

**Problemes de Càlcul amb Vàries Variables. Full 1**  
*Superfícies i Volums en 3D*

1. Trobeu l'equació del pla de vector normal  $\vec{v} = (1, 2, 1)$  que passa pel punt  $(0, 0, 1)$ .
2. Representeu gràficament les següents corbes sobre el pla  $x = 0$ :  
(a)  $y^2 + z = 1$  (b)  $y^2 + z^2 = 1$   
(c)  $y^2 - z^2 = 1$  (d)  $y^2 - z^2 = -1$
3. Per a cadascuna de les següents paràboles sobre el pla  $x = 0$ ,  
(a)  $z - y^2 = 0$  (b)  $2z - y^2 + 2y - 1 = 0$ ,  
trobeu les equacions de la superfície generada en fer-les girar al voltant de l'eix  $\hat{z}$ .
4. Representeu gràficament les següents superfícies (fixeu-vos en la simetria i aprofiteu els resultats de l'exercici 3)  
(a)  $x^2 + y^2 + z = 1$  (b)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$   
(c)  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$  (d)  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$
5. Trobeu quina forma tenen les següents superfícies:  
(a)  $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$  (b)  $(2x)^2 + y^2 - z^2 = -1$   
(c)  $x^2 - y^2 + z^2 = -1$  (d)  $4x^2 + 2y^2 - z = 1$ .
6. Representeu gràficament les següents superfícies:  
(a)  $x^2 + 2x + 2y^2 + 4y + z^2 = 1$  (b)  $(2x)^2 - 8x + y^2 + 4y - z^2 = -1$
7. Representeu gràficament les següents superfícies:  
(a)  $16x^2 + y^2 - 128x + 4y + 196 = 0$  (b)  $x^2 - y^2 - 6x + 2y - 8 = 0$
8. Representeu gràficament i compareu les dues superfícies següents:  
(a)  $\frac{x^2}{4} + 4y^2 - z^2 = 1$  (b)  $\frac{x^2}{4} + 4y^2 - z^2 = 0$
9. Trobeu les equacions d'un cilindre qualsevol l'eix del qual és paral·lel a l'eix  $\hat{z}$ .
10. Trobeu les equacions d'un con qualsevol l'eix del qual és paral·lel a l'eix  $\hat{z}$ .
11. Trobeu les equacions d'un torus. Trobeu primer les equacions d'una circumferència desplaçada al llarg de l'eix  $\hat{y}$ , i feu-la girar llavors al voltant de l'eix  $\hat{z}$ .
12. Trobeu les equacions de la superfície que s'obté en fer girar la paràbola  
$$z - y^2 - 2 = 0$$
  
al voltant de la recta  $x = 0, z = 1$ .
13. Trobeu l'equació que satisfan els punts de la superfície d'un cub d'aresta  $a$  centrat a l'origen. Trobeu l'equació (inequacions) dels punts interiors del mateix cub.
14. Trobeu quines equacions satisfan els punts del volum tancat per la superfície  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  i els plans  $z = 1, z = -2$ .