

# **MTRS-Skript**

Leopold Götsch

# Inhaltsverzeichnis

<b>Willkommen zum Skript</b>	<b>3</b>
Verbessern . . . . .	3
Mitwirken . . . . .	3
 <b>I. Steuer- und Regelungstechnik</b>	 <b>4</b>
<b>1. Regelungstechnik</b>	<b>6</b>
1.1. Warum wir regeln . . . . .	6
1.2. Wie wir regeln - Der Standardregelkreis . . . . .	6
1.2.1. Reglertypen . . . . .	7
1.3. Unstetige Regler . . . . .	7
1.3.1. Zweipunktregler . . . . .	8
1.4. Stetige Regler . . . . .	8
1.4.1. Die Übertragungsfunktion . . . . .	9
1.4.2. Mathematische Streckenidentifikation . . . . .	10
1.4.3. Messtechnische Streckenidentifikation . . . . .	10
1.4.4. Die Laplace Transformation . . . . .	10
1.4.5. Testsignale und Streckenverhalten . . . . .	13
1.4.6. Zusammenschaltung von Blöcken . . . . .	13
 <b>References</b>	 <b>15</b>

# Willkommen zum Skript

Dieses Skriptum dient zu Unterstützung und Ergänzung der Inhalte aus dem Unterricht. Der “rote Faden” im Unterricht ist in den jeweiligen Klassennotizbüchern zu finden. Darin sind auch Links zu den passenden Kapiteln in diesem Skript zu finden. Das Skriptum wird ständig erweitert und verbessert. Input ist willkommen.

## Verbessern

Ich freue mich über alle Fehlerkorrekturen und Verbesserungsvorschläge die mich erreichen. Am einfachsten ist dies via Mail.

## Mitwirken

Wer am Skriptum mitarbeiten möchte kann mich gerne kontaktieren. Meine Kontaktdaten sind auf der Homepage der HTL-Anichstrasse zu finden.

Viel Vergnügen mit MTRS und dem interaktiven Quarto Book!

**Teil I.**

# **Steuer- und Regelungstechnik**

In diesem Kapitel geht es darum wie wir Maschinen und Schaltungen dazu bringen, ein gewünschtes Verhalten zu zeigen. Zum Beispiel soll ein Roboterarm ein Werkstück von der Position A zur Position B stellen. Oder eine Drohne trotz Windes ihre Position halten.

Wir sprechen von **Steuern**, wenn wir eine Befehlskette vorgeben und keine Möglichkeit haben auf Störungen einfluss zu nehmen.

Von **Regeln** sprechen wir, wenn wir Informationen über das zu erreichende Ziel erhalten und damit auf Störungen eingehen können. Es gibt beim Regeln daher eine Feedbackschleife oder auch Rückkopplung genannt.

# 1. Regelungstechnik

In diesem Teil des Skriptums geht es darum wie wir Maschinen und Schaltungen dazu bringen, trotz Störeinflüssen das gewünschte Verhalten zu Zeigen. Zum Beispiel soll ein Tempomat des Autos die Geschwindigkeit halten, trotz starkem Gegenwindes. Es werden die Grundlagen der Regelungstechnik vermittelt. Dabei wird das theoretische Wissen anhand konkreter Anwendungen erarbeitet.

## 1.1. Warum wir regeln

Viele Aufgaben von Maschinen können auch durch Steuern umgesetzt werden. Eine Regelung erlaubt es aber, auf unerwünschte Einflüsse, sogenannte Störgrößen, zu reagieren. Als Beispiel soll der Tempomat, Geschwindigkeitsregelanlage, des Autos dienen. Die Aufgabe des Tempomates ist es, die Geschwindigkeit, Regelgröße, konstant zu halten. Als unerwünschte Einflüsse, Störgrößen, sind alle physikalischen Größen zu betrachten, welche die Geschwindigkeit beeinflussen. Beispiele sind die Steigung der Straße und Wind.

Die Geschwindigkeit des Autos wird über die Leistung, Stellgröße, bestimmt. Führt die Straße Bergauf wird mehr Leistung für die gleiche Geschwindigkeit benötigt. Es muss also die Leistung laufend angepasst werden, um eine konstante Geschwindigkeit zu erhalten.

Bei einer Steuerung würde eine Leistung eingestellt werden und sich daraus eine Geschwindigkeit ergeben. Dieses wäre jedoch nur für einen voreingestellten Fall identisch mit der gewünschten Geschwindigkeit.

## 1.2. Wie wir regeln - Der Standardregelkreis

Regeln ist ein Vorgang, bei dem der IST-Wert einer Größe gemessen und, durch Nachstellen der Stellgröße, dem SOLL-Wert angeglichen wird.

Dazu wird das Ergebnis an den Eingang zurück geführt und vom Sollwert subtrahiert. Es entsteht eine Rückkopplung. Durch das negative Vorzeichen handelt es sich um eine Rückkopplung im Spezialfall einer Gegenkopplung. Die Differenz aus dem Sollwert und dem zurückgeführten Istwert ist die sogenannte Regelabweichung welche über den Regler zur Stellgröße wird. Die Stellgröße ist nun die physikalische Größe die die Regelstrecke zum gewünschten Verhalten führt.

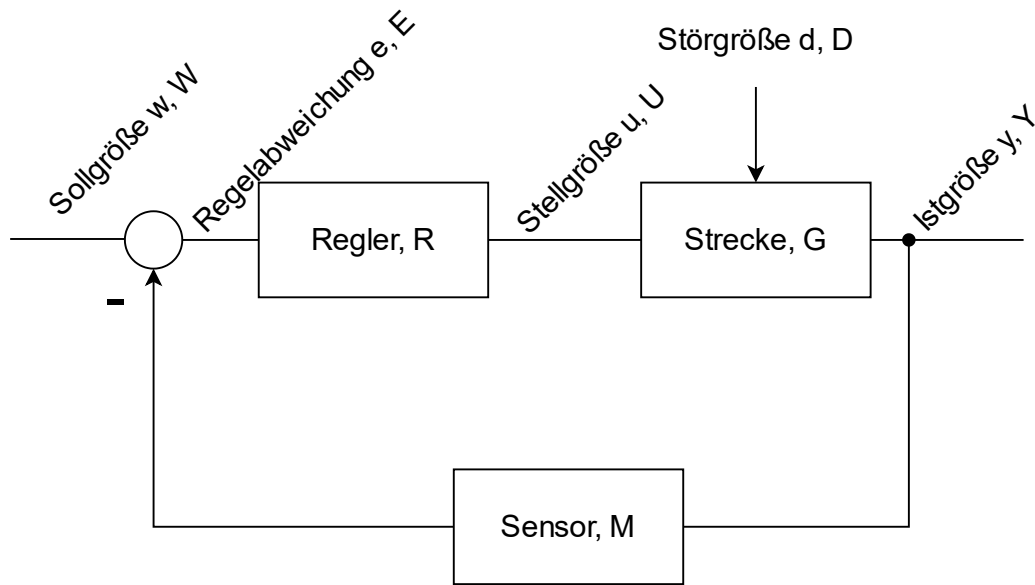


Abbildung 1.1.: Standardregelkreis

### 1.2.1. Reglertypen

Es kann zwischen zwei Arten von Reglern unterschieden werden. Erstere sind einfache Regler die die Stellgröße nur zwischen verschiedenen Zuständen hin und her Schalten können. Zum Beispiel Ein / Aus. Oder die Gänge eines Automatikgetriebes. Diese Regler werden **unstetige Regler** genannt. Unstetige Regler können gut mittels Hysteresen beschrieben werden.

Der zweite Typ von Regler kann die Stellgröße kontinuierlich anpassen. Diese Regler werden **stetige Regler** genannt. Stetige Regler können gut mit mathematische Gleichungen im Laplacebereich beschrieben werden.

## 1.3. Unstetige Regler

Klassische unstetige Regler sind Bimetallschalter. Diese werden zum Beispiel bei Heizlüftern eingesetzt.

Ist der Raum, und damit das Bimetall kalt so ist der Kontakt geschlossen und der Lüfter läuft. Wird die Raumluft und damit das Bimetall warm wird der Kontakt geöffnet und der Lüfter hört auf zu heizen.

$T$  ... Temperatur

$T_{ein}$  ... Einschaltswelle

$T_{aus}$  ... Ausschaltschwelle

$T_{ref}$  ... Referenz Temperatur

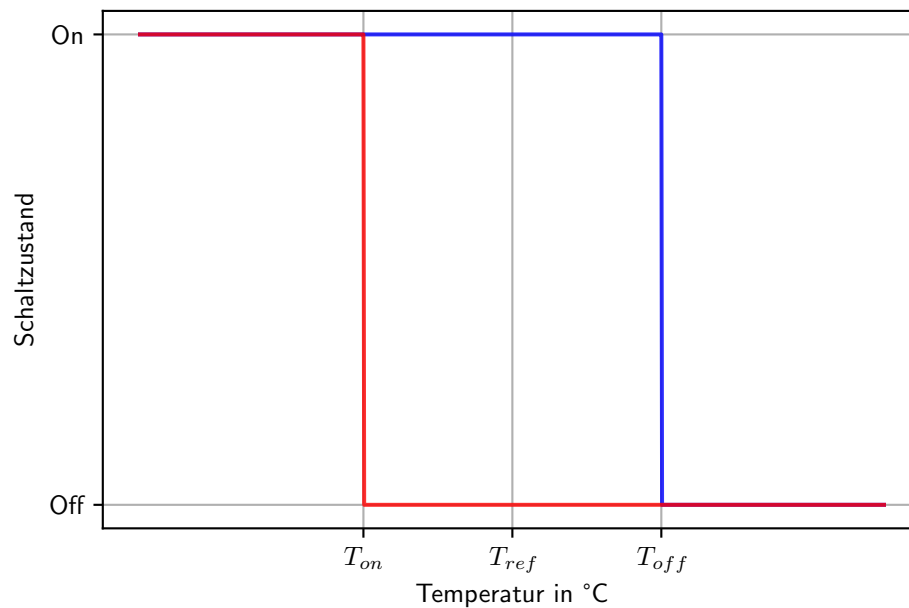


Abbildung 1.2.: Zweipunktregler eines einfachen Heizlüfters

### 1.3.1. Zweipunktregler

Der Zweipunktregler kann, wie der Name schon sagt, die Stellgröße zwischen zwei Zuständen schalten. Zum Beispiel die Heizung einschalten wenn die Temperatur zu niedrig ist und wieder Abschalten wenn die Temperatur hoch genug ist. Siehe dazu die Kennlinie Abbildung 1.2. Die Kennlinie stellt eine Hysterese dar. Die Umsetzung ist auch mittels Operationsverstärker möglich.

## 1.4. Stetige Regler

Für das Verständnis von stetigen Reglern ist es hilfreich die Regelungstechnik mathematisch zu betrachten, da sich ein Regler sehr gut mit Formeln beschreiben und erklären lässt. In einem eigenen Kapitel soll behandelt werden wie Regler praxisnahe implementiert werden können.

Der oben gezeigte Regelkreis, Abbildung 1.1, lässt sich mathematisch als Übertragungsfunktion beschreiben. Hier werden ausschließlich SISO (Single Input Single Output) und LTI (Linear Time Invariant) Systeme betrachtet. Das bedeutet Systeme die einen Eingang und einen



Ausgang haben. Jeder Block kann einzeln mit einer Übertragungsfunktion, analog der Vierpoltheorie, beschrieben werden. Wie auch in der Vierpoltheorie kann aber auch eine Verschaltung von Blöcken als Übertragungsfunktion beschrieben werden. Ein Block wird in der Regelungstechnik auch als **Strecke** bezeichnet.

### 1.4.1. Die Übertragungsfunktion

#### 1.4.1.1. Motivation

Die Übertragungsfunktion beschreibt den Zusammenhang zwischen Ausgang und Eingang. Ist die Übertragungsfunktion bekannt, so kann die Strecke und deren Verhalten (der Ausgang) auf verschiedene Eingänge berechnet werden. Dies wird auch Simulation genannt. Für Marketingzwecke könnte die Übertragungsfunktion auch als einfache Form eines “digitalen Zwillings” bezeichnet werden. Ist die Übertragungsfunktion mathematisch beschrieben, können Regler entworfen und getestet werden, ohne das tatsächliche physikalische Modell benutzen zu müssen. Dies ist speziell sinnvoll wenn, das physikalische System für Testzwecke nicht zur Verfügung steht bzw. nicht für Testzwecke geeignet ist. Eine Strecke (=physikalisches System) steht z.B. nicht zur Verfügung, wenn:

- Es sich geographisch woanders befindet
- Es für die Produktion benötigt wird
- Es noch nicht gebaut wurde

Eine Strecke (=physikalisches System) ist nicht geeignet für Testzwecke wenn z.B.:

- Das System sehr langsam ist (Heizung eines Gebäudes)
- Ein fehlerhafter Regler großen Schaden anrichten kann

#### 1.4.1.2. Streckenidentifikation

Als Streckenidentifikation wird der Vorgang beschrieben, von einem physikalischem System das mathematische Modell, die Übertragungsfunktion, zu erstellen. Zwei Methoden wie dieses Ziel erreicht werden kann, werden hier beschrieben.

- Der mathematische Ansatz, Kapitel [1.4.2](#)
- Der messtechnische Ansatz, Kapitel [1.4.3](#)

$$V = \frac{A}{E} \quad (1.1)$$

$A$  ... Ausgang

$E$  ... Eingang

$V$  ... Verarbeitung, die Übertragungsfunktion

Gängige Bezeichnungen der Übertragungsfunktion der einzelnen Blöcke ist wie folgt.

$G$  ... Übertragungsfunktion der zu Regelnden Strecke

$R$  ... Übertragungsfunktion des Reglers

$M$  ... Übertragungsfunktion des Sensors

### 1.4.2. Mathematische Streckenidentifikation

Aus den physikalischen Zusammenhängen kann die Übertragungsfunktion berechnet werden. Die komplexe Schreibweise ist nur für periodische sinusförmige Signale geeignet. Sollen Signale betrachtet werden die beliebig, stetig, sind ist die komplexe Schreibweise nicht ausreichend. Es müssen die physikalischen Gleichungen in differentieller Form angeschrieben werden.

Um die Mathematik möglichst einfach zu halten wird in der Regelungstechnik im Laplace Bereich gearbeitet. Dadurch ist es nicht notwendig die Differentialgleichung bei physikalischen Systemen, die durch eine Differentialgleichung beschrieben werden, zu lösen.

Ein Beispiel, wie eine mathematische Streckenidentifikation abläuft ist in Abschnitt Kapitel [1.4.4](#) zu finden.

### 1.4.3. Messtechnische Streckenidentifikation

Manche Systeme sind zu komplex um sie mathematisch zu beschreiben. Andere Systeme sind mathematisch nicht beschreibbar, weil das Innenleben nicht bekannt ist. In diesen Fällen kann die messtechnische Ermittlung der Übertragungsfunktion herangezogen werden.

Dabei wird am Eingang der Strecke ein Testsignal aufgeschaltet und der Ausgang gemessen. Aus diesen Messdaten kann die Übertragungsfunktion, ein mathematisches Modell, der Strecke erstellt werden.

### 1.4.4. Die Laplace Transformation

oder die Anstrengung der Faulen.

#### 1.4.4.1. Warum Laplace

Um eine Übertragungsfunktion zu Berechnen muss der Ausgang durch den Eingang dividiert werden. Wird das physikalische System durch eine lineare Gleichung beschrieben ist das sehr Einfach möglich und die Laplace Transformation ist nicht notwendig. Ein Beispiel dafür ist das Ohm'sche Gesetz.

$$R_{ohm} = \frac{U}{I} \quad (1.2)$$

$U$  ... Spannung am Widerstand als Ausgang

$I$  ... Strom am Widerstand als Eingang

$R_{ohm}$  ... Ohm'scher Widerstand als Übertragungsfunktion

Wird das physikalische System aber durch eine Differentialgleichung beschrieben, wie zum Beispiel bei einem Tiefpass, so wäre es notwendig zuerst die Differentialgleichung zu lösen um die Übertragungsfunktion zu berechnen. Hier bietet die Laplace Transformation eine erhebliche erleichterung.

Wird die Übertragungsfunktion im Laplace-Bereich angeschrieben, ergeben sich weitere Vorteile, wenn es später darum geht einen Regler zu entwerfen und die Stabilität einer Strecke zu beurteilen.

##### 1.4.4.1.1. Beispiel Übertragungsfunktion eines Tiefpasses

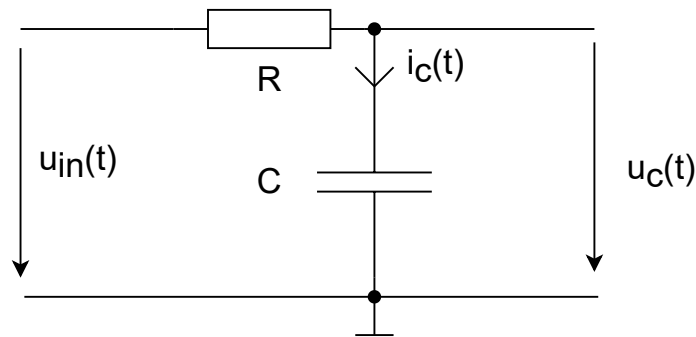


Abbildung 1.3.: Tiefpass

$$i_c(t) = \frac{d}{dt} u_c(t) \quad (1.3)$$

$$i_c(t) = \frac{-u_c(t) + u_{in}(t)}{R_{ohm}} \quad (1.4)$$

Durch Gleichsetzen von Gleichung 1.3 und Gleichung 1.4 ergibt sich die allgemeine Differenzialgleichung 1. Ordnung für den Tiefpass.

$$\frac{d}{dt}u_c(t) + \frac{u_c(t)}{CR_{ohm}} = \frac{u_{in}(t)}{CR_{ohm}} \quad (1.5)$$

$C$  ... Kapazität

$R_{ohm}$  ... Ohmscher Widerstand

$t$  ... Zeit

$u_{in}(t)$  ... Eingangsspannung

$i_c(t)$  ... Strom

$u_c(t)$  ... Ausgangsspannung

Müsste nun von dieser Differentialgleichung die Übertragungsfunktion, also  $G = \text{Ausgang/Eingang}$ , angegeben werden, so müsste zunächst die Differentialgleichung gelöst werden.

Die Laplace Transformation bietet hier einen alternativen Weg der mit weiteren Vorteilen verbunden ist wenn es darum geht Blöcke miteinander zu kombinieren oder Aussagen über das System zu treffen.

#### 1.4.4.2. Laplacetransformation

Die tiefere Mathematik der Laplacetransformation überlassen wir hier den Mathematiker:innen und den ersten Semestern eines Studiums. Wir wollen die Laplacetransformation lediglich als Werkzeug zur Vereinfachung unserer Arbeit verwenden. Dazu benötigen wir folgende Grundregeln.

Vereinfacht ist die Laplacetransformation als eine Übersetzung aus dem Zeitbereich, also mit der Variable  $t$ , in den Frequenzbereich mit der Variable  $s$  zu verstehen. Die Übersetzung erfolgt in vielen Fällen sehr einfach mittels Tabelle. Hier wird die Transformation nur für ausgewählte Signale und mathematische Operationen angeführt.

Tabelle 1.1.: Laplacetransformationstabelle

Zeitbereich $x(t)$	Frequenzbereich $X(s)$	Bemerkung
$\frac{d}{dt}x(t)$	$s \cdot X(s) - x(0)$	Transformation der Ableitung nach der Zeit, $x(0)$ ist dabei der Wert zum Zeitpunkt Null. Bei einem Kondensator wäre dies zum Beispiel der Ladezustand zu Beginn.
$\int x(t) dt$	$\frac{1}{s} \cdot X(s)$	Transformation der Integration über der Zeit

Zeitbereich $x(t)$	Frequenzbereich $X(s)$	Bemerkung
$\delta(t)$	1	Transformation des Impulses
$\sigma(t)$	$\frac{1}{s}$	Transformation des Sprunges
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	
$\frac{1}{a}e^{\frac{-t}{a}}$	$\frac{1}{1+as}$	

Wird nun Gleichung 1.5 mittels der Tabelle 1.1 transformiert erhalten wir eine Gleichung aus der wir durch einfaches Umformen eine Übertragungsfunktion erhalten. Es wird angenommen, dass  $x(0) = 0$  ist.

$$U_C s + \frac{U_C}{CR_{ohm}} = \frac{U_{IN}}{CR_{ohm}} \quad (1.6)$$

$$G = \frac{U_C}{U_{IN}} \quad (1.7)$$

$$G = \frac{1}{CR_{ohm} + s} \quad (1.8)$$

### 1.4.5. Testsignale und Streckenverhalten

#### 1.4.5.1. Testsignale

#### 1.4.5.2. Streckenverhalten

#### 1.4.5.3. Identifikation

### 1.4.6. Zusammenschaltung von Blöcken

Werden Blöcke kombiniert können die resultierenden Übertragungsfunktionen berechnet werden.

Zur Vereinfachung kann die Übertragungsfunktion des Sensors mit  $M = 1$  angenommen werden,  $M = 1$ , wenn dieser im Verhältnis zur Strecke und zum Regler vernachlässigbar ist. Dies ist zum Beispiel der Fall wenn der Sensor viel schneller ist als die Strecke und der Regler. Diese Voraussetzung ist für viele Systeme gegeben.

Für den Regelkreis, Abbildung 1.1, ergeben sich folgende Möglichkeiten.

#### 1.4.6.1. Die Führungsübertragungsfunktion

Die Führungsübertragungsfunktion gibt das Verhältnis zwischen Sollgröße und Istgröße an. Sie beschreibt damit das Verhalten des Regelkreises mit der Sollgröße als Eingang und der Istgröße als Ausgang. Ist eine Regelstrecke ideal so ist die Führungsübertragungsfunktion gleich Eins.

$$F_w = \frac{GR}{GMR + 1} \quad (1.9)$$

$F_w$  ... Führungsübertragungsfunktion

#### 1.4.6.2. Die Schleifenübertragungsfunktion

Die Schleifenübertragungsfunktion ist die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises, also ohne Rückkopplung und ist im Laplace Bereich eine einfache Multiplikation.

$$F_o = GR \quad (1.10)$$

$F_o$  ... Schleifenübertragungsfunktion

#### 1.4.6.3. Die Störübertragungsfunktion

Die Störübertragungsfunktion beschreibt wie sich die Störgröße auf den Ausgang auswirkt.

$$F_s = \frac{G}{F_o + 1} \quad (1.11)$$

$F_s$  ... Störübertragungsfunktion

## References