spur wechseln wollen. Mit höherer Spur-Anzahl steigt auch der Rechenaufwand, was zu einem Stocken der Animation führt.

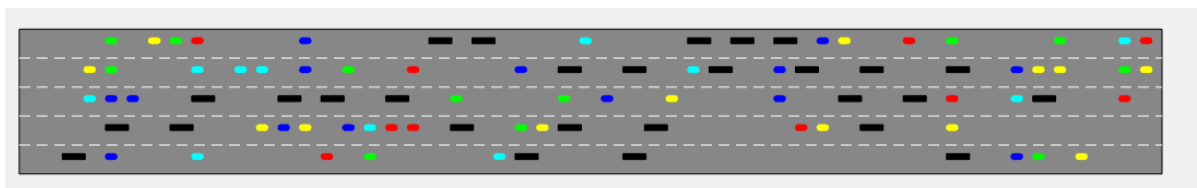


Abbildung 19: Fahrbahn mit fünf Spuren

Eine weitere Überlegung war, dass nicht jeder LKW die selbe Länge hat. Beispielsweise ist ein LKW mit 7,5 Tonnen kürzer als ein 40-Tonner, oder es besteht die Möglichkeit, dass ein



LKW noch zusätzlich einen Anhänger besitzt. Dies wurde ebenfalls in unserem Programm berücksichtigt.

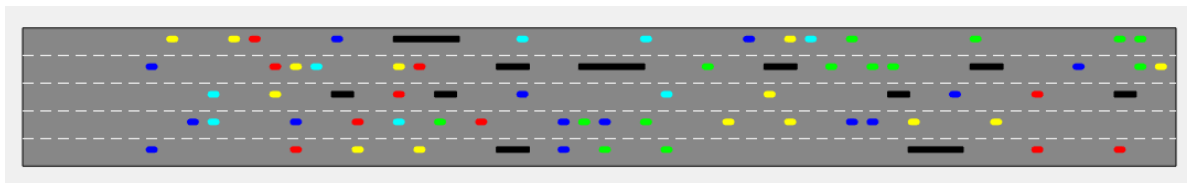


Abbildung 20: Fahrbahn mit unterschiedlichen LKW-Längen

## 5. Ausblick

Im Modell können Fahrzeuge keine ähnliche Geschwindigkeit haben, da die Geschwindigkeiten in 27 km/h diskretisiert sind. Motiviert aus der Betrachtung zweier gleich schneller Fahrzeuge, die sich überholen, fragen wir uns, ob das Modell durch feinere Geschwindigkeiten mittels Übertrittswahrscheinlichkeiten verbessert werden kann. „Rücke um  $\text{floor}(v + \text{rand})$  Felder“.

Um das Problem der Eliminierung von Fahrzeugen bei mehr als zwei Spuren zu verhindern, müsste man eine zusätzliche Bedingung, die fordert, dass die Zelle, in die gewechselt werden soll, nicht belegt sein darf.

Fahrzeuge, die überholen, trödeln für gewöhnlich nicht. Deshalb wäre es besser, das Trödeln beim Überholen auszuschalten.

Eine weitere realistischere Umsetzung wäre, dass LKWs auf Fahrbahnen mit mehr als zwei Spuren nicht auf der äußersten linken Spur fahren dürfen.

### A. Original Aufgabenstellung

## Hausarbeit 4: Simulation einer zweispurigen Autobahn

Die Hausarbeiten können bis zum vereinbarten Termin bearbeitet werden, werden dort abgegeben und präsentiert:

1. Erstellen Sie ein Simulationsmodell, das Ihnen die gewünschten Analysen ermöglicht
2. Dokumentieren Sie Ihre Lösung in einem Dokument (10-15 Seiten) mit folgenden Inhalten:
  - Einleitung (Beschreibung des Problems)
  - Modellierung
  - Simulation (Aufbereitung des Modells zur Implementierung)
  - Validierung (Analyse der erhaltenen Ergebnisse)
3. Präsentieren Sie Ihr Ergebnis in einer 30 minütigen Präsentation

Die Hausarbeiten können in Gruppen bearbeitet werden, es muss allerdings ersichtlich sein, wer welchen Abschnitt maßgeblich erstellt hat. Bitte schreiben Sie dazu unter die einzelnen Abschnitte den jeweiligen Autor.

Betrachten Sie eine zweispurige nur in eine Richtung befahrene Ringstraße (Autobahn) mit zwei Fahrzeugklassen (LKW und PKW). Beachten Sie bei den LKW die max. zulässige Höchstgeschwindigkeit. Es gilt das Rechtsfahrgebot.

Modellieren Sie das Problem im Nagel-Schreckenberg-Modell mit periodischen Randbedingungen. Erweitern Sie das Modell um ein Regelwerk für Spurwechsel der verschiedenen Fahrzeugklassen – beim „Auffahren“ eines Fahrzeugs mit einer definierten Geschwindigkeit überholt, statt die Geschwindigkeit anzugleichen.

Untersuchen Sie das System abhängig von den Dichten  $\rho_{\text{LKW}}$  und  $\rho_{\text{PKW}}$  der beiden Fahrzeugklassen und von den Überholwahrscheinlichkeiten  $p_{\text{LKW}}$  und  $p_{\text{PKW}}$ . Wie verhalten sich die Flüsse in Abhängigkeit von diesen Parametern? Lässt sich der Verkehrsfluss durch Geschwindigkeitsbeschränkungen (Verkehrsleitsystem) verbessern?

## B. Literatur

- [Joh02] Richard Johnson. Matlab programming style guidelines. *USA Datatool. Version*, 1, 2002.
- [NS92] Kai Nagel and Michael Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de physique I*, 2(12):2221–2229, 1992.