## Càlcul amb vàries variables

Feb. 2009

1. Donada la funció:

$$F(x, y, z) = \ln (x(y+z) + 1)e^{(x^2 + (y+z)^2)}$$

Demostreu que l'equació F(x,y,z)=0 defineix la funció x=f(y,z) implícitament en el punt P=(0,0,1). Digueu si f(y,z) és un mínim, un màxim o un punt de sella en el punt P.

(3 punts)

2. Una companyia vol gastar 10.000 pessetes en publicitat. Un minut de publicitat a la TV val 3.000 pessetes i a la Ràdio val 1.000 pessetes. L'empresa compra x minuts de TV i y minuts de Ràdio i sap que el seu benefici correspon a la funció:

$$f(x,y) = -2x^2 - y^2 + xy + 8x + 3y$$

- (a) Utilitzant Multiplicadors de Lagrange, com pot l'empresa maximitzar el seu benefici?
- (b) Si la inversió en publicitat és a, si augmentem a augmenta el benefici?

(2 punts)

3. Donada una superfície plana definida per  $a \leq x \leq b$ ,  $\psi_1(x) \leq y \leq \psi_2(x)$  amb  $\psi_{1,2}(x) \in C^0$  i un camp vectorial bidimensional  $\vec{F}(x,y) = A(x,y)\vec{e}_1 + B(x,y)\vec{e}_2$  amb  $A(x,y), B(x,y) \in C^1$ , demostreu en quin altre teorema es transforma el teorema de Stokes.

(2 punts)

4. Donada la superfície tancada de la figura (a=1) i el camp vectorial  $\vec{F}=(x,y,z^2)$  verifiqueu el teorema de Gauss per aquesta superfície.

