

# **Prácticas de Física**

**Cuaderno de laboratorio**

Copyright © 2013 John Smith

PUBLISHED BY PUBLISHER

BOOK-WEBSITE.COM

Licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License (the "License"). You may not use this file except in compliance with the License. You may obtain a copy of the License at <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>. Unless required by applicable law or agreed to in writing, software distributed under the License is distributed on an "AS IS" BASIS, WITHOUT WARRANTIES OR CONDITIONS OF ANY KIND, either express or implied. See the License for the specific language governing permissions and limitations under the License.

*First printing, March 2013*



## Índice general

### I

### Teoría de errores

<b>1</b>	<b>Tratamiento de errores</b>	<b>11</b>
1.1	Objetivo	11
1.2	Fundamento. Teoría de errores	11
1.2.1	Clasificación de los errores	11
1.3	Exactitud, Precisión y Sensibilidad	12
1.4	Error absoluto y error relativo	12
1.5	Determinación de una magnitud y de su error por medida directa	13
1.6	Determinación de una magnitud y de su error por medida indirecta	13
1.6.1	Ejemplos sencillos	14
1.7	Expresión del valor de una magnitud y de su error	15
1.7.1	Ejemplos de cálculo de errores	16
1.8	Ajuste de la recta de regresión por el método de mínimos cuadrados	18
1.9	Interpolación en tablas de simple entrada	19
1.10	Interpolación en tablas de doble entrada	19

### II

### Guiones de prácticas

<b>1</b>	<b>El principio de Arquímedes</b>	<b>23</b>
1.1	Objetivo	23
1.2	Material	23
1.3	Fundamento	23
1.4	Realización	24
<b>2</b>	<b>Medidas de Precisión</b>	<b>27</b>
2.1	Objetivo	27
2.2	Material	27
2.2.1	Nonius	27
2.2.2	Calibre	28
2.2.3	Micrómetro o Palmer	28

<b>2.3 Realización</b>	<b>29</b>
2.3.1 Determinación del error de cero del calibre y del micrómetro .....	29
2.3.2 Adquisición de medidas y cálculo de volúmenes y áreas. ....	30
<b>3 Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner .....</b>	<b>33</b>
3.1 <b>Objetivo</b>	<b>33</b>
3.2 <b>Material</b>	<b>33</b>
3.3 <b>Fundamento</b>	<b>33</b>
3.3.1 Teorema de Steiner .....	34
<b>3.4 Realización</b>	<b>34</b>
3.4.1 Determinación de los momentos de inercia de distintos cuerpos .....	34
3.4.2 Comprobación del Teorema de Steiner .....	36
<b>4 Ecuación de los Gases Ideales .....</b>	<b>37</b>
4.1 <b>Objetivo</b>	<b>37</b>
4.2 <b>Material</b>	<b>37</b>
4.3 <b>Fundamento</b>	<b>37</b>
4.4 <b>Realización</b>	<b>39</b>
<b>5 Medida del campo magnético terrestre .....</b>	<b>41</b>
5.1 <b>Objetivo</b>	<b>41</b>
5.2 <b>Material</b>	<b>41</b>
5.3 <b>Fundamento</b>	<b>42</b>
5.3.1 Bobinas de Helmholtz .....	42
5.3.2 Campo magnético terrestre .....	42
<b>5.4 Realización</b>	<b>44</b>
5.4.1 Campo magnético de las bobinas de Helmholtz en el punto central. ....	44
5.4.2 Medida de la componente horizontal del campo magnético terrestre, $(\vec{B}_T)_h$ . 45	45
5.4.3 Medida de las componentes vertical y total del campo magnético terrestre.	46
<b>6 Ley de Ohm .....</b>	<b>47</b>
6.1 <b>Objetivo</b>	<b>47</b>
6.2 <b>Material</b>	<b>47</b>
6.3 <b>Fundamento</b>	<b>47</b>
<b>6.4 Realización</b>	<b>47</b>
6.4.1 Comparar el valor nominal y experimental de cuatro resistencias. ....	48
6.4.2 Dependencia de la intensidad con la tensión a resistencia constante .....	48
6.4.3 Dependencia de la intensidad con la resistencia a tensión constante .....	50
<b>7 Módulo de Young .....</b>	<b>53</b>
7.1 <b>Objetivo</b>	<b>53</b>
7.2 <b>Material</b>	<b>53</b>
7.3 <b>Fundamento</b>	<b>53</b>

<b>7.4 Realización</b>	<b>55</b>
<b>8 Carga y descarga de un condensador</b>	<b>59</b>
<b>8.1 Objetivo</b>	<b>59</b>
<b>8.2 Material</b>	<b>59</b>
<b>8.3 Fundamento</b>	<b>59</b>
8.3.1 Proceso de carga .....	59
8.3.2 Proceso de descarga .....	60
<b>8.4 Realización</b>	<b>61</b>
8.4.1 Estudio de los procesos de carga y descarga .....	61
8.4.2 Cálculo del tiempo característico $\tau$ del circuito .....	63
<b>9 Difracción óptica</b>	<b>65</b>
<b>9.1 Objetivo</b>	<b>65</b>
<b>9.2 Material</b>	<b>65</b>
<b>9.3 Fundamento</b>	<b>65</b>
<b>9.4 Realización</b>	<b>66</b>
9.4.1 Toma de medidas .....	66
9.4.2 Obtención de resultados .....	67
<b>10 Dilatación térmica</b>	<b>69</b>
<b>10.1 Objetivo</b>	<b>69</b>
<b>10.2 Material</b>	<b>69</b>
<b>10.3 Fundamento</b>	<b>69</b>
<b>10.4 Realización</b>	<b>70</b>
10.4.1 Medida de coeficientes de dilatación lineal .....	71
<b>11 Péndulo simple y aceleración de la gravedad</b>	<b>73</b>
<b>11.1 Objetivo</b>	<b>73</b>
<b>11.2 Material</b>	<b>73</b>
<b>11.3 Fundamento</b>	<b>73</b>
<b>11.4 Realización</b>	<b>74</b>
11.4.1 Dependencia del periodo con la amplitud .....	74
11.4.2 Determinación del valor de $g$ .....	75
11.4.3 Medición de la longitud del péndulo de Foucault .....	76
<b>12 Tensión superficial del agua</b>	<b>77</b>
<b>12.1 Objetivo</b>	<b>77</b>
<b>12.2 Material</b>	<b>77</b>
<b>12.3 Fundamento</b>	<b>78</b>
12.3.1 Dependencia de la tensión superficial con la temperatura .....	79

<b>12.4 Realización</b>	<b>80</b>
12.4.1 Determinación de la tensión superficial .....	80
12.4.2 Determinación de la constante $\alpha$ .....	81
<b>A Código de colores de una resistencia .....</b>	<b>83</b>
<b>B El polímetro .....</b>	<b>85</b>
B.1 <b>Medidas de tensión e intensidad con el polímetro</b>	<b>85</b>
B.2 <b>Selección de escala</b>	<b>86</b>
B.3 <b>Medidas de resistencias: polímetro como óhmetro</b>	<b>87</b>

III

## Cuadernillos de trabajo

<b>1 El principio de Arquímedes .....</b>	<b>91</b>
1.4.1 Realización .....	91
<b>2 Medidas de Precisión .....</b>	<b>99</b>
2.3.1 Determinación del error de cero del calibre y del micrómetro .....	99
2.3.2 Adquisición de medidas y cálculo de volúmenes y áreas. ....	100
<b>3 Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner ...</b>	<b>109</b>
3.4.1 Determinación de los momentos de inercia de distintos cuerpos .....	109
3.4.2 Comprobación del Teorema de Steiner .....	113
<b>4 Ecuación de los Gases Ideales .....</b>	<b>119</b>
4.4.1 Dependencia de la presión con el volumen a temperatura constante: Ley de Boyle .....	119
<b>5 Medida del campo magnético terrestre .....</b>	<b>127</b>
5.4.1 Campo magnético de las bobinas de Helmholtz en el punto central. ....	127
5.4.2 Medida de la componente horizontal del campo magnético terrestre, $(\vec{B}_T)_h$ . 131	131
5.4.3 Medida de las componentes vertical y total del campo magnético terrestre. 135	135
<b>6 Ley de Ohm .....</b>	<b>137</b>
6.4.1 Comparar el valor nominal y experimental de cuatro resistencias. ....	137
6.4.2 Dependencia de la intensidad con la tensión a resistencia constante .....	139
6.4.3 Dependencia de la intensidad con la resistencia a tensión constante .....	147
<b>7 Módulo de Young .....</b>	<b>151</b>
<b>8 Carga y descarga de un condensador .....</b>	<b>163</b>
8.4.1 Estudio de los procesos de carga y descarga .....	163
8.4.2 Cálculo del tiempo característico $\tau$ del circuito. ....	173

<b>9 Difracción óptica .....</b>	<b>175</b>
9.4.1 Toma de medidas .....	175
9.4.2 Obtención de resultados .....	176
<b>10 Dilatación térmica .....</b>	<b>181</b>
10.4.1 Medida de coeficientes de dilatación lineal .....	181
<b>11 Péndulo simple y aceleración de la gravedad .....</b>	<b>191</b>
11.4.1 Dependencia del periodo con la amplitud .....	191
11.4.2 Determinación del valor de $g$ .....	195
11.4.3 Medición de la longitud del péndulo de Foucault .....	200
<b>12 Tensión superficial del agua .....</b>	<b>203</b>
12.4.1 Determinación de la tensión superficial .....	203
12.4.2 Determinación de la constante $\alpha$ .....	206





# Teoría de errores





## 1. Tratamiento de errores

### 1.1 Objetivo

El objetivo de esta práctica es adquirir los conocimientos y habilidades necesarias para carga correcta toma de medidas en el laboratorio y su posterior tratamiento.

Todas las medidas experimentales vienen afectadas de una cierta imprecisión debida a las imperfecciones del aparato de medida o a las limitaciones impuestas por nuestros sentidos, que deben registrar la información. El principal objetivo de la teoría de errores consiste en acotar el valor de dichas imprecisiones, denominadas errores experimentales. Estudiaremos los conceptos de medida, errores y el tratamiento de éstos en el análisis posterior de las medidas.

### 1.2 Fundamento. Teoría de errores

La medidas experimentales de las magnitudes físicas pueden ser **directas** o **indirectas**. Estas últimas se obtienen a partir de los valores medidos de otras magnitudes ligadas con la magnitud problema mediante una fórmula física. Resulta imposible llegar a conocer el valor exacto de una magnitud, ya que los procedimientos experimentales de comparación con el patrón correspondiente para obtener las medidas directas vienen siempre afectados de errores inevitables. Así, aunque es imposible encontrar en la práctica el valor *cierto* o *exacto* de una magnitud determinada, aceptaremos que éste existe. Nuestro problema es establecer los límites dentro de los cuales se encuentra dicho valor.

#### 1.2.1 Clasificación de los errores

El error se define como la diferencia entre el valor verdadero y el obtenido experimentalmente. Los errores no siguen una ley determinada y su origen reside en múltiples causas.

Atendiendo a las causas que los producen, los errores se pueden clasificar en dos grandes grupos: errores sistemáticos y errores accidentales.

**Errores sistemáticos.** Permanecen constantes a lo largo de todo el proceso de medida; afectan a todas las mediciones de un modo definido. Se pueden clasificar a su vez en errores:

- **instrumentales.** Por ejemplo un error de calibrado.
- **personales.** Éstos son, en general, difíciles de determinar y se deben a limitaciones de carácter personal. Por ejemplo, un problema visual del observador.
- **de elección del método** de medida de la magnitud.

Este tipo de errores se ponen de manifiesto cambiando el aparato de medida, el observador o el método de medida.

**Errores accidentales.** Se producen por variaciones fortuitas o aleatorias que aparecen entre observaciones sucesivas realizadas por un mismo observador. Las variaciones no son reproducibles

de una medición a otra y no presentan, más que por azar, el mismo valor en dos mediciones cualesquiera de una serie. Estos errores son incontrolables.

Para un gran número de medidas, los errores accidentales, debido a su carácter aleatorio, presentan tantas desviaciones positivas como negativas. Aunque con los errores accidentales no se pueden hacer correcciones para obtener valores más concordantes con el real, aplicando métodos estadísticos al conjunto de medidas disponible, se puede llegar a algunas conclusiones acerca del valor más probable.

### 1.3 Exactitud, Precisión y Sensibilidad

Previo a la toma de cualquier medida es imprescindible conocer la diferencia entre los siguientes conceptos:

**Exactitud.** Se define como el grado de concordancia entre el valor verdadero y el experimental, de modo que un aparato es tanto más exacto cuanto más próximo esté el valor de la medida realizada al valor verdadero de la magnitud medida.

**Precisión.** Es la concordancia entre varias medidas de la misma magnitud, realizadas en condiciones similares. Es por tanto un concepto relacionado con la dispersión de las medidas, de modo que un aparato será tanto más preciso cuanto menor sea la diferencia entre distintas medidas de una misma magnitud.

La exactitud implica normalmente precisión, pero la afirmación inversa no es cierta, ya que pueden existir aparatos muy precisos que posean poca exactitud debido a errores sistemáticos tales como error del cero, etc. En general se puede decir que es más fácil conocer la precisión de un aparato que su exactitud. Justamente la exactitud se consigue mediante la calibración de los aparatos de medida.

**Sensibilidad.** Es el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Por ejemplo, si la sensibilidad de una balanza de cocina es de 1 gramo, significa que no podremos medir masas inferiores (e.g. 0.5 g). Una balanza capaz de medir 0.1 mg es **10 veces más precisa** que una que midiera sólo 1 mg. Normalmente, se admite que la sensibilidad de un aparato viene indicada por el valor de la división más pequeña de la escala de medida.

En muchas ocasiones, de un modo erróneo, se toman como idénticos los conceptos de precisión y sensibilidad, aunque ya hemos visto que se trata de conceptos diferentes. Toda medida realizada con un aparato viene afectada, al menos, de un error accidental de valor igual a la sensibilidad del aparato utilizado.

### 1.4 Error absoluto y error relativo

Si medimos una cierta magnitud física cuyo valor *verdadero* es  $x_0$  y obtenemos experimentalmente un valor de la medida  $x$ , llamaremos **error absoluto** en dicha medida a la diferencia:

$$\Delta x = x - x_0. \quad (1.1)$$

Si la medida es aceptable,  $|\Delta x| \ll |x_0|$ . El error absoluto nos da una medida de la desviación, en términos absolutos, respecto al valor verdadero y obviamente tiene idénticas dimensiones físicas que la magnitud a la que afecta. No obstante, en ocasiones nos interesa resaltar la importancia relativa de esa desviación. Para tal fin se usa el error relativo.

El **error relativo** se define como el cociente entre el error absoluto y el valor verdadero:

$$\epsilon = \frac{\Delta x}{x_0}. \quad (1.2)$$

Se trata pues de una cantidad adimensional y usualmente se expresa en % (100  $\varepsilon$ ). Cuanto menor sea  $\varepsilon$  mejor será la medida. Un error relativo de 0.008 en la medida de una longitud indica que en cada metro a una equivocación correspondiente a 8 milímetros y se obtendrá un 0.8 % de error en la medida efectuada.

## 1.5 Determinación de una magnitud y de su error por medida directa

**La medida de cualquier magnitud carece de sentido si no se indica una estimación del error asociado a la misma.** Dado que no conocemos el valor verdadero de la magnitud que deseamos medir, se siguen ciertos procedimientos para hacer una estimación tanto del valor de la magnitud como de una cota de error que nos indique la incertidumbre en la determinación realizada. El resultado de una medida lo indicaremos en la forma:

$$x \pm \Delta x \text{ (unidades).} \quad (1.3)$$

El valor de la magnitud problema y su error se determinan estadísticamente, para lo cual la medida se ha de repetir varias veces (con un mínimo de tres). Una vez realizadas las medidas necesarias, se toma como valor de la magnitud el valor medio de las mismas y el error absoluto se determina estadísticamente a través del error cuadrático medio o desviación estándar ( $\sigma$ ) de las  $N$  medidas:<sup>1</sup>

$$\Delta x \equiv \sigma = \left[ \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \right]^{1/2}. \quad (1.4)$$

En el denominador de esta ecuación se usará  $N$  (en lugar de  $N - 1$ ) si el número de medidas es inferior a 15. El significado de la desviación estándar es el siguiente: en el intervalo  $[\bar{x} - n\sigma, \bar{x} + n\sigma]$  se encuentran un 68.3, 95.4, 99.7 % de las medidas para  $n = 1, 2, 3$ , respectivamente.

## 1.6 Determinación de una magnitud y de su error por medida indirecta

Recordemos que la medida directa implica una única magnitud física por medio de un instrumento de medida (p.ej. un termómetro). Cuando la magnitud física que queremos determinar ha de calcularse a partir de dos o más medidas experimentales (p.ej. si queremos medir la velocidad media de un automóvil a partir de la medida de la distancia que recorre y del tiempo que invierte en hacerlo), decimos que se trata de una medida indirecta. Ésta posee un error que depende de los errores de todas las medidas que intervienen. De forma matemática lo expresamos de la siguiente manera

$$\Delta x_I = f(\Delta x_{D,1}, \Delta x_{D,2}, \dots, \Delta x_{D,i}), \quad (1.5)$$

donde I y D se refieren a la medida indirecta y las medidas directas, respectivamente. La  $f$  se refiere la función que relaciona ambos tipos de error. Para conocer esta función es necesario saber cómo se relacionan las distintas magnitudes físicas. En el ejemplo del automóvil, la función que relaciona las magnitudes físicas es:

$$\bar{v} = \frac{\Delta d}{\Delta t} [m/s] \quad (1.6)$$

<sup>1</sup>Una serie repetida de medidas de una misma magnitud posee alrededor de su valor medio una distribución típica llamada gausiana o normal.

Supongamos que la magnitud  $F$  es función de las magnitudes físicas  $X, Y$  y  $Z$ ,

$$F = f(X, Y, Z). \quad (1.7)$$

Para obtener una medida de  $F$  con su error tomamos medidas pures de cada una de las variables ( $x, y, z$ ), y de sus errores correspondientes ( $x \pm \Delta x, y \pm \Delta y, z \pm \Delta z$ ). El error absoluto de  $F$  ( $\Delta F$ ) viene determinado por las derivadas parciales de  $F$  con respecto a  $X, Y$  y  $Z$  y por sus errores mediante la expresión:

$$(\Delta F)^2 = \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 (\Delta z)^2. \quad (1.8)$$

**A1**

**Busca el origen de  $\Delta F$ .** Busca en los libros de estadística el origen de esta expresión genérica para calcular  $(\Delta F)^2$ . Investiga qué relación tiene con una función gaussiana.

**C1**

**Importancia de las cifras significativas.** Estudiar qué ocurre si en la fórmula 1.8 aparecen números irracionales tales como  $\pi, e$ , etc. Determinar con cuántas cifras significativas han de considerarse.

### 1.6.1 Ejemplos sencillos

A continuación determinamos el error  $\Delta F$  a partir de la Ec. 1.8 para algunas formas sencillas de la función  $F$ :

- $F = x + ay$ , donde  $a$  es una constante. Esta función sólo depende de dos variables:  $x$  e  $y$ . Las derivadas parciales correspondientes nos quedarían  $\frac{\partial F}{\partial x} = 1$  y  $\frac{\partial F}{\partial y} = a$ , y por tanto el error en  $F$  se simplifica a:

$$(\Delta F)^2 = (\Delta x)^2 + a^2(\Delta y)^2 \Rightarrow (\Delta F) = \sqrt{(\Delta x)^2 + a^2(\Delta y)^2} \quad (1.9)$$

- $F = x y b$ , donde  $b$  es una constante. En este caso,  $\frac{\partial F}{\partial x} = yb$  y  $\frac{\partial F}{\partial y} = xb$ . Por tanto:

$$(\Delta F)^2 = (y b)^2(\Delta x)^2 + (x b)^2(\Delta y)^2 \Rightarrow (\Delta F) = b \sqrt{(y \Delta x)^2 + (x \Delta y)^2} \quad (1.10)$$

o equivalentemente,

$$\left( \frac{\Delta F}{F} \right)^2 = \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{y} \right)^2 \quad (1.11)$$

Esta última relación nos indica que para una función de este tipo (producto de potencias), el error relativo al cuadrado de la magnitud  $F$  es igual a la suma de los errores relativos de las magnitudes físicas de las que depende  $F$  al cuadrado.

- $F = \frac{mx}{ky}$ , donde  $m$  y  $k$  son constantes. Tenemos que  $\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{m}{ky}$  y  $\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{-mx}{ky^2}$ . Por tanto:

$$(\Delta F)^2 = \left( \frac{m}{k y} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left( \frac{-mx}{ky^2} \right)^2 (\Delta y)^2 \quad (1.12)$$

operando en la expresión anterior, y teniendo en cuenta que  $F = \frac{mx}{ky}$ , podemos escribir  $\Delta F$  en función de el valor de la magnitud  $F$  y de los errores relativos de las magnitudes  $x$  e  $y$ :

$$(\Delta F)^2 = \left( \frac{F}{x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left( \frac{F}{y} \right)^2 (\Delta y)^2 = F^2 \left[ \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta y}{y} \right)^2 \right] \quad (1.13)$$

Como vemos, en este caso se verifica también la ecuación 1.11.

- $F = k x^a$ , donde  $k$  y  $a$  son constantes. Para esta función,  $\frac{\partial F}{\partial x} = k a x^{a-1}$  y por tanto:

$$\Delta F = \left| k a x^{a-1} (\Delta x) \right| = \left| F a \frac{\Delta x}{x} \right| \quad (1.14)$$

**A2**

**Demostración.** . Para un caso más genérico de función producto de varias potencias (que engloba los tres ejemplos anteriores),

$$F = x^a y^b z^c \dots$$

con  $a, b, c \dots$  constantes positivas o negativas, repitiendo el procedimiento anterior demuestra que

$$\left( \frac{\Delta F}{F} \right)^2 = a^2 \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 + b^2 \left( \frac{\Delta y}{y} \right)^2 + c^2 \left( \frac{\Delta z}{z} \right)^2 + \dots$$

## 1.7 Expresión del valor de una magnitud y de su error

De ordinario, dado el significado de cota de imprecisión que tiene el error absoluto, éste debe darse con una sola cifra significativa, aumentándola en una unidad si la segunda fuera mayor o igual que 5, por convenio.

El valor de la magnitud debe tener sólo las cifras necesarias para que su última cifra significativa (cifra de acotamiento) sea del mismo orden decimal que el error absoluto<sup>2</sup> Como ejemplo damos la siguiente tabla de valores de distintas magnitudes para aclarar lo dicho anteriormente.

Valores incorrectos	Valores correctos
$3.418 \pm 0.123$	$3.4 \pm 0.1$
$6.3 \pm 0.09$	$6.30 \pm 0.09$
$46288 \pm 1551$	$46000 \pm 2000$ o bien $(46 \pm 2) \cdot 10^3$
$428.351 \pm 0.27$	$428.4 \pm 0.3$
$0.01683 \pm 0.0058$	$0.017 \pm 0.006$

<sup>2</sup>Si un valor se extrae de una tabla u otro lugar, sin indicación de su error, se tomará como error una unidad del orden de la última cifra con que se expresa.

### 1.7.1 Ejemplos de cálculo de errores

Vamos a calcular el error absoluto de ciertas magnitudes, conociendo su dependencia funcional de otras magnitudes de las que poseemos medidas y cuyos errores absolutos son conocidos.

Consideremos la función  $V = V_0 + at$ . Supongamos que tenemos medidas de las variables de las que depende  $V$  ( $V_0$ ,  $a$  y  $t$ ) y que se han determinado sus respectivos errores absolutos:

$$V_0 = (20.2 \pm 0.1) \text{ m/s} , \quad a = (4.1 \pm 0.2) \text{ m/s}^2 , \quad t = (10.00 \pm 0.01) \text{ s}$$

Con estos datos podemos calcular el valor de  $V$  y el error de la misma:

- Para calcular la magnitud, sustituímos los valores de las variables de las que depende  $V$  en la función  $V(V_0, a, t)$ :

$$V = V_0 + at = 20.2 + 4.1 \cdot 10 = 61.2 \text{ m/s}$$

Acotaremos esta cifra como corresponda una vez que hayamos calculado el error absoluto de  $V$ .

- Para calcular el error, aplicamos lo aprendido en la sección T.6 : dado que  $V$  depende de tres variables ( $V_0, a, t$ ),  $\Delta V$  viene determinado por las derivadas parciales de  $V$  con respecto a dichas variables:

$$(\Delta V)^2 = \left( \frac{\partial V}{\partial V_0} \right)^2 (\Delta V_0)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial a} \right)^2 (\Delta a)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)^2 (\Delta t)^2$$

Calculamos las derivadas parciales

$$\frac{\partial V}{\partial V_0} = 1 , \quad \frac{\partial V}{\partial a} = t , \quad \frac{\partial V}{\partial t} = a$$

y sustituimos los resultados en la expresión anterior:

$$(\Delta V)^2 = (\Delta V_0)^2 + (t \Delta a)^2 + (a \Delta t)^2$$

Sustituyendo los valores de magnitudes y errores en esta fórmula y realizando los cálculos numéricos correspondientes, obtenemos:

$$\Delta V = \sqrt{(0.1)^2 + (10.00 \cdot 0.2)^2 + (4.1 \cdot 0.01)^2} = 2.00291\dots \text{ m/s}$$

Teniendo en cuenta que el error se expresa con una única cifra significativa,  $\Delta V = 2 \text{ m/s}$  y por tanto, la última cifra significativa de  $V$  debe ser la de las unidades (para que tenga el mismo orden decimal que el error absoluto, ver sección T.7):

$$V = (61 \pm 2) \text{ m/s}$$

Sea la función  $E_p = m g h$ . Los valores de las magnitudes de las que depende  $E_p$  han sido medidos y sus errores absolutos calculados:

$$m = (170.2 \pm 0.5) \text{ g} , \quad h = (50.15 \pm 0.02) \text{ cm} , \quad g = (9.81 \pm 0.01) \text{ m/s}^2$$

- Calculamos el valor de la magnitud:

$$E_p = m g h = 0.1702 \cdot 9.81 \cdot 0.5015 = 0.8373354\dots \text{ J}$$

- Calculamos el error de forma idéntica al ejemplo anterior:

$$(\Delta E_p)^2 = \left( \frac{\partial E_p}{\partial m} \right)^2 (\Delta m)^2 + \left( \frac{\partial E_p}{\partial g} \right)^2 (\Delta g)^2 + \left( \frac{\partial E_p}{\partial h} \right)^2 (\Delta h)^2$$

Las derivadas parciales son

$$\frac{\partial E_p}{\partial m} = g h , \quad \frac{\partial E_p}{\partial g} = m h , \quad \frac{\partial E_p}{\partial h} = m g$$

Por tanto,

$$(\Delta E_p)^2 = (g h \Delta m)^2 + (m h \Delta g)^2 + (m g \Delta h)^2 ,$$

Sustituimos ahora los valores de magnitudes y errores, con especial cuidado a las unidades, y realizamos los cálculos numéricos:

$$\Delta E_p = \sqrt{(9.81 \cdot 0.5015 \cdot 5 \cdot 10^{-4})^2 + (0.1702 \cdot 0.5015 \cdot 0.01)^2 + (0.1702 \cdot 9.81 \cdot 2 \cdot 10^{-4})^2}$$

$$\Delta E_p = 2.625064283 \dots \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Ahora ya podemos expresar el error de  $E_p$  correctamente (con una única cifra significativa) y acotar de el valor de  $E_p$ :

$$E_p = (837 \pm 3) \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Por último, vamos a calcular el error de una magnitud genérica  $F$  que depende de otras a través de una expresión algo más compleja que las anteriores, del tipo

$$F = \frac{(x+y) z}{(u-v) w} .$$

Supongamos que se han medido las magnitudes correspondientes a cada variable y se han determinado sus errores absolutos con valores

$$\begin{aligned} x &= 27.3 \pm 0.1 , & u &= 50.2 \pm 0.1 , & z &= 10.0 \pm 0.1 , \\ y &= 2.45 \pm 0.05 , & v &= 1.03 \pm 0.01 , & w &= 3.26 \pm 0.02 . \end{aligned}$$

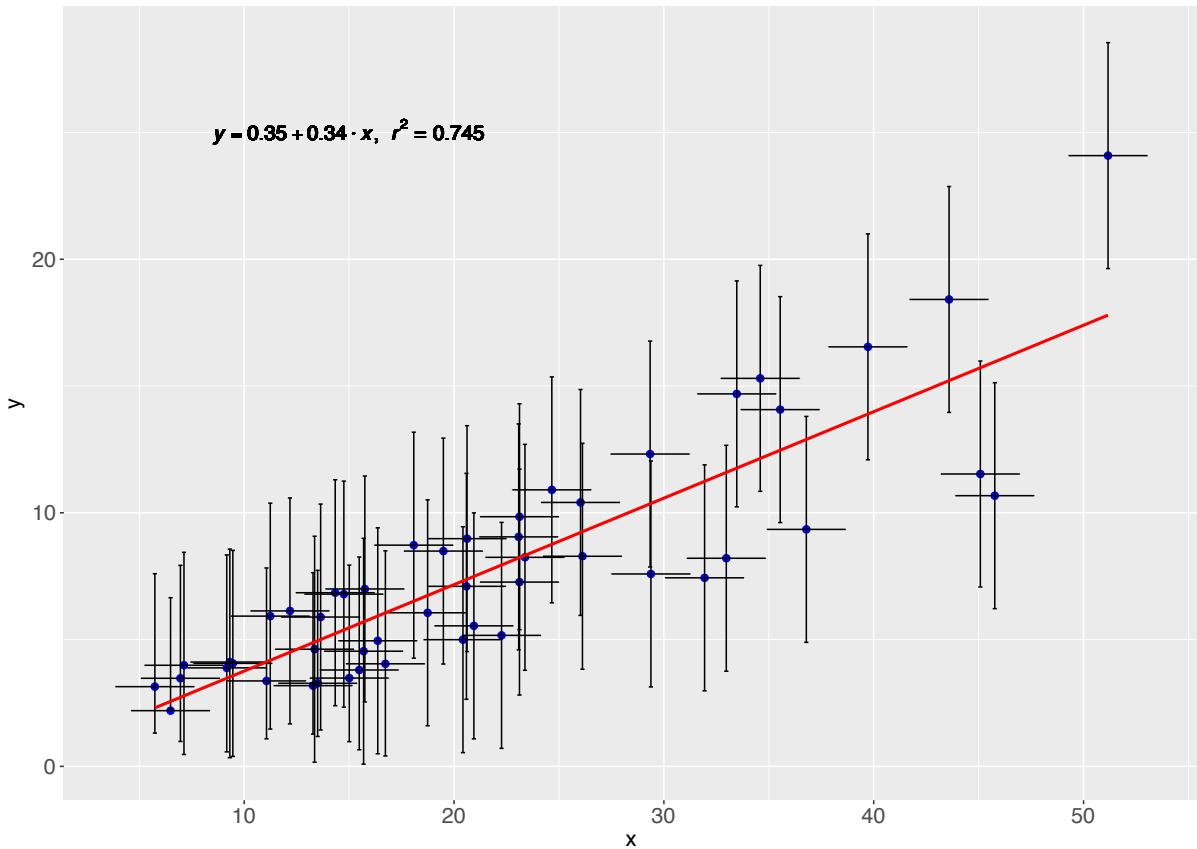
Vamos a calcular el valor de la magnitud  $F$  y el error correspondiente a la misma:

$$\begin{aligned} F &= 1.85596 \dots \\ (\Delta F)^2 &= \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 (\Delta y)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 (\Delta z)^2 \\ &\quad + \left( \frac{\partial F}{\partial u} \right)^2 (\Delta u)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial v} \right)^2 (\Delta v)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial w} \right)^2 (\Delta w)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \frac{z}{(u-v) w} , & \frac{\partial F}{\partial u} &= -\frac{(x+y) z}{(u-v)^2 w} , & \frac{\partial F}{\partial z} &= \frac{(x+y)}{(u-v) w} , \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= \frac{z}{(u-v) w} , & \frac{\partial F}{\partial v} &= \frac{(x+y) z}{(u-v)^2 w} , & \frac{\partial F}{\partial w} &= -\frac{(x+y) z}{(u-v) w^2} . \end{aligned}$$

Tras realizar los cálculos numéricos obtenemos  $\Delta F = 0.023176 \dots$  Al igual que en los casos anteriores, teniendo en cuenta que el error absoluto se expresa correctamente con una sola cifra significativa:  $\Delta F = 0.02$  y por tanto,

$$F = 1.86 \pm 0.02 .$$



**Figura 1.1:** Ejemplo de regresión lineal (ajuste por mínimos cuadrados) a partir de las medidas de las magnitudes  $X$  e  $Y$  y de sus errores absolutos, representados estos por barras horizontales y verticales cuyo tamaño es igual al error de cada medida.

## 1.8 Ajuste de la recta de regresión por el método de mínimos cuadrados

Con frecuencia se plantea el problema de encontrar una expresión matemática  $y = f(x)$  de la ley física que rige el comportamiento de un determinado fenómeno, a partir de una serie de  $N$  medidas  $(x_i, y_i)$  de las magnitudes  $x$  e  $y$  que lo caracterizan.

Cuando la representación gráfica del fenómeno estudiado proporciona una distribución de los puntos experimentales en forma prácticamente lineal es conveniente determinar la ecuación de la recta que será expresión de la ley física que rige el fenómeno estudiado, utilizando para ello el método de mínimos cuadrados. Dicha recta debe cumplir la condición de que los puntos experimentales queden distribuidos simétricamente a ambas partes de la misma y además lo más próximos a ella que sea posible. Para ello se obliga a que la recta de ecuación  $y = ax + b$ , cumpla con que la expresión:

$$c = \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2 \quad (1.15)$$

tenga un valor mínimo. Derivando  $c$  respecto a  $a$  y a  $b$  y anulando ambas derivadas se obtiene:

$$a = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum y_i - Nb}{\sum x_i} \quad (1.16)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{N}. \quad (1.17)$$

Si se ajusta una recta que pase por el origen de coordenadas el problema se simplifica puesto que al ser  $b = 0$  se tiene:

$$a = \frac{\sum y_i}{\sum x_i}, \quad (1.18)$$

que proporciona directamente el valor de la pendiente de la recta.

Además de los valores de pendiente y ordenada en el origen, es interesante obtener el denominado **coeficiente de correlación lineal  $r$** , que nos da una medida del grado de correlación entre los valores de las variables  $x$  e  $y$ , es decir, hasta qué punto  $x$  e  $y$  están relacionadas mediante una función lineal. La expresión de  $r$  es:

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}, \quad (1.19)$$

que varía entre 0 (no existe correlación) y  $\pm 1$  (hay correlación completa).

Las expresiones correspondientes al cálculo del error de la pendiente y la ordenada en el origen son:

$$\Delta a = \left[ \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{(N-2) \sum (x_i - \bar{x})^2} \right]^{1/2} \quad (1.20)$$

$$\Delta b = \left[ \left( \frac{1}{N} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) \left( \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{(N-2)} \right) \right]^{1/2}. \quad (1.21)$$

Cuando en una gráfica representamos la curva de ajuste, como en este caso la recta de regresión lineal, puede que la línea no pase por los puntos quedando a derecha o izquierda de la curva, ver Figura 1.1). Si alguno de los puntos queda excesivamente alejado (teniendo en cuenta sus barras de error), esa medida puede ser *falsa* por alguna causa accidental y debe repetirse.

## 1.9 Interpolación en tablas de simple entrada

Las tablas de simple entrada nos proporcionan el valor de una variable en función de otra. Cuando se quiere determinar el valor  $z$  que corresponde a uno dado  $x$ , no tabulado, se toman dos valores tabulados de  $x$  y  $z$  entre los que se encuentran nuestros valores problema. Sean:

$x_1$	$z_1$
$x_2$	$z_2$

La relación que liga  $x$  con  $z$  puede hallarse aproximadamente mediante interpolación lineal:

$$z = z_1 + \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} (x - x_1). \quad (1.22)$$

que permite determinar  $z$  en función de  $x$ . El error de  $z$  es:

$$\Delta z = \left| \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \right| \Delta x. \quad (1.23)$$

## 1.10 Interpolación en tablas de doble entrada

En las tablas de doble entrada a cada pareja de valores ( $x, y$ ) se asigna una tercera variable  $z$ . Para hallar valores no tabulados se procede de forma análoga al caso anterior tomando valores tabulados entre los que se encuentran los de nuestro problema:

	$y_1$	$y_2$
$x_1$	$z_{11}$	$z_{12}$
$x_2$	$z_{21}$	$z_{22}$

La relación aproximada que permite el cálculo de  $z$  es:

$$z = z_{11} + \frac{z_{21} - z_{11}}{x_2 - x_1} (x - x_1) + \frac{z_{12} - z_{11}}{y_2 - y_1} (y - y_1) \quad (1.24)$$

y puede ser utilizada en la interpolación inversa, es decir, en la determinación de  $x$  o  $y$ , conocidos los valores de  $(y, z)$  o de  $(x, z)$ , respectivamente. El error de  $z$  viene dado por la expresión:

$$(\Delta z)^2 = \left( \frac{z_{21} - z_{11}}{x_2 - x_1} \right)^2 (\Delta x)^2 + \left( \frac{z_{12} - z_{11}}{y_2 - y_1} \right)^2 (\Delta y)^2. \quad (1.25)$$

# Guiones de prácticas

1	El principio de Arquímedes .....	23
2	Medidas de Precisión .....	27
3	Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner .....	33
4	Ecuación de los Gases Ideales .	37
5	Medida del campo magnético terrestre .....	41
6	Ley de Ohm .....	47
7	Módulo de Young .....	53
8	Carga y descarga de un condensador .....	59
9	Difracción óptica .....	65
10	Dilatación térmica .....	69
11	Péndulo simple y aceleración de la gravedad .....	73
12	Tensión superficial del agua ....	77
A	Código de colores de una resistencia .....	83
B	El polímetro .....	85





## 1. El principio de Arquímedes

### 1.1 Objetivo

El objetivo de esta práctica es el de familiarizarnos con el famoso principio de Arquímedes y de usarlo en el contexto en el que éste lo descubrió: la determinación de la densidad y del volumen de un sólido.

### 1.2 Material

Disponemos de un dinamómetro, un recipiente con agua y algunos cuerpos que podemos suspender del dinamómetro y de los que desconocemos su volumen y densidad.



**Figura 1.1:** Cuerpos problema.

### 1.3 Fundamento

¿Te has preguntado alguna vez por qué flota un barco? ¿Cómo puede mantenerse a flote un iceberg? Según el Principio de Arquímedes, *todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen del fluido que desaloja*. Es decir, esta fuerza de empuje provoca una pérdida de peso del cuerpo.

Sea  $V$  el volumen de un cuerpo,  $P$  su peso,  $\rho$  su densidad y  $g$  la aceleración de la gravedad. Entonces,

$$P = V\rho g \quad . \quad (1.1)$$

Si llamamos  $V'$  al volumen de fluido desalojado,  $P'$  al peso del mismo y  $\rho'$  a su densidad, tendremos

$$P' = V'\rho'g \quad . \quad (1.2)$$

Como evidentemente  $V = V'$ , de 1.1 y 1.2 se deduce que

$$V = \frac{P'}{\rho' g} \quad (1.3)$$

y

$$\rho = \frac{P}{P'} \rho'. \quad (1.4)$$

Por tanto, conociendo el peso de un cuerpo problema  $P$ , el peso del fluido desalojado  $P'$  (igual a la disminución de peso que experimente al sumergirlo en el fluido) y la densidad del fluido  $\rho'$ , podremos determinar el volumen y la densidad del cuerpo.

## 1.4 Realización

Se trata de calcular la densidad y el volumen de cinco cuerpos de distinta forma y material (ver Figura 1.1) que tenemos en el laboratorio. Para ello tenemos en cuenta la densidad del agua a la temperatura ambiente durante la práctica, los pesos reales y aparentes de los cuerpos problema, y consideramos las fórmulas 1.3 y 1.4.

A continuación enumeramos los pasos a seguir para calcular estos valores:

- Medir la temperatura ambiente.
- Hallar el peso  $P$  de un cuerpo problema con el dinamómetro.
- Sumergir completamente el cuerpo problema en un recipiente con agua.
- Determinar su peso aparente  $P_s$ , una vez sumergido. El peso  $P'$  del agua desalojada será, según el Principio de Arquímedes, la pérdida aparente de peso del cuerpo al sumergirse, es decir,

$$P' = P - P_s. \quad (1.5)$$

(donde hemos despreciado la fuerza de empuje debida al aire).

- Tomando como temperatura del laboratorio la media de las temperaturas al iniciar y al terminar la toma de datos, obtener la densidad del agua a esta temperatura mediante interpolación de los datos que aparecen en la Figura 1.2.

TABLA I DENSIDAD DEL AGUA A DIVERSAS TEMPERATURAS							
T °C	$\rho$ g/cc	T °C	$\rho$ g/cc	T °C	$\rho$ g/cc	T °C	$\rho$ g/cc
-10	0,99815	10	0,99973	35	0,99406	60	0,98324
-5	0,99930	15	0,99913	40	0,99224	70	0,97781
0	0,99987	20	0,99823	45	0,99025	80	0,97183
4	1,00000	25	0,99707	50	0,98807	90	0,96534
5	0,99999	30	0,99567	55	0,98573	100	0,95838

Figura 1.2: Densidad del agua para distintos valores de la temperatura.

- Conocidos el peso del cuerpo  $P$ , el del líquido desalojado  $P'$  y la densidad del agua a la temperatura media del laboratorio  $\rho'$ , determinar el volumen y la densidad del cuerpo problema aplicando las fórmulas 1.3 y 1.4.

A1

**Sensibilidad de los instrumentos y temperatura inicial:** En primer lugar vamos a anotar la sensibilidad de los instrumentos que usaremos en la práctica, y la temperatura inicial del laboratorio  $T_i$ .

**A2** **Determinar los pesos reales y aparentes de varios cuerpos.** Usando el dinamómetro, medir los pesos, reales ( $P$ ) y aparentes ( $P_s$ ), de 5 de los cuerpos que tenéis en el laboratorio. No olvidar que deben tomarse al menos tres medidas de cada peso y hacer el análisis de éstas para estimar correctamente el error y tomar más medidas si fuese necesario.

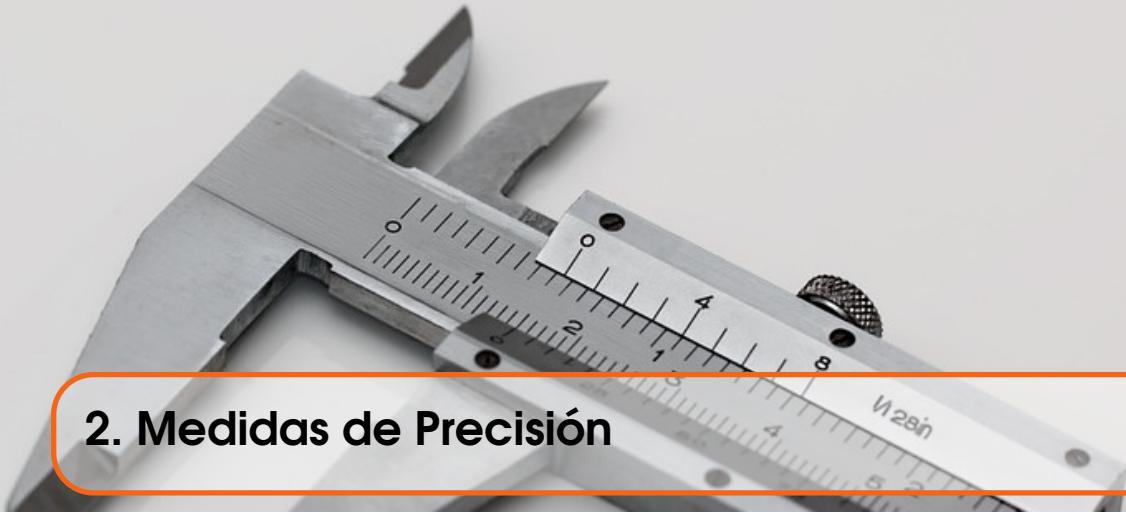
Anotar en una tabla el peso real y aparente de cada uno de los objetos.

**A3** **Calcular la densidad del agua a temperatura ambiente.** Teniendo en cuenta la temperatura inicial y final, consideramos la temperatura ambiente como el valor medio de ambas. Mediante el procedimiento de interpolación calculamos la densidad del agua a esa temperatura media. Anotamos esta magnitud y calculamos el error correspondiente.

**A4** **Calcular el volumen y densidad de los cuerpos problema.** Elaborar una tabla con los valores de peso real ( $P$ ), peso aparente ( $P'$ ), volumen ( $V$ ) y densidad ( $\rho$ ) para cada uno de los cinco cuerpos.

**C1** **Comentar los resultados.** ¿Qué objetos podrían ser del mismo material? ¿Qué se podría hacer para disminuir el error? ¿Has obtenido resultados esperables?.





## 2. Medidas de Precisión

### 2.1 Objetivo

El objetivo de esta práctica es aprender el manejo de **calibre** y **el micrómetro** y realizar con ellos medidas de precisión de las dimensiones de distintos cuerpos. Además, se pretende que el alumno se familiarice con el cálculo de los errores de medidas directas de los objetos, así como con los errores de las medidas indirectas (áreas y volúmenes).

### 2.2 Material

Disponemos de un calibre y un micrómetro (o palmer) para realizar las medidas. Además, contamos con una placa y un cilindro metálicos. Antes de empezar las medidas describiremos el manejo del *nonius* cuyo conocimiento es imprescindible para el correcto manejo del calibre. Describiremos también el uso de micrómetro.



**Figura 2.1:** Material para la práctica.

#### 2.2.1 Nonius

En el laboratorio disponemos de un modelo de nonius (Fig. 2.2). Consta de una tablilla de madera de 1 m de longitud con divisiones cada 5 cm (escala principal) y una tablilla corredera con 10 divisiones (escala auxiliar).

La tablilla corredera está diseñada de forma tal que 10 rayas de la escala auxiliar tienen la misma longitud que 9 rayas de la escala principal. De esta forma, la longitud entre dos divisiones de la escala auxiliar es 1/10 más pequeña que la longitud entre dos divisiones de la escala principal.

Una medida de longitud con el nonius se hace de la siguiente forma. Supongamos, por ejemplo (ver Fig. 2.2), que la primera raya de la escala auxiliar (marcada con un “0”) ha quedado situada entre el “6” y el “7” de la escala principal. Se busca entonces cual es la primera raya de

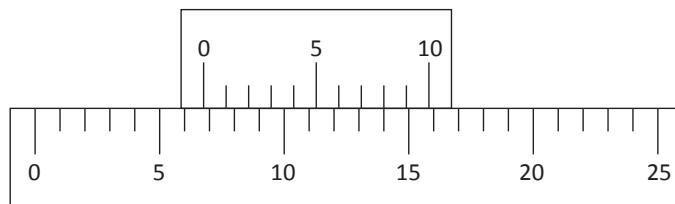


Figura 2.2: Nonius.

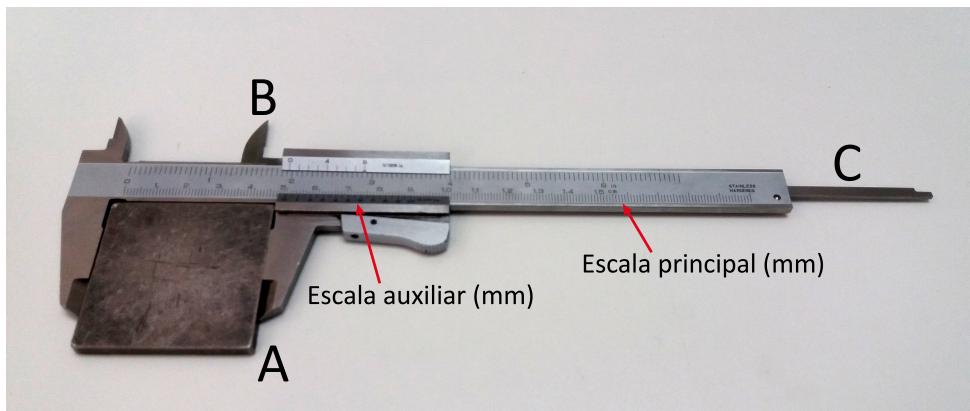


Figura 2.3: Calibre.

la escala auxiliar que coincida con una de las rayas de la escala principal. Si, por ejemplo, es la octava raya entonces el resultado de la medida será:

$$6 + \frac{8}{10} = 6.8 \text{ cm} \quad (2.1)$$

### 2.2.2 Calibre

Este instrumento, cuya imagen y esquema se presentan en la Figuras 2.3 y 2.4, respectivamente, sirve para medir longitudes (o espesores), interiores y profundidades. Posee una regla dividida en milímetros y otra dividida en pulgadas y una escala auxiliar *nonius*, siendo la longitud máxima que se puede medir de 135 mm. Para medir longitudes se utilizan los topes A; para medir interiores los topes B; y para medir profundidades la varilla C que se desplaza por la parte posterior de la regla.

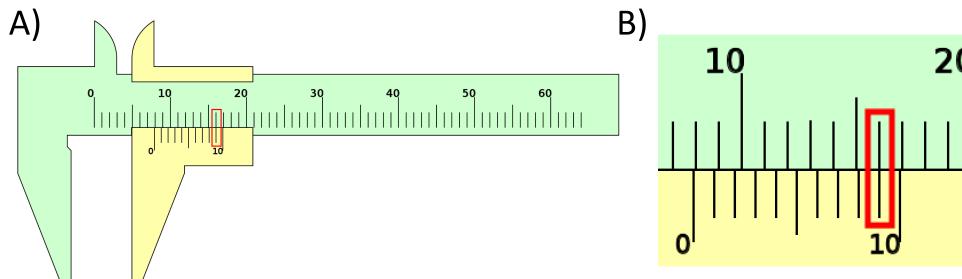
En la figura 2.4 se presenta un ejemplo de medida proporcionada por el calibre. En este caso, la medida proporcionada por el calibre sería de:

$$7 + \frac{9}{10} = 7.9 \text{ mm} \quad (2.2)$$

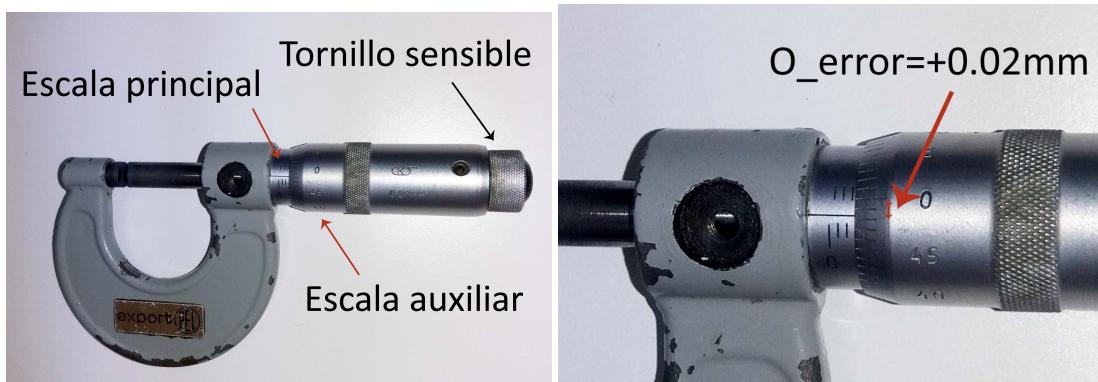
El calibre del laboratorio divide el milímetro no en 10 sino en 20 partes, de modo que su sensibilidad es de  $1\text{mm}/20 = 0.05 \text{ mm}$ .

### 2.2.3 Micrómetro o Palmer

El micrómetro, Figura 2.5 (izquierda) sirve para medir espesores de hasta 25 mm. El paso de rosca del tornillo es de 0.5 mm (escala principal) y el tambor esta dividido en 50 divisiones (escala auxiliar). Es decir, se puede alcanzar una precisión en la medida de  $\frac{0.5\text{mm}}{50} = 0.01 \text{ mm}$ . **El tambor siempre se debe mover mediante el tornillo sensible (Fig. 2.5) situado en el extremo del mismo.**



**Figura 2.4:** A) Ejemplo de medida con un calibre. B) Zoom sobre la medida en A).



**Figura 2.5:** Izquierda: Micrómetro. Derecha: Ejemplo de error de cero en un micrómetro.

## 2.3 Realización

### 2.3.1 Determinación del error de cero del calibre y del micrómetro

Teóricamente una medida de longitud nula debería marcar cero en la escala de cualquier instrumento. Sin embargo, debido al manejo incorrecto del aparato o al envejecimiento del mismo puede ocurrir que se obtenga un resultado diferente de cero. Esto se conoce como *error del cero*, O. Todas las medidas que se realicen con ese aparato vendrán afectadas por el error del cero. Al ser un error sistemático (el error afecta de la misma forma a todas las medidas realizadas con el mismo aparato) se puede corregir.

**A1** Anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida: calibre y micrómetro.

No olvidar las unidades.

**A2** Determinar el error de cero del calibre y micrómetro. Determinar el error de cero del calibre y del micrómetro. Una vez determinado el error del cero, se deberán corregir todas las medidas que se realicen con ese aparato de la forma siguiente: si se obtiene como resultado de la medida el valor  $L' \pm \Delta L'$ , el verdadero resultado de la misma será

$$L = (L' - O) \pm \Delta L' \quad (2.3)$$

Nota: El error de cero puede ser negativo (y por tanto el instrumento proporcionará valores menores de lo que debería) o positivo (proporcionará valores sobreestimados). En el ejemplo de la Fig. 2.5 (derecha), el error del cero es positivo y por tanto habrá que sustraerle el valor del error a la medida para que sea correcta, como se indica en la ecuación 2.3.

### 2.3.2 Adquisición de medidas y cálculo de volúmenes y áreas.

Tras hallar el error del cero de los dos aparatos, calcularemos el volumen de la placa metálica rectangular, del volumen interior del cilindro y el área y volumen de una moneda de un euro.

#### Volumen de una placa metálica

A3

**Medir los lados de la placa.** Para el volumen de la placa metálica necesitamos primero determinar su grosor,  $a$ , usando el micrómetro, y mediremos los otros dos lados de la placa,  $b$  y  $c$ , usando el calibre. El número inicial de medidas para cada uno de los lados de la placa será tres. Tras un correcto análisis de las medidas se determinará si es necesario tomar más medidas y se calculará el error para cada lado ( $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ ). Expresar correctamente cada medida con su error y unidad correspondientes.

C1

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.

A4

**Calcular el volumen de la placa y su error.** Calcular el volumen de la placa y el error en el cálculo del volumen. Expresarlo correctamente sin olvidar las unidades.

#### Volumen interior de un cilindro

A5

**Medir la altura y el diámetro interior del cilindro.** Para hallar el volumen interior del cilindro, se medirán la longitud total,  $l$ , y el diámetro interior,  $d$ , del mismo usando el calibre. Proceder como en el caso de la placa tomando tres medidas de  $l$  y de  $d$ . Realizar el análisis de las medidas y tomar más si fuese necesario. Expresar correctamente cada magnitud con su error ( $\Delta l, \Delta d$ ) y unidad correspondientes.

C2

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.

A6

**Calcular el volumen interior del cilindro y su error.** Calcular el volumen del cilindro, el error en el cálculo del volumen y expresarlo correctamente. No olvidar las unidades.

#### Volumen y área de una moneda

A7

**Medir la altura y el diámetro de la moneda.** Medir el grosor de la moneda,  $g$ , con el micrómetro, y el diámetro,  $d$ , de la misma usando el calibre. Hacer tres medidas de cada uno de ellos, analizarlas y tomar más si fuese necesario. Después expresar correctamente  $g$  y  $d$  con sus errores ( $\Delta g, \Delta d$ ) y unidades correspondientes.

**C3**

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.

**A8**

**Calcular el volumen de la moneda y su error.** Calcular el volumen de la moneda y su error, y expresarlo correctamente.

**A9**

**Calcular el área de la moneda y su error.** Calcular el área de la moneda y su error, y expresarlo correctamente. No olvidar las unidades.





### 3. Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner

#### 3.1 Objetivo

Determinaremos el momento de inercia de diversos cuerpos midiendo sus periodos de vibración y comprobaremos el teorema de Steiner.

#### 3.2 Material

El dispositivo experimental consiste en una barrera fotoeléctrica y un eje acoplado a una espiral elástica. El material incluye diversos cuerpos rígidos (esfera, cilindro, barra, masas puntuales y disco con agujeros), que se van montando sobre dicho eje. Se dispone además de una regla graduada. Ver Fig. 3.1.

#### 3.3 Fundamento

Es posible determinar el momento de inercia de un cuerpo estudiando su movimiento de vibración respecto de un eje que pasa por su centro de masas. El periodo de vibración depende del momento de inercia del cuerpo,  $I$ , y de la constante recuperadora,  $D$ , de la espiral elástica acoplada al eje de giro. Vamos a plantear la ecuación de la dinámica de rotación y a partir de ella deduciremos que su movimiento es oscilatorio armónico simple.

La variación con el tiempo del momento angular,  $\vec{L}$ , de un sólido rígido es igual al momento resultante de las fuerzas externas,  $\vec{M}$ :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (3.1)$$

donde  $\vec{L} = \hat{I}\vec{w}$ , siendo  $\vec{w}$  la velocidad angular e  $\hat{I}$  el tensor de inercia del sólido rígido. Si el cuerpo gira alrededor de un eje principal de inercia (o paralelo a él) entonces  $\hat{I}$  es un escalar y  $\vec{L}$  y  $\vec{w}$  son paralelos:

$$\vec{L} = I\vec{w}. \quad (3.2)$$

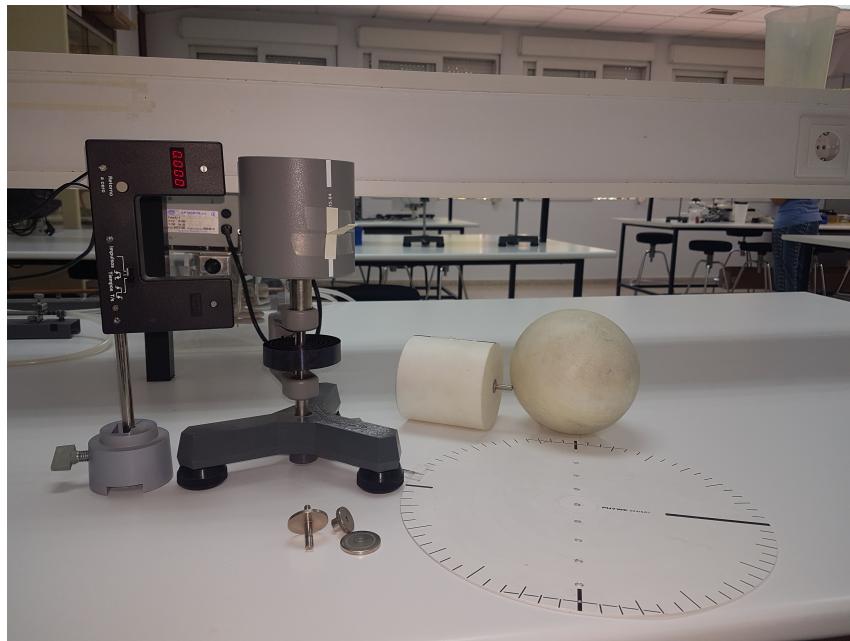
Sustituyendo (3.2) en (3.1):

$$M = I \frac{d^2\Phi}{dt^2}, \quad (3.3)$$

donde  $\Phi$  es el ángulo de giro y  $M$  es el momento de fuerzas resultante en la dirección del eje de giro.

Para ángulos pequeños, en el rango de validez de la Ley de Hooke<sup>1</sup>, la espiral tiende a recuperar su posición de equilibrio mediante un momento de fuerza directamente proporcional al

<sup>1</sup>Según la Ley de Hooke, el alargamiento de un muelle es directamente proporcional al módulo de la fuerza que se le aplique.



**Figura 3.1:** Dispositivo experimental y material de la práctica.

ángulo girado,  $\Phi$ . Dicho momento es igual y de sentido contrario al momento ejercido sobre la espiral:

$$M = -D\Phi. \quad (3.4)$$

$D$  es la constante recuperadora de la espiral. Por tanto, la ecuación de la dinámica, que se obtiene de (3.3) y (3.4) es

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{D}{I}\Phi = 0. \quad (3.5)$$

La solución general de esta ecuación es un movimiento armónico simple de amplitud  $A$  y periodo  $T$   $\Phi = A \sin(2\pi t/T)$ .

En efecto, sustituyendo esta solución en (3.5) se encuentra que para

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (3.6)$$

se verifica la ecuación. A partir de esta ecuación, podemos obtener  $I$  si conocemos la constante recuperadora,  $D$ , y medimos el periodo,  $T$ .

### 3.3.1 Teorema de Steiner

Según el teorema de Steiner el momento de inercia,  $I_r$ , de un cuerpo respecto a un eje situado a una distancia  $r$  del centro de masas y paralelo al eje que pasa por dicho centro viene dado por:

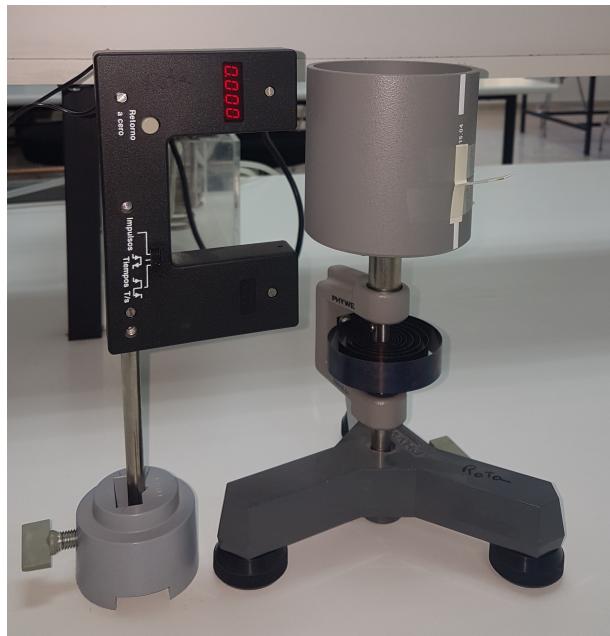
$$I_r = I + \mathcal{M}r^2 \quad (3.7)$$

donde  $I$  es el momento de inercia respecto al eje que pasa por el centro de masas,  $\mathcal{M}$  es la masa total del cuerpo y  $r$  la distancia entre ambos ejes.

## 3.4 Realización

### 3.4.1 Determinación de los momentos de inercia de distintos cuerpos

Se medirán los momentos de inercia de varios cuerpos a partir de sus períodos de vibración cuando están colocados sobre el eje acoplado a la espiral elástica.



**Figura 3.2:** Barrera fotoeléctrica para la medida del periodo. En cada oscilación del cuerpo colocado sobre el muelle (cilindro en este caso), la marca de cartón corta dos veces el rayo de luz de la barrera.

Los tiempos se medirán con una barrera fotoeléctrica (ver Fig. 3.2), que debe colocarse de modo que intercepte la marca de cartón que lleva incorporada cada objeto en su borde. De esta forma, en cada oscilación la marca corta el rayo de luz de la barrera dos veces (una en cada sentido).

De los tres modos posibles del contador de la barrera, elegimos **T/s**, que es el que permite medir el periodo, promediando el giro en sentidos horario y antihorario. **El periodo es dos veces la cantidad  $t$  que aparece indicada, en segundos.**

**A1** Anotar la sensibilidad en tiempo de la barrera fotoeléctrica .

**A2** Montar objetos sobre el eje y medir periodos. Medir el tiempo  $t$  promedio de media oscilación para cada objeto que se monte sobre el eje, cuándo éste se desplaza ligeramente de la posición de equilibrio. Se recomienda que los ángulos girados sean pequeños,  $\Phi \leq \pi/2$  o  $45^\circ$ , y en cualquier caso, **nunca girar el eje más de 2 vueltas**. Anotar todas las medidas en una tabla y estimar sus errores correspondientes. Calcular el periodo ( $T = 2t$ ) para cada objeto con su error correspondiente.

**A3** Calcular los momentos de inercia de los distintos cuerpos. Utilizar la ecuación 3.6 para calcular los momentos de inercia de cada cuerpo, sabiendo que la constante recuperadora del muelle es  $D = 0.02483 \text{ N m rad}^{-1}$ . Construir una tabla indicando para cada figura su momento de inercia calculado experimentalmente.

**C1** Comentar los resultados obtenidos.

### 3.4.2 Comprobación del Teorema de Steiner

Utilizando el disco con agujeros, que permite variar la posición sobre el mismo del eje de giro, hallaremos los momentos de inercia midiendo los periodos de vibración cuando el eje de giro pasa por diferentes agujeros.

**A4**

**Medir el periodo de vibración del disco** cuando éste gira en torno a ejes paralelos al que pasa por su centro de masas, pero situados a distintas distancias  $r$  de éste. Para medir  $r$  se usará la regla. Anotar las medidas de  $t$  y  $r$  en una tabla, junto con el valor calculado para el periodo  $T$ .

**A5**

**Representar gráficamente  $T^2$  frente a  $r^2$**  para diferentes distancias  $r$  del eje de giro al centro del disco.

**A6**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $T^2$  y  $r^2$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior. Comentar el resultado obtenido.

**A7**

**Calcular  $I$  a partir de la ecuación de la recta (con su error).** Compararlo con el valor hallado directamente a partir de la ecuación que nos da el periodo. Recuerda que, a partir de (3.6) y (3.7), se tiene:

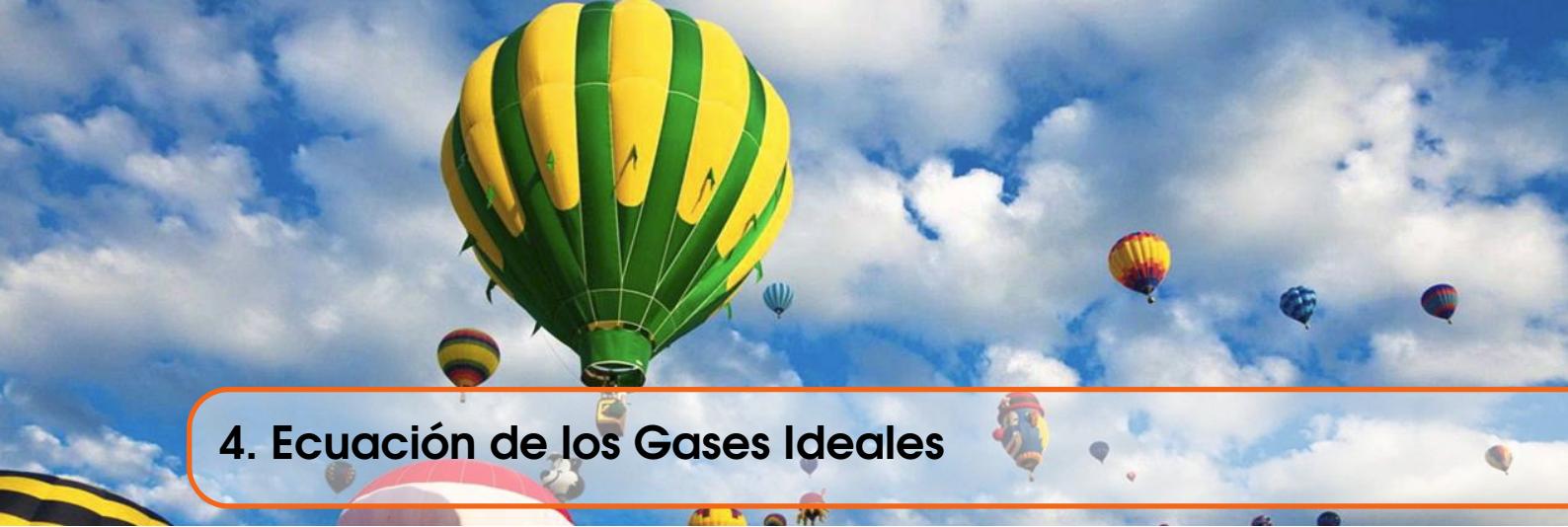
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D}(I + \mathcal{M}r^2) \quad (3.8)$$

**C3**

**¿Se verifica el teorema de Steiner? Explicar.**

**C4**

**¿Cuál es la masa del disco?**



## 4. Ecuación de los Gases Ideales

### 4.1 Objetivo

En esta experiencia se medirá la ley de Boyle de los Gases Ideales, es decir, la dependencia de la presión (P) con el volumen (V) a temperatura (T) constante.

### 4.2 Material

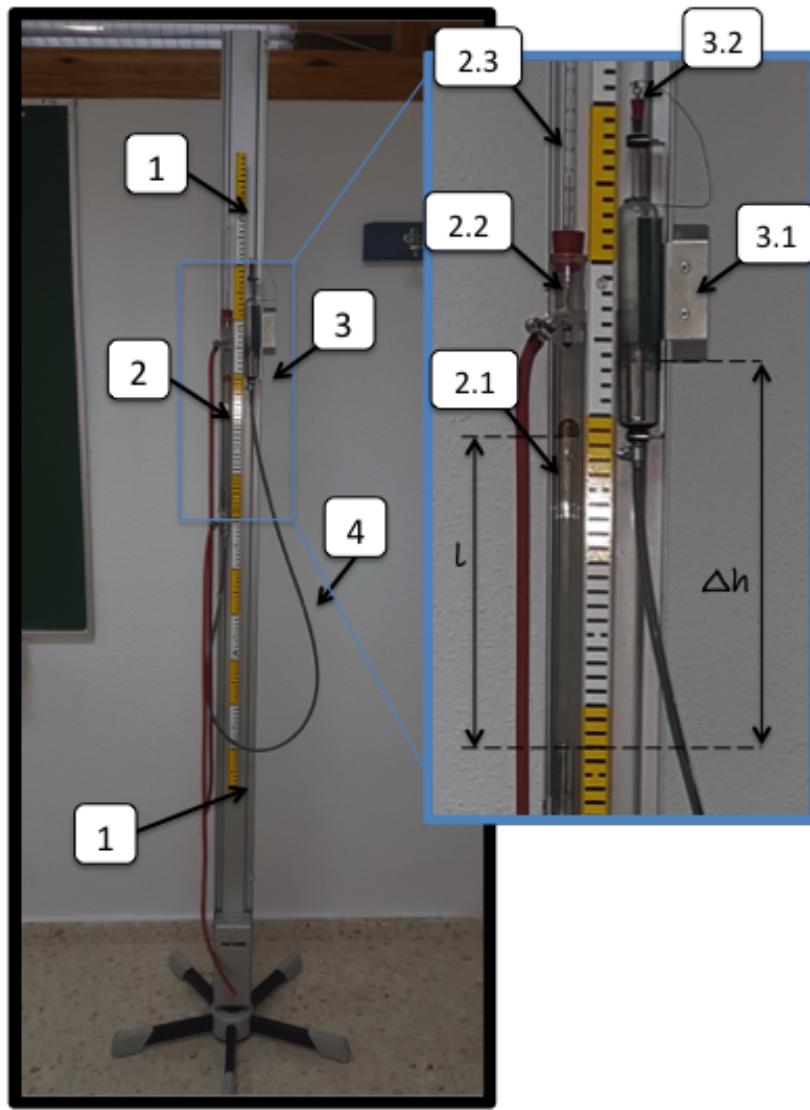
La figura 4.1 muestra un esquema del dispositivo experimental, que consta de los siguientes componentes:

- Un *soporte metálico vertical* con una regla milimetrada (1) como guía para la medida de P y V.
- Un *tubo de medida* (2.1). Este tubo de vidrio contiene el volumen de aire con el que se realizarán las medidas y tiene conectado en su parte inferior un tubo de plástico (4) que contiene mercurio. Dicho tubo está conectado con el contenedor de mercurio (3).
- Un *contenedor de mercurio* (3) de vidrio, conectado mediante el citado tubo de plástico (4) con el tubo de medida (2.1). La altura del contenedor de mercurio se puede regular moviéndolo hacia arriba y hacia abajo deslizando la pestaña (3.1) a través de una guía, con el fin de variar la presión del aire contenido en el tubo de medida (2.1). **IMPORTANTE:** cuando se realicen las medidas, quitar el tapón rojo (3.2) para una correcta medida de la presión y volver a colocar suavemente una vez finalizada la práctica.
- Un *tubo envolvente* (2.2). Este tubo de vidrio, que envuelve el tubo de medida anterior, tiene dos orificios laterales (para la entrada de agua el de la parte superior y para la salida de agua el de la zona inferior del tubo). Tiene además un orificio en la parte superior para insertar un termómetro (2.3).
- Una *cubeta de agua con termostato*. Permite circular agua a diferentes temperaturas por dentro del tubo envolvente (2.2), cambiando de este modo la temperatura del aire contenido en el tubo de medida. El agua entra por el orificio lateral superior y retorna a la cubeta por el inferior. La lectura de la temperatura se hace en el termómetro (2.3). La práctica se llevará a cabo sin variar la temperatura.

### 4.3 Fundamento

El estado de un gas puede describirse en términos de cuatro variables denominadas **variables de estado**: presión (P), volumen (V), temperatura (T) y número de moles del gas (n). Estas variables se relacionan mediante la **ley de los Gases Ideales**:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (4.1)$$



**Figura 4.1:** Dispositivo experimental. La descripción de cada uno de los componentes se encuentra en la en la sección 4.2.

donde  $R = 82060 \text{ atm}\cdot\text{mm}^3/\text{K}\cdot\text{mol}$  es la *Constante de Boltzman*. Por conveniencia, en esta práctica expresaremos P en atmósferas, V en  $\text{mm}^3$  y T en Kelvin.

El objetivo de esta práctica es el estudio del comportamiento de los Gases Ideales frente a cambios en sus variables de estado. En concreto, estudiaremos la relación conocida como ley de Boyle (1627-1691), según la cual **la presión es inversamente proporcional al volumen, siempre que la temperatura y el número de moles permanezcan constantes**:

$$\boxed{\text{Ley de Boyle} \rightarrow P \propto 1/V \quad (\text{T y n constantes})}$$

- Emplearemos **aire** para realizar las medias, como un ejemplo aproximado de gas ideal. El aire con el que realizaremos las medidas se encuentra contenido en un cilindro de vidrio (2.1 en figura 4.1).
- $V$  : El volumen se calcula a partir de la medida de la altura de aire en el cilindro 2.1 ( $l$  en figura 4.1).
- $P$  : La presión se calcula a partir de la diferencia de alturas entre las dos columnas de mercurio de los depósitos 2.1 y 3 ( $h$  en figura 4.1).
- $T$  : La temperatura se estima con un termómetro (2.3 en figura 4.1).

En esta práctica vararemos el volumen y la presión del aire contenido en el cilindro 2.1 (variando las alturas  $l$  y  $h$ ) y observaremos la proporcionalidad entre  $P$  y  $1/V$ .

## 4.4 Realización

- El volumen  $V$  de la cantidad de aire encerrada en el tubo de medida es proporcional a la longitud  $l$  de la columna de aire, que puede leerse en la escala milimetrada. Dado que el tubo de medida es perfectamente cilíndrico excepto en su parte superior (zona **coloreada de rojo**) el volumen total lo estimaremos sumando el volumen de la parte roja ( $V_K = 1020 \text{ mm}^3$ ) y de la parte no coloreada ( $V_l$ ) de altura  $l$  (ver figura 4.1):

$$V = V_l + V_K = \pi \left[ \frac{d}{2} \right]^2 \cdot l + V_K = \pi \left[ \frac{11,4 \text{ mm}}{2} \right]^2 \cdot l + 1020 \text{ mm}^3 \quad (4.2)$$

Por tanto, operando encontramos:

$$V = 102.07 \cdot l + 1020 \text{ mm}^3 \quad (4.3)$$

- La presión se calcula como:

$$P = P_{atm} + \Delta P = 1 \text{ atm} + \Delta h \cdot 0.01316 \text{ atm} \cdot \text{mm}^{-1} \quad (4.4)$$

Siendo  $P_{atm}$  la presión atmosférica (tómese igual a 1 atm) y  $\Delta h$  la diferencia en altura entre los niveles de mercurio (en milímetros).  $\Delta h$  podría dar un valor positivo o negativo, dependiendo de si el nivel de mercurio es más alto en el contendor o en el tubo de medida.

- La temperatura se lee en el termómetro (corresponde en este caso a la temperatura ambiente del laboratorio). Nótese que siempre es más conveniente emplear las temperaturas en la escala absoluta Kelvin en lugar de Celsius.

$$T(K) = T(\text{ }^\circ\text{C}) + 273.15 \quad (4.5)$$

**A1**

Completar la tabla con los datos experimentales de  $l$  y  $\Delta h$  y calcular con ellos el volumen ( $V$ ), la presión ( $P$ ) y número de moles de aire ( $n$ ).

1. Columnas 1 y 6: Tomar 7 valores de  $l$  y de  $\Delta h$  teniendo en cuenta sus errores experimentales (errores directos instrumentales de la regla milimetrada (2.1)). Columnas 2 y 7: Las medidas de  $l$  y de  $\Delta h$  se realizarán 3 veces, apuntándose en estas columnas los promedios y sus correspondientes errores.
2. Columnas 3 y 4: Se calculará el valor del volumen a partir del valor de  $l$  promedio (columna 2), haciendo uso de la ecuación 4.3. Se calculará el valor del error del volumen  $\Delta V$  mediante derivadas parciales de la ecuación 4.3 teniendo en cuenta el error  $\Delta(l)$ .
3. Columna 5: Se calculará el valor de  $1/V$  a partir del valor de  $V$  (columna 4). Se calculará el valor de  $\Delta(1/V)$  mediante derivadas parciales de  $1/V$  teniendo en cuenta el error  $\Delta(V)$ .
4. Columna 9: Se calculará el valor de la presión a partir del valor de  $\Delta h$  promedio (columna 8), haciendo uso de la ecuación 4.4. Se calculará el valor del error de la presión  $\Delta P$  mediante derivadas parciales de la ecuación 4.4 teniendo en cuenta el error  $\Delta(\Delta h)$ .

5. Columna 10: Se estimará, para cada valor medido de ( $P$ ,  $V$ ,  $T$ ), el valor del número de moles de aire  $n$  contenido en el tubo a partir de la ecuación de los Gases Ideales 4.1. Se calculará el valor de  $\Delta(n)$  mediante derivadas parciales de la ecuación 4.1 teniendo en cuenta los errores en  $P$ ,  $V$  y  $T$ .

**C1**

**Reflexiona y comenta.** Observando los números calculados en la columna 10: ¿cambia el número de moles calculado para cada medida? Dado que ni entra ni sale aire del depósito, ¿cómo explicas este resultado?

**A2**

**Dibuja la gráfica de  $P$  (eje Y) frente a  $1/V$  (eje X) con los 7 puntos y sus correspondientes barras de error.**

**A3**

**Haz el ajuste por mínimos cuadrados de  $P$  (eje Y) frente a  $1/V$  (eje X).**

- Calcular la ecuación de la recta ( $y = a \cdot x \iff P = a \cdot \frac{1}{V}$ ) que mejor ajusta los datos representados<sup>1</sup> ( $P$  frente a  $1/V$ ) y dibuja la recta de ajuste sobre el gráfico.
- A partir de la pendiente del ajuste ( $a$ ), y teniendo en cuenta que  $a = nRT$ , calcula  $nRT$  y su correspondiente error.

**A4**

**A partir de los valores conocidos de  $R$  y  $T$  (con su error) y del valor calculado de  $nRT$ , calcula el valor del número de moles  $n$  y su error  $\Delta n$ .** Para este último necesitarás realizar derivadas parciales y tener en cuenta  $\Delta a$  y  $\Delta T$ .

**C2**

**Reflexiona y comenta.** ¿Es compatible el valor de  $n \pm \Delta n$  obtenido a partir del ajuste por mínimos cuadrados con los 7 valores de  $n$  obtenidos de manera individual en la columna 10 de la tabla de la actividad A1? Razona la respuesta.

<sup>1</sup>Recordar que la ecuación general de una recta viene dada por  $y = a \cdot x + b$ , pero en este caso, dado que esperamos ordenada en el origen cero,  $b=0$ , simplificamos y ajustaremos a una recta dada por  $y = a \cdot x$ .

## 5. Medida del campo magnético terrestre

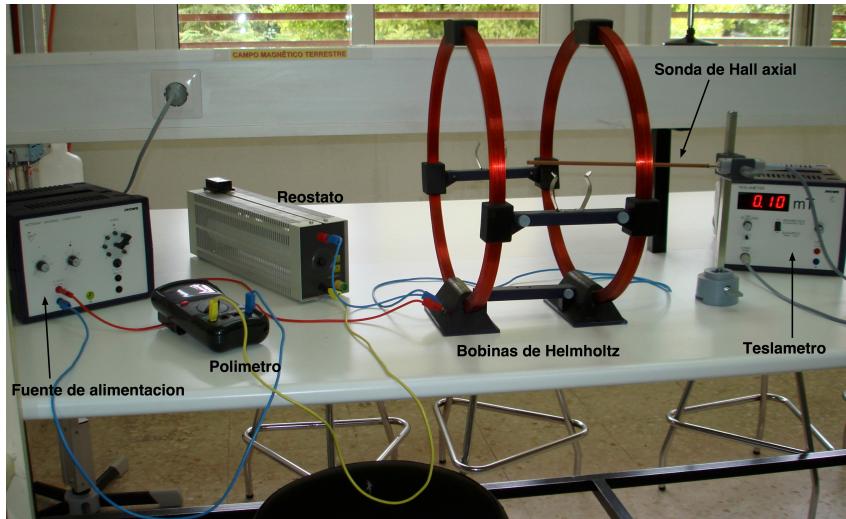
### 5.1 Objetivo

En esta práctica se medirá el valor del campo magnético terrestre.

Para ello se emplea un campo magnético de magnitud y dirección conocidas, que se superpone al campo magnético terrestre (desconocido).

### 5.2 Material

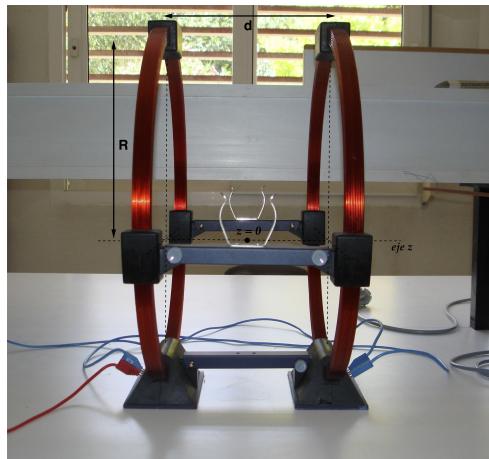
La Fig. 5.1 muestra el dispositivo experimental, que consta de los siguientes elementos:



**Figura 5.1:** Dispositivo experimental.

- Un par de bobinas de Helmholtz, con radio 20 cm y 154 espiras cada una.
- Una fuente de tensión continua.
- Un polímetro digital.
- Un reóstato o resistencia variable.
- Una brújula.
- Una sonda Hall axial.
- Un teslametro, que permite medir campos magnéticos.

Las bobinas de Helmholtz están conectadas en serie entre sí, y a una fuente de tensión continua a través de un reóstato. En el circuito conectaremos también un polímetro en serie (en modo amperímetro).



**Figura 5.2:** Bobinas de Helmholtz.

## 5.3 Fundamento

### 5.3.1 Bobinas de Helmholtz

Un par de bobinas de Helmholtz es un dispositivo formado por dos bobinas circulares idénticas situadas a lo largo de un mismo eje (el eje de simetría de éstas), por las que circula la misma intensidad de corriente eléctrica. Usando la ley de Biot y Savart, puede obtenerse el valor del campo magnético ( $\vec{B}_H$ ) generado por un par de bobinas de Helmholtz a lo largo del eje de las bobinas (eje  $z$ ). En particular, en el punto medio del eje  $z$  ( $z = 0$ ) el campo magnético generado viene dado por:

$$\vec{B}_H = (B_H)_z \vec{k} = \frac{N\mu_0 R^2}{((\frac{d}{2})^2 + R^2)^{3/2}} \times I_H \vec{k} = K \times I_H \vec{k} \quad (5.1)$$

donde  $K$  es una constante que depende del número de espiras ( $N$ ), del radio de las bobinas ( $R$ ), y de la separación ( $d$ ) entre éstas (ver Fig. 5.2).

Es importante notar que en el centro de las bobinas ( $z = 0$ ), el campo magnético generado es proporcional a la intensidad de corriente que circula por las bobinas. La constante de proporcionalidad  $K$  (Ec. 5.1) dependerá sólo de las características de las bobinas y de la distancia entre éstas.

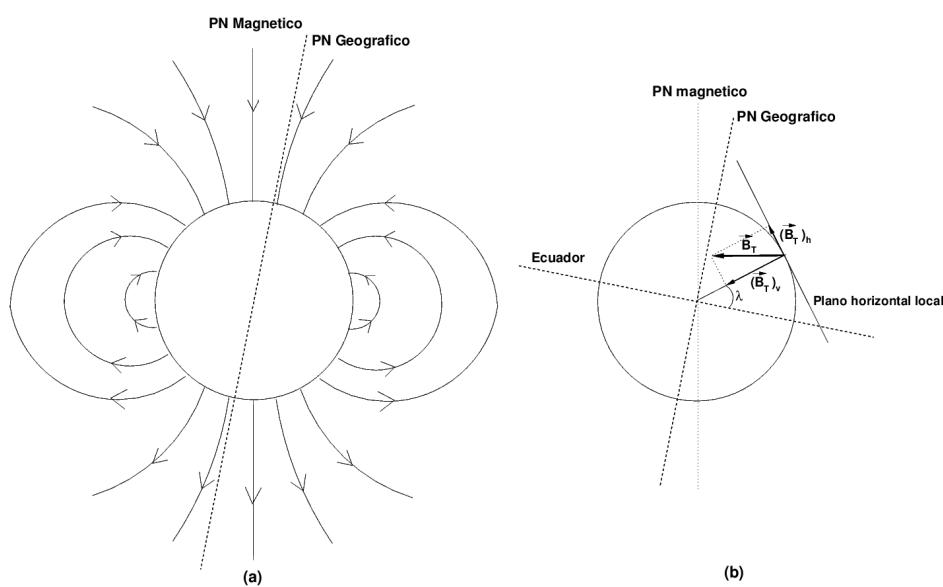
### 5.3.2 Campo magnético terrestre

El campo magnético terrestre (desde la superficie de la Tierra y hasta distancia de unos 5 veces el radio de la Tierra) corresponde aproximadamente al campo que generaría un dipolo magnético situado en el centro de la Tierra. La Fig. 5.3 muestra un diagrama simplificado del campo magnético terrestre.

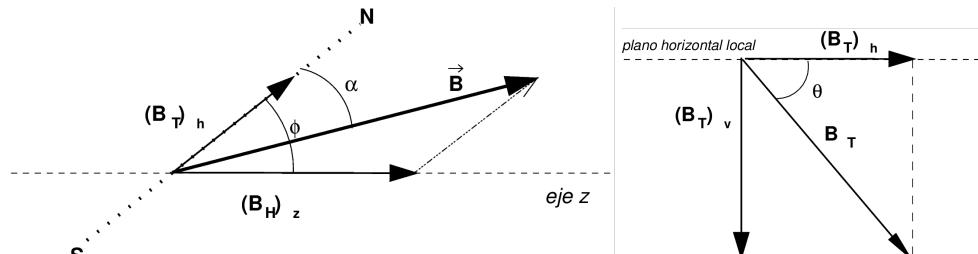
Como puede apreciarse en la Fig. 5.3, para una latitud geográfica ( $\lambda$ ) determinada, el vector campo magnético puede descomponerse en su componente tangente a la superficie (o componente horizontal,  $(B_T)_h$ ), que apunta siempre al Norte, y su componente vertical,  $(B_T)_v$ , que en el hemisferio norte está dirigida hacia el centro de la Tierra, y a la inversa en el sur. El ángulo que forma la dirección del vector campo magnético con la horizontal de un lugar, se denomina *ángulo de inclinación* ( $\theta$ ).

### Componentes vertical y horizontal del campo magnético terrestre

En ausencia de otro campo magnético cercano, una aguja imantada indicará siempre la dirección del polo norte magnético. En presencia de otro campo magnético adicional (por



**Figura 5.3:** (a) Esquema simplificado del campo magnético terrestre. (b) descomposición del campo magnético terrestre en un lugar de latitud  $\lambda$ , en sus componentes horizontal,  $(B_T)_h$ , y vertical,  $(B_T)_v$ .



**Figura 5.4:** Izquierda: Diagrama que muestra el campo magnético ( $\vec{B}$ ) resultante de la suma de la componente horizontal del campo magnético terrestre ( $(\vec{B}_T)_h$ ) y del producido por las bobinas Helmholtz ( $(\vec{B}_H)$ ). Todas las componentes se encuentran contenidas en el plano horizontal. Derecha: Componentes vertical ( $(\vec{B}_T)_v$ ) y horizontal ( $(\vec{B}_T)_h$ ) del campo magnético terrestre. El ángulo  $\theta$  es el ángulo de inclinación.

ejemplo el generado por bobinas de Helmholtz), la aguja de la brújula se deflectará un ángulo  $\alpha$ , orientándose en la dirección del campo magnético resultante ( $\vec{B}$ ), suma de la componente horizontal del campo magnético terrestre ( $\vec{B}_T)_h$  y del campo adicional ( $\vec{B}_H$ ), como se indica en la Fig. 5.4 (izquierda). Usando el teorema de seno, sobre los ángulos y módulos de vectores de dicha figura se obtiene:

$$\frac{(B_H)_z}{\sin \alpha} = \frac{(B_T)_h}{\sin(\phi - \alpha)} \quad (5.2)$$

y usando la Ec. 5.1, obtenemos:

$$(B_H)_z = K \times I_H = \frac{\sin \alpha}{\sin(\phi - \alpha)} (B_T)_h \quad (5.3)$$

La Ec. 5.3 relaciona el ángulo de deflexión  $\alpha$  producido por una intensidad de corriente  $I_H$ , con la componente horizontal del campo magnético terrestre, permitiéndonos calcular este último, conocidos el ángulo  $\phi$  que forman  $(\vec{B}_T)_h$  y  $(\vec{B}_H)_z$ , y el valor de la constante  $K$ .

Una vez conocida la componente horizontal del campo magnético, usando trigonometría básica podemos obtener la componente vertical del campo magnético terrestre  $(B_T)_v$  sabiendo el valor del ángulo  $\theta$  o ángulo de inclinación del campo magnético (ver Fig. 5.4, derecha):

$$(B_T)_v = (B_T)_h \tan \theta \quad (5.4)$$

## 5.4 Realización

### 5.4.1 Campo magnético de las bobinas de Helmholtz en el punto central.

En la primera parte de la práctica vamos a comprobar que el campo magnético en el punto central de las bobinas Helmholtz ( $z = 0$  en el eje de simetría de las bobinas) viene dado por la Ec. 5.1 y calcularemos el valor de la constante  $K$ . Para ello mediremos el campo magnético generado ( $B_H$ ) para un rango de valores de intensidad de corriente ( $I_H$ ) que haremos circular por las bobinas.

Antes de adquirir las medidas, **preparar el dispositivo experimental** como se indica:

1. Encender el teslametro (interruptor en su parte trasera). El teslametro debe estar encendido durante al menos  $\sim 10$  minutos antes de comenzar las medidas o el ajuste del punto cero (descrito en Actividad 2).
2. Limitar la fuente de alimentación a un máximo de 2 A. Para ello girar si fuese necesario la rueda de la derecha, etiquetada con 'A'
3. Poner el voltaje de la fuente de alimentación (rueda de la izquierda, etiquetada con 'V') al máximo.
4. Fijar máxima resistencia en el reóstato. Para ello alejar el mando superior de las clavijas de conexión lo máximo posible.
5. Poner el polímetro en modo amperímetro: colocar una clavija de los cables de conexión en el terminal etiquetado *COM*, y la otra en el etiquetado con *10 A*, para proteger su fusible interno.

**A1**

**Colocar la sonda para medir en  $z = 0$ , ajustar el punto cero del teslametro y anotar sensibilidad de instrumentos.** La sonda Hall axial mide componentes de campo magnético dirigidas a lo largo de su eje, en la posición donde se encuentra su extremo.

1. Colocar la punta de la sonda Hall en el centro de las bobinas. Hacer uso de los soportes disponibles. Hay que colocar la sonda de modo que la punta esté situada en el punto  $z = 0$  (Fig. 5.2), y de modo que la sonda sea paralela al eje de simetría de las bobinas (ver Fig. 5.1).
2. Pasados 10 minutos de su encendido, ajustar el punto cero del teslametro. Para ello, mover el botón de ajuste del teslametro (a la derecha, etiquetado con '0') hasta que indique cero o un valor lo más pequeño posible (pues las bobinas no generan campo si no circula corriente por ellas).

**A2**

**Medir el campo magnético central en función de la intensidad de corriente.**

Encender la fuente de alimentación y el polímetro. Después, aumentar poco a poco la intensidad que circula por las bobinas ( $I_H$ ) haciendo uso del reóstato, y medir con el teslametro el campo magnético generado para cada valor de  $I_H$  entre 0 y 2 amperios (no se debe sobrepasar esta cantidad). Tomar al menos 5 ó 6 pares de medidas. Tabular los resultados con sus errores correspondientes.

**A3**

**Representar gráficamente  $B_H$  en función de  $I_H$**

**A4**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $B_H$  e  $I_H$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior. Valorar el resultado del ajuste. Calcular el valor de  $K$  y su correspondiente error.

#### 5.4.2 Medida de la componente horizontal del campo magnético terrestre, $(\vec{B}_T)_h$ .

Usaremos la Ec. 5.3 para determinar la componente  $(\vec{B}_T)_h$ . Para ello necesitamos medir como cambia el ángulo de deflexión ( $\alpha$ ) cuando aumenta el campo magnético generado por las bobinas, así como el ángulo de deflexión máxima ( $\phi$ ).

**A5**

#### Determinar el ángulo de máxima deflexión ( $\phi$ )

1. Apagar la fuente de alimentación para asegurar que no circula corriente por las bobinas (y asegurar por tanto que  $B_H=0$ ).
2. Colocar la brújula en la zona central de las bobinas, de modo que el centro de la brújula esté aproximadamente situado en el centro de las bobinas (hacer uso del tornillo del soporte para regular la altura de la brújula si fuese necesario).
3. Girar la brújula, de modo que la dirección N-S que indica la aguja de la brújula coincida con la dirección 0-90° en la escala graduada. Desplazar ligeramente la aguja de su posición de equilibrio un par de veces para asegurar que la dirección N-S se ha determinado correctamente.
4. Medir el ángulo  $\phi$ .  $\phi$  es el ángulo entre la dirección N-S y el eje del par de bobinas de Helmholtz (Fig. 5.4, izquierda), y corresponde al máximo ángulo de deflexión de la aguja. Encender la fuente de alimentación y aumentar la intensidad que circula por las bobinas (mediante control del reóstato) hasta que el ángulo de deflexión alcance su valor máximo. Anotarlo junto con su error correspondiente.

**A6**

**Medir el ángulo de deflexión ( $\alpha$ ) para distintos valores de la intensidad de corriente ( $I_H$ ).** Poner el voltaje en 1V y limitar la intensidad a 0.5A en la fuente de alimentación. Actuando sobre el reóstato, ir aumentando la intensidad que circula por las bobinas desde cero hasta aproximadamente 0.1A. Para cada valor de la intensidad, medir el ángulo de deflexión  $\alpha$  sobre la brújula. Anotar las medidas en una tabla , y calcular  $(B_H)_z$  y  $\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$  y sus correspondientes errores.

**A7**

**Representar  $(B_H)_z$  (eje y) frente a  $\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$  (eje x)** con sus correspondientes barras de error. Haciendo uso de la Ec. 5.3, calcular a partir de la representación gráfica la componente horizontal del campo magnético  $(B_T)_h$  en Granada.

**A8**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $(B_H)_z$  y  $\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior. Calcular el valor de  $(B_T)_h$  y su correspondiente error.

**C1** Comentar el resultado obtenido.

#### 5.4.3 Medida de las componentes vertical y total del campo magnético terrestre.

**A9** **Medida del ángulo de inclinación ( $\theta$ )**. Apagar la fuente de alimentación y girar la brújula en su soporte, de modo que el plano de ésta sea ahora perpendicular al plano horizontal, con el eje de la brújula perpendicular a la dirección N-S. La aguja indicará ahora la dirección del vector campo magnético terrestre ( $\vec{B}_T$ ). Anotar el ángulo  $\theta$  o ángulo de inclinación que forma la aguja de la brújula con la horizontal.

**A10** **Cálculo de las componentes vertical y total** Usando la Ec. 5.4, calcular el valor de la componente vertical del campo magnético terrestre y el campo total en Granada con sus respectivos errores.

**C2** **Comentar los resultados obtenidos.** Comparar los resultados obtenidos con el valor del campo magnético en Granada. Comentar las causas de posibles diferencias.  
NOTA: Puedes usar la página <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#igrfwmm> para obtener predicciones del valor del campo en cualquier punto de la superficie terrestre. Las coordenadas de Granada son: Lat.: 37.18009, Long.: -3.609963.



## 6. Ley de Ohm

### 6.1 Objetivo

En esta práctica se estudia el comportamiento de los resistores (o resistencias): componentes electrónicos empleados para fijar la resistencia eléctrica entre dos puntos de un circuito. Se comprobará si dichos elementos, tal y como afirma la teoría, verifican la ley de Ohm. Asimismo, se inicia al alumno en el uso del código de colores de las resistencias y en el manejo del polímetro.

### 6.2 Material

- Placa de conexiones reticular DIN A4.
- Fuente de tensión continua de salida ajustable.
- Dos polímetros.
- Resistores de:  $220\ \Omega$ ,  $470\ \Omega$  y otros valores.
- Enchufes en puente.
- Cables para conexión.

### 6.3 Fundamento

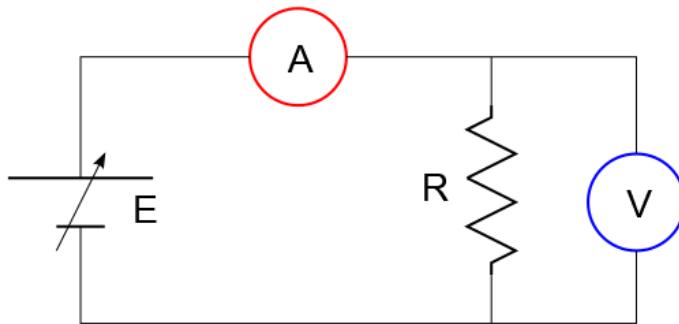
La ley de Ohm es empírica y establece que, a una temperatura dada, existe una proporcionalidad directa entre la diferencia del potencial  $V$  aplicada a los extremos de un conductor y la intensidad de corriente  $I$  que circula por el mismo. La relación matemática que expresa esta ley fue descubierta por G.S. Ohm en 1827:

$$I = \frac{V}{R} \quad (6.1)$$

$I$  se expresa en amperios ( $A$ ),  $V$  en voltios ( $V$ ) y  $R$  es la resistencia medida en ohmios ( $\Omega$ ). La ley de Ohm no es una propiedad general de la materia, ya que no todas las sustancias y dispositivos la obedecen. Una sustancia que obedece la ley de Ohm se denomina **conductor óhmico** o **conductor lineal**. En caso contrario, el conductor se denomina **no-lineal**.

### 6.4 Realización

Dividimos la realización de esta práctica en tres partes. En la primera realizaremos medidas directas, con el polímetro, de cuatro resistencias, comparando estos valores medidos con los nominales proporcionados por el fabricante. En la segunda parte, de determinará el valor de dos resistencias de forma indirecta, a partir de la ley de Ohm. En la tercera, estudiaremos cómo varía la intensidad que circula por un circuito al cambiar la resistencia, para un valor de tensión constante.



**Figura 6.1:** Esquema del circuito que se monta.

#### 6.4.1 Comparar el valor nominal y experimental de cuatro resistencias.

**A1** **Determinar el valor nominal de las resistencias.** Llamamos valor nominal al que nos proporciona el fabricante, que viene descrito mediante un código de colores que podemos ver en el Apéndice A. Debemos tener en cuenta también el error indicado mediante colores. Cogemos cuatro resistencias y realizamos una tabla con sus valores correspondientes (considerando errores y unidades).

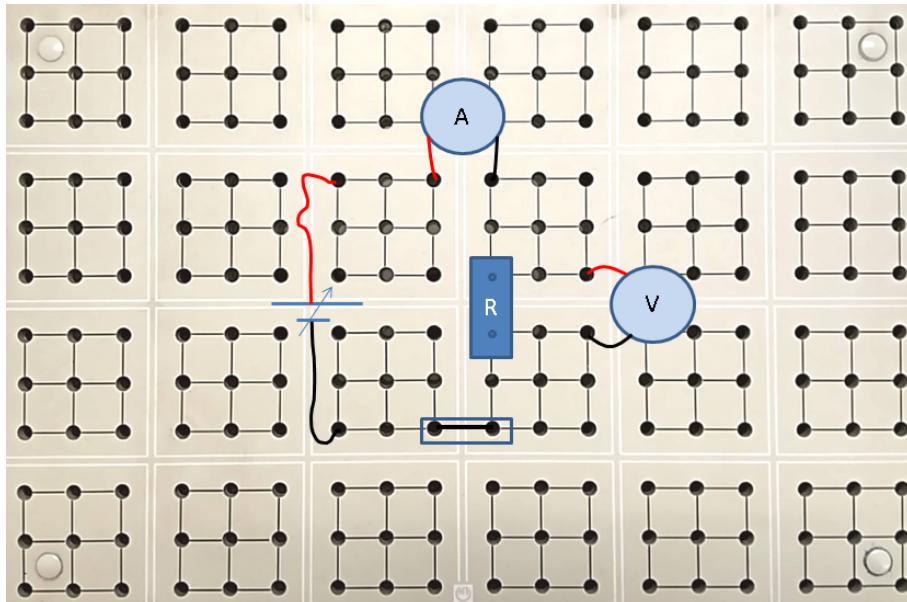
**A2** **Determinar el valor de las resistencias usando el polímetro.** Usando el polímetro como se describe en el Apéndice B, medir el valor de las cuatro resistencias usadas en el apartado anterior y anotar sus valores. Tener en cuenta el error en cada medida.

**C1** **Reflexiona y comenta.** Presentar los datos en una tabla con las siguientes columnas: resistencia según código de colores con su error, resistencia medida con el polímetro con su error. ¿Son ambos valores compatibles?

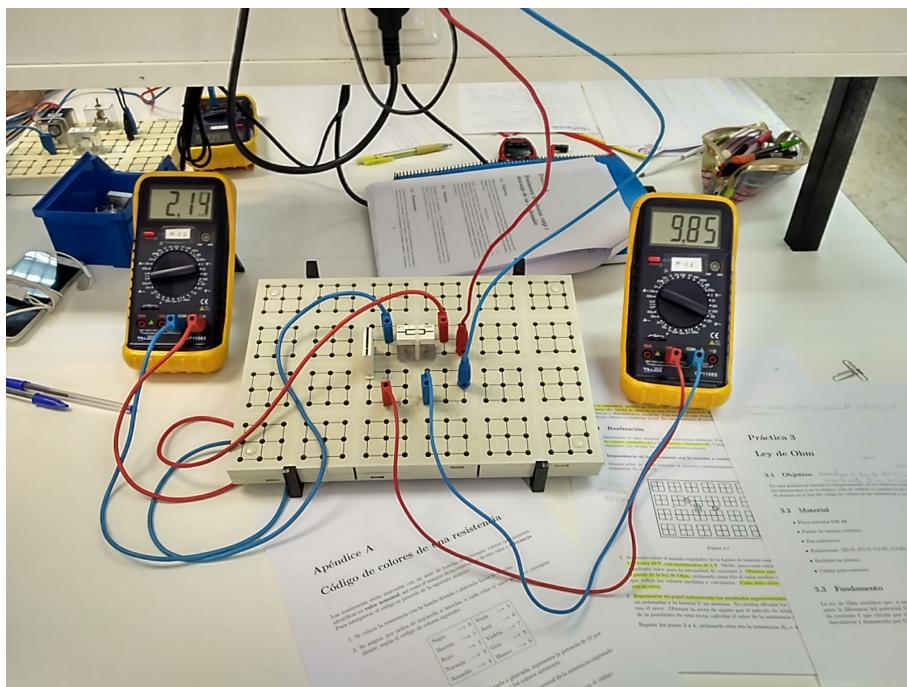
#### 6.4.2 Dependencia de la intensidad con la tensión a resistencia constante

**A3** **Montaje del circuito y toma de datos.** Ahora vamos a calcular el valor de la resistencia a partir de la ley de Ohm (ecuación 6.1). Este ejercicio lo vamos a hacer para dos resistencias. Para la realización, vamos a montar un circuito que nos permita ver la relación entre intensidad y tensión manteniendo la resistencia constante (Fig. 6.1).

- Montar sobre la placa reticular el circuito correspondiente a la Fig. 6.2, utilizando la resistencia  $R_1 = 220 \Omega$ .
- Actuando sobre el mando regulador de la fuente de tensión continua, aumentar ésta desde 0 V hasta 10 V, con incrementos de 1 V (valores indicativos y aproximados). Medir el valor para la intensidad de corriente  $I$  que pasa por la resistencia para cada valor de la diferencia de potencial  $V$  (tensión) entre sus terminales. **NOTA:** *Las tensiones deben medirse siempre con el polímetro conectado entre los bornes de la resistencia y no usando el indicador de la fuente de tensión, ya que éste no mide en los mismos puntos (ver Fig. 6.3).*



**Figura 6.2:** Montaje del circuito sobre la placa reticular.



**Figura 6.3:** Placa de conexión reticular, con el circuito y polímetros conectados.

- Construir una tabla con los valores medidos de  $V$  e  $I$  (al menos diez pares de medidas), sus márgenes de error y unidades.

**A4**

**Representar gráficamente la intensidad  $I$  frente al voltaje  $V$ .** No olvidar las barras de error.

**C2**

**¿Cómo es la relación entre ambas magnitudes?**

**A5**

**Realizar el ajuste lineal a los datos representados.** Realizar un ajuste de las medidas por el método de mínimos cuadrados. **Nota:** Si se ajusta a una recta general, podría haber una ordenada en el origen distinta de 0 si alguno de los instrumentos tiene un cierto error de cero. Pero los polímetros usados tienen autoajuste del cero, por tanto se puede confiar en que este término debe de ser nulo. Por tanto el ajuste se hace considerando nula la ordenada en el origen (esto es,  $b = 0$ ) en las fórmulas correspondientes.

Pintar la recta de ajuste resultante sobre el gráfico de la actividad anterior.

**A6**

**Cálculo de la resistencia.** Calcular el valor de la resistencia  $R$  y su error a partir del valor de la pendiente de la recta de ajuste. Expresar el valor de  $R$  con su correspondiente error y unidades.

**A7**

**Repetir las actividades A3, A4, A5 y A6 con la resistencia  $R_2 = 470 \Omega$ .**

**C3**

**Discusión.** Comentar la compatibilidad (dentro de los márgenes de error) de los valores nominales, los medidos con polímetro y los determinados por la ley de Ohm mediante el ajuste por mínimos cuadrados. ¿Es realmente lineal la relación entre tensión ( $V$ ) e intensidad ( $I$ )?

#### 6.4.3 Dependencia de la intensidad con la resistencia a tensión constante

**A8**

**Montaje del circuito y toma de datos.** Ahora vamos a analizar cómo cambia la intensidad de corriente que circula por el circuito cuando dejamos la tensión constante y vamos cambiando la resistencia.

- Montar sobre la placa reticular el circuito correspondiente a la Fig. 6.2 usando la resistencia de  $220 \Omega$ .
- Actuando sobre el mando regulador de la fuente de tensión continua, fijar ésta en  $10 V$ .
- Medir con el polímetro la intensidad de corriente que pasa por la resistencia.

- Sustituir la resistencia de  $220\ \Omega$  por otras de valor  $470\ \Omega$ ,  $2.2\ k\Omega$ ,  $3.3\ k\Omega$ ,  $10\ k\Omega$ ,  $47\ k\Omega$  y  $100\ k\Omega$  y para cada una de ellas medir el valor de la intensidad.
- Construir una tabla con los valores medidos de  $I$  y los de cada resistencia  $R$ .

**A9**

**Representar gráficamente la intensidad ( $I$ , en mA) frente a la resistencia ( $R$ , en  $\Omega$ ).**

**C4**

**Discusión.** Comentar la gráfica obtenida. ¿Cómo es la relación entre  $I$  y  $R$ ? ¿Esperabas dicha dependencia?



## 7. Módulo de Young

### 7.1 Objetivo

Averiguar el módulo de elasticidad longitudinal (o módulo de Young) de un determinado material a partir de la deformación por flexión que experimenta una varilla de dicho material al cargarla con un peso conocido.

### 7.2 Material

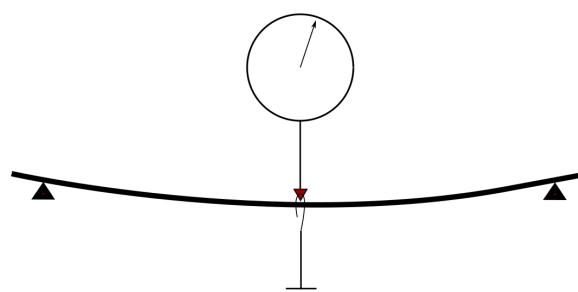
Disponemos de una varilla de acero y otra de aluminio, dos soportes sobre los que apoyar los extremos de las varillas, un juego de pesas con soporte para colgar y un extensómetro de aguja. El extensómetro tiene un vástago móvil con muelle, que acciona una aguja giratoria indicadora (Fig. 7.1).

### 7.3 Fundamento

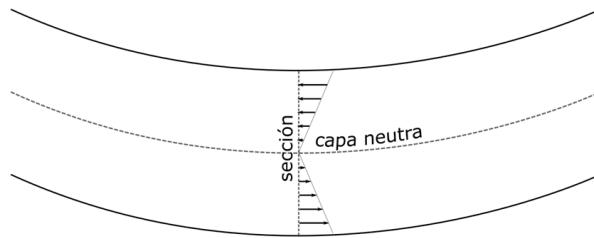
Cuando una pieza de material se estira longitudinalmente, dentro de unos ciertos límites que dependen del material y de la temperatura, el esfuerzo axial o longitudinal  $\tau$  es proporcional a su deformación longitudinal relativa  $\varepsilon$ .

$$\tau = E \varepsilon \quad (7.1)$$

Esta ecuación representa el caso unidimensional de la Ley de Hooke para un sólido elástico. El factor de proporcionalidad  $E$  es el módulo de Young del material y es uno de los principales módulos de elasticidad. El esfuerzo  $\tau$  es la fuerza de tracción por unidad de área transversal y la deformación longitudinal unitaria  $\varepsilon$  es el alargamiento por unidad de longitud. Por tanto, el módulo de Young tiene unidades de esfuerzo o de presión, esto es, de fuerza por unidad de área ( $\text{Pa}=\text{N}/\text{m}^2$ ). Muchos materiales como rocas y metales tienen  $E$  en el orden de los MPa o GPa. Para una varilla metálica de acero de aluminio, el alargamiento que se puede producir sin superar



**Figura 7.1:** Esquema del dispositivo de medida. El extensómetro mide la deformación de la varilla al flexionarse por el peso colgado en su punto central.



**Figura 7.2:** Deformación de una varilla al flexionar. Las capas que quedan al lado cóncavo quedan comprimidas y las del lado convexo estiradas. La capa neutra no cambia de longitud.

su límite elástico lineal es muy pequeño, por lo que la medida directa estirando la varilla sería difícil. Sin embargo, flexionar una varilla es más fácil. Al hacerlo como indica la figura 7.2, hay una capa a lo largo de ella que no cambia de longitud, llamada la capa neutra. Las capas que quedan por encima quedan comprimidas –proporcionalmente a su distancia de la capa neutra– y las que quedan por debajo quedan estiradas del mismo modo.

Puede probarse que la función  $y(x)$  de la forma geométrica que adopta la capa neutra depende de la ley de momento flector  $M(x)$  aplicado a la varilla (el momento de las fuerzas internas sobre la sección transversal de la varilla en cada punto de su longitud). Para deformaciones pequeñas,  $y(x)$  verifica la ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} = \frac{1}{EI}M(x), \quad (7.2)$$

donde  $I$  es el llamado momento de inercia de la sección  $S$  transversal de la varilla

$$I = \int z^2 ds \quad (7.3)$$

donde  $z$  es la distancia del elemento de superficie  $ds$  a la capa neutra y la integral se extiende a toda la superficie de la sección. En nuestro caso, la sección es rectangular, de base  $w$  y altura  $h$  y su momento de inercia vale  $I = (1/12)wh^3$ .

Para el caso de una varilla de longitud  $L$  apoyada por sus extremos y con una única fuerza  $F$  aplicada en su centro hacia abajo, la ley de momento flector es

$$M(x) = \begin{cases} \frac{F}{2}x & \text{para } x \leq L/2 \\ \frac{F}{2}(L-x) & \text{para } x \geq L/2 \end{cases} \quad (7.4)$$

Y se representa en la figura 7.3.

Con esta distribución de momento flector, si se integra la ecuación de la línea elástica (Ec. 7.2), se obtiene como forma de la varilla en su primera mitad ( $0 \leq x \leq L/2$ )

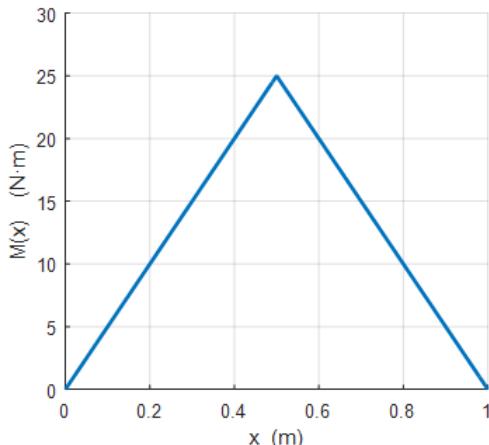
$$y(x) = \frac{F}{EI} \left( \frac{x^3}{12} \frac{L^2 x}{16} \right) \quad (7.5)$$

En la segunda mitad la forma es simétrica. La desviación  $y$  respecto de su posición sin deformar se denomina flecha. En la figura 7.4 se representa esta forma normalizada.

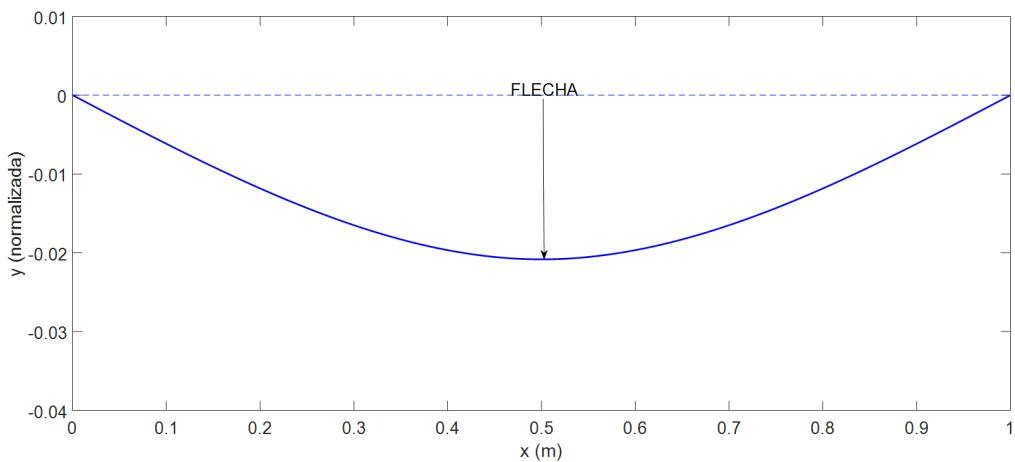
En el punto medio ( $x = L/2$ ), la ecuación 7.5, una vez sustituido el valor de  $I$ , da para el valor absoluto de la flecha máxima  $s$

$$s = \frac{1}{4wE} \left( \frac{L}{h} \right)^3 F \quad (7.6)$$

Este resultado nos relaciona el módulo de Young con la flecha máxima y la fuerza aplicada. Naturalmente, el propio peso de la varilla es una fuerza distribuida que contribuye también a



**Figura 7.3:** Ejemplo de ley de momento flector en una varilla de  $L = 1$  m en cuyo centro se aplica una fuerza  $F = 100$  N.



**Figura 7.4:** Forma de la línea elástica para una sola fuerza central aplicada. La flecha  $y(x)$  se representa normalizada para un valor de  $F/EI = 1$ .

deformarla, pero ya que las deformaciones (pequeñas) dependen linealmente de ellas, al aplicar la fuerza puntual  $F$  podremos medir la deformación debida a ella, independientemente de la deformación inicial causada por otras fuerzas presentes.

## 7.4 Realización

Se coloca la varilla apoyada sobre sus dos extremos y el extensómetro apoyado sobre su centro en su soporte, de modo que sin carga (sin colgar pesas) indique al menos la mitad de su fondo de escala. Si llamamos  $r_0$  a la indicación inicial y  $r$  la que marca con pesas, la deformación de la varilla será  $s = r_0 - r$  (Figura 7.5).

El extensómetro (Figura 7.6) ejerce una fuerza adicional  $F_E$  sobre la varilla que depende de su indicación  $r$ , debida a su muelle y al rozamiento interno. Se ha calibrado previamente y vale  $F_E = F_R + kr$ , con  $F_R = 0.6$  N y  $k = 0.01$  N/mm. Por tanto, al colocar un peso  $P$ , la fuerza total aplicada es  $F = P + F_E$ . Como la fuerza de rozamiento debe de ser constante, no es necesario incluirla en la corrección  $F_E$ , ya que se considera constante y solo influye en la deformación inicial.



**Figura 7.5:** Montaje de la práctica.



**Figura 7.6:** Extensómetro utilizado. La aguja central indica en la escala negra centésimas de milímetro. La aguja pequeña marca el número de vueltas de la grande, es decir milímetros, y gira en sentido contrario.

**A1**

**Medir  $L$ ,  $w$  y  $h$ , para dos varillas metálicas y anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida.** Medir la distancia  $L$  entre los apoyos de la varilla cuando se coloca en el dispositivo experimental. Tomar medidas también para la sección: base  $w$  y altura  $h$  para las dos varillas.

**A2**

**Medida de las deformación al colocar pesos. Varilla 1.** Se anota la lectura  $r_0$  inicial del extensómetro con el soporte de las pesas colocado, pero sin añadir peso. A continuación se añaden pesas y se va anotando en cada paso el peso acumulado y la lectura del extensómetro. Cada pesa tiene una masa  $m = 50$  gramos. Para calcular su peso, tomar como valor local de  $g = 9.796 \text{ m s}^{-2}$ . **IMPORTANTE:** para que el rozamiento interno del extensómetro siempre actúe en el mismo sentido, después de colocar cada pesa, empujar ligeramente la varilla o tirar de las pesas hacia abajo y soltar suavemente. Nótese que la lectura  $r$  en la escala negra del extensómetro avanza si la punta del extensómetro sube, mientras que en nuestro montaje la deformación  $s = r_0 - r$  crece hacia abajo. Se recogen los resultados de las medidas en una tabla junto con la deformación central  $s$  y la fuerza total aplicada  $F$ .

**A3** Representar gráficamente  $s$  (en ordenadas) frente a  $F$  (en abscisas) para la Varilla 1.

**A4** Realizar un ajuste lineal a los datos representados. Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación que mejor ajusta los datos de  $s$  y  $F$  y pintar la recta resultante en el gráfico de la actividad 3.

**A5** Calcular  $E$  a partir de la ecuación de la recta y su error correspondiente. Según la ecuación 7.6, se espera que la deformación central  $s$  sea proporcional a la fuerza  $F$ , aunque puede haber un cierto desplazamiento inicial, así que la relación entre ambas debe ajustarse a una ecuación lineal

$$s = aF + b, \quad (7.7)$$

por tanto, la pendiente  $a$  debe ser  $a = \frac{1}{4wE}(\frac{L}{h})^3$ , de donde podemos obtener el valor del módulo de Young como  $E = \frac{(L/h)^3}{4wa}$ .

**A6** Repetir las actividades A2, A3, A4 y A5 para la varilla 2.

**C1** Discusión y conclusiones. Discutir los resultados. ¿Se obtienen valores del módulo de Young para el acero y el aluminio que concuerdan con los esperados? Si no es así, ¿a qué pueden deberse las diferencias?



## 8. Carga y descarga de un condensador

### 8.1 Objetivo

El objetivo de esta práctica es estudiar los procesos de carga y descarga de un condensador y medir el valor del tiempo característico de un circuito con un condensador.

Se estudian los fenómenos que tienen régimen transitorio, esto es, que la magnitud física relevante es predominantemente de la forma  $e^{-t/\tau}$ , como la desintegración de un elemento radiactivo o la amortiguación de una onda. En nuestro caso, se estudia la carga y descarga de un condensador.

### 8.2 Material

En esta prácticaaremos uso del siguiente material:

- Un condensador de  $4700 \mu\text{F}$ , con una tolerancia del 10%.
- Una resistencia de  $47 \text{k}\Omega$ , con la misma tolerancia.
- Una fuente de corriente continua que suministra una tensión  $V \approx 12 \text{ V}$ .
- Varios cronómetros.
- Un polímetro.
- Una placa reticular.
- Varios cables de conexión.
- Un interruptor.

### 8.3 Fundamento

Existen numerosos fenómenos en los que el valor de la magnitud física que los caracteriza evoluciona en *régimen transitorio*, lo que significa que la magnitud física  $M$  que estamos considerando aumenta o disminuye con el tiempo  $t$  de acuerdo a una ley matemática en la que el término predominante tiene forma de exponencial decreciente,

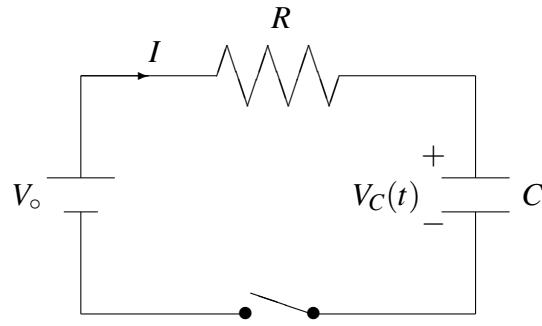
$$M \sim e^{-t/\tau} \quad (8.1)$$

donde  $\tau$  tiene dimensiones de tiempo y se denomina *constante de tiempo del régimen transitorio* o *tiempo característico*. Su significado físico es claro: indica el tiempo en el que la magnitud física aumenta o disminuye (según la ley que rija el fenómeno) un factor  $e \approx 2.7182$ .

En circuitos eléctricos que contienen un condensador  $C$  o una autoinducción  $L$  que bruscamente se conectan a un generador de corriente continua, se originan corrientes eléctricas cuya evolución en el tiempo tienen el comportamiento de un fenómeno transitorio.

#### 8.3.1 Proceso de carga

Consideremos el circuito de la fig. 8.1, con un condensador  $C$ , una resistencia óhmica  $R$ , un generador de corriente continua  $V_0$  y un interruptor, todos ellos conectados en serie. Supongamos



**Figura 8.1:** Circuito de carga del condensador.

que inicialmente ( $t = 0$ ) el condensador está descargado y que cerramos el circuito. La intensidad  $I$  que circula por él y las caídas de tensión entre los extremos del condensador  $V_C$  y entre los de la resistencia  $V_R$  pueden ser calculados por la simple aplicación de la primera ley de Kirchoff,

$$V_o = V_R + V_C \quad . \quad (8.2)$$

Además, al saber la tensión en la resistencia por la ley de Ohm,  $V_R = I \cdot R$  y la intensidad que circula por un condensador,  $I = C \frac{dV_C}{dt}$ , podemos escribir

$$V_o = RC \frac{dV_C}{dt} + V_C \quad , \quad (8.3)$$

ecuación diferencial que tiene como solución

$$V_C = V_o(1 - e^{-t/RC}) \quad , \quad (8.4)$$

de lo que se deduce que la caída de tensión en los extremos de la resistencia es

$$V_R = V_o - V_C = V_o e^{-t/RC} \quad . \quad (8.5)$$

Por último, aplicando la ley de Ohm, la intensidad que circula por el circuito es

$$I = \frac{V_R}{R} = \frac{V_o}{R} e^{-t/RC} \quad . \quad (8.6)$$

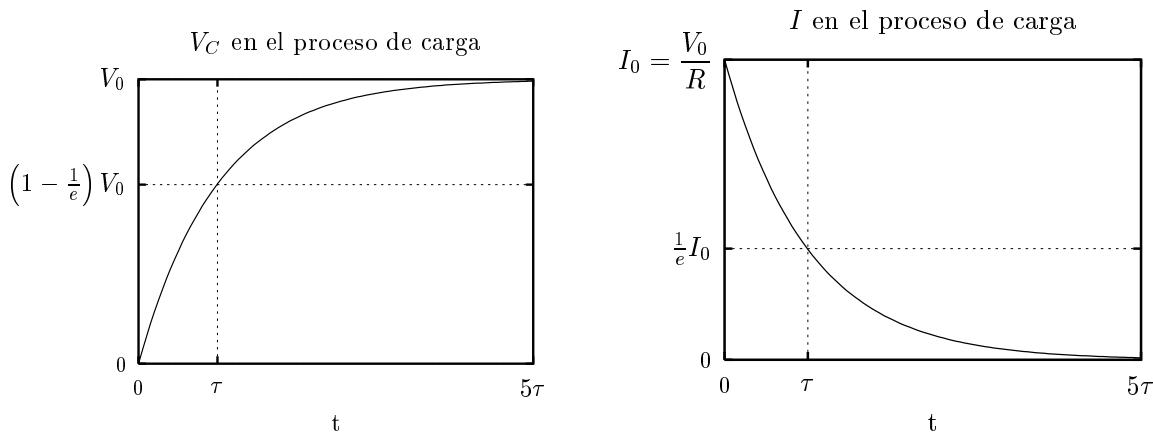
Así, las expresiones 8.4, 8.5 y 8.6 son similares a 8.1 y, por tanto, representan un fenómeno transitorio con una constante de tiempo  $\tau = RC$ .

La evolución temporal de la tensión en el condensador, así como la de la intensidad que circula por el circuito, se describen en la fig. 8.2. Observamos que la tensión en el condensador  $V_C$  aumenta de forma monótona con el tiempo, tendiendo al valor límite  $V_o$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , valor para el cual se dice que el condensador está *cargado*. A efectos prácticos, podemos considerar que esto ocurre cuando  $t \approx 5\tau$ .

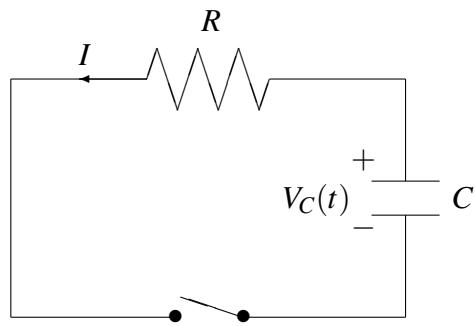
### 8.3.2 Proceso de descarga

De forma análoga podemos estudiar el fenómeno de descarga del condensador. Si en  $t = 0$  el condensador está cargado a una tensión  $V_o$  y cerramos nuestro circuito sin fuente de alimentación (fig. 8.3), la caída de tensión total en la malla es

$$RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = 0 \quad , \quad (8.7)$$



**Figura 8.2:** Evolución del voltaje (a la izquierda) y de la intensidad (a la derecha) en el proceso de carga del condensador.



**Figura 8.3:** Circuito de descarga del condensador.

ecuación que tiene como solución

$$V_C = V_o e^{-t/RC} = V_R \quad , \quad (8.8)$$

que representa otro fenómeno transitorio con idéntica constante de tiempo a la del proceso de carga,  $\tau = RC$  (fig. 8.4). Análogamente, la intensidad en el circuito decrece exponencialmente en virtud de la ley de Ohm,

$$I = \frac{V_o}{R} e^{-t/RC} \quad . \quad (8.9)$$

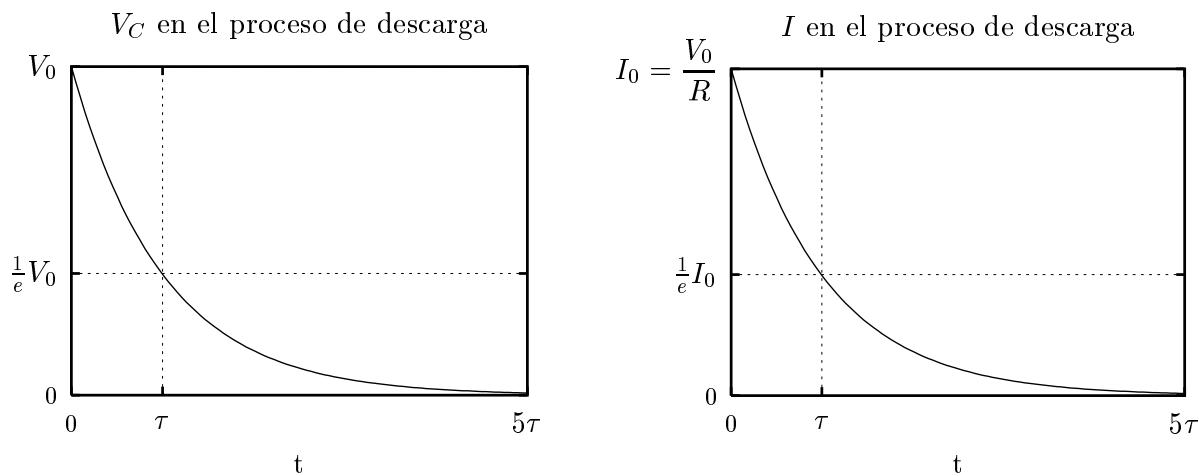
En la práctica, la duración del fenómeno transitorio es también  $t \approx 5\tau$  para la descarga.

## 8.4 Realización

### 8.4.1 Estudio de los procesos de carga y descarga

**A1** **Sensibilidad de los instrumentos de medida y  $V_o$ .** Anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida y medir la tensión  $V_o$  que suministra la fuente de corriente continua conectando la salida de esta directamente al polímetro.

**A2** **Montaje del circuito y adquisición de datos para el proceso de carga.**



**Figura 8.4:** Evolución del voltaje (a la izquierda) y de la intensidad (a la derecha) en el proceso de descarga del condensador.

1. Se comprueba con el polímetro que el condensador está descargado (el polímetro medirá una tensión nula). Si el condensador estuviese todavía cargado se deberán unir mediante un conductor (preferiblemente un cable conectado a una pequeña resistencia) los dos polos del condensador. Es muy importante conectar la fuente de alimentación al condensador con la **polaridad adecuada**.
2. Se monta el circuito de la fig. 8.1 con el polímetro en disposición de medir la caída de tensión en los bornes del condensador.
3. Se conecta el interruptor al mismo tiempo que se pone en marcha el cronómetro. Medir la diferencia de potencial en los bornes del condensador a intervalos regulares de tiempo de unos 10 segundos. El intervalo temporal de las medidas puede espaciarse conforme la tesisón que indica el polímetro se va estabilizando. Deben tomarse medidas durante 8 a 10 minutos, tiempo en el cual debe haber finalizado el proceso de carga.

**A3**

#### Adquisición de datos para el proceso de descarga.

1. Se carga el condensador por completo conectándolo directamente (con la **polaridad adecuada**) a la fuente usando la placa reticular y los cables de conexión.
2. Se dispone el circuito conforme a la fig. 8.3.
3. Se coloca el polímetro de nuevo midiendo en los bornes del condensador.
4. Desconectar el circuito de la fuente de alimentación y hacer uso del interruptor para que comience el proceso de descarga a la vez que se acciona el cronómetro. Es muy importante medir el voltaje justo antes de darle al interruptor, esto es,  $V_C(t=0) = V_0$ . Tomar medidas de  $V_C$  a intervalos regulares de tiempo  $t$ , de la misma forma que en el proceso de carga.

**A4**

Representar gráficamente  $V_C$  (en ordenadas) frente a  $t$  (en abscisas) para el proceso de carga.

**A5** Representar gráficamente  $V_C$  (en ordenadas) frente a  $t$  (en abscisas) para el proceso de descarga.

**C1** Comentarios. Comentar las gráficas obtenidas.

**A6** Calcular  $\ln V_C$  para el proceso de descarga. Usar los valores medidos de  $V_C$  para el proceso de descarga para obtener  $\ln V_C$  y su error para cada valor del tiempo. Presentar los valores en una tabla.

**A7** Representar gráficamente  $\ln V_C$  frente a  $t$ .

**A8** Realizar el ajuste lineal de los datos representados. Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $\ln V_C$  frente a  $t$ ). Calcular los parámetros de ajuste y representar la recta ajustada.

#### 8.4.2 Cálculo del tiempo característico $\tau$ del circuito

**A9** Calcular  $\tau$  usando el ajuste por mínimos cuadrados de la actividad A8. Haciendo uso de la ec. 8.8 y de los parámetros del ajuste por mínimos cuadrados de  $\ln V_C$  en función de  $t$ , calcular el tiempo característico ( $\tau$ ) del circuito y su correspondiente error.

**A10** Calcular  $\tau$  usando el valor de R y C . Calcular el tiempo característico ( $\tau$ ) del circuito usando el valor de la resistencia (R) y de la capacidad (C) del condensador del circuito, mediante la expresión  $\tau = RC$ .

**C2** Comenta los resultados obtenidos. Comentar los valores obtenidos para  $\tau$  y su significado y escribir la conclusión de la práctica.





## 9. Difracción óptica

### 9.1 Objetivo

En esta práctica se estudian los fenómenos de difracción: explicación teórica, órdenes de difracción, etc. Se pone de manifiesto el carácter ondulatorio de la luz y la estructura microscópica de algunos objetos cotidianos, como los CD y los DVD, al actuar como elementos difractores.

### 9.2 Material

En esta prácticaaremos uso del siguiente material:

- Un láser de helio-neón con longitud de onda  $\lambda = (632.8 \pm 0.1)$  nm.
- Un CD
- Un DVD.
- Una red de difracción.
- Un metro.

### 9.3 Fundamento

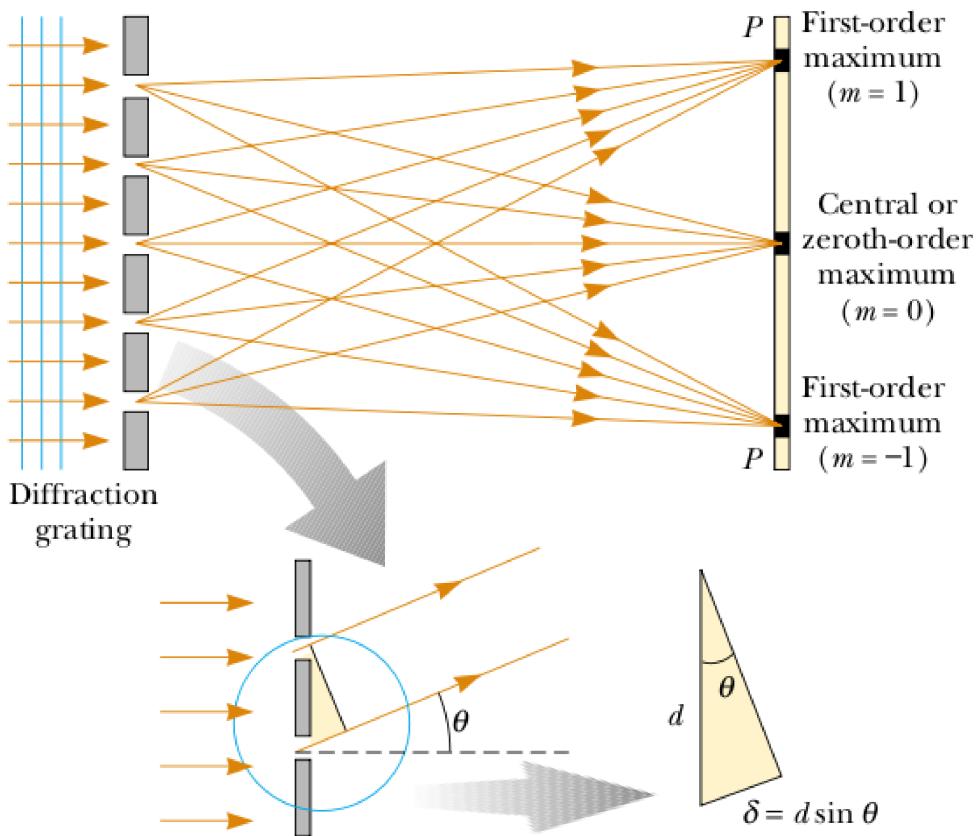
Una red de difracción es un aparato útil para el análisis de fuentes luminosas que consiste en un elevado número de rendijas paralelas separadas entre sí a una misma distancia (fig. 9.1).

Cuando una onda plana que se propaga en dirección normal al plano de la red incide sobre esta, se producen dos efectos: difracción y, posteriormente, interferencia. La difracción consiste en que, al llegar la onda a cada una de las rendijas, empieza a propagarse desde cada rendija en todas las direcciones, como si la fuente de esa onda estuviera en la propia rendija y no fuera una onda plana; y, por otro lado, al llegar a la pantalla distintas ondas que inicialmente estaban en fase (al provenir de la misma onda plana) pero han recorrido distancias distintas, se produce interferencia según la fase relativa entre ellas.

Para ver a qué se debe esta diferencia de fase vamos a escoger una dirección arbitraria que forme un ángulo  $\theta$  con la dirección de propagación inicial y sea ortogonal a las rendijas (fig. 9.1). Como podemos ver, la diferencia de distancia recorrida,  $\delta$ , entre dos ondas que salen en la misma dirección desde dos rendijas adyacentes es igual al producto de la distancia entre las rendijas,  $d$ , y el seno del ángulo  $\theta$  (fig. 9.1). Si esta distancia resultara ser igual a un múltiplo de la longitud de onda de la onda incidente,  $\lambda$ , estas dos nuevas ondas seguirían estando en fase, con lo cual la interferencia sería constructiva y observaríamos que se ilumina la pantalla en esa dirección. En otro caso, la interferencia no sería completamente constructiva y la intensidad de la onda resultante en esa dirección sería menor. Así, en la pantalla podemos ver la intensidad de la onda en función del ángulo, a lo que llamaremos *patrón de interferencia*.

En resumen, la condición para los máximos de intensidad en el patrón de interferencia es

$$d \operatorname{sen} \theta = m\lambda, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad (9.1)$$



**Figura 9.1:** Esquema de una sección de una red de difracción: desde la izquierda incide una onda plana que, al difractarse e interferir, producen un patrón en la pantalla de la derecha.

donde  $m$  es el número de longitudes de onda de diferencia de camino, que llamaremos *orden de la difracción*.

El patrón de interferencia de una red de difracción obtenido utilizando una fuente monocromática, como un láser, aparece en la fig. 9.2. Es destacable la nitidez de los máximos principales y la anchura de las áreas oscuras comparada con la anchura de las franjas brillantes de este patrón, lo cual nos facilitará mucho identificar los puntos de mayor intensidad a simple vista.

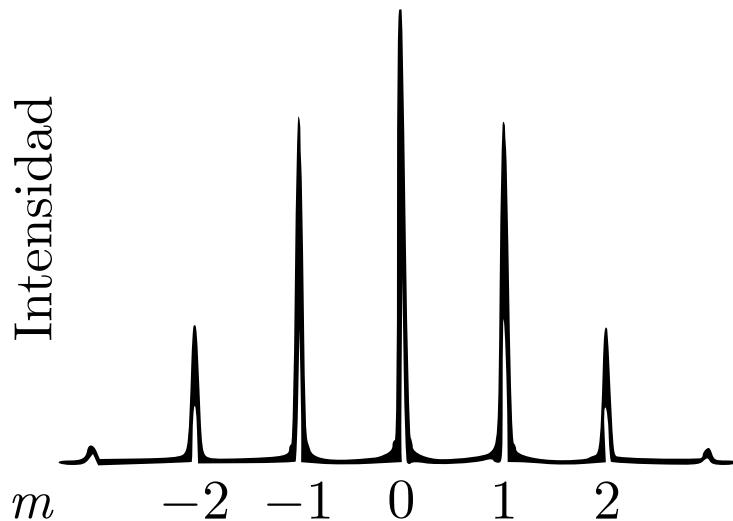
Es posible utilizar la condición de la ec. 9.1 para calcular la distancia  $d$  si se sabe cuál es la longitud de onda  $\lambda$  y el ángulo  $\theta$ . El primer máximo se encuentra en  $\theta = 0$ , lo que corresponde a  $m = 0$ , que es el máximo de orden cero. El máximo de primer orden ( $m = 1$ ) se observará en un ángulo que satisfaga la relación  $\sin \theta = \lambda/d$ ; el máximo de segundo orden ( $m = 2$ ) será visto en un ángulo mayor, y así sucesivamente. También, cuanto menor sea  $d$  en una red de difracción, mayores serán los ángulos de los máximos de intensidad de un mismo orden, es decir, el patrón de interferencia se abrirá.

En nuestra práctica trabajaremos con un CD, un DVD y una red de difracción. El CD y el DVD también se comportan como redes de difracción porque su superficie es una pista ranurada en espiral donde se graba la información, análogamente a los surcos de los discos de vinilo, de forma que la luz se dispersa al incidir sobre estas pistas igual que se difracta al pasar por una rendija, siendo el efecto resultante el mismo.

## 9.4 Realización

### 9.4.1 Toma de medidas

Para obtener las medidas, seguiremos los siguientes pasos:



**Figura 9.2:** Patrón de interferencia de una onda monocromática a través de una red de difracción.

**A1**

#### Colocación y distancia entre el CD y la pantalla.

1. Se colocan el láser y el soporte, donde pondremos un CD y un DVD posteriormente, para que la luz del láser dé en el soporte de forma que al reflejarse en el CD o DVD que coloquemos en él, llegue a la pantalla de forma lo más horizontal posible.
2. Se coloca un CD en el soporte de forma que el patrón de difracción se vea horizontal y quepa en la pantalla.
3. Se mide la distancia entre el CD y la pantalla.

**A2**

**Distancias entre máximos.** Se mide la distancia entre el máximo de reflexión o máximo de orden 0 (el más intenso) y los demás. Con el CD debería verse hasta los máximos de orden 2; con el DVD, hasta los de orden 1; y con la red de difracción debe medirse la posición de, al menos, seis máximos (se pueden medir más).

**A3**

**Máximos de un DVD.** Se repiten los pasos cambiando el CD por el DVD.

**A4**

#### Red de difracción.

1. Se coloca el láser mirando a la pantalla a través del soporte, donde ahora colocaremos la red de difracción.
2. Se repiten los pasos cambiando el disco por la red de difracción.

#### 9.4.2 Obtención de resultados

Para obtener la distancia  $d$  de los distintos materiales utilizados procederemos según el elemento que hayamos utilizado.

**A5** **CD.** Para el CD tenemos la medida del ángulo de dos órdenes de difracción, así que debemos estimar  $d$  usando la ec. 9.1 para cada uno de los máximos medidos, obteniendo así  $d_1$  y  $d_2$ , provenientes de las medidas de la difracción de orden 1 y 2 resp. Para el resultado final, tomaremos la media de estas medidas, siendo su error

$$\max\{\Delta d_1, \Delta d_2, |d_1 - d_2|\}. \quad (9.2)$$

**A6** **DVD.** Para el DVD tendremos una sola medida del ángulo de la difracción de primer orden, así que lo único que podemos hacer es estimar  $d$  a partir de la ec. 9.1 usando esta medida.

**C1** **Comentarios.** Hay que discutir el resultado obtenido, comparándolo con el del CD.

**A7** **Red de difracción.** En este caso, como mínimo, disponemos de 6 medidas, así que podemos hacer un mejor tratamiento:

1. Se presentan en una tabla las medidas realizadas, así como las magnitudes indirectas calculadas.
2. Se representa en una gráfica el orden de las difracciones  $m$  (en ordenadas) frente a  $\sin \theta$  (en abscisas), con sus correspondientes barras de error y la recta de mejor ajuste.
3. Haciendo uso de la ec. 9.1 y el ajuste por mínimos cuadrados, se estima  $d$ .

**C2** **Comentarios.** Discutir los resultados, comentar si los valores obtenidos te parecen adecuados y concluir.

## 10. Dilatación térmica

### 10.1 Objetivo

Estudiar la dilatación lineal de diferentes materiales en función de la temperatura, con la ayuda de un extensómetro.

### 10.2 Material

El dispositivo experimental consta de una banco para fijar las varillas en las que se va a medir la dilatación (Fig. 10.1). Estas varillas son de aluminio, latón, cobre y acero, y están huecas. Para calentarlas utilizamos una cubeta de metacrilato llena de agua con un termostato de inmersión. Se mide la temperatura del agua con un termómetro. Las varillas se calientan conectando el agua de la cubeta a ellas a través de unos tubos de goma. Para medir la dilatación utilizamos un extensómetro.

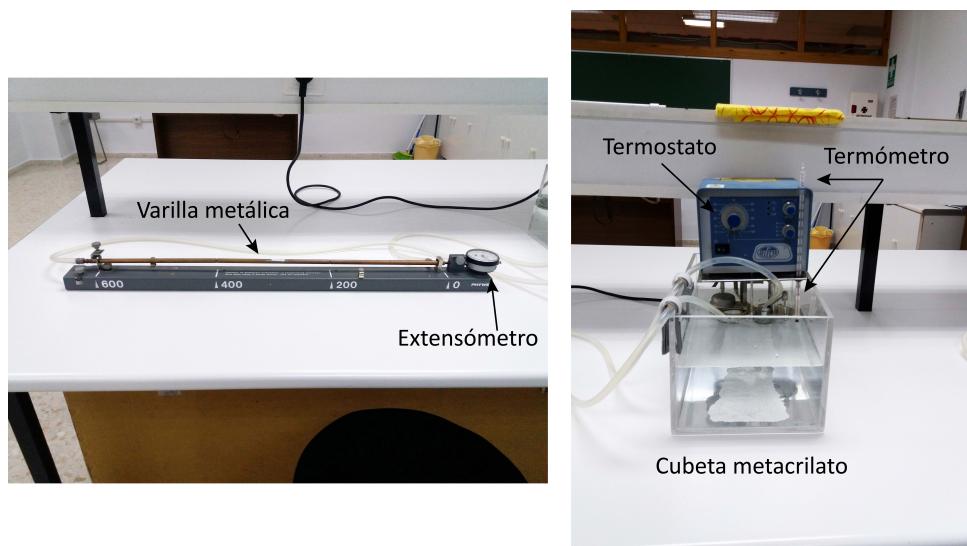
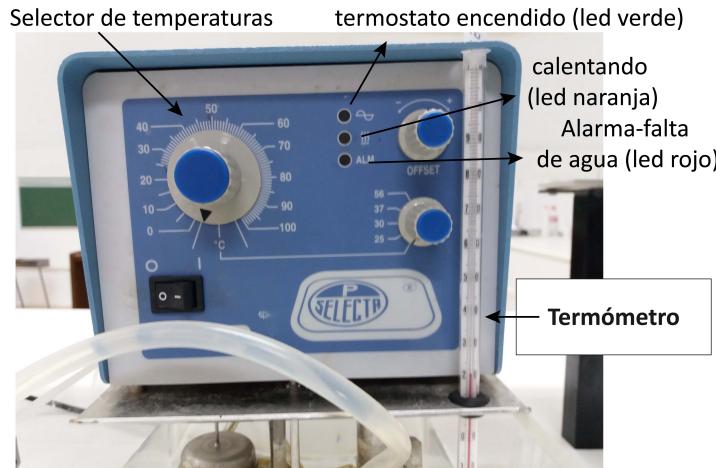


Figura 10.1: Material para la realización de la práctica.

### 10.3 Fundamento

El aumento de temperatura ocasiona *generalmente* un incremento de volumen, tanto en sustancias sólidas como en líquidas. Una conocida excepción es el agua, que en el intervalo comprendido entre 0°C y 4°C muestra el comportamiento contrario: en particular, aumenta de volumen al congelarse, en oposición a la mayoría de las sustancias.



**Figura 10.2:** Termostato.

Incluso si el cuerpo sólido tiene un hueco, la dilatación es la misma que si el hueco estuviera lleno del mismo material que el del cuerpo. Así ocurre, por ejemplo, con un tubo de un determinado material como los que utilizaremos en esta práctica.

Si se trata de un sólido en forma de varilla (que aproximadamente tiene una sola dimensión) de longitud  $l_0$ , es un hecho empírico que, si la variación de temperatura  $\Delta T = T - T_0$  no es demasiado grande, la dilatación longitudinal  $\Delta l = l - l_0$  que experimenta es directamente proporcional a  $l_0$  y a  $T$ ,

$$\Delta l = \alpha_1 l_0 \Delta T, \quad (10.1)$$

donde  $\alpha_1$  se denomina *coeficiente de dilatación lineal*. En la Tabla 10.1 aparecen sus valores para los materiales que utilizaremos en esta práctica. Intentaremos reproducirlos experimentalmente.

Material	$\alpha_1 (\text{ }^\circ \text{C}^{-1})$
Acero	$1.1 \times 10^{-5}$
Cobre	$1.6 \times 10^{-5}$
Latón	$1.8 \times 10^{-5}$
Aluminio	$2.2 \times 10^{-5}$

**Tabla 10.1:** Coeficientes de dilatación lineal para distintos materiales.

En realidad los coeficientes de dilatación no son constantes sino que varían ligeramente con la temperatura.

## 10.4 Realización

Cosas importantes a tener en cuenta antes de comenzar la práctica:

- La cubeta sobre la que se soporta el termostato de inmersión con el termómetro adosado (Fig. 10.2), debe estar llena hasta un nivel adecuado de agua, que como mínimo cubra la resistencia y el bloque de la bomba de circulación. De lo contrario se encenderá el indicador luminoso de alarma al conectar el equipo (led rojo).



**Figura 10.3:** Extensómetro. Para poner a cero el extensómetro solo hay que girar el cristal superior.

- Debe existir permanentemente un tubo de goma conectado a la bomba de circulación. De no ser así, deberá contactarse con el profesor de prácticas.
- El extremo libre del tubo de goma que sale de la bomba debe conectarse a un extremo de la varilla problema, mientras que al otro extremo de la varilla se conectarán otros tubos de goma que devolverán el agua circulante a la cubeta. **El equipo se conectará sólo cuando se hayan revisado las condiciones anteriores.**
- La temperatura del baño térmico se selecciona mediante el mando de la izquierda del termostato. El baño alcanzará la temperatura deseada cuando el indicador central comience a parpadear (led naranja).

#### 10.4.1 Medida de coeficientes de dilatación lineal

**A1** **Fijar la varilla al banco y anotar la sensibilidad de los instrumentos.** Colocar una de las varillas en el banco de fijación conectada al sistema de circulación de la cubeta según se ha explicado anteriormente. El extensómetro deberá fijarse también al banco, de modo que su punta se encuentre en contacto con un extremo de la varilla, sin excesiva presión sobre el mismo. Anotar la sensibilidad del termómetro y del extensómetro.

**A2** **Medir la dilatación de la varilla con la temperatura.** Vamos a medir incrementos en la longitud de la varilla para distintos valores de temperatura, que anotaremos en una tabla junto con sus respectivos errores.

Se seguirán los siguientes pasos:

1. Anotar la temperatura inicial del agua con su correspondiente error,  $T_o$ , consultando el termómetro que se encuentra en la cubeta (Fig. 10.2).
2. Ajustar el cero del extensómetro, para que las medidas indiquen directamente la dilatación de las varillas (Fig. 10.3).
3. Conectar el termostato y seleccionar  $T = 25^\circ\text{C}$ .
4. Cuando el baño haya alcanzado la temperatura seleccionada, anotar la temperatura que puede leerse en el termómetro,  $T$ , con su correspondiente error. Puede

ajustarse mejor la temperatura del baño operando el mando offset, aunque basta con tomar la lectura del termómetro.

5. Anotar la lectura del extensómetro,  $\Delta l$ .
6. Elevar la temperatura sucesivamente unos  $5^{\circ}\text{C}$  cada vez, accionando el mando del termostato, y repetir los dos pasos anteriores.
7. Repetir los pasos 3 a 6 hasta obtener seis medidas.

**No será necesario operar el termostato por encima de  $50^{\circ}\text{C}$ .**

**A3**

**Representación gráfica:**  $\Delta l$  **versus**  $\Delta T$ . Representar en una gráfica los incrementos de longitud,  $\Delta l = l - l_0$  (en ordenadas) frente a los incrementos de temperatura,  $\Delta T = T - T_0$  (en abscisas). Representar el error de cada medida y la recta de regresión que se obtiene en la siguiente actividad.

**A4**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Realizar un ajuste de las medidas por el método de mínimos cuadrados. Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $\Delta l$  y  $\Delta T$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior.

**A5**

**Obtener el coeficiente de dilatación lineal y su error.** Sabiendo que la longitud inicial de las varillas es  $l_0 = (600 \pm 1)$  mm y que  $\Delta l = \alpha_l l_0 \Delta T$ , obtener el valor y el error del coeficiente de dilatación lineal,  $\alpha_l$  a partir del valor de la pendiente de la recta.

**C1**

**Comentarios.** Comenta el resultado obtenido.

**A6**

**Repetir todas las actividades anteriores para una varilla de otro material.**

**C2**

**Comentarios.** Comentar el resultado obtenido para  $\alpha_l$  en la segunda varilla.



## 11. Péndulo simple y aceleración de la gravedad

### 11.1 Objetivo

En esta experiencia se medirá la aceleración de la gravedad utilizando únicamente un péndulo y un cronómetro.

### 11.2 Material

El dispositivo experimental consiste en una masa  $m$  (pesa esférica) suspendida de un hilo de masa despreciable frente a  $m$ . La longitud efectiva del hilo puede medirse sobre una escala graduada y se puede variar cambiando la posición de un pasador que impide su movimiento. Los tiempos de oscilación se tomarán con un cronómetro. Se dispone además de un porta-ángulos para medir la amplitud de movimiento oscilatorio del péndulo.

### 11.3 Fundamento

El péndulo simple o matemático es un dispositivo *ideal* que consta de una masa *puntual*  $m$  suspendida de un punto fijo mediante un hilo de longitud  $l$  *inextensible* y *sin peso*.

En su posición de equilibrio el hilo está vertical (ver Figura 11.1). Si se desplaza de esta posición un ángulo inicial  $\Phi_0$  y se suelta, podemos descomponer las fuerzas que actúan sobre la masa (su peso y la tensión del hilo) en sus componentes radial y tangencial en función del ángulo  $\Phi$  con la vertical. En la dirección tangencial, que es en la que está permitido el movimiento, la única componente que existe se debe al peso y vale  $mg \sin \Phi$ . La ecuación es

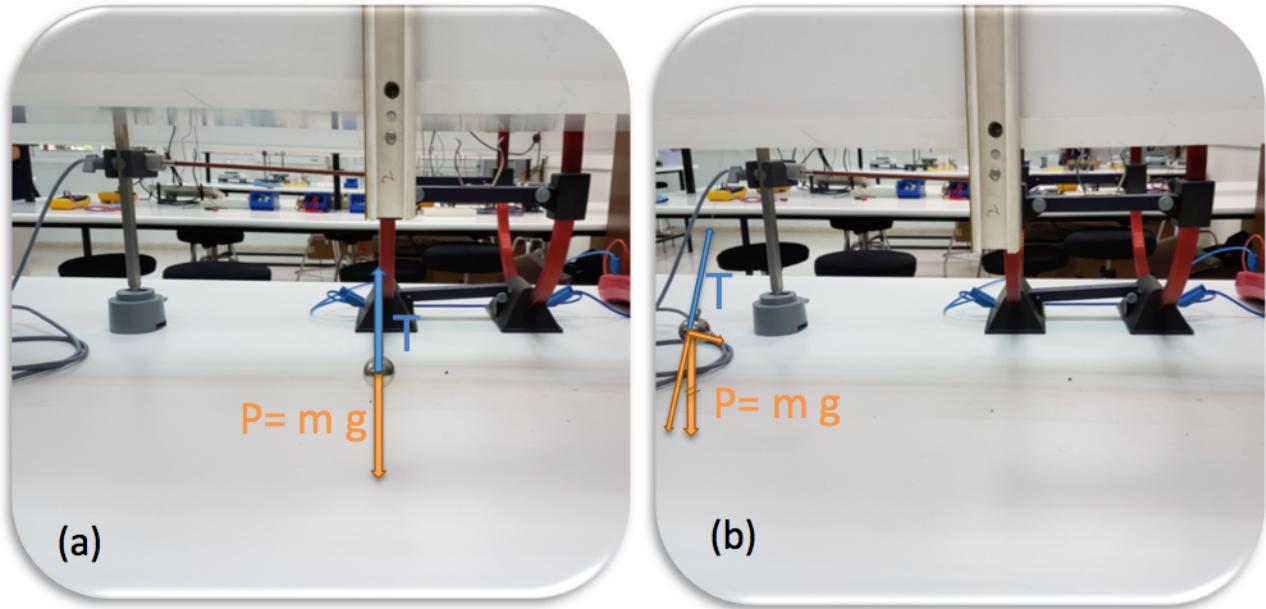
$$mg \sin \Phi = -ml \frac{d^2\Phi}{dt^2} . \quad (11.1)$$

Esta es una ecuación diferencial no lineal, cuya solución exacta es un desarrollo en serie de infinitos términos. Sin embargo, si la oscilación  $\Phi$  es pequeña, puede hacerse la aproximación  $\sin \Phi \approx \Phi$  que conduce a la ecuación lineal:

$$mg\Phi = -ml \frac{d^2\Phi}{dt^2} . \quad (11.2)$$

Una solución de esta ecuación es  $\Phi = \Phi_0 \sin(\omega t + \varphi)$  con  $\omega = \sqrt{g/l}$ . Para comprobarlo, basta con sustituirla en 11.2. Esta solución representa un movimiento armónico simple de periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \quad (11.3)$$



**Figura 11.1:** Fuerzas que actúan sobre la masa en la posición de equilibrio (a) y en posición desplazada del equilibrio (b). En (b), al no haber desplazamiento de la masa en la dirección radial, la tensión del hilo,  $T$ , es igual a la componente radial del peso,  $T = mg \cos \Phi$ , mientras que en la dirección tangencial la ecuación de movimiento viene dada por la ecuación 11.1.

Si no se hace la aproximación de oscilaciones pequeñas, la solución es también un movimiento armónico, de periodo aproximado por la siguiente expresión:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \Phi_0 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \Phi_0 + \dots \right]} , \quad (11.4)$$

que coincide con 11.3 para amplitudes pequeñas (en el límite  $\Phi_0 \rightarrow 0$ ).

## 11.4 Realización

### 11.4.1 Dependencia del periodo con la amplitud

Se trata de medir los períodos del péndulo para diversas amplitudes y una longitud fija. Posteriormente se representarán las medidas y se analizará la dependencia entre periodo y amplitud. Para realizarlo se seguirán los pasos que se detallan a continuación:

**A1 Fijar la longitud del péndulo y anotar la sensibilidad de los instrumentos.**

Fijar la longitud de hilo y anotar su valor (p.e.  $l \simeq 50$  cm) con su correspondiente error. Anotar también la sensibilidad de los instrumentos de medida (cronómetro y semicírculo graduado) que se utilizarán en la práctica.

**A2 Medir el periodo de oscilación para distintos valores de la amplitud del péndulo.** Desviar el péndulo  $5^\circ$  de la vertical y dejarlo oscilar libremente. Cuando lo

haya hecho varias veces, poner en marcha el cronómetro para medir el tiempo  $t$  transcurrido en  $n = 10$  oscilaciones. Proceder del mismo modo tomando amplitudes de  $10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$  y  $30^\circ$ . Anotar las medidas de  $t$  y las amplitudes en una tabla y estimar sus errores correspondientes. Calcular el periodo ( $T = t/n$ ) para cada amplitud con su error correspondiente. Nótese que el error en la medida del periodo es inversamente proporcional al número de oscilaciones que tienen lugar durante el tiempo de medición, lo que justifica tomar un  $n$  relativamente grande.

**A3**

**Representación gráfica:  $T$  versus  $\Phi_0$ .** Con estos datos hacer una gráfica representando en abscisas (eje x) la amplitud y en ordenadas (eje y) el periodo. Sobre esta misma gráfica, representar (con otro color u otro símbolo) los valores teóricos del periodo calculados con la fórmula 11.4 para esas mismas amplitudes.

**C1**

**Discutir los resultados.**

### 11.4.2 Determinación del valor de $g$

Lo más inmediato sería aplicar la fórmula 11.3 del periodo del péndulo en función de su longitud  $l$  para hallar  $g = 4\pi^2 l / T^2$ . Sin embargo, aunque el periodo puede medirse con bastante precisión, su longitud (distancia desde el punto de suspensión al centro de masas de la pesa) no está bien determinada. Nótese que, usando dicha expresión, el error relativo de  $g$  es proporcional al error en la determinación de la longitud del péndulo,  $\Delta g/g = \Delta l/l + 2\Delta T/T$ .

Por el contrario, los incrementos en la longitud del péndulo se miden con un error tan pequeño como la sensibilidad de la escala graduada de la que se dispone, ya que en esta medida no influye la posición del centro de masas de la pesa. Sea  $l = r + r_0$ , donde  $r_0$  es una longitud cualquiera. Entonces,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r + r_0}{g} = \frac{4\pi^2}{g} r + \frac{4\pi^2 r_0}{g} . \quad (11.5)$$

Al ser  $g$  una constante, la ecuación 11.5 es la de una recta de pendiente  $a \equiv 4\pi^2/g$ , a partir de la cual podemos deducir  $g$ ,

$$g = \frac{4\pi^2}{a} . \quad (11.6)$$

Como la constante  $4\pi^2$  se puede expresar con tanta precisión como se requiera, el error relativo de  $g$  es el mismo que el de la pendiente  $a$ ,

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta a}{a} . \quad (11.7)$$

**A4**

**Medir períodos para distintas longitudes del péndulo.** Medir los períodos correspondientes a varias longitudes, operando siempre con pequeñas amplitudes para que la aproximación del periodo 11.3 sea válida. Tabular los resultados con sus errores correspondientes.

**A5**

**Representar gráficamente  $T^2$  frente a  $r$ .**

**A6**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $T^2$  y  $r$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior.

**A7**

**Calcular el valor de  $g$  y su error.** Extraer el valor de  $g$  a partir de la pendiente de la recta ajustada. Calcular también su error correspondiente. Para ello, deducir la expresión 11.7 con propagación de errores.

**C2**

**Comentar el resultado obtenido.**

#### 11.4.3 Medición de la longitud del péndulo de Foucault

Vamos a emplear el valor obtenido de la aceleración de la gravedad ( $g$ ) en el apartado anterior para estimar la longitud del péndulo de Foucault del pasillo.

**A8**

**Medir el periodo del péndulo de Foucault.** Medir el periodo de oscilación del péndulo situado en el exterior del laboratorio, procediendo del mismo modo que en los apartados anteriores (10 oscilaciones, 3 repeticiones).

**A9**

**Calcular la longitud del péndulo con su error.** Con el valor calculado para  $g$  en la sección 11.4.2, y el periodo  $T$  medido en la actividad anterior, estimar la longitud del péndulo de Foucault, haciendo uso de la ecuación 11.3.

**C3**

**Discutir los resultados.** En particular, comentar si los valores obtenidos te parecen adecuados.

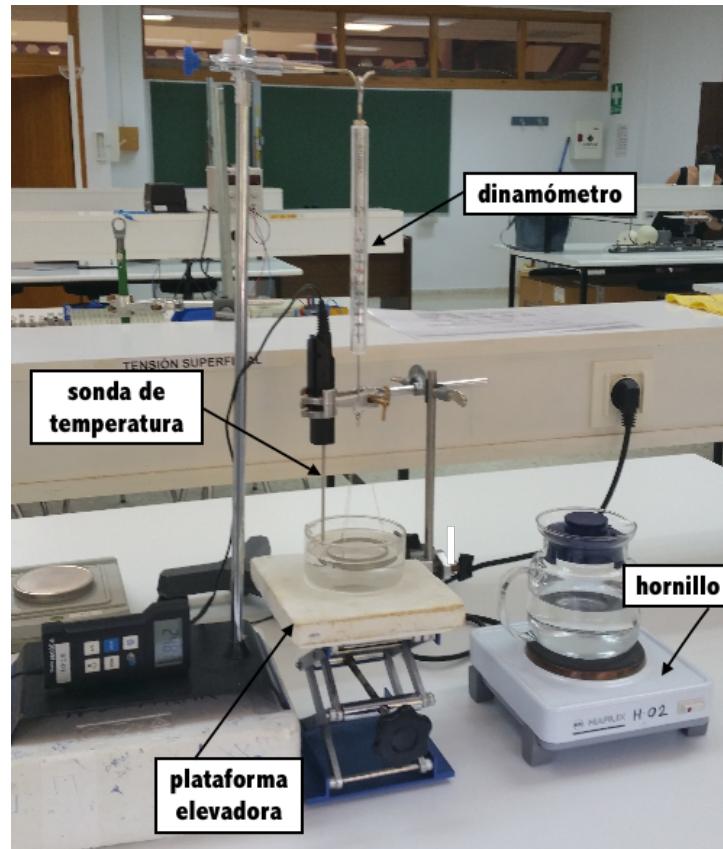
## 12. Tensión superficial del agua

### 12.1 Objetivo

En esta práctica se pretende estudiar la propiedad de los líquidos conocida como tensión superficial y su dependencia con la temperatura.

### 12.2 Material

El dispositivo experimental consta de un dinamómetro del que se suspende el anillo con el que mediremos la tensión superficial. También se dispondrá de un recipiente para el agua, una plataforma elevadora y una sonda de temperatura (ver Fig. 12.1).



**Figura 12.1:** Dispositivo experimental y material necesario para la práctica.

Para calentar el agua, se dispondrá de un recipiente distinto al anterior, un hornillo y un termómetro independiente (Fig. 12.1).

## 12.3 Fundamento

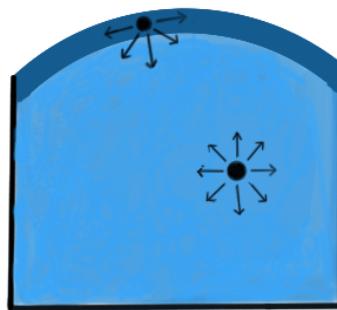
¿Te has preguntado alguna vez cómo pueden algunos insectos, como el zapatero (*Gerris lacustris*), desplazarse sobre la superficie del agua (Figura 12.2)? ¿O por qué puede hacerse flotar una aguja en un vaso de agua a pesar de ser casi ocho veces más densa que el agua? Estos y otros fenómenos pueden explicarse mediante la denominada *tensión superficial*. Recibe este nombre el fenómeno por el cual la superficie de un líquido tiende a comportarse como si fuera una delgada película elástica.



**Figura 12.2:** *Gerris lacustris*.

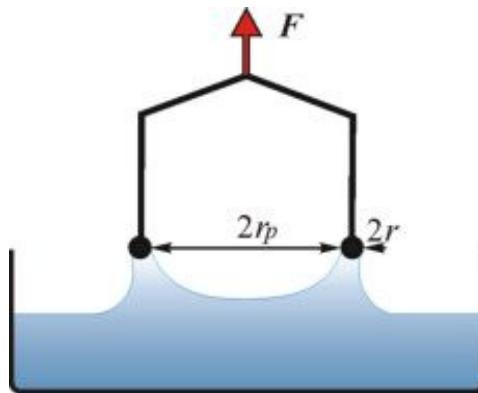
Este fenómeno puede explicarse en base a las fuerzas de atracción que existen entre las moléculas del líquido (Figura 12.3). Una molécula en el seno del líquido está sometida a fuerzas de atracción en todas direcciones que en promedio se anulan. Sin embargo, en la superficie del líquido existe una fuerza neta hacia el interior del mismo. Siendo rigurosos, si en el exterior del líquido se tiene un gas, existirá una pequeña fuerza atractiva hacia el exterior, pero esta fuerza es despreciable debido a la gran diferencia de densidad entre el líquido y el gas.

En términos energéticos, las moléculas de la superficie tienen una mayor energía que las que se encuentran en el interior. Esto hace que los líquidos, de manera natural, posean una tendencia a minimizar su área para un volumen dado (para alcanzar estado de menor energía). Es por ello que, en ausencia de gravedad, los líquidos adoptan forma esférica, que es la forma geométrica que minimiza el cociente área/volumen.



**Figura 12.3:** Las fuerzas atractivas entre las moléculas de un líquido se cancelan en su interior, pero no en la superficie.

En definitiva, la tensión superficial  $\gamma$  se define como el *trabajo realizado por unidad de área* al aumentar la superficie. Se puede demostrar que esta definición es equivalente a considerar  $\gamma$  como la *fuerza que ejerce el líquido, por unidad de longitud, perpendicularmente a la fuerza*.



**Figura 12.4:** Diagrama del método de Du Noüy

Imaginemos un montaje como el de la Figura 12.4, el montaje de Du Noüy, en el que se sumerge un anillo de aluminio en un recipiente con agua, y posteriormente se tira de él hacia fuera con una fuerza  $F$ . Para separar el anillo del agua, es necesario aplicar una fuerza adicional  $F'$  justo en el momento en que la lámina de líquido se va a romper. Si el anillo tiene una longitud  $l$ , la fuerza actúa sobre una longitud total  $2l$ , puesto que la película tiene dos superficies (una interna y otra externa al anillo). Así pues, haciendo uso de la definición anterior, la tensión superficial de la película ( $\gamma$ ) vendrá dada por:

$$\gamma = \frac{F'}{2l} \quad (12.1)$$

La tensión superficial va a ser diferente según la sustancia que tengamos. En la tabla que sigue, aparece la tensión superficial de algunas sustancias en contacto con el aire:

Líquido	T (°C)	$\gamma$ (dinas/cm)
Agua	0	75.6
Agua	20	72.8
Agua	60	66.2
Aceite de oliva	20	32.0
Alcohol etílico	20	22.3
Benceno	20	28.9
Disolución de jabón	20	25.0
Glicerina	20	63.1
Mercurio	20	465.0

**Tabla 12.1:** Valores experimentales de la tensión superficial.

### 12.3.1 Dependencia de la tensión superficial con la temperatura

Para casi todos los líquidos, la tensión superficial decrece linealmente con la temperatura siguiendo la ecuación

$$\gamma = \alpha (T_o - T) \quad (12.2)$$

donde  $T_o$  es una temperatura cercana a la temperatura crítica (para el agua, la temperatura crítica es 647.4 K) y  $\alpha$  es una constante de proporcionalidad.

## 12.4 Realización

El sistema que se empleará en esta práctica para medir la tensión superficial es el de Du Noüy (descrito en Sección 12.3), que consiste en medir la fuerza adicional  $F'$  que hay que ejercer sobre un anillo de aluminio justo en el momento en el que la lámina de líquido se va a romper. La tensión superficial del líquido se calcula a partir de la definición (12.1), siendo  $l = 2\pi R$ , el perímetro del anillo, y  $F'$  el valor de la fuerza que mide el dinamómetro una vez descontado el peso del anillo.

$$\gamma = \frac{F'}{2 \cdot 2\pi R} , \quad (12.3)$$

El anillo empleado en esta práctica tiene un diámetro de  $2R = (5.825 \pm 0.005)$  cm.

### 12.4.1 Determinación de la tensión superficial

**A1** **Determinar el peso del anillo.** Medir el peso del anillo sin sumergir. Este será el valor  $F_0$  que deberemos restar a todas las medidas para obtener  $F' = F - F_0$ .

**A2** **Calcular la tensión superficial del agua a distintas temperaturas.** Para calcular  $\gamma$  será necesario seguir los siguientes pasos:

1. Calentar, empleando el hornillo, el agua del recipiente auxiliar (ATENCIÓN: no permitir que el agua entre en ebullición BAJO NINGUNA CIRCUNSTANCIA). Para controlar la temperatura se usará el termómetro.
2. A continuación se vierte cuidadosamente el agua caliente sobre el recipiente de medida hasta una altura suficiente como para sumergir el anillo por completo.
3. Esperar unos segundos a que la temperatura de la sonda se estabilice (deberá encontrarse ligeramente por debajo de la temperatura hasta la que se calentó el agua).
4. Utilizando el elevador, se va haciendo descender lentamente el recipiente, observando simultáneamente la temperatura que marca la sonda así como la medida del dinamómetro.
5. Se anota la fuerza<sup>1</sup>,  $F$ , y la temperatura  $T$  en el instante en el que la lámina se rompe.
6. Volver a sumergir el anillo, empleando el elevador.
7. Vaciar un poco el recipiente de medida y rellenarlo con agua a una temperatura menor (vuelta al paso 1).

Este proceso se repite en intervalos de 5-10 grados centígrados, hasta completar seis medidas. La temperatura inicial no debe superar los 50-60° C (por encima de esta temperatura el recipiente estará demasiado caliente para operar con seguridad).

Calcular para cada temperatura el valor de  $\gamma$  usando la ecuación 12.3. Construir una tabla con los valores de  $T$ ,  $F$ ,  $F'$  y  $\gamma$  con sus errores.

**C1** **Discutir los resultados.** En particular, comparar el resultado obtenido con los valores de la tabla 12.1.

<sup>1</sup>Según la teoría de errores que hemos estudiado, deberíamos repetir el proceso de medida de  $F$  tres veces para cada temperatura, calcular la dispersión y su tanto por ciento. Pero debido a la dificultad de conseguir reproducir exactamente las mismas condiciones de temperatura en las tres medidas, nos quedaremos con una medida nada más para cada valor de la temperatura.

### 12.4.2 Determinación de la constante $\alpha$

Con los valores obtenidos para la tensión superficial a distintas temperaturas, vamos a calcular la constante de proporcionalidad  $\alpha$  de la ecuación 12.2.

**A3** **Representar gráficamente  $\gamma$  (ordenadas, eje y) frente a  $T$  (en abscisas, eje x), con sus barras de error.**

**A4** **Realizar el ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta que mejor ajusta los datos de  $\gamma$  frente a  $T$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior.

**A5** **Calcular el valor de  $\alpha$  y su error.** A partir de la pendiente de la recta ajustada, calcular el valor de la constante  $\alpha$  y su error.

**C2** **Comentar el resultado obtenido.** En particular, comentar si la tensión superficial crece o decrece cuando la temperatura aumenta. Explicadlo brevemente.

**C3** **Poner varios ejemplos de la naturaleza en los que la tensión superficial sea importante.**



## A. Código de colores de una resistencia

Las resistencias están marcadas con un serie de bandas de diferentes colores que permiten identificar su **valor nominal**, así como el margen de incertidumbre de este valor o **tolerancia**. Para interpretar el código se procede de la siguiente manera:

1. Se coloca la resistencia con la **banda dorada o plateada hacia la derecha**.
2. Se asigna, por orden de izquierda a derecha, a cada color el valor numérico correspondiente, según el código de colores siguiente:

Negro	→ 0	Verde	→ 5
Marrón	→ 1	Azul	→ 6
Rojo	→ 2	Violeta	→ 7
Naranja	→ 3	Gris	→ 8
Amarillo	→ 4	Blanco	→ 9

3. La última banda de color antes de la dorada o plateada, representa la potencia de 10 por la que hay que multiplicar el valor asignado a los colores anteriores.
4. El resultado numérico así obtenido, representa el valor nominal de la resistencia expresado en  $\Omega$ .
5. La última banda, dorada o plateada, indica la tolerancia, de acuerdo con el código:

Oro	→ 5%
Plata	→ 10%

Ejemplo. Sea una resistencia cuyas bandas de color son amarillo, violeta, naranja y plata. Su valor nominal será:

$$\left. \begin{array}{l} \text{amarillo-violeta} \rightarrow 47 \\ \text{naranja} \rightarrow 10^3 \\ \text{plata} \rightarrow 10\% \end{array} \right\} \Rightarrow R = 47 \cdot 10^3 \pm 4.7 \cdot 10^3 \Omega = (47 \pm 5) \cdot 10^3 \Omega$$

### Otros códigos

En las resistencias de tamaño más pequeño, que presentan **una banda roja en lugar de dorada o plateada**, el valor nominal se obtiene en la forma:

- |                |   |  |
|----------------|---|--|
| $1^{\text{a}}$ | } | 3 primeros dígitos según código anterior |
| $2^{\text{a}}$ |   |  |
| $3^{\text{a}}$ |   |  |
- $4^{\text{a}}$  Potencia de 10  
 $5^{\text{a}}$  Coeficiente de temperatura  
 $6^{\text{a}}$  Banda roja a la derecha  $\Rightarrow$  2 % de tolerancia

Ejemplo. Sea una resistencia cuyas bandas son amarillo, violeta, negro, rojo, marrón y rojo. Su valor nominal será:

$$\left. \begin{array}{l} \text{amarillo-violeta-negro} \longrightarrow 470 \\ \text{rojo} \quad \quad \quad \longrightarrow 10^2 \\ \text{marrón} \\ \text{rojo} \quad \quad \quad \longrightarrow 2 \% \end{array} \right\} \Rightarrow R = (470 \cdot 10^2 \pm 9.4 \cdot 10^2) \Omega = (47.0 \pm 0.9) \cdot 10^3 \Omega$$



## B. El polímetro

El polímetro es el instrumento de medida fundamental en cualquier experiencia de teoría de circuitos. Permite medir, entre otras cosas, tensiones (voltajes), intensidades y resistencias.

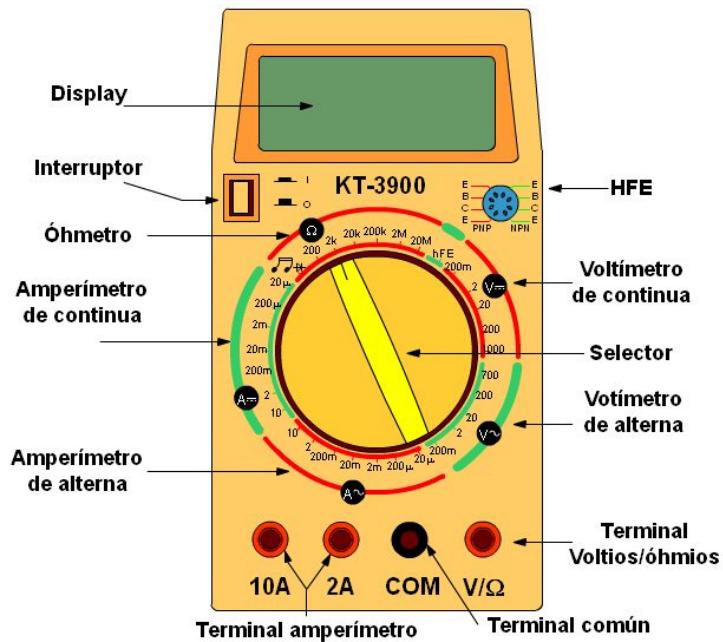


Figura B.1

En la Fig. B.1 se muestra un esquema de un polímetro similar al disponible en nuestro laboratorio. Sus elementos principales son los siguientes:

- Display:** en el que se puede leer, en formato digital, el valor de la medida.
- Selector:** permite alternar entre los distintos modos de operación del polímetro.
- Amperímetro de continua/alterna:** en este modo pueden medirse intensidades para corriente continua o alterna respectivamente.
- Voltímetro de continua/alterna:** permite medir voltajes.
- Óhmetro:** permite medir la resistencia óhmica de elementos electrónicos, como resistores.

### B.1 Medidas de tensión e intensidad con el polímetro

El polímetro dispone de dos cables, habitualmente uno de color negro y otro rojo. En la práctica, el cable negro debe permanecer siempre conectado en la clavija COM (común), mientras



Figura B.2

que el cable rojo debe situarse en la clavija  $V/\Omega$  para medir voltajes o resistencias o en alguna de las clavijas del amperímetro para medir intensidades. El valor numérico de éstas determina el límite de corriente que el polímetro puede soportar sin dañarse, en el ejemplo de la figura 2 A y 10 A respectivamente.

Además, existe otra diferencia a la hora de medir voltajes o intensidades. Para determinar el voltaje (también llamado *caída de tensión* o *diferencia de potencial*) entre dos puntos del circuito, el polímetro debe colocarse **en paralelo** con respecto a dichos puntos. En cambio, para medir la intensidad (o *corriente*) que circula por una rama del circuito, el polímetro debe situarse **en serie** con la misma. En la Fig. B.2 se esquematizan estos procedimientos.

## B.2 Selección de escala

Tanto en el modo de voltímetro del polímetro, como en los del amperímetro u óhmetro, existen distintas escalas de operación. Por ejemplo, para el voltímetro en continua puede medirse en las escalas de 200 mV, 2 V, 20 V, 200 V y 1000 V. Este valor numérico marca el **límite** de voltaje a que puede someterse el polímetro en cada caso para medir. Es por ello que, para medir, se debe proceder como sigue:

1. Seleccionar, en primer lugar, la escala más alta de todas. De este modo se garantiza que el polímetro estará protegido frente a tensiones altas.
2. Ir descendiendo en la escala hasta encontrar la adecuada para el valor medido, que será la **inmediatamente superior** a dicho valor. Por ejemplo, para medir 12 V, la escala apropiada sería la de 20 V, mientras que para medir 1.5 V, la escala adecuada es la de 2 V.
3. Prestar atención a la sensibilidad de la medida, que será siempre la del último decimal<sup>1</sup>. Dicha sensibilidad cambia conforme lo hace la escala de medida. En general, valores más pequeños de tensión se conocerán con una sensibilidad menor.

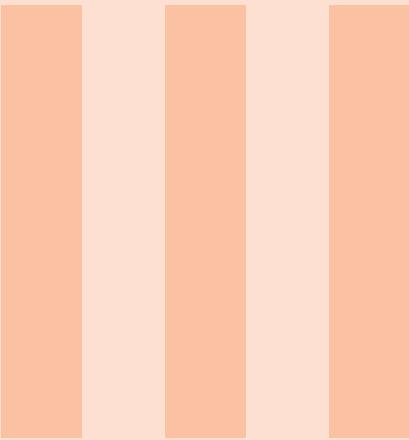
Este proceso es común tanto si se emplea el polímetro para medir voltajes como si se usa para medir intensidades o resistencias. Prestar atención, no obstante, a la escala de medida, ya que pueden usarse múltiplos o submúltiplos de la unidad de medida. Por ejemplo, dado que el amperio es una unidad grande para las aplicaciones usuales, la escala del amperímetro se mueve desde los  $20 \mu\text{A}$  a los 10 A, de modo que en el primer caso las medidas vendrán dadas en  $\mu\text{A}$  mientras que en el segundo lo harán en amperios.

<sup>1</sup>Por ejemplo, si se mide una intensidad de 1.430 mA, el valor correcto sería  $1.430 \pm 0.001$  mA. En cambio, si la medida es 2.26 mA, sería  $(2.26 \pm 0.01)$  mA.

### B.3 Medidas de resistencias: polímetro como óhmetro

1. **Aislar la resistencia** o grupo de resistencias a medir del resto del circuito. De este modo nos aseguramos de que medimos esta resistencia y no el equivalente de la agrupación con el resto del circuito.
2. Colocar el selector de función **2** en la posición  $\Omega$ .
3. Conectar el cable negro de conexión al terminal etiquetado **COM** y el rojo al terminal etiquetado  $V/\Omega$ .
4. Conectar el extremo del cable negro con uno de los extremos de la resistencia y el rojo con la otra.
5. Efectuar la medida a partir del valor indicado en la escala graduada marcada con  $\Omega$ . Escoger el rango que permita la lectura más adecuada de acuerdo con los criterios de la sección anterior.





# Cuadernillos de trabajo

- |    |  |     |
|----|--|-----|
| 1  | El principio de Arquímedes .....                         | 91  |
| 2  | Medidas de Precisión .....                               | 99  |
| 3  | Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner ..... | 109 |
| 4  | Ecuación de los Gases Ideales                            | 119 |
| 5  | Medida del campo magnético terrestre .....               | 127 |
| 6  | Ley de Ohm .....   | 137 |
| 7  | Módulo de Young .....                                    | 151 |
| 8  | Carga y descarga de un condensador .....                 | 163 |
| 9  | Difracción óptica .....                                  | 175 |
| 10 | Dilatación térmica .....                                 | 181 |
| 11 | Péndulo simple y aceleración de la gravedad .....        | 191 |
| 12 | Tensión superficial del agua ...                         | 203 |





## 1. El principio de Arquímedes

### Realización

Objetivo de la práctica:

---

---

---

#### 1.4.1 Realización

A1

**Sensibilidad de los instrumentos y temperatura inicial:** En primer lugar vamos a anotar la sensibilidad de los instrumentos que usaremos en la práctica, y la temperatura inicial del laboratorio  $T_i$ .

- Sensibilidad del termómetro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del dinamómetro = \_\_\_\_\_
- Temperatura inicial en el laboratorio  $T_i$ :

$T_i$ ( ) (medidas)	Cálculos para determinar magnitud y error	$T_i$ ( )
$T_{i,1} =$ $T_{i,2} =$ $T_{i,3} =$ ...	$\bar{T}_i =$ $D =$ $T =$	_____ $\pm$ _____

**A2**

**Determinar los pesos reales y aparentes de varios cuerpos.** Usando el dinamómetro, medir los pesos, reales ( $P$ ) y aparentes ( $P_s$ ), de 5 de los cuerpos que tenéis en el laboratorio. Anotar las medidas en la tabla que sigue, poner las unidades y realizar el análisis necesario para estimar los errores.

Utilizar el espacio a continuación para los cálculos que necesites.

- Cálculo del error de  $P'$  (u otros cálculos o datos):

<b>Objeto</b> (descripción)	$P(\ )$ (medidas)	<b>Cálculos para magn. y error</b>		$P(\ )$	$P_s(\ )$ (medidas)	<b>Cálculos para magn. y error</b>		$P_s(\ )$	$P'(\ )$ ( $P' = P - P_s$ )
	$P_1 =$ $P_2 =$ $P_3 =$ ...	$\bar{P} =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$P_{s,1} =$ $P_{s,2} =$ $P_{s,3} =$ ...	$\bar{P}_s =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$\pm$
	$P_1 =$ $P_2 =$ $P_3 =$ ...	$\bar{P} =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$P_{s,1} =$ $P_{s,2} =$ $P_{s,3} =$ ***	$\bar{P}_s =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$\pm$
	$P_1 =$ $P_2 =$ $P_3 =$ ...	$\bar{P} =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$P_{s,1} =$ $P_{s,2} =$ $P_{s,3} =$ ...	$\bar{P}_s =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$\pm$
	$P_1 =$ $P_2 =$ $P_3 =$ ...	$\bar{P} =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$P_{s,1} =$ $P_{s,2} =$ $P_{s,3} =$ ...	$\bar{P}_s =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$\pm$
	$P_1 =$ $P_2 =$ $P_3 =$ ...	$\bar{P} =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$P_{s,1} =$ $P_{s,2} =$ $P_{s,3} =$ ...	$\bar{P}_s =$ $D =$ $T =$		$\pm$	$\pm$

**A3**

**Calcular la densidad del agua a la temperatura ambiente.** Para calcular la densidad del agua a temperatura ambiente, primero debemos saber la temperatura media durante la práctica. Como ya hemos tomado la inicial, ahora tomamos el valor de la temperatura al terminar las medidas, calculamos la temperatura media durante el periodo de realización de la práctica, y la densidad del agua para dicha temperatura.

$T_f$ ( ) (medidas)	<b>Cálculos para determinar magnitud y error</b>	$T_f$ ( )
$T_{f,1} =$ $T_{f,2} =$ $T_{f,3} =$ ... 	$\bar{T}_f =$ $D =$ $T_f =$	$\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}$

- **Cálculo de la temperatura media  $T$ , a partir de  $T_i$  y  $T_f$ . Calcular también su error.**

- **Resultado.** No olvidar las unidades.

$$T = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \text{ } \underline{\hspace{2cm}}$$

- **Cálculo de  $\rho'$ :** Usar el método de interpolación simple para obtener la densidad del agua a la temperatura media  $T$  del laboratorio a partir de los datos de la Tabla 1.2.

- **Cálculo de la densidad del agua a la temperatura  $T$  y su error:**

- **Resultado.** No olvidar las unidades.

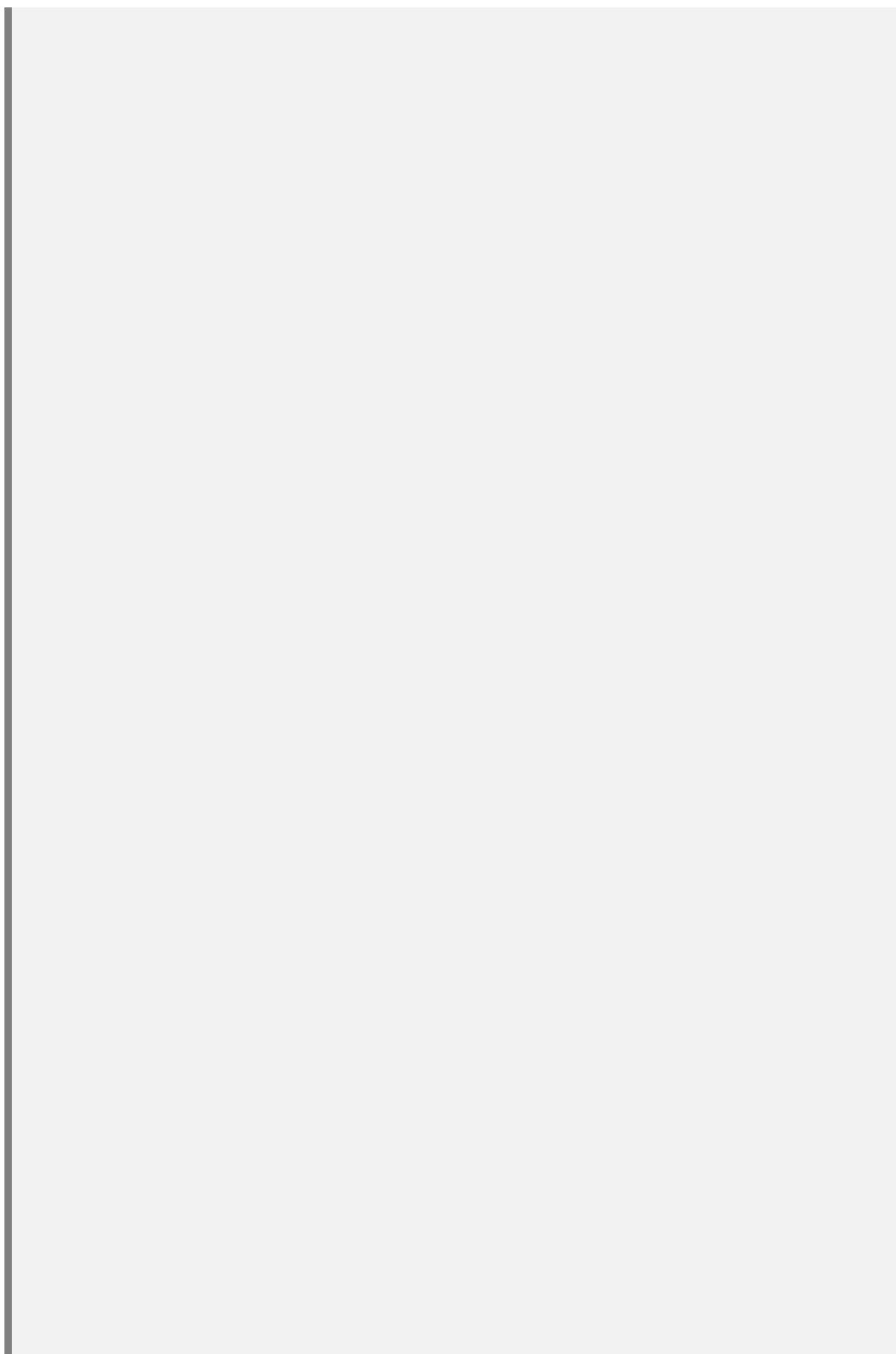
$$\rho' = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \text{ }$$

**A4**

#### Calcular el volumen y la densidad de los cuerpos problema:

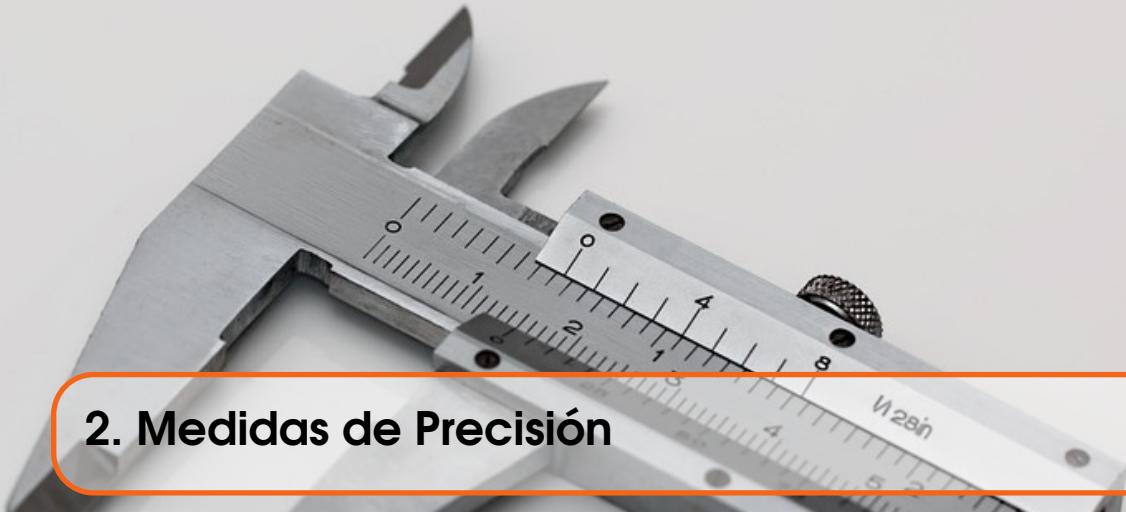
Rellenar la tabla de la página siguiente, y usar este cuadro para realizar los cálculos necesarios. En las columnas señaladas con "calculado" poner los datos aún sin redondear.

- **Cálculo de los errores de  $V$  y de  $\rho$ :**



<b>Objeto</b>	<b>P ( )</b>	<b>P' ( )</b>	<b>V ( )</b> <i>(calculado)</i>	<b>ΔV ( )</b> <i>(calculado)</i>	<b>V ( )</b>	<b>ρ ( )</b> <i>(calculado)</i>	<b>Δρ ( )</b> <i>(calculado)</i>	<b>ρ ( )</b>
	_____ ± _____	_____ ± _____			_____ ± _____			_____ ± _____
	_____ ± _____	_____ ± _____			_____ ± _____			_____ ± _____
	_____ ± _____	_____ ± _____			_____ ± _____			_____ ± _____
	_____ ± _____	_____ ± _____			_____ ± _____			_____ ± _____
	_____ ± _____	_____ ± _____			_____ ± _____			_____ ± _____

## C1 Comentar los resultados.



## 2. Medidas de Precisión

### Realización

Objetivo de la práctica:

**A1** Anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida: calibre y micrómetro.

- Sensibilidad del calibre = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del micrómetro= \_\_\_\_\_

#### 2.3.1 Determinación del error de cero del calibre y del micrómetro

Tal y como se indica en el guión, debe comprobarse si el calibre y el micrómetro que vais a utilizar en la práctica presentan error de cero (O). **Recordar que en el tambor del micrómetro siempre se debe mover mediante el tornillo sensible situado en el extremo del mismo.**

**A2** Determinar el error de cero del calibre y del micrómetro. No olvidar las unidades.

	<b>Medidas (   )</b>	<b>Cálculos para magnitud y error</b>	<b>Magnitud y error (   )</b>
$O_{calibre}$	$O_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $O_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $O_3 = \underline{\hspace{2cm}}$  ...	$\bar{O} =$ $D =$ $T =$	$O_{calibre} = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$
$O_{microm}$	$O_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $O_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $O_3 = \underline{\hspace{2cm}}$  ...	$\bar{O} =$ $D =$ $T =$	$O_{microm} = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$

### 2.3.2 Adquisición de medidas y cálculo de volúmenes y áreas.

Como se explica en el guión, en este apartado vamos a calcular el volumen de una placa metálica rectangular, el volumen interior de un cilindro y el área y el volumen de una moneda de un euro.

#### Volumen de una placa metálica

A3

**Medir los lados de la placa.** Medir el grosor de la placa,  $a$ , usando el micrómetro y los otros dos lados,  $b$  y  $c$ , usando el calibre. El número inicial de medidas para cada uno de los lados de la placa será tres. Tras un correcto análisis de las medidas, determinar si es necesario tomar más, y calcular el error para cada lado ( $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ ). Expresar correctamente cada magnitud con su error y unidad correspondientes.

<b>lado</b>	<b>Medidas</b> ( <u>  </u> )	<b>Cálculos para magnitud y error</b>	<b>Magnitud y error</b> ( <u>  </u> )
<i>a</i> (grosor)	$a_1 =$ _____ $a_2 =$ _____ $a_3 =$ _____ ... ...	$\bar{a} =$ $D =$ $T =$	$a = (\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}) \underline{\hspace{1cm}}$
<i>b</i>	$b_1 =$ _____ $b_2 =$ _____ $b_3 =$ _____ ... ...	$\bar{b} =$ $D =$ $T =$	$b = (\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}) \underline{\hspace{1cm}}$
<i>c</i>	$c_1 =$ _____ $c_2 =$ _____ $c_3 =$ _____ ... ...	$\bar{c} =$ $D =$ $T =$	$c = (\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}) \underline{\hspace{1cm}}$

**C1**

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.

**A4**

**Calcular el volumen de la placa y su error.** Calcular el volumen de la placa ( $V_{placa}$ ) y el error en el cálculo del volumen. Expresarlo correctamente sin olvidar las unidades.

**■ Cálculos:**

$$V_{placa} = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**Volumen interior de un cilindro****A5**

**Medir la altura y el diámetro interior del cilindro.** Para hallar el volumen interior del cilindro, se medirán la longitud total,  $l$ , y el diámetro interior,  $d$ , del mismo usando el calibre. Proceder como en el caso de la placa, tomando tres medidas de  $l$  y de  $d$ . Realizar el análisis de las medidas y tomar más si fuese necesario. Expresar correctamente cada magnitud con su error ( $\Delta l, \Delta d$ ) y unidad correspondientes en la tabla siguiente.

	<b>Medidas</b> ( <u>  </u> )	<b>Cálculos para magnitud y error</b>	<b>Magnitud y error</b> ( <u>  </u> )
<i>l</i> (altura)	$l_1 =$ _____ $l_2 =$ _____ $l_3 =$ _____ ***	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	$l = (\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}) \underline{\hspace{1cm}}$
<i>d</i>	$d_1 =$ _____ $d_2 =$ _____ $d_3 =$ _____ ***	$\bar{d} =$ $D =$ $T =$	$d = (\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}) \underline{\hspace{1cm}}$

**C2**

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.



**A6**

**Calcular el volumen interior del cilindro y su error.** Calcular el volumen del cilindro ( $V_{cilindro}$ ), el error en el cálculo del volumen y expresarlo correctamente. No olvidar las unidades.

- Cálculos:

$$V_{cilindro} = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

### Volumen y área de una moneda

**A7**

**Medir el grosor y el diámetro de la moneda.** Medir el grosor de la moneda,  $g$ , con el micrómetro, y el diámetro,  $d$ , de la misma usando el calibre. Hacer tres medidas de cada uno de ellos, analizarlas y tomar más si fuese necesario. Después expresar correctamente  $g$  y  $d$  con sus errores ( $\Delta g, \Delta d$ ) y unidades correspondientes.

	<b>Medidas</b> ( <u>  </u> )	<b>Cálculos para magnitud y error</b>	<b>Magnitud y error</b> ( <u>  </u> )
<i>g</i> (grosor)	$g_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $g_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $g_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ...	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	$g = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$
<i>d</i>	$d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ $d_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ...	$\bar{d} =$ $D =$ $T =$	$d = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$

**C3**

**Justificar el número de medidas.** Justificar el número de medidas que has tenido que realizar en la actividad anterior.



**A8**

**Calcular el volumen de la moneda y su error.** Calcular el volumen de la moneda ( $V_{moneda}$ ) y su error, y expresarlo correctamente.

■ Cálculos:

$$V_{moneda} = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**A9**

**Calcular el área de la moneda y su error.** Calcular el área  $A_{moneda}$  de la moneda y su error, y expresarlo correctamente. No olvidar las unidades.

■ Cálculos:

$$A_{moneda} = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$$

C4

## Resumen y conclusiones.





### 3. Rotación: Momentos de Inercia y Teorema de Steiner

## Realización

**Objetivo de la práctica:**

#### 3.4.1 Determinación de los momentos de inercia de distintos cuerpos

Tal y como se indica en el guión, deben medirse períodos de vibración de los cuerpos, lo cual nos permitirá determinar sus momentos de inercia.

**A1**

Anotar la sensibilidad en tiempo de la barrera fotoeléctrica.

- Sensibilidad en tiempo de la barrera = \_\_\_\_\_

**A2**

Medir el periodo de vibración para los distintos cuerpos.

Medir el tiempo promedio  $t$  empleado por cada objeto en realizar media oscilación (es el valor que da la célula fotoeléctrica cuando se elige el modo de medición indicado con T/s). Anotar las medidas en la tabla que sigue, poner las unidades y realizar el análisis necesario para estimar los errores.

Utilizar el espacio que sigue a la tabla para el cálculo del error de  $T$  y cualquier otro cálculo o anotación que necesites.

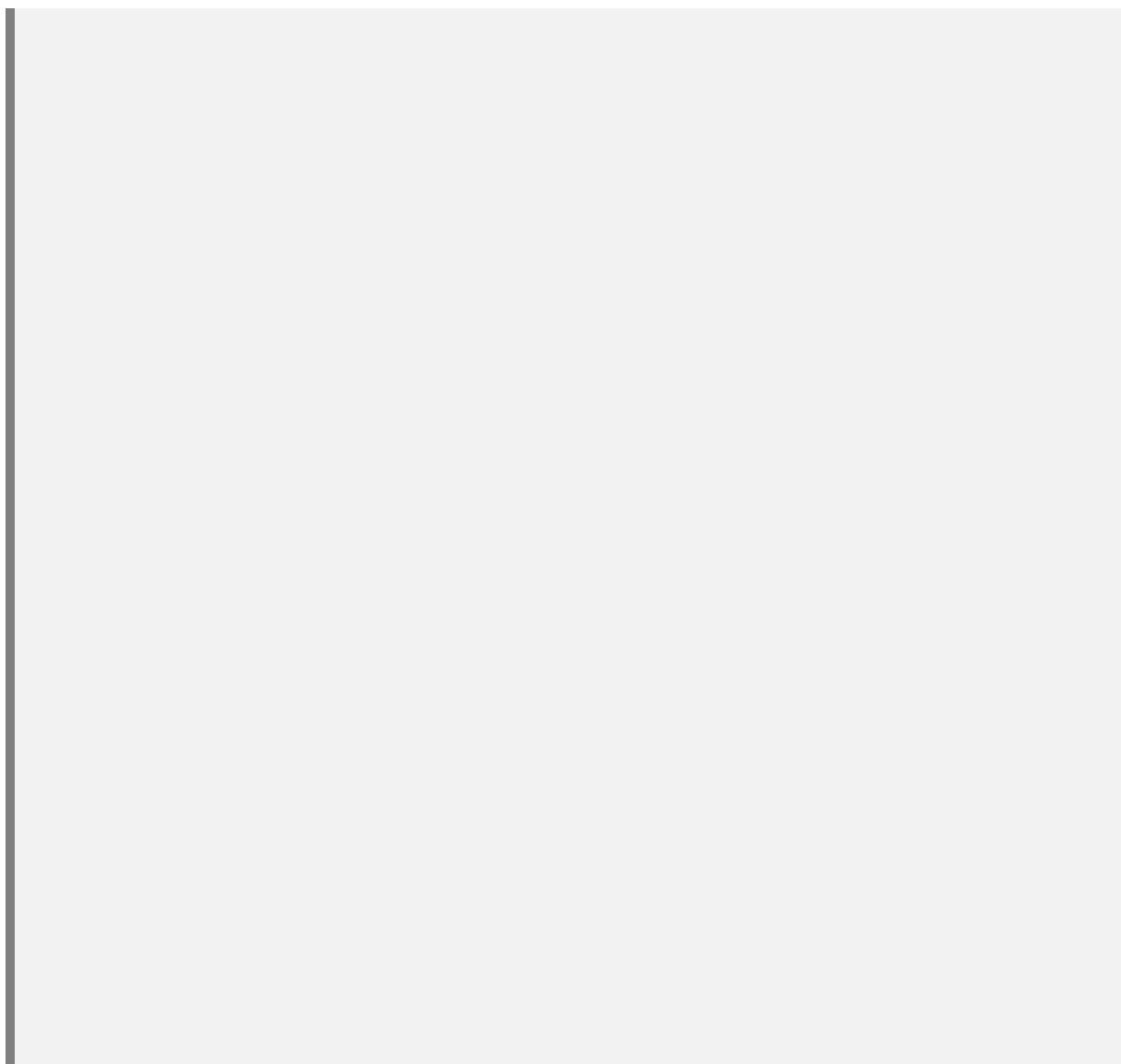
Objeto	$t(\text{ })$ (medidas)	Cálculos para determinar magnitud y error	$t(\text{ })$	$T(\text{ })$ ( $T=2t$ )
Esfera	$t_1 =$ $t_2 =$ $t_3 =$ ...	$\bar{t} =$  $D =$  $T =$	_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
Cilindro hueco			_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
Cilindro macizo			_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
Disco			_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____

- Cálculo del error del periodo  $T$  (u otros cálculos o datos):

**A3**

**Calcular los momentos de inercia para los distintos cuerpos.** Utilizar la ecuación 3.6 para calcular los momentos de inercia de cada cuerpo, sabiendo que la constante recuperadora del muelle es  $D = 0.02483 \text{ N m rad}^{-1}$ . Usar el espacio que sigue para los cálculos necesarios y anotar los resultados en la tabla.

- Cálculo de  $I$  y su error.



Objeto	T ( )	I ( )
Esfera	_____ ± _____	_____ ± _____
Cilindro hueco	_____ ± _____	_____ ± _____
Cilindro macizo	_____ ± _____	_____ ± _____
Disco	_____ ± _____	_____ ± _____

**C1**

Comentar los resultados obtenidos.

### 3.4.2 Comprobación del Teorema de Steiner

**A4**

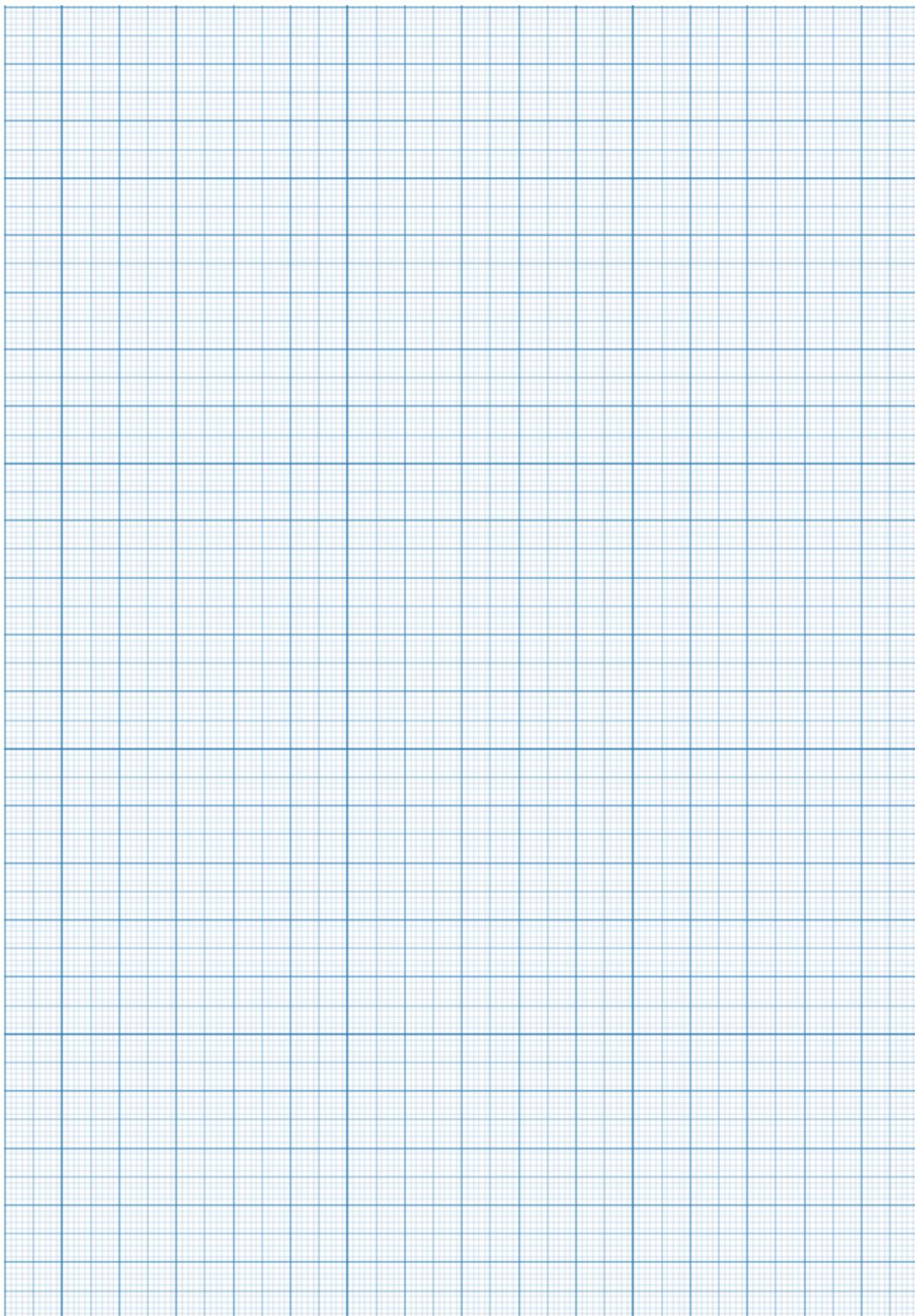
**Medir el periodo de vibración del disco** cuando éste gira en torno a ejes paralelos al que pasa por su centro de masas, pero situados a distintas distancias  $r$  de éste. Anotar las medidas de  $t$  y  $r$  en la tabla que sigue, junto con el valor calculado para el periodo  $T$ , y utiliza el recuadro que sigue para los cálculos necesarios.

- **Cálculo del error del periodo  $T$ , de  $T^2$  y de  $r^2$  (u otros cálculos o datos):**

$r(\text{ })$	$t(\text{ })$ (medidas)	Cálculos para determinar magnitud y error	$t(\text{ })$	$T(\text{ })$ ( $T=2t$ )	$T^2(\text{ })$	$r^2(\text{ })$
$\pm$	$t1 =$ $t2 =$ $t3 =$ $\dots$	$\bar{t} =$ $D =$ $T =$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
$\pm$			$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
$\pm$			$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
$\pm$			$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$

**A5**

**Representación gráfica:**  $T^2$  frente a  $r^2$ . No olvidar que hay que representar también el error.



**A6**

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos de  $T^2$  y  $r^2$ . Calcular los parámetros de ajuste y, a continuación, pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior.

$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - ax - b)^2$
<b>Suma:</b>						

**■ Cálculos:**

■ **Resultados del ajuste:** No olvidar las unidades.

- $a = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $b = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $r = \quad$

■ **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.

**A7**

**Calcular  $I$  a partir de la ecuación de la recta y su error.** Comparalo con el obtenido en la Actividad 3.

■ **Cálculos:**

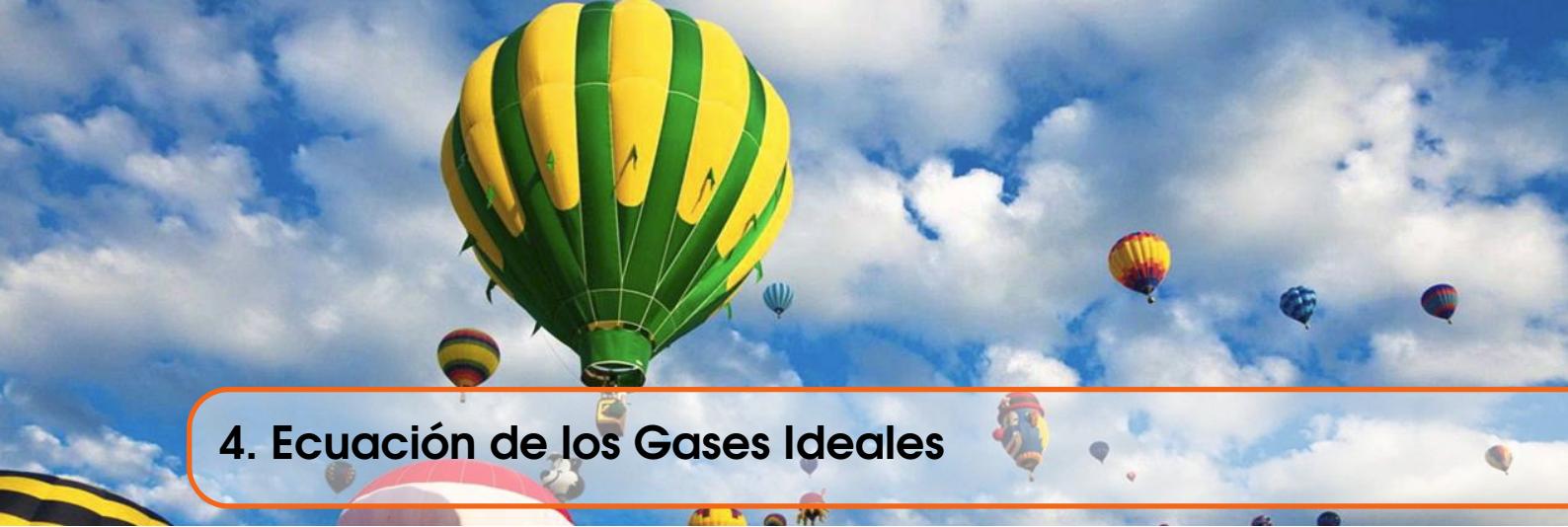
$$I = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C3**

¿Se verifica el teorema de Steiner? Explicar.

**C4**

¿Cuál es la masa del disco?



## 4. Ecuación de los Gases Ideales

### Realización

**Objetivo de la práctica:**

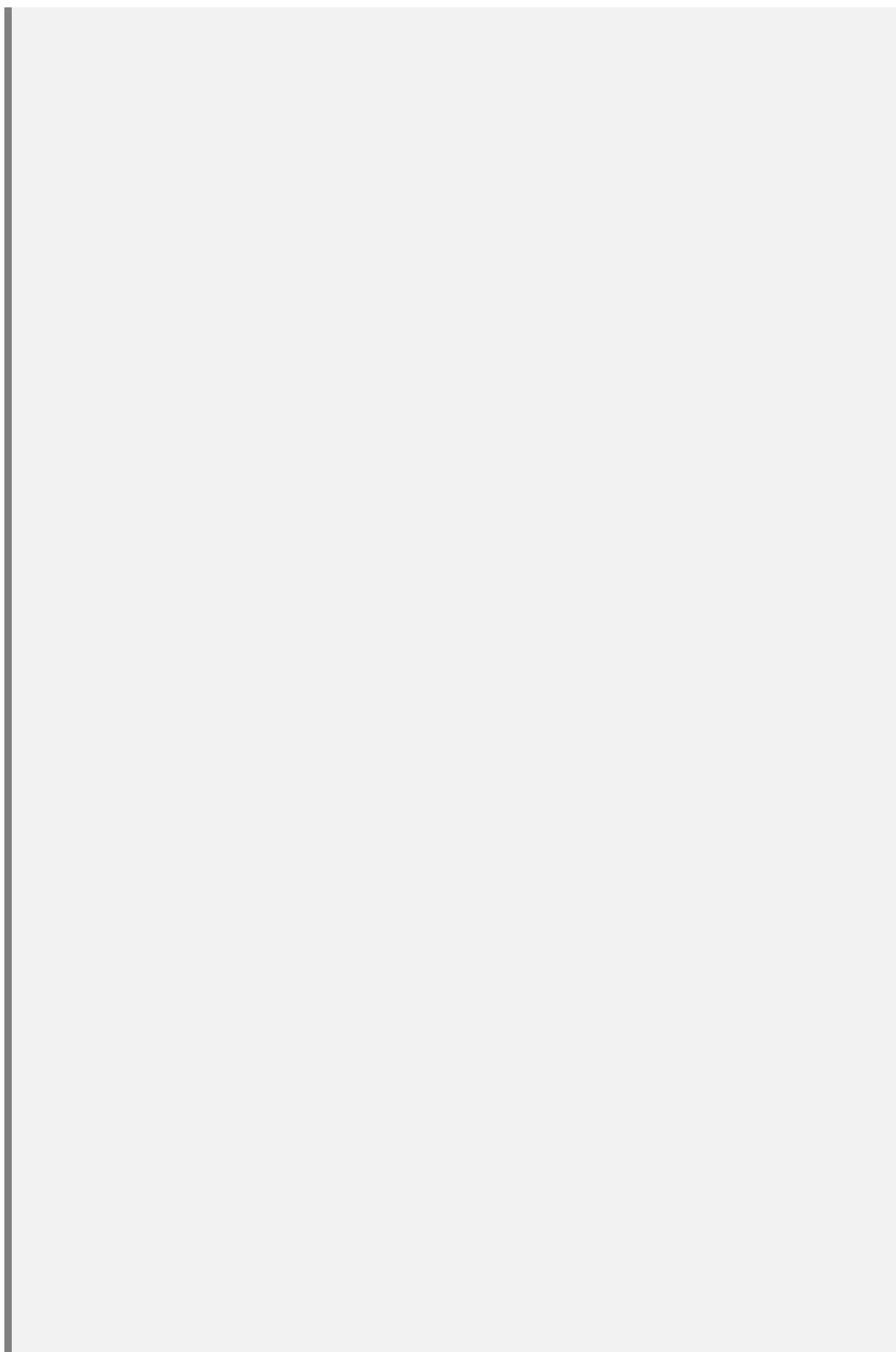
#### 4.4.1 Dependencia de la presión con el volumen a temperatura constante: Ley de Boyle

Tal y como se indica en el guión, deben adquirirse los datos experimentales que nos permitan analizar la dependencia de la presión  $P$  con el volumen  $V$  a temperatura  $T$  constante.

A1

**Completar la tabla de la página siguiente.** Utiliza el espacio que sigue para los cálculos necesarios para la determinación de errores.

- Cálculo de errores:



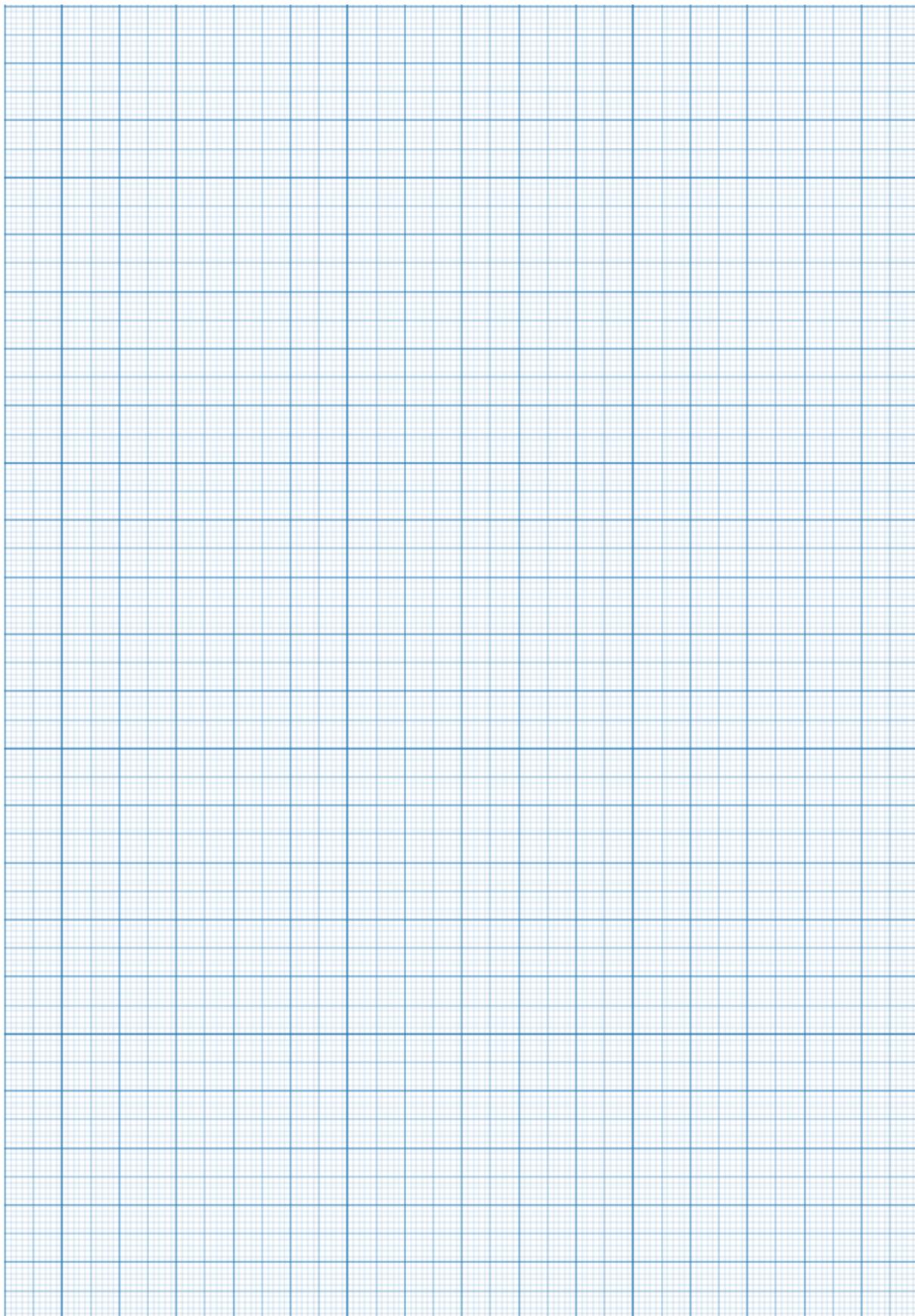
Temperatura =  $(302 \pm 1)$  (K)

$l$ (mm)	Cálculos para magnitud y error	$l$ (mm)	$V$ (mm <sup>3</sup> )	$1/V$ (mm <sup>-3</sup> )	$\Delta h$ (mm)	Cálculos para magnitud y error	$\Delta h$ (mm)	$P$ (atm)	$n$
84 ± 1 85 ± 1 85 ± 1	$\bar{l} = 84.67$ $D = 1 \text{ mm}$ $D = S$	$85 \pm 1$	_____ ± _____	_____ ± _____	$495 \pm 1$ $494 \pm 1$ $494 \pm 1$	$\bar{\Delta h} = 494.33$ $D = 1 \text{ mm}$ $D = S$	$494 \pm 1$	_____ ± _____	_____ ± _____
102 ± 1 101 ± 1 100 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$326 \pm 1$ $325 \pm 1$ $326 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
130 ± 1 130 ± 1 130 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$100 \pm 1$ $100 \pm 1$ $100 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
150 ± 1 150 ± 1 150 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$0 \pm 1$ $0 \pm 1$ $0 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
240 ± 1 240 ± 1 240 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$-259 \pm 1$ $-259 \pm 1$ $-259 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
270 ± 1 270 ± 1 270 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$-307 \pm 1$ $-307 \pm 1$ $-307 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
290 ± 1 290 ± 1 290 ± 1	$\bar{l} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	$-333 \pm 1$ $-333 \pm 1$ $-333 \pm 1$	$\bar{\Delta h} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____

**C1**

**Reflexiona y comenta.** Observando los números calculados en la columna 10: ¿cambia el número de moles calculado para cada medida? Dado que ni entra ni sale aire del depósito, ¿cómo explicas este resultado?

**A2** Representación gráfica:  $P$  (en atm) en eje Y, frente a  $1/V$  (con  $V$  en  $\text{mm}^{-3}$ ) en eje X. (Valores y barras de error).



**A3** Realizar el ajuste lineal por mínimos cuadrados de los datos representados.

Calcular la ecuación de la recta ( $y = a \cdot x \iff P = a \cdot \frac{1}{V}$ ) que mejor ajusta los datos representados<sup>1</sup> ( $P$  frente a  $1/V$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

#### ■ Cálculos:

---

<sup>1</sup>Notar que estamos considerando que la ordenada en el origen es cero ( $b = 0$ ).

■ **Resultados del ajuste:** (No olvidar las unidades)

- $a = nRT = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$
- $r = \underline{\hspace{2cm}}$

■ **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.

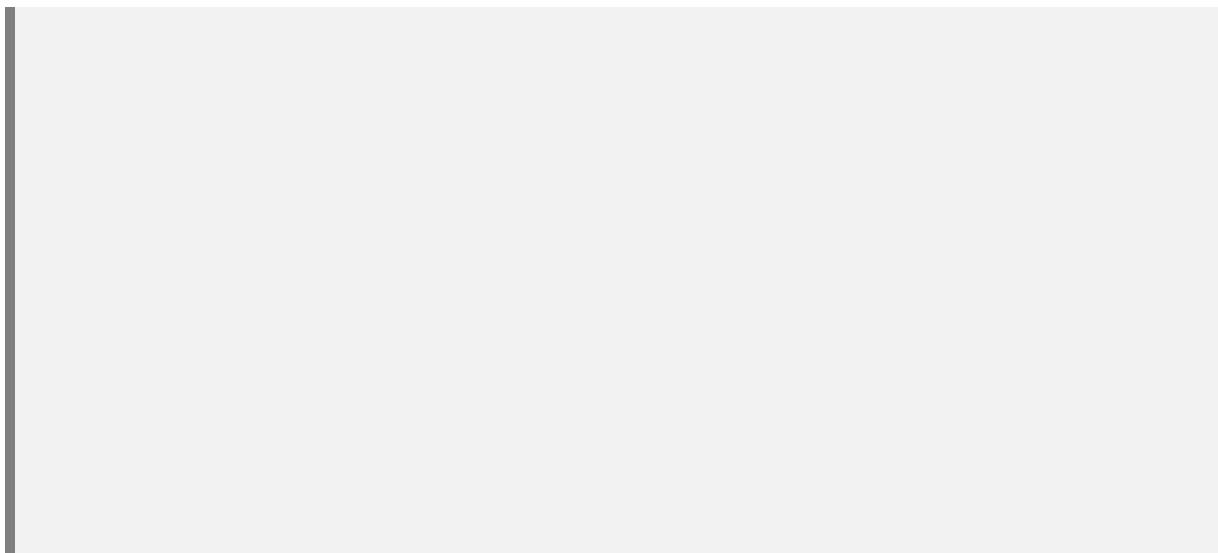
**A4**

**Calcular el valor de  $n$  y su error  $\Delta n$ .** Usar para ello el valor de la pendiente de la recta ajustada. Calcular también su error correspondiente aplicando derivadas parciales y teniendo en cuenta el error en la pendiente ( $\Delta a$ ) y en la temperatura ( $\Delta T$ ). Comprobar que el error de  $n$  viene dado por la expresión:

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{RT}\right)^2 + \left(\frac{a \cdot \Delta T}{RT^2}\right)^2} \quad (4.1)$$

Donde  $a$  es la pendiente de la recta,  $\Delta a$  es su correspondiente error,  $T$  la temperatura y  $\Delta T$  su error (1 K).

■ **Cálculos:**



$$n = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C2**

**Reflexiona y comenta.** ¿Es compatible el valor de  $n \pm \Delta n$  obtenido a partir del ajuste por mínimos cuadrados con los 7 valores de  $n$  obtenidos de manera individual en la columna 10 de la tabla de la Actividad 1? Razona la respuesta.





## 5. Medida del campo magnético terrestre

### Realización

Objetivo de la práctica:

#### 5.4.1 Campo magnético de las bobinas de Helmholtz en el punto central.

Tal y como se indica en el guión, vamos a calcular la relación entre campo magnético generado en el centro de las bobinas Helmholtz y la intensidad de corriente que circula por dichas bobinas ( $I_H$ ). En primer lugar, **preparar el dispositivo experimental** como se indica en la sección 5.4.1 del guión. Después realizar las siguientes actividades.

A1

Colocar la sonda para medir en  $z = 0$ , ajustar el punto cero del teslametro y anotar la sensibilidad de los instrumentos.

- Sensibilidad del teslametro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del polímetro (modo amperímetro) = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad de la brújula = \_\_\_\_\_

- Comentarios (sobre la preparación del dispositivo y/o la puesta a cero de teslametro):

**A2****Medir el campo magnético central en función de la intensidad de corriente.**

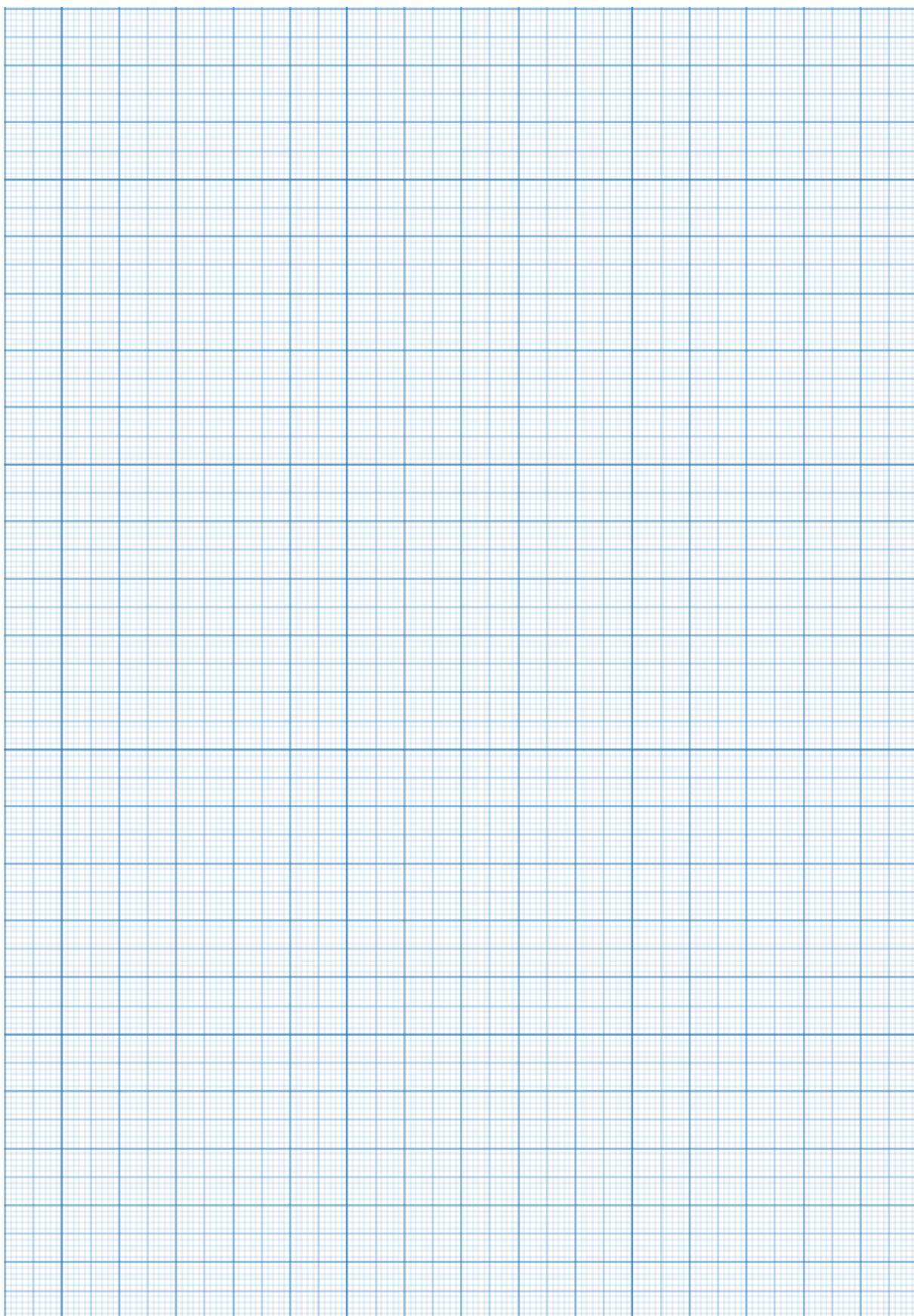
Medir con el teslametro y la sonda Hall el campo magnético generado en el punto central del eje de par de bobinas  $B_H$  para distintos valores de la intensidad que circula por las bobinas.  $I_H$ . Anotar las medidas en la tabla que sigue, poner las unidades y realizar el análisis necesario para estimar los errores.

$I_H$ ( )	$B_H$ ( )
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____
_____ $\pm$ _____	_____ $\pm$ _____

## ■ Cálculos o comentarios:

**A3**

**Representar gráficamente  $B_H$  en función de  $I_H$**  No olvidar que hay que representar también el error.



A4

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $B_H$  frente a  $I_H$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

#### ■ Cálculos:

#### ■ **Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

$$\bullet \quad a = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bullet \ b = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \text{ } \underline{\hspace{2cm}}$$

•  $r \equiv$

El valor de  $K$  es por tanto:

$$K = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

- **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.



#### 5.4.2 Medida de la componente horizontal del campo magnético terrestre, $(\vec{B}_T)_h$ .

- A5** **Determinar el ángulo de máxima deflexión ( $\phi$ )** Una vez colocada la brújula en el centro de las bobinas, y orientada de modo que la dirección N-S (la que indica la aguja cuando no circula corriente por las bobinas) coincida con la dirección  $0-0^\circ$  en la escala graduada, tal y como se indica en el guión, medir el ángulo entre la dirección N-S y la que indica la aguja cuando se encuentra en la máxima deflexión (i.e. tras aumenta mucho la intensidad que circula por las bobinas mediante control del reóstato).

$$\phi = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

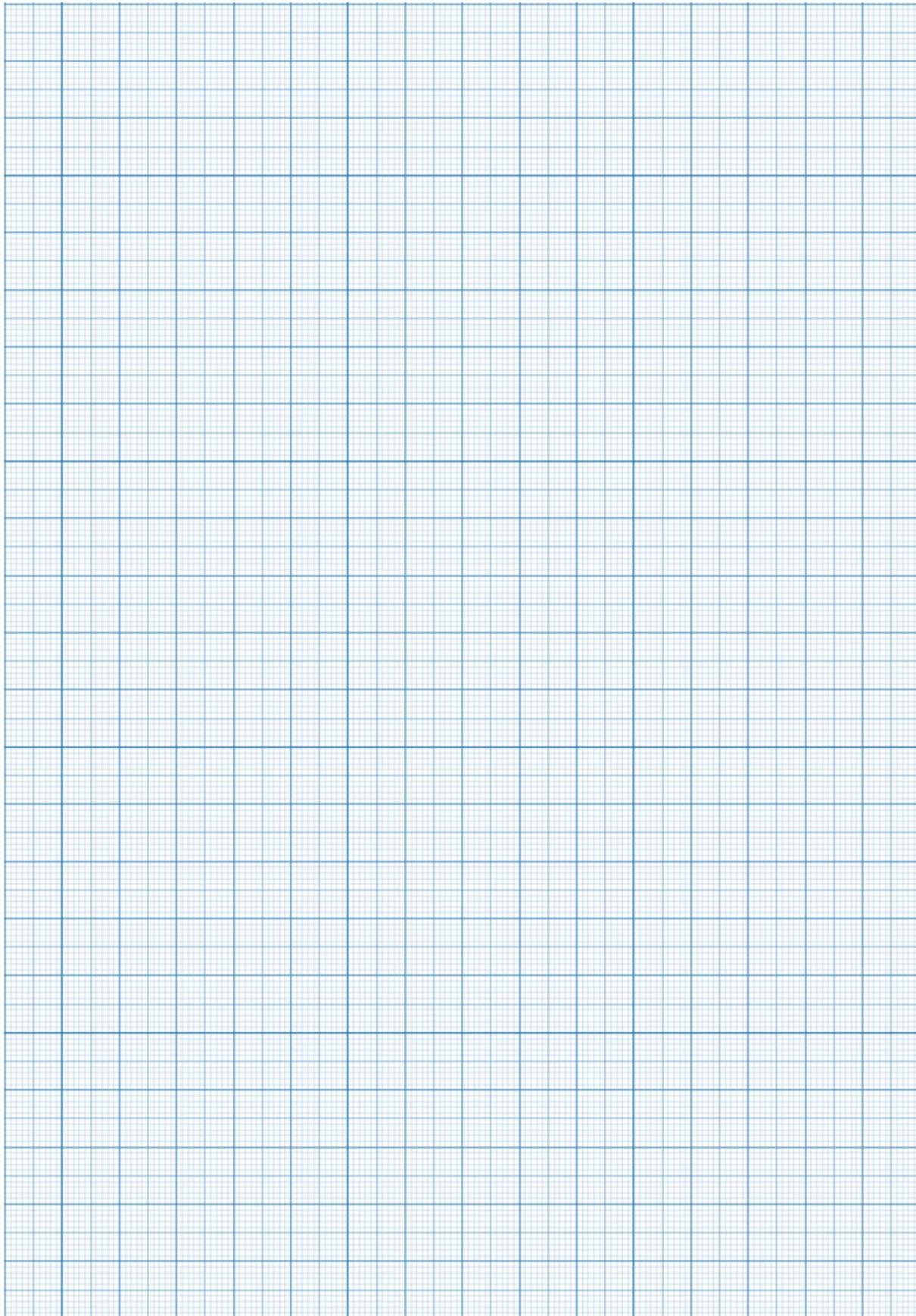
- A6** **Medir el ángulo de deflexión ( $\alpha$ ) para distintos valores de la intensidad de corriente ( $I_H$ )**. Anotar las medidas en la tabla que sigue, poner las unidades y realizar el análisis necesario para estimar los errores. Utilizar el espacio que sigue a la tabla para el cálculo del error de  $(B_H)_z$  y de  $\sin(\phi - \alpha)/\sin \alpha$  o cualquier otro cálculo o anotación que necesites.

$I_H$ ( <u>)</u>	$\alpha$ (grados)	$\alpha$ (rad)	$(B_H)_z$ ( <u>)</u>	$\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____

■ Cálculo del errores u otros cálculos:

**A7**

**Representar gráficamente**  $(B_H)_z$  (**eje y**) frente a  $\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$  (**eje x**). No olvidar que hay que representar también el error.



A8

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $(B_H)_z$  frente a  $\sin \alpha / \sin(\phi - \alpha)$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

#### ■ Cálculos:

#### ■ **Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

$$\bullet \quad a = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bullet \ b = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

•  $r \equiv$

El valor de  $(B_H)_T$  es por tanto:

$$(B_H)_T = ( \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} )$$

**C1**

**Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.

#### 5.4.3 Medida de las componentes vertical y total del campo magnético terrestre.

**A9**

**Medida del ángulo de inclinación ( $\theta$ ).** Medir en ángulo de inclinación del campo magnético en Granada ( $\theta$ ), girando la brújula  $90^\circ$  con a la dirección N-S (ver guión).

- **Medidas y cálculo de errores:**

$$\theta = ( \underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}} ) \text{ } \underline{\hspace{2cm}}$$

**A10 Cálculo de las componentes vertical y total** Usando la Ec. 5.4, calcular el valor del módulo de la componente vertical ( $(B_T)_v$ ) y total ( $\vec{B}_T$ ) del campo magnético terrestre y el campo total en Granada con sus respectivos errores.

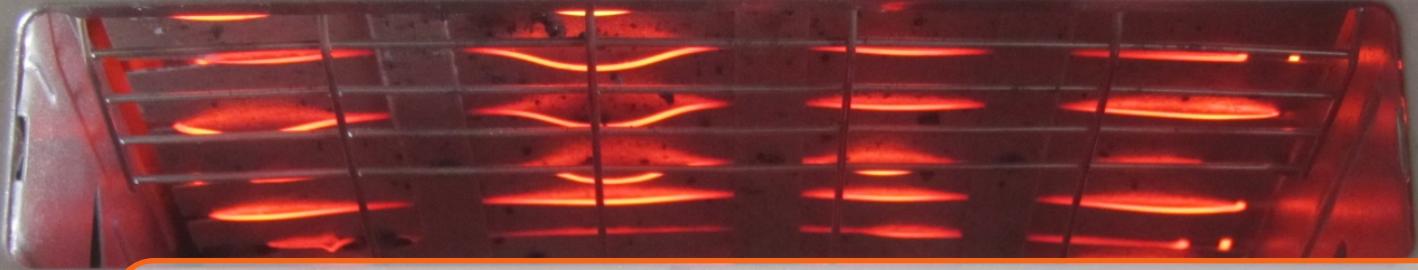
■ Cálculos:

$$(B_T)_v = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$B_T = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C2**

**Comentarios.** Comparar los resultados obtenidos con el valor del campo magnético en Granada. Comentar las causas de posibles diferencias.



## 6. Ley de Ohm

# Realización

Objetivo de la práctica:

### 6.4.1 Comparar el valor nominal y experimental de cuatro resistencias.

**A1** Determinar el valor nominal de las resistencias. Usar el código de colores (Apéndice A) para llenar la parte izquierda de la tabla que sigue. La primera línea es un ejemplo.

**A2** Determinar el valor de las resistencias usando el polímetro. Medir con el polímetro el valor de las cuatro resistencias usadas en la actividad anterior y anotar sus valores en la parte derecha de la tabla. Tener en cuenta el error en cada medida y las unidades.

Código de colores				Polímetro
Nominal (Ω)	Tolerancia (%)	Tolerancia (Ω)	R (Ω)	R (Ω)
5600	5	280	$5600 \pm 300$	$5570 \pm 10$
			_____ ± _____	_____ ± _____
			_____ ± _____	_____ ± _____
			_____ ± _____	_____ ± _____
			_____ ± _____	_____ ± _____

**C1**

**Reflexiona y comenta.** Comparar los valores nominales obtenidos y los medidos con el polímetro para las cuatro resistencias (dos últimas columnas de la tabla anterior). ¿Son los valores compatibles?

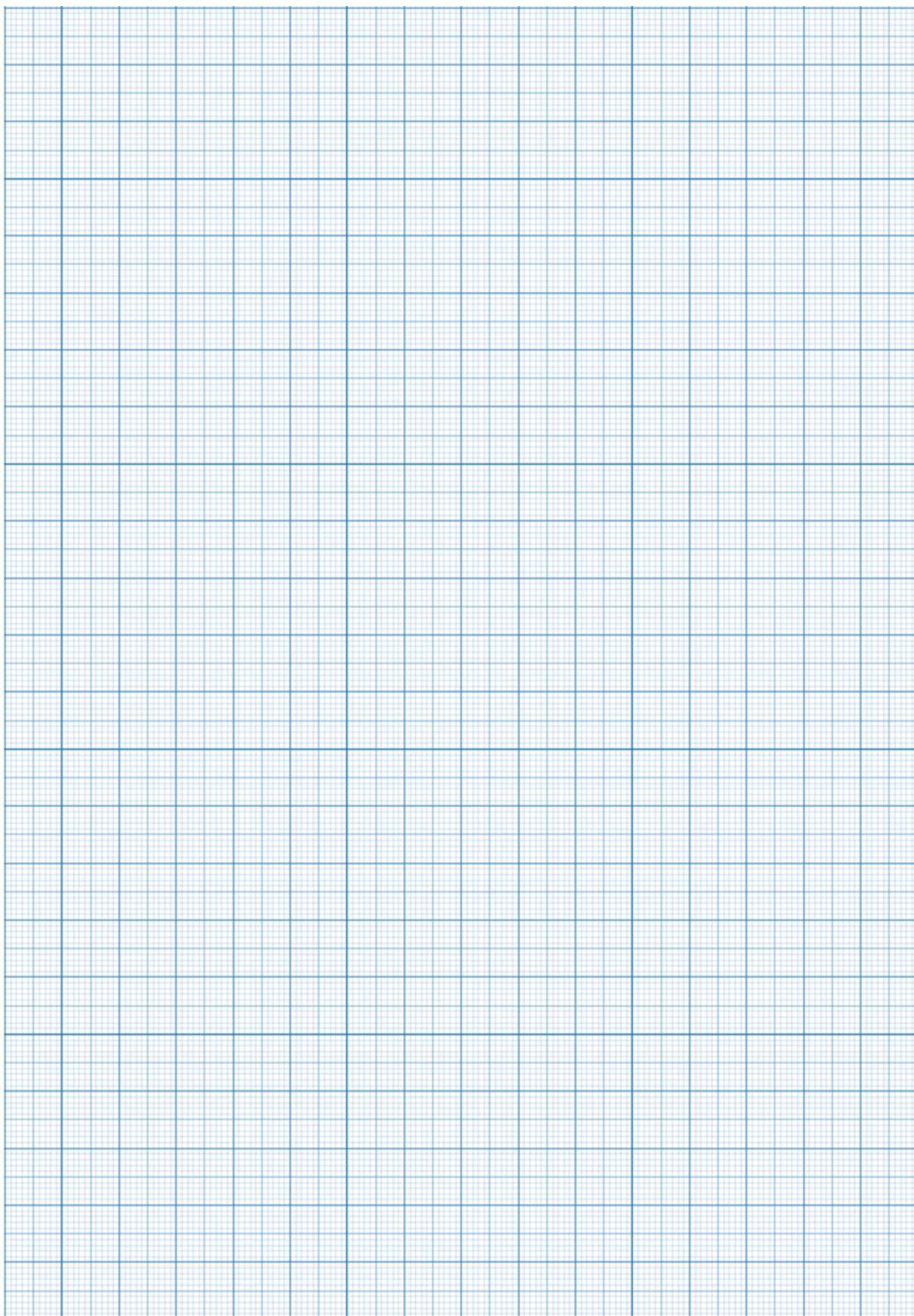
#### **6.4.2 Dependencia de la intensidad con la tensión a resistencia constante**

**A3 Montaje del circuito y toma de datos.** Montar el circuito sobre la placa reticular, utilizando la resistencia  $R_1 = 220 \Omega$ . Tomar los valores de  $I$  variando  $V$  entre 0 V y 10 V, con incrementos de 1 V, y completar la siguiente tabla.

**A4**

Representar gráficamente la intensidad  $I$  (eje Y) frente al voltaje  $V$  (eje X).

No olvidar las barras de error.



C2

○ **¿Cómo es la relación entre ambas magnitudes?** Discutir el tipo de relación entre ambas magnitudes a partir de la gráfica.

A5

**Realizar el ajuste lineal a los datos representados.** Realizar un ajuste de las medidas por el método de mínimos cuadrados. Tener en cuenta que en este caso la ordenada en el origen es cero. Por tanto, primero escribir la expresión de la pendiente y su error para este caso particular (con  $b = 0$ ). Posteriormente llenar la tabla correspondiente y obtener la pendiente, su error y el coeficiente de correlación. Pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

- #### ■ Expresión de la pendiente en este caso:

**■ Cálculos:****■ Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

$$\bullet \quad a = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$$

$$\bullet \quad r = \quad \quad \quad$$

**■ Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación. ¿Se trata de un buen ajuste?

**A6**

**Cálculo de la resistencia y su error.** Usar para ello el valor de la pendiente de la recta ajustada.

■ Cálculos:

•  $R_1 = ( \quad \pm \quad ) \quad \Omega$

**A7** Repetir las actividades A3 hasta A6 con la resistencia  $R_2 = 470 \Omega$ . Usar para ello las tablas y espacios que siguen. La representación gráfica de los valores de intensidad en función de los valores de tensión pueden realizarse en la gráfica de la resistencia de  $220 \Omega$ , usando un símbolo o color distinto.

- Ajuste lineal de los datos representados por el método de los mínimos cuadrados.

### ■ Cálculos:

**■ Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

$$\bullet \quad a = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$$

$$\bullet \quad r = \quad \quad \quad$$

**■ Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación. ¿Se trata de un buen ajuste?**■ Calcular el valor de la resistencia  $R_2$  y su respectivo error.****■ Cálculos:**

$$\bullet \quad R_2 = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$$

C3

|| **Discusión.** Comparar los valores obtenidos con el polímetro y a partir de la ley de Ohm para estas dos resistencias, con sus valores nominales, considerando los errores. ¿Es realmente lineal la relación entre  $V$  e  $I$ ?

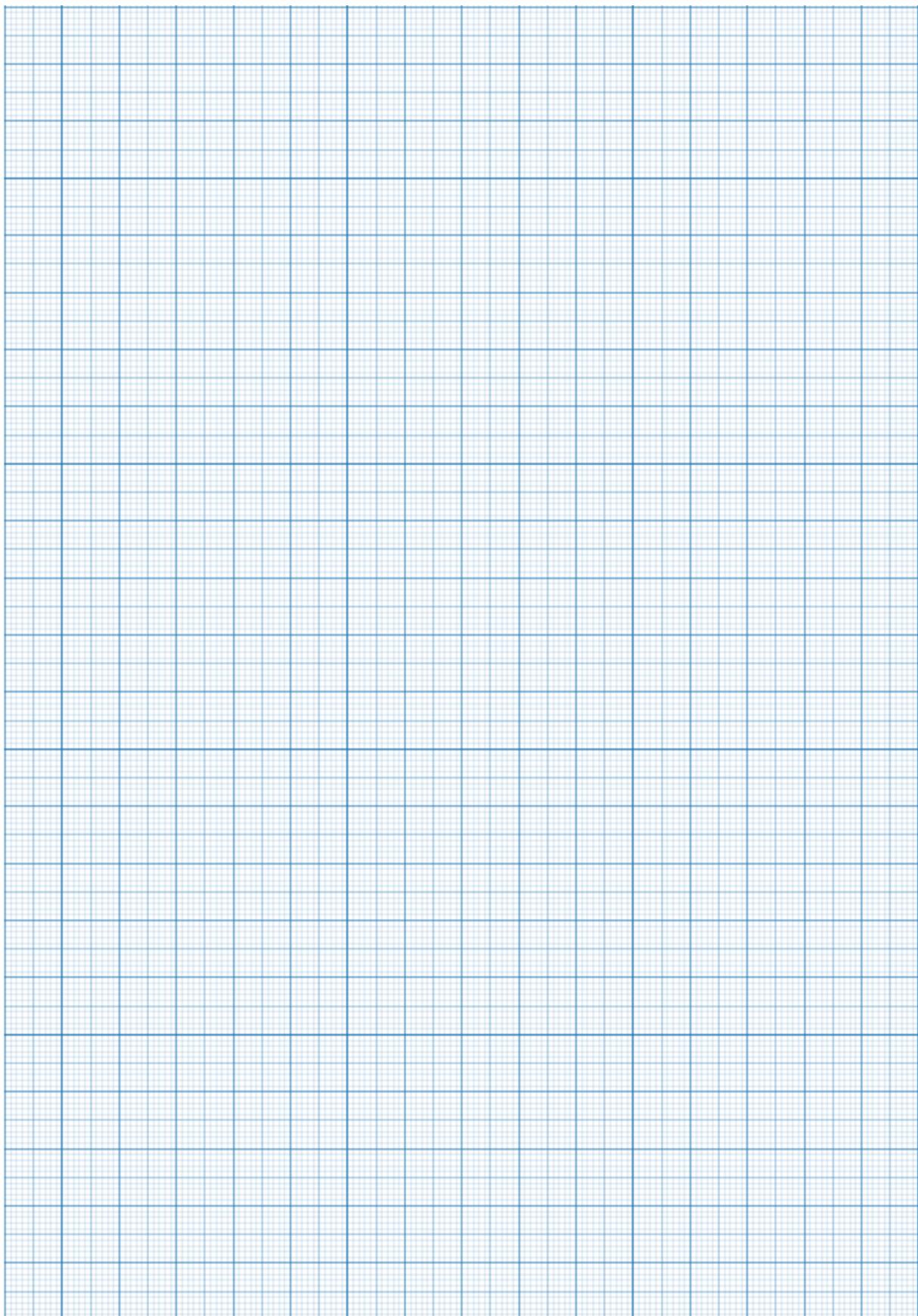
#### 6.4.3 Dependencia de la intensidad con la resistencia a tensión constante

A8

**Montaje del circuito y toma de datos.** Montar el circuito sobre la placa reticular. Fijar la fuente de tensión 10 V y anotar en la tabla que sigue la intensidad que circula por el circuito para distintos valores de resistencias (220  $\Omega$ , 470  $\Omega$ , 2.2 k $\Omega$ , 3.3 k $\Omega$ , 10 k $\Omega$ , 47 k $\Omega$  y 100 k $\Omega$ ).

**A9**

Representar gráficamente la intensidad,  $I$  en mA (eje Y) frente a la resistencia,  $R$  en  $\Omega$  (en eje X). No olvidar las barras de error.



- C4** **Discusión.** Comentar la gráfica obtenida. ¿Cómo es la relación entre  $I$  y  $R$ ? ¿Esperabas dicha dependencia?





## 7. Módulo de Young

### Realización

**Objetivo de la práctica:**


**A1**

**Medir  $L$ ,  $w$  y  $h$ , para dos varillas metálicas y anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida.** Medir la distancia  $L$  entre los apoyos de la varilla cuando se coloca en el dispositivo experimental. Medir también para la sección: base  $w$  y altura  $h$  para las dos varillas. *Recordar que deben tomarse tres medidas de cada parámetro y realizar el correspondiente análisis para el cálculo de errores.*

- Sensibilidad del extensómetro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del metro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del calibre = \_\_\_\_\_

**Varilla 1 - Material:** \_\_\_\_\_ **Varilla 2 - Material:** \_\_\_\_\_

$$L = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$L = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$w = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$w = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$h = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

$$h = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

- **Cálculos.** Usa el espacio que sigue para anotar medidas individuales y realizar el análisis correspondiente para determinar los errores.

**A2**

**Medida de las deformación al colocar pesas (Varilla 1).** Anotar la lectura inicial  $r_0$  del extensómetro con el soporte de las pesas colocado, pero sin añadir peso. Ir añadiendo pesas e ir anotando la lectura del extensómetro  $r$  para cada caso, así como el valor de peso  $P$  y la fuerza total  $F$ . Recordar que cada pesa tiene una masa  $m$  de 50 gramos y tomar como valor local de  $g$ ,  $g = 9.796 \text{ m s}^{-2}$ . La constante  $k = 0.01 \text{ N mm}^{-1}$ .

- $r_0 = ( \quad \pm \quad ) \quad$

**Varilla 1 - (                  )**

$$( \underline{\hspace{1cm}} )$$

$$s = r_{\odot} - r$$

$$( \underline{\hspace{1cm}} )$$

$$P = mg$$

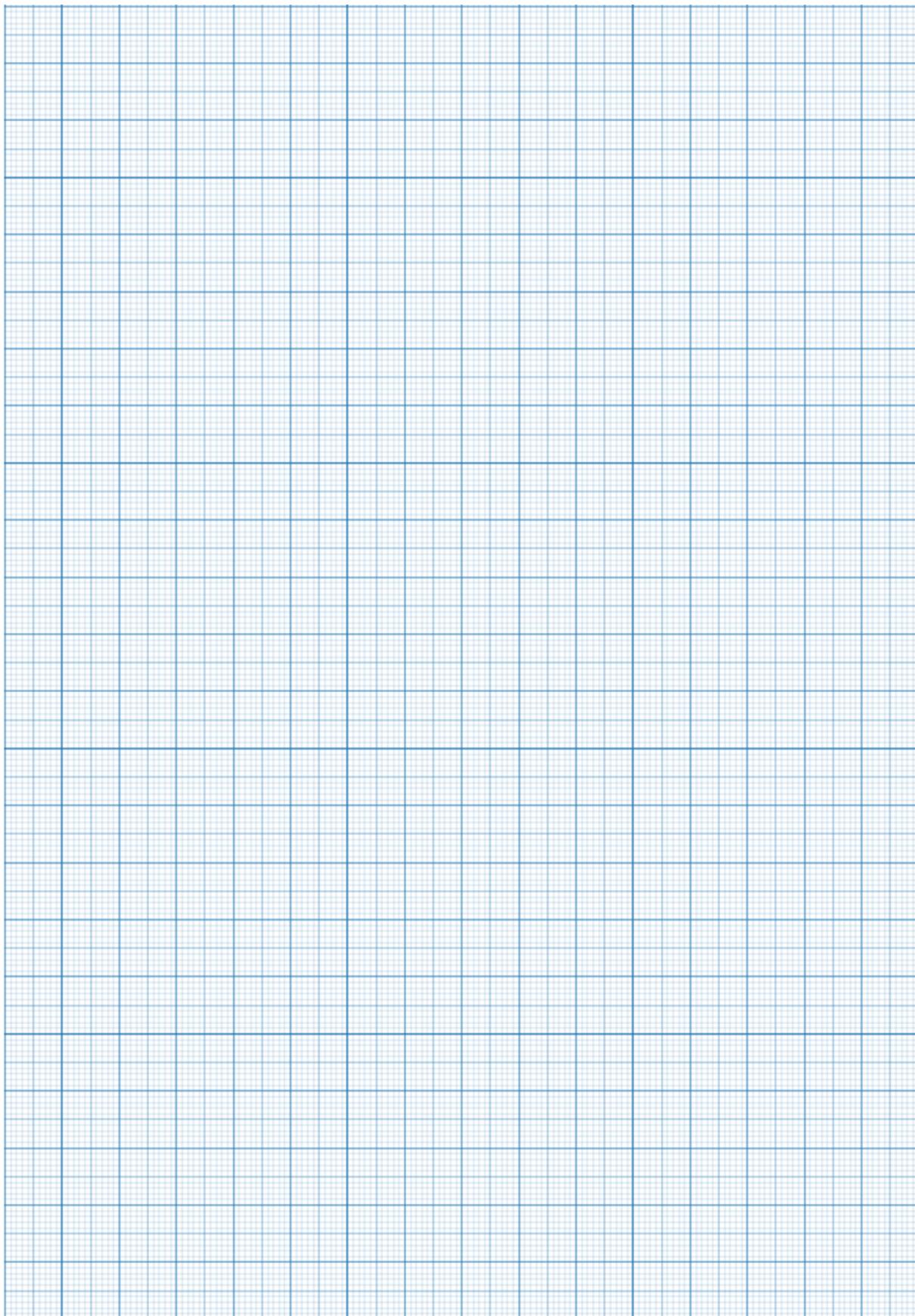
$$F = P + kr$$

$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				
$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				
$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				
$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				
$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				
$\underline{\hspace{1cm}} \pm \underline{\hspace{1cm}}$				

- Cálculos para el error de  $s$ ,  $P$  y  $F$ :

**A3**

Representar gráficamente  $s$  (en ordenadas, eje y) frente a  $F$  (en abscisas, eje x) para la Varilla 1. No olvidar que hay que representar también el error.



A4

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados (s frente a  $F$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

#### ■ Cálculos:

**■ Resultados del ajuste:** (No olvidar las unidades)

- $a = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $b = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $r = \quad$

**A5****Calcular  $E$  a partir de la ecuación de la recta y su error correspondiente.**

Notar que la pendiente  $a$  debe ser  $a = \frac{1}{4wE} (\frac{L}{h})^3$ , de donde podemos obtener  $E = \frac{(L/h)^3}{4wa}$ .

**■ Cálculos:**

$$E = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

(Material: \_\_\_\_\_)

**A6**

**Repetir las actividades A2, A3, A4 y A5 para la Varilla 2.** Medir la deformación que sufre la varilla 2 al ir añadiendo pesas sobre el soporte, del mismo modo que en la actividad A2. Anotar las medidas en la tabla que sigue. Representar después los valores de la deformación de la varilla  $s$  (en ordenadas, eje y) frente a la fuerza aplicada  $F$  (en abscisas, eje x) en la misma gráfica que para la varilla 1.

■  $r_o = ( \quad \pm \quad ) \quad$

**Varilla 2 - (                  )**

$$r \\ (\quad)$$

$$s = r_o - r \\ (\quad)$$

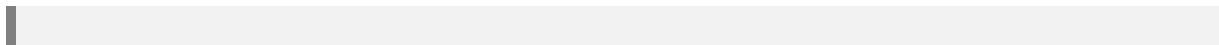
$$m \\ (\quad)$$

$$P = mg \\ (\quad)$$

$$F = P + kr \\ (\quad)$$

_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____

- **Cálculos para el error de  $s$ ,  $P$  y  $F$ :**



- Ajuste de los datos representados a una recta. Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $s$  frente a  $F$ ) para la varilla 2. Pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - ax - b)^2$
<b>Suma:</b>						

■ Cálculos:

**■ Resultados del ajuste:** (No olvidar las unidades)

- $a = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $b = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $r = \quad$

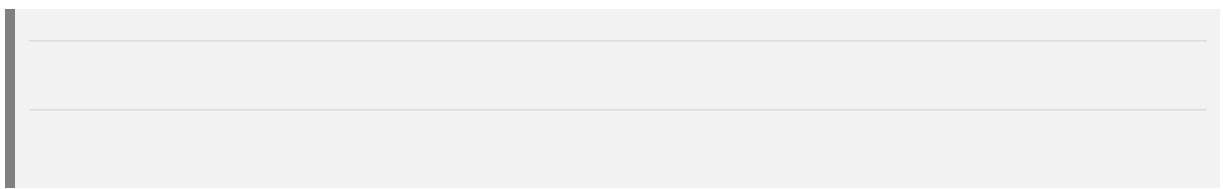
- Calcular  $E$  a partir de la ecuación de la recta y su error correspondiente para la Varilla 2.

**■ Cálculos:**

$$E = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

(Material:                 )**C1**

**Discusión y conclusiones.** Discutir los resultados. ¿Se obtienen valores del módulo de Young para el acero y el aluminio que concuerdan con los esperados? Si no es así, ¿a qué pueden deberse las diferencias?





## 8. Carga y descarga de un condensador

### Realización

**Objetivo de la práctica:**

#### 8.4.1 Estudio de los procesos de carga y descarga

**A1**

**Sensibilidad de los instrumentos de medida, y tensión de la fuente de corriente.**

**Anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida y medir la tensión  $V_o$  que suministra la fuente de corriente continua conectando la salida de ésta directamente al polímetro.**

■ Sensibilidad del polímetro = \_\_\_\_\_

■ Sensibilidad del cronómetro = \_\_\_\_\_

■  $V_o = ( \quad \pm \quad ) \quad$

**A2**

**Montaje del circuito y adquisición de datos para el proceso de carga.** Medir la diferencia de potencial en los bornes del condensador a intervalos regulares de tiempo de unos 10 segundos. Posteriormente, cuando la tensión cambia de forma más lenta, pueden espaciarse más las medidas. Deben tomarse medidas durante 8 a 10 minutos, hasta que haya finalizado el proceso de carga. Anotar las medidas y sus correspondientes errores en la tabla correspondiente al **proceso de carga**.

**A3**

**Adquisición de datos para el proceso de descarga.** Medir la diferencia de potencial en el condensador antes de descargar, esto es,  $V_C(t = 0) = V_o$ . Desconectar el circuito de la fuente de alimentación y hacer uso del interruptor para que comience el proceso de descarga a la vez que se acciona el cronómetro. Tomar medidas de  $V_C$  para distintos valores del tiempo, de la misma forma que en el proceso de carga, y anotar las medidas y errores en las columnas 1 y 2 de la tabla correspondiente al **proceso de descarga**.

## Proceso de carga

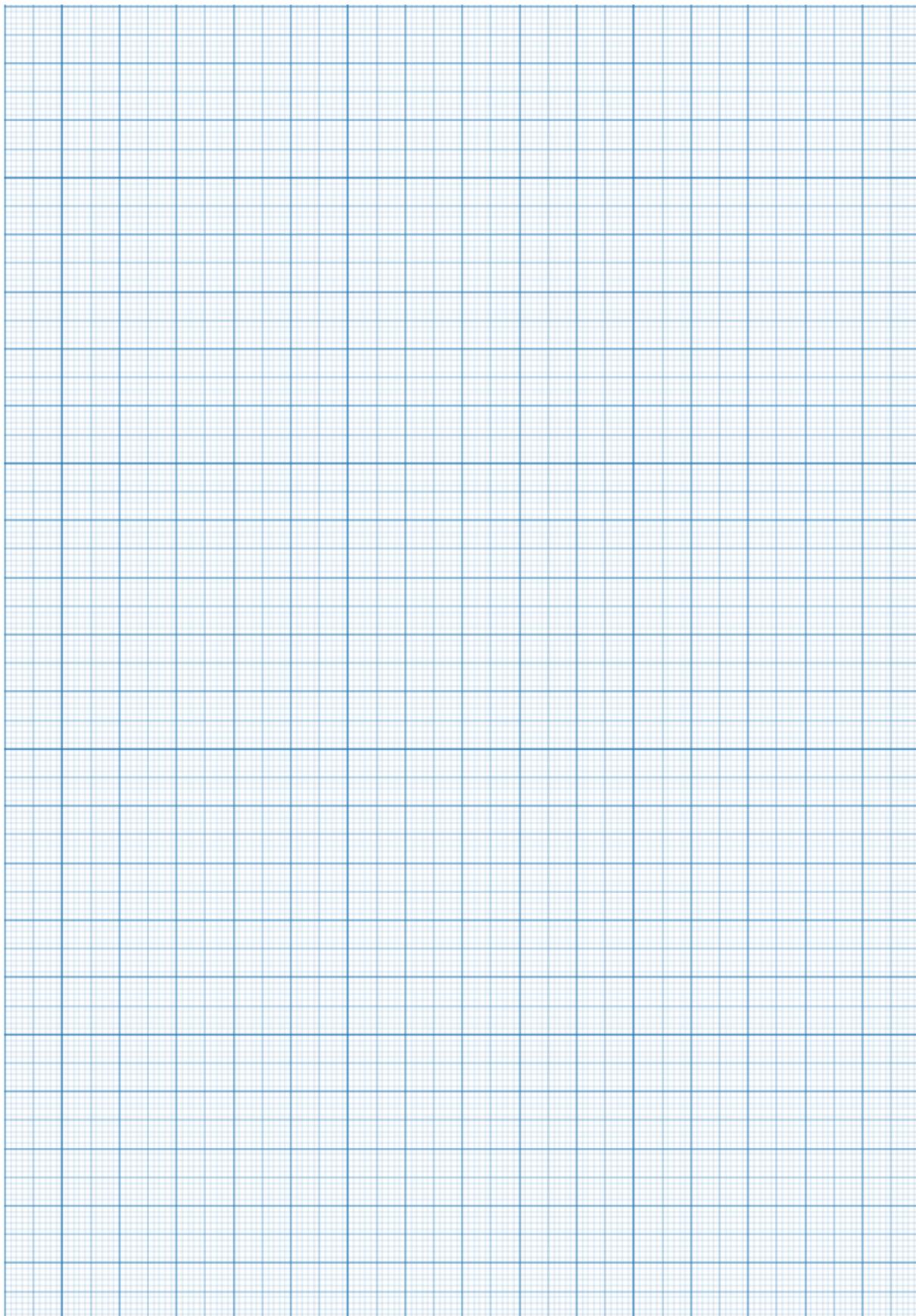
## Proceso de carga (continuación)

## Proceso de descarga

## Proceso de descarga (continuación)

**A4**

Representar gráficamente  $V_C$  (en ordenadas) frente a  $t$  para el proceso de carga. No olvidar representar también el error.



- A5** **Representación gráfica del proceso de descarga.** Representar la diferencia de potencial del condensador  $V_C$  (en ordenadas) en función del tiempo para el proceso de descarga en la gráfica anterior, pintando los puntos experimentales y sus errores con un color distinto al del proceso de carga.

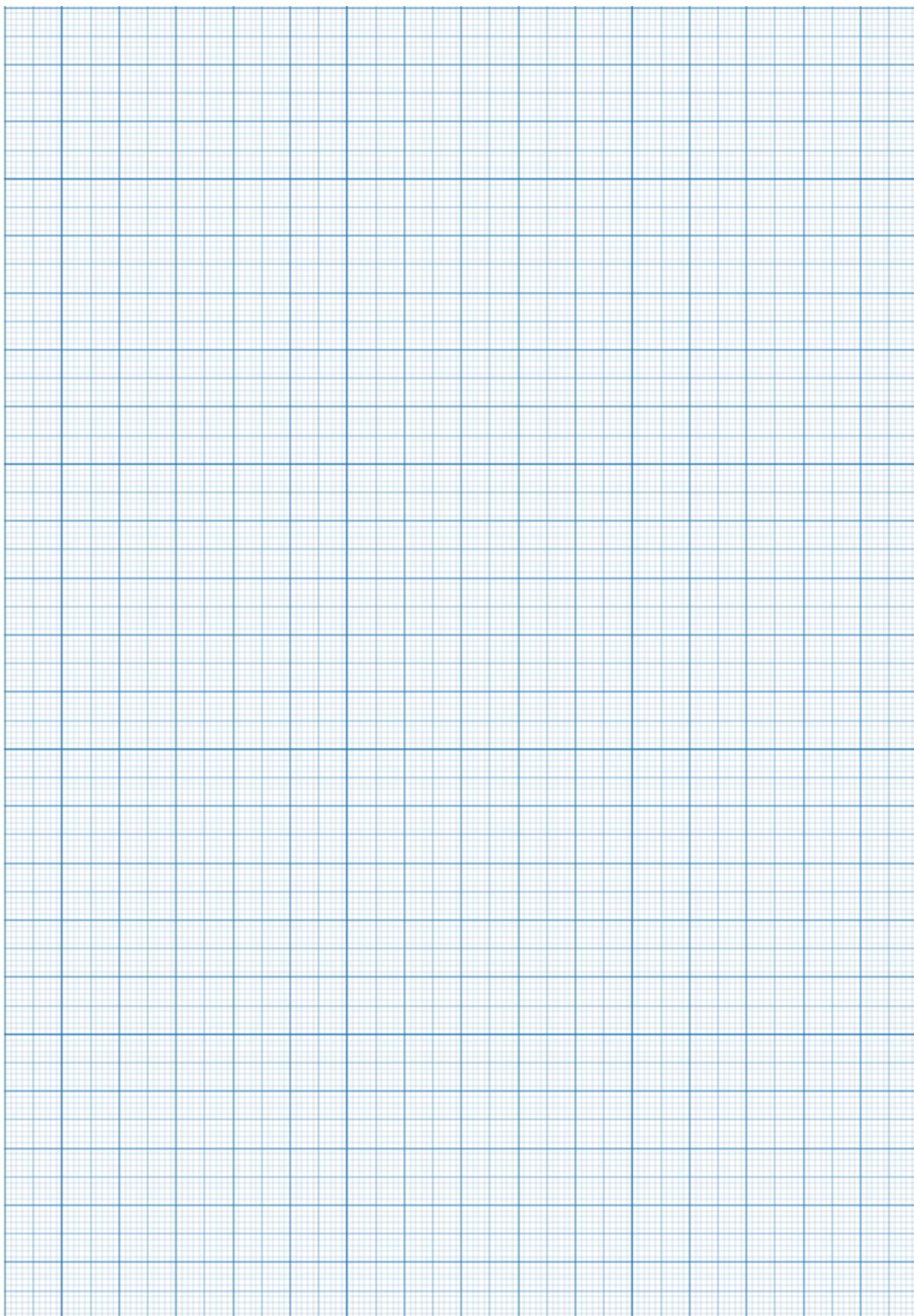
- C1** **Comentarios.** Comentar las gráficas obtenida.

- A6** **Calcular  $\ln V_C$  para el proceso de descarga.** Usar los valores medidos de  $V_C$  para el proceso de descarga, para obtener  $\ln V_C$  y su error para cada valor del tiempo y anotar los resultados en la tercera columna de la tabla correspondiente a la descarga.

- **Cálculos del error de  $\ln V_C$  (y/u otros cálculos):**

**A7**

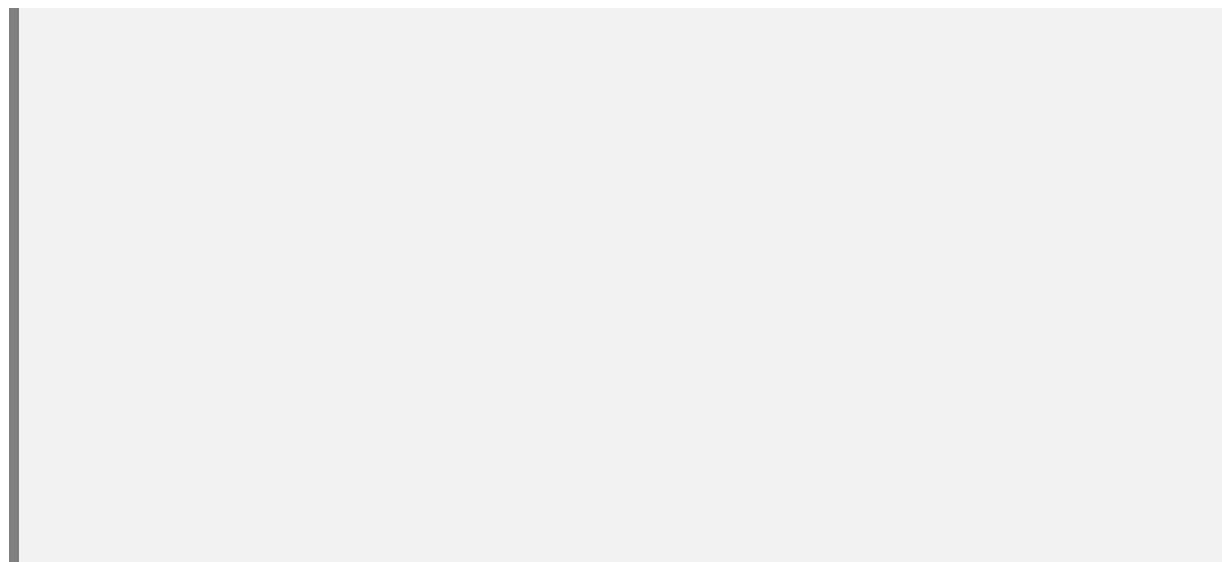
**Representar gráficamente**  $\ln V_C$  frente a  $t$ . No olvidar que hay que representar también el error.



A8

**Realizar el ajuste lineal de los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $\ln V_C$  frente a  $t$ ). Seleccionar entre 10 y 12 pares de valores de  $\ln V_C$  y  $t$  bien distribuidos en la gráfica. Con ellos calcular los parámetros de ajuste y pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

## ■ Cálculos:



- **Resultados del ajuste:** No olvidar las unidades.

- $a = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$

- $b = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$

- $r = \quad \quad \quad$

- **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.



### 8.4.2 Cálculo del tiempo característico $\tau$ del circuito.

**A9**

**Calcular  $\tau$  usando el ajuste por mínimos cuadrados de la actividad 8.** Haciendo uso de la ec. 8.8 y de los parámetros del ajuste por mínimos cuadrados de  $\ln V_C$  en función de  $t$ , calcula el tiempo característico o constante de tiempo ( $\tau$ ) del circuito y su correspondiente error:

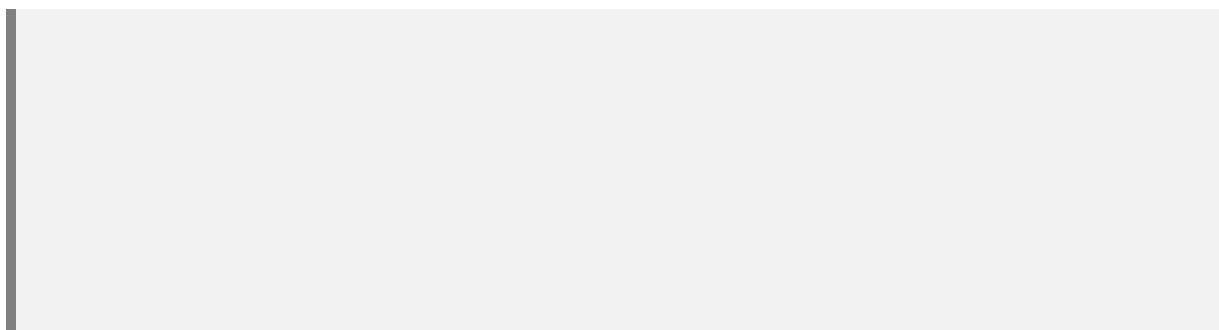
- Cálculos:

$$\tau = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**A10**

**Calcular  $\tau$  usando el valor de R y C .** Calcular la constante de tiempo ( $\tau$ ) del circuito usando el valor de la resistencia (R) y de la capacidad (C) del condensador. Usar la expresión  $\tau = RC$ :

- Cálculos:



$$\tau = ( \quad \pm \quad ) \quad \text{_____}$$

**C2**

**Comentarios.** Discutir los resultados obtenidos para  $\tau$  y escribir una conclusión para la práctica.



## 9. Difracción óptica

# Realización

**Objetivo de la práctica:**

---

---

---

### 9.4.1 Toma de medidas

Tal y como se indica en el guión, deben adquirirse los datos experimentales.

**A1** Colocación y distancia entre el CD y la pantalla.

■  $l = ( \quad \pm \quad ) \text{ } \mu\text{m}$

**A2** Distancias entre máximos.

Orden	D ( ) (medidas)
1	
2	

**A3** Máximos de un DVD.

Orden	D ( ) (medidas)
1	

**A4** Red de difracción.

■  $l = ( \quad \pm \quad ) \quad$

Orden	D ( ) (medidas)
1	
2	
3	
4	
5	
6	

**9.4.2** Obtención de resultados**A5** CD.

- Cálculos:

■  $d = ( \quad \pm \quad ) \quad$

**A6** DVD.

■ Cálculos:

■  $d = ( \text{_____} \pm \text{_____} ) \text{ _____}$

C1

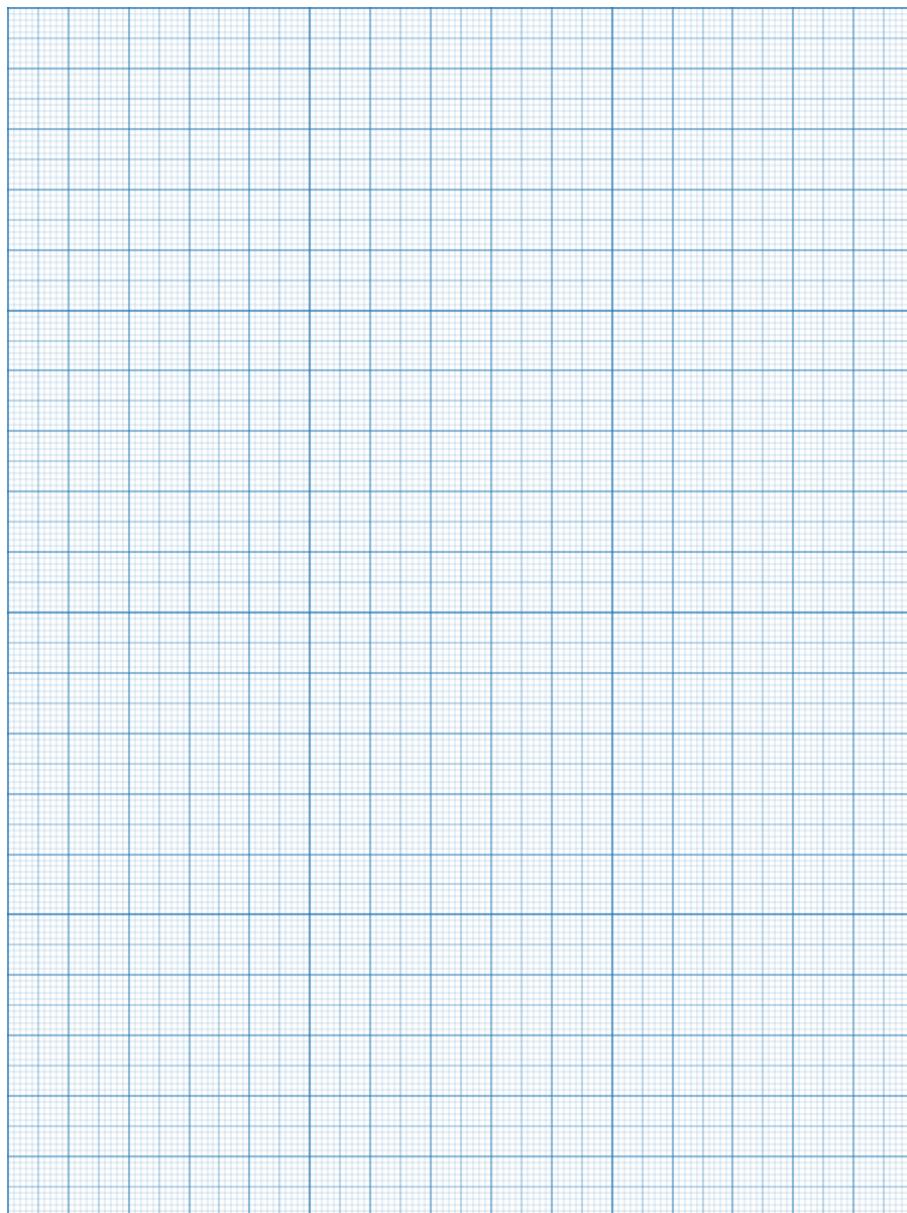
Comentarios.

A7

Red de difracción.

Orden

1	
2	
3	
4	
5	
6	



■ Cálculos:

■  $d = ( \quad \pm \quad ) \quad$



### **Comentarios. Concluir.**





## 10. Dilatación térmica

### Realización

Objetivo de la práctica:

---

---

---

#### 10.4.1 Medida de coeficientes de dilatación lineal

Tal y como se indica en el guión, deben adquirirse los datos experimentales que nos permitan obtener los coeficientes de dilatación de dos varillas.

A1

Anotar la sensibilidad de los instrumentos de medida y la longitud inicial de la varilla 1.

- $l_0 = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- Sensibilidad del termómetro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del extensómetro = \_\_\_\_\_

VARILLA 1: \_\_\_\_\_

**A2**

**Medir la dilatación de la varilla 1 con la temperatura.** Una vez fijada la varilla 1 en el banco de fijación (ver instrucciones en el guión) anotar la temperatura incial del agua ( $T_0$ ). Después ir aumentando la temperatura del agua con el selector de temperaturas del termostato, y medir incrementos de longitud de la varilla para cada valor de la temperatura. Anotar las medidas con sus errores correspondientes en la tabla.

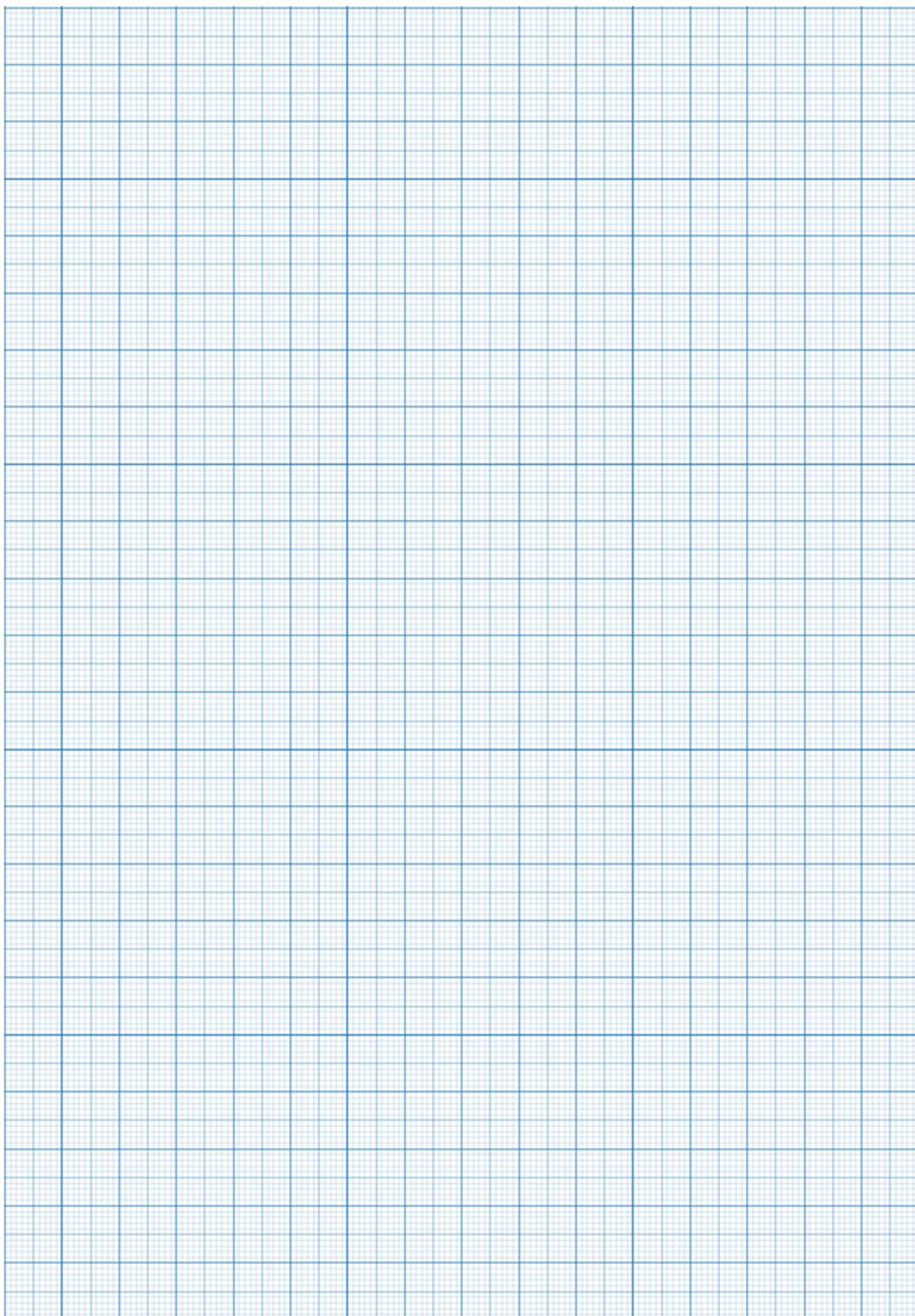
■  $T_0 = ( \quad \pm \quad ) \quad$

Varilla 1		
$T$ (°C)	$\Delta T$ (°C)	$\Delta L$ (mm)
$T \sim 25^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 30^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 35^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T = 40^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 45^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 50^\circ C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____

- **Cálculo del error de  $\Delta T$  (u otros cálculos o datos):**

**A3**

**Representación gráfica:**  $\Delta l$  **versus**  $\Delta T$ . Representar en el papel milimetrado los incrementos de longitud,  $\Delta L$  (en ordenadas, eje y) frente a los incrementos de temperatura,  $\Delta T$  (en abscisas, eje x). *No olvidar representar las barras de error.*



A4

**Realizar un ajuste lineal a los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos de  $\Delta l$  y  $\Delta T$ . Calcular los parámetros del ajuste y, a continuación, **pintar la recta resultante sobre el gráfico anterior**.

#### ■ Cálculos:

#### ■ **Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

$$\bullet \quad a = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bullet \ b = (\underline{\hspace{2cm}} \pm \underline{\hspace{2cm}}) \text{ } \text{ } \text{ } \text{ }$$

- $r =$

- **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación. En particular, discutir el significado del valor de la ordenada en el origen que se obtiene en el ajuste por mínimos cuadrados.

**A5**

**Obtener el coeficiente de dilatación lineal y su error.** Sabiendo que la longitud inicial de las varillas es  $l_0 = (600 \pm 1)$  mm y que  $\Delta l = \alpha_l l_0 \Delta T$ , obtener el valor y el error del coeficiente de dilatación lineal,  $\alpha_l$  a partir del valor de la pendiente de la recta.

- **Cálculos:**

### VARILLA 1

$$\alpha_l = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C1** Comenta el resultado obtenido.

**A6** Repetir todas las actividades anteriores para una varilla de otro material.

Coger una varilla de otro material. Cambiar el agua de la cubeta, y colocar la nueva varilla sobre el banco de fijación. Repetir las actividades A2 a A5 usando las tablas y espacios que siguen. La representación gráfica puede realizarse en la gráfica de la varilla 1, usando un símbolo o color distinto.

## **VARILLA 2:**

<b>Varilla 2</b>		
$T$ (°)	$\Delta T$ (°)	$\Delta L$ (mm)
$T \sim 25^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 30^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 35^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 40^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 45^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____
$T \sim 50^{\circ}C$  _____ ± _____	_____ ± _____	_____ ± _____

- Ajuste lineal de los datos representados por el método de los mínimos cuadrados.

### ■ Cálculos:

- #### ■ **Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

- $a = ( \quad \pm \quad )$  \_\_\_\_\_
  - $b = ( \quad \pm \quad )$  \_\_\_\_\_
  - $r =$

- **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

- Calcular el valor del coeficiente de dilatación lineal,  $\alpha_l$  a partir del valor de la pendiente de la recta de ajuste.

- **Cálculos:**

**VARILLA 2**

$$\alpha_l = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C2**

**Comentarios.** Comentar el resultado obtenido para  $\alpha_l$  en la segunda varilla.





## 11. Péndulo simple y aceleración de la gravedad

### Realización

**Objetivo de la práctica:**

#### 11.4.1 Dependencia del periodo con la amplitud

Tal y como se indica en el guión, deben adquirirse los datos experimentales que nos permitan analizar la dependencia del periodo del péndulo con su amplitud.

**A1** Fijar la longitud del péndulo y anotar la sensibilidad de los instrumentos.

- $l = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- Sensibilidad del semicírculo graduado = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del cronómetro = \_\_\_\_\_

**A2** **Medir el periodo de oscilación para distintos valores de la amplitud del péndulo.** Medir el tiempo empleado por el péndulo para realizar 10 oscilaciones, para distintos valores de la amplitud. Anotar las medidas en la tabla que sigue, poner las unidades y realizar el análisis necesario para estimar los errores.

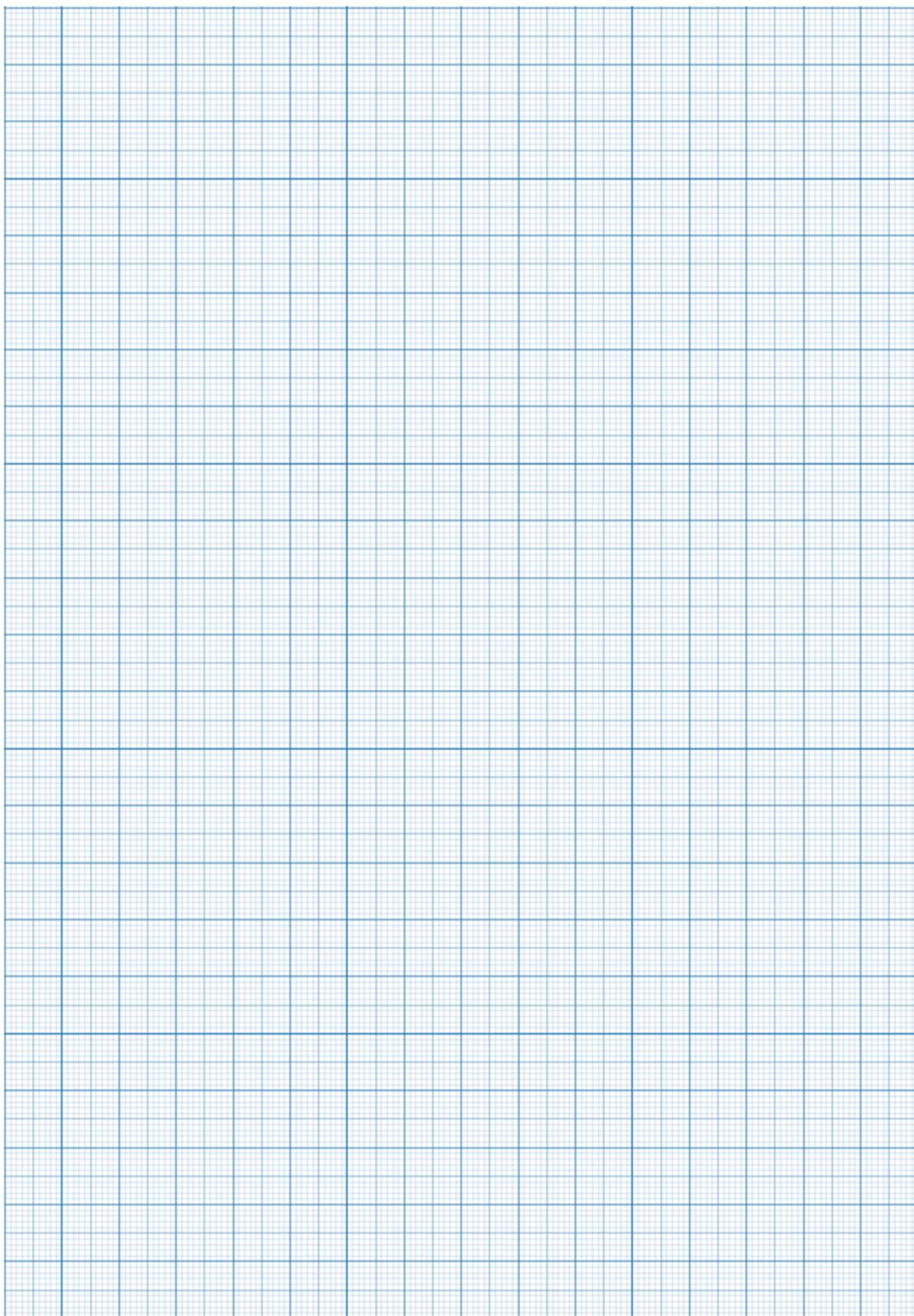
Utilizar el espacio que sigue a la tabla para el cálculo del error de  $T$  y cualquier otro cálculo o anotación que necesites.

$\Phi_0$ (°)	t (s) (medidas)	Cálculos para determinar magnitud y error	t (s)	T (s) ( $T=t/n$ )
5 ±	$t1 =$ $t2 =$ $t3 =$ ...	$\bar{t} =$ $D =$ $T =$	_____ ± _____	_____ ± _____
10 ±			_____ ± _____	_____ ± _____
15 ±			_____ ± _____	_____ ± _____
20 ±			_____ ± _____	_____ ± _____
25 ±			_____ ± _____	_____ ± _____

- Cálculo del error del periodo  $T$  (u otros cálculos o datos):

**A3**

**Representación gráfica:  $T$  frente a  $\Phi_0$ . (Valores teóricos y experimentales).**



**C1**

**Discusión.** ¿Existe dependencia entre estas magnitudes representadas?

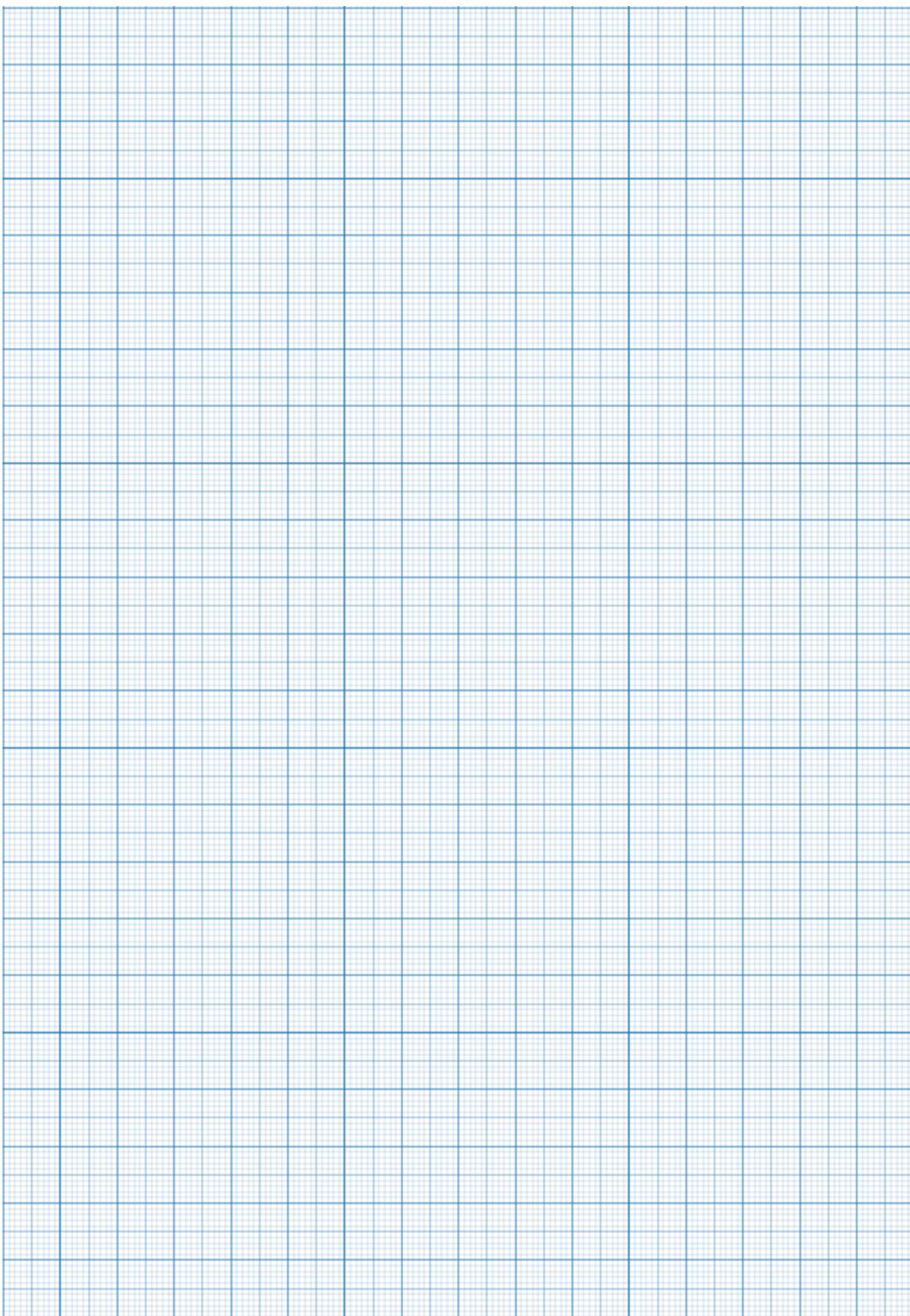
## 11.4.2 Determinación del valor de $g$

**A4** Medir períodos para distintas longitudes del péndulo.

- Cálculo del error del periodo  $T$  y de  $T^2$ :

**A5**

**Representar gráficamente  $T^2$  frente a  $r$ . No olvidar que hay que representar también el error.**



**A6**

**Realizar el ajuste lineal de los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $T^2$  frente a  $r$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior.

$x$	$y$	$xy$	$x^2$	$y^2$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - ax - b)^2$
<b>Suma:</b>						

**■ Cálculos:****■ Resultados del ajuste.** No olvidar las unidades.

- $a = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $b = ( \quad \pm \quad ) \quad$
- $r = \underline{\hspace{2cm}}$

- **Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.

**A7**

**Calcular el valor de  $g$  y su error.** Usar para ello el valor de la pendiente de la recta ajustada. Calcular también su error correspondiente. Para ello, comprobar que el error de  $g$  viene dado por la expresión  $\Delta g = g \frac{\Delta a}{a}$ , donde  $a$  es la pendiente de la recta y  $\Delta a$  es su correspondiente error.

- **Cálculos:**

$$g = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C2**

**Comentarios.** Comentar el resultado obtenido, comparándolo con el valor promedio de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra,  $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ .

#### 11.4.3 Medición de la longitud del péndulo de Foucault

**A8**

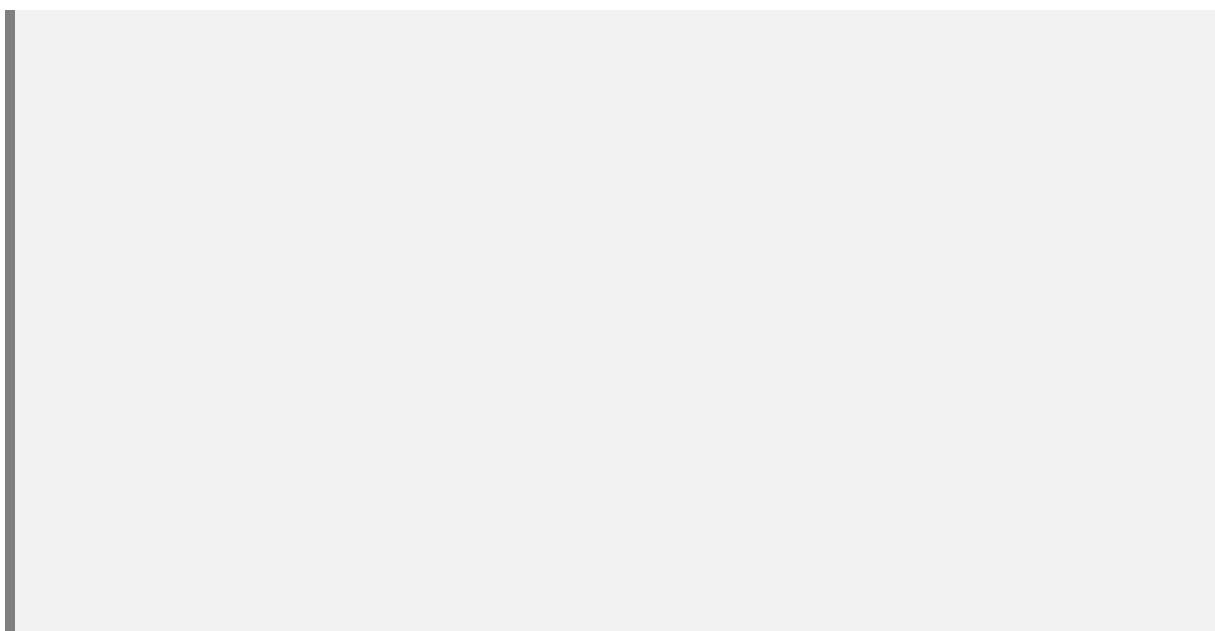
**Medir el periodo del péndulo de Foucault.** Medir el periodo de oscilación del péndulo situado en el exterior del laboratorio, procediendo del mismo modo que en los apartados anteriores (10 oscilaciones, 3 repeticiones).

<b>t ( )</b> <i>(medidas)</i>	<b>Cálculos para determinar magnitud y error</b>	<b>t ( )</b>	<b>T ( )</b> <i>(T=t/n)</i>
$t_1 =$	$\bar{t} =$		
$t_2 =$			
$t_3 =$	$D =$		
...	$T =$	— ± —	— ± —

**A9**

**Calcular la longitud del péndulo con su error.** Con el valor obtenido para  $g$  y el periodo  $T$  medido en la actividad anterior, estimar la longitud del péndulo de Foucault, haciendo uso de la ecuación 11.3. Calcular también su error.

- **Cálculos:**



$$l = ( \quad \pm \quad ) \quad$$

**C3**

**Comentarios.** Discutir los resultados y comentar si los valores obtenidos te parecen adecuados.







## 12. Tensión superficial del agua

### Realización

**Objetivo de la práctica:**

---

---

---

#### 12.4.1 Determinación de la tensión superficial

Como se indica en el guión, podemos calcular la tensión superficial a partir de  $F'$  (fuerza que mide el dinamómetro una vez descontado el peso del anillo) y del radio del mismo. Por ello, primero calculamos el peso del anillo sin sumergir en agua,  $F_0$ , y posteriormente seguimos los pasos necesarios para estimar  $F'$  a distintas temperaturas ( $T$ ).

El anillo empleado en la práctica tiene un diámetro de  $2R = (5.825 \pm 0.005)$  cm.

**A1**

**Determinar el peso del anillo.** Para ello, tomamos 3 medidas con el dinamómetro, y hacemos los cálculos necesarios.

- Sensibilidad del dinamómetro = \_\_\_\_\_
- Sensibilidad del sensor de temperatura = \_\_\_\_\_

$F_o$ ( ) (medidas)	Cálculos para determinar magnitud y error	$F_o$ ( )
$F_{o,1} =$ $F_{o,2} =$ $F_{o,3} =$ ***	$\bar{F}_o =$ $D =$ $T =$	$\pm$

A2

**Calcular  $\gamma$  para distintas temperaturas.** Anotar los valores de  $T$  y  $F$  medidos, y calcular  $F'$  y  $\gamma$  con sus respectivos errores.

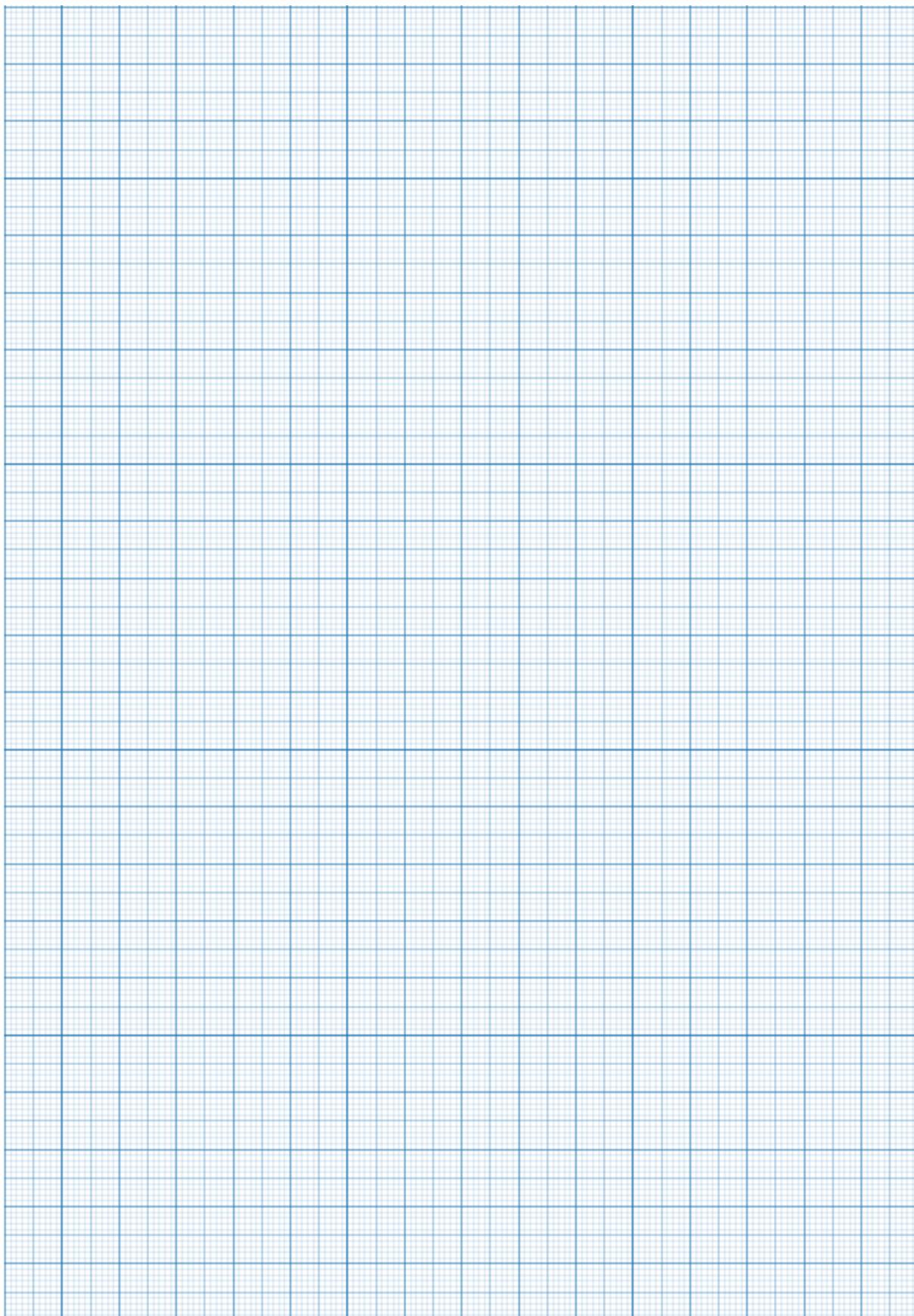
- Cálculo de los errores de  $F'$  y de  $\gamma$ :

**C1**

**Discusión.** Discutir los resultados. ¿Son comparables los valores obtenido de  $\gamma$  con los de la tabla que aparece en el guión?

**12.4.2 Determinación de la constante  $\alpha$** 

**A3** Representar gráficamente  $\gamma$  (eje y) frente a  $T$  (eje x). No olvidar los errores.



A4

**Realizar el ajuste lineal de los datos representados.** Usar el método de los mínimos cuadrados para calcular la ecuación de la recta ( $y = ax + b$ ) que mejor ajusta los datos representados ( $\gamma$  frente a  $T$ ). Calcular los parámetros de ajuste y con ellos, pintar la recta resultante en el gráfico anterior (A3).

#### ■ Cálculos:

**■ Resultados del ajuste:** (No olvidar las unidades)

- $a = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$
- $b = ( \quad \quad \quad \pm \quad \quad \quad ) \quad \quad \quad$
- $r = \quad \quad \quad$

**■ Comentarios.** Valora la bondad del ajuste en función de los parámetros obtenidos y de su representación.**A5****Calcular el valor de  $\alpha$  y su error.** Usar para ello el valor de la pendiente de la recta ajustada. Calcular también su error correspondiente.**■ Cálculos:**

$$\alpha = ( \quad \pm \quad ) \quad \text{_____}$$

**C2**

**Comentarios.** Comentar el resultado obtenido. Explicar brevemente cómo depende la tensión superficial con la temperatura.

**C3**

**Ejemplos.** Discutir varios ejemplos de la naturaleza en los que la tensión superficial sea importante.