

Examen de Càlcul amb Vàries Variables

1. (2 punts)

a) Estudiar la continuïtat a l'origen de la funció:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x^2y+y^3-x} & , \quad (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & , \quad (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

b) Trobar la direcció \hat{u} per la qual la derivada direccional de $f(x, y)$ s'anul·la en el punt $(1, 1)$.

2. (3 punts) Trobar els extrems de la funció $T(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ sobre la intersecció de les esferes

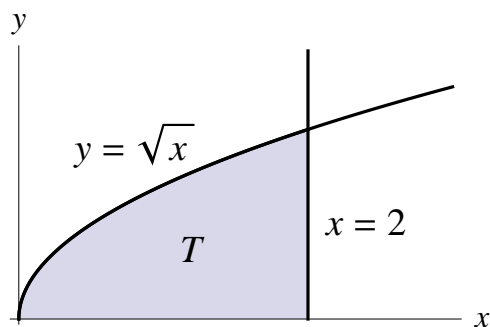
$$(x - \sqrt{3})^2 + y^2 + z^2 = 3 \quad \text{i} \quad x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1.$$

3. (2 punts)

a) Calculeu la integral

$$\iint_T xy \, dx \, dy,$$

on T és la regió sombrejada de la següent figura:



b) Idem realitzant el canvi de variables:

$$\begin{aligned} s &= x - y^2, \\ t &= x + y^2. \end{aligned}$$

4. (3 punts) Verificar el teorema de Gauss al cilindre $x^2 + y^2 \leq R^2$, $0 \leq z \leq L$, amb el camp vectorial $\vec{F} = (xy^2, z, x^2z^2)$.