

**Problemes de Càlcul amb Vàries Variables. Full 7**  
*Integrals dobles i triples 2*

1. Avalueu  $\int \int \int_V (x+y) \, dx \, dy \, dz$  on  $V$  és el volum limitat pels plans  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  i  $x + y + z = 1$ .
2. Calculeu el volum comprès entre l'esfera  $r = R_0$  i el con  $\theta = \alpha_0$ .
3. Calculeu la integral de volum del camp escalar  $f(x, y, z) = \exp(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}$  sobre la regió limitada per la intersecció de l'esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

i el con

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

4. Calculeu el volum tancat pel pla  $x-y$  i el paraboloides d'equació  $z = 2 - x^2 - y^2$  utilitzant integrals dobles i triples.
5. Trobeu el volum de la intersecció dels dos cilindres

$$x^2 + y^2 = a^2$$

i

$$x^2 + z^2 = a^2$$

6. Les coordenades toroïdals es defineixen de la manera següent:

$$x = (R + r \cos \theta) \cos \phi$$

$$y = (R + r \cos \theta) \sin \phi$$

$$z = r \sin \theta$$

on  $\theta$  és l'angle azimutal,  $R$  el radi gran i  $r$  el radi petit. Calcula el volum i la superfície del tor de radi petit  $a$ .

7. Troba el volum del con definit per la intersecció de

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

i el pla  $z = h$ . Troba també la seva àrea lateral.

8. Calculeu l'àrea de l'esfera de radi  $R$ . Tot seguit avalueu
  - (i) l'àrea d'una taca sobre aquesta esfera.
  - (ii) l'àrea d'una veta paral·lela al pla  $x-y$ .
  - (iii) La integral de superfície del camp  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$ .
9. Determineu quina és l'àrea en el primer quadrant del paraboloides  $z = x^2 + y^2$  limitat superiorment pel pla  $z = 3$ . Calculeu també l'àrea d'una veta que envolti el paraboloides des de  $z = 2$  fins a  $z = 3$ . Calculeu la integral de superfície de la funció vectorial  $\mathbf{F} = (x, y, z)$  sobre aquesta veta.