

B. Hubungan Antara Unsur-unsur dalam Bangun Ruang

1. Jarak pada Bangun Ruang

d. Jarak antara dua garis bersilangan

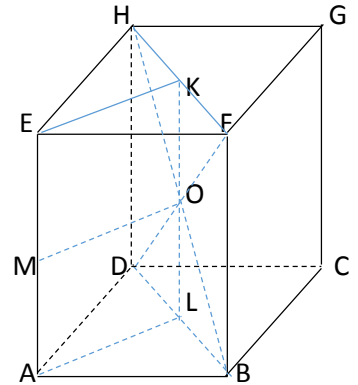
Dua garis dikatakan bersilangan apabila garis tersebut tidak sejajar dan terletak pada bidang yang berbeda.

Perhatikan gambar disamping.

Garis AE dan HB saling bersilangan.

Misalkan dari kubus ABCD.EFGH akan ditentukan jarak antara AE dan HB, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut,

1. Tentukan dan buat bidang yang melalui HB dan sejajar AE sehingga diperoleh bidang BDHF.
2. Proyeksikan AE pada bidang BDHF sehingga diperoleh garis KL.
3. Jarak antara AE dan HB adalah jarak antara AE dan KL diperoleh OM atau EK atau AL.



Contoh 1 : Diketahui ABCD.EFGH adalah kubus dengan panjang rusuk 4 cm. Tentukan jarak :

- a. HD dan AG
- b. AE dan CH
- c. FG dan HD

Penyelesaian :

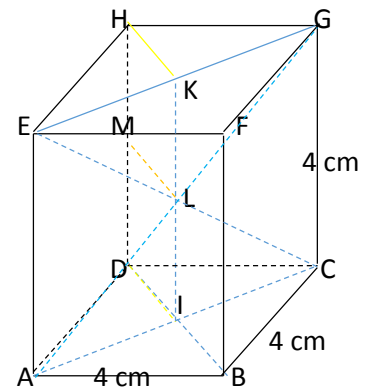
- a. Jarak antara garis HD dan AG dapat diperoleh :

$$ID = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Jarak antara garis HD dan AG bisa diwakili LM dan KH

DB adalah diagonal bidang ABCD

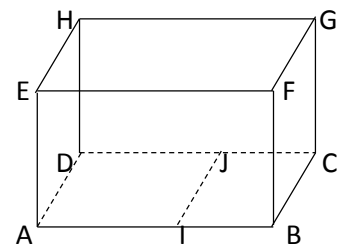
- b. Jarak antara garis AE dan CH dapat diwakili garis EH karena apabila garis AE diproyeksikan pada bidang CDHG, maka garis AE akan tegak lurus dengan CH di titik H. Jadi jarak antara garis AE dan CH adalah 4 cm.



- c. Jarak antara garis FG dan HD dapat diwakili garis HG, karena apabila garis HD diproyeksikan akan memotong garis FG di titik G. Jadi jarak garis FG dan HD adalah 4 cm

e. Jarak antara dua garis yang sejajar

Perhatikan gambar samping berikut. Garis AB dan DC sejajar dan terletak pada bidang ABCD. Misalkan garis IJ tegak lurus garis AB dan DC, dan memotong kedua garis tersebut masing-masing di titik I dan titik J. Jadi jarak antara garis AB dan CD adalah panjang ruas garis IJ



Contoh : Balok JKLM.NOPQ memiliki panjang 18 cm, lebar 5 cm, dan tinggi 12 cm. Tentukan jarak antara garis LM dan NO

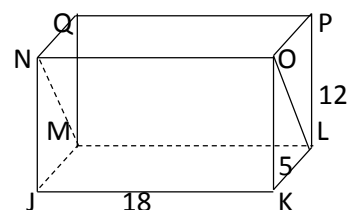
Penyelesaian :

LM dan NO terletak dalam bidang diagonal MLON

dalam kubus JKLM.NOPQ. LM dan NO sejajar, maka jarak antara LM dan NO dapat diwakili oleh panjang LO. Segitiga siku-siku KLO siku-siku K

$$\begin{aligned} \text{Menurut T Pythagoras } LO &= \sqrt{KL^2 + KO^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} \\ &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

Jadi jarak garis LM dan NO adalah 13 cm



f. Jarak antara garis dan bidang

1. Hubungan garis dan bidang

Hubungan suatu garis terhadap suatu bidang memenuhi tiga kemungkinan berikut :

a. Garis terletak pada bidang

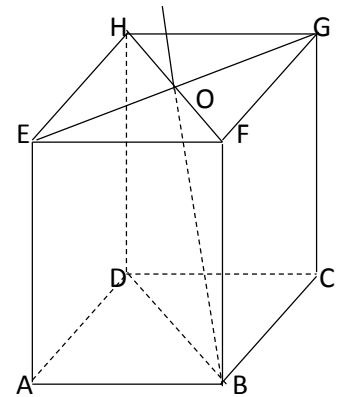
Suatu garis dikatakan terletak pada bidang apabila setiap titik pada garis tersebut terletak atau berimpit dengan bidang. Pada gambar garis EG dan AF terletak pada bidang EFGH dan garis AB terletak pada bidang ABCD.

b. Garis sejajar bidang

Suatu garis dikatakan sejajar dengan bidang apabila antara garis dan bidang tidak mempunyai titik persekutuan (tidak sampai berpotongan) Pada gambar garis EF sejajar bidang ABCD dan garis AC sejajar bidang EFGH

c. Garis menembus bidang

Suatu garis dikatakan menembus bidang apabila garis dan bidang tersebut mempunyai tepat satu titik persekutuan (titik potong). Pada gambar BO menembus bidang EFGH di titik O. Titik O disebut titik tembus

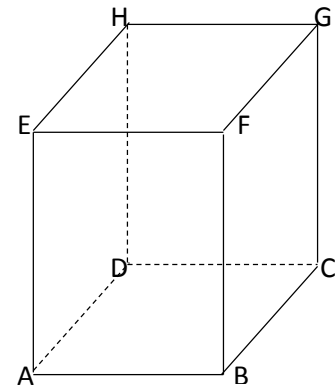


Contoh : Lengkapi titik-titik berikut.

- Garis BG terletak pada bidang . . .
- Garis DF terletak pada bidang . . .
- Garis AD sejajar bidang . . . dan . . .

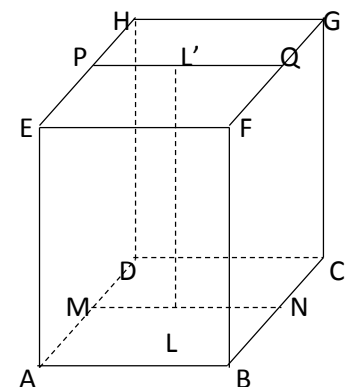
Penyelesaian :

- BCGF
- BDHF
- BCGF dan EFGH



2. Jarak antara garis dan bidang yang sejajar

Perhatikan pada gambar, garis MN sejajar dengan bidang EFGH. Tarik garis yang melalui sembarang titik L di garis MN dan tegak lurus bidang EFGH. Misalkan garis tersebut menembus bidang EFGH di L', maka jarak antara garis MN dan bidang EFGH adalah ruas garis LL'



Contoh : Balok ABCD.EFGH memiliki panjang 12 cm, lebar 4 cm, dan tinggi 8 cm. Tentukan jarak garis FC ke bidang ADHE.

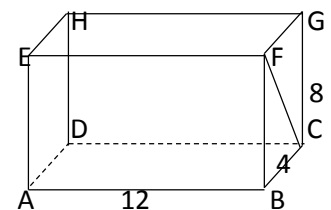
Penyelesaian :

Garis FC sejajar bidang ADHE

Garis FC sejajar ke ED pada bidang ADHE

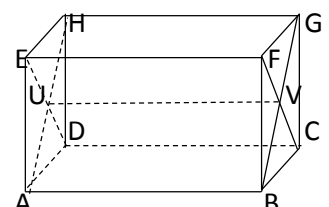
Jarak garis FC sejajar ke bidang ADHE dapat diwakili oleh panjang FE = 12 cm.

Jadi, jarak garis FC ke bidang ADHE adalah 12 cm

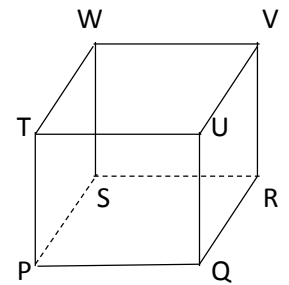


g. Jarak antara dua bidang yang sejajar

Perhatikan gambar. Jarak antara bidang ADHE dan BCGF yang sejajar adalah panjang ruas garis UV, dengan U adalah titik sembarang pada bidang ADHE dan V adalah proyeksi titik U pada bidang BCGF



Contoh : Balok PQRS.TUVW memiliki panjang 7 cm, lebar 5 cm dan tinggi 4 cm.
Tentukan jarak antara bidang PQUT dan SRVW



Penyelesaian :

Bidang PQUT sejajar dengan bidang SRVW. Oleh karena itu ruas garis PS tegak lurus dengan bidang SRVW, maka PS dapat digunakan untuk mewakili jarak kedua titik tersebut.

Jadi jarak antara bidang PQUT dan bidang SRVW adalah 5 cm.

Latihan soal (Kerjakan dibuku latihan dulu) nanti soalnya juga akan diberikan pada latihan soal pada PJJ pertemuan minggu berikutnya.

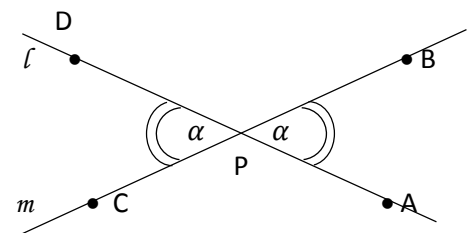
1. Kubus KLMN.PQRS mempunyai panjang rusuk 12 cm. Tentukan jarak antara :
 - a. Garis LM dan NR
 - b. Garis PQ dan KL
 - c. Garis LQ dan KN
 - d. Garis PR dan KM
 - e. Garis PR dan KQ
 - f. Garis KP dan OQ
2. Diketahui Prisma tegak segi empat ABCD.EFGH yang mempunyai panjang $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, dan $AE = 8$ cm. Tentukan jarak
 - a. Garis AB dan GH
 - b. Garis AC dan EG
 - c. Garis AE dan CG
 - d. Garis CD dan EF
3. Diketahui balok PQRS.TUVW dengan panjang $PQ = QR = 6$ cm dan $PT = 10$ cm. Tentukan jarak :
 - a. Garis PQ ke bidang RSVW
 - b. Garis QR ke bidang TUVW
 - c. Garis UV ke bidang QRWT
 - d. Garis PT ke bidang QSWU
4. Kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk 8 cm. Tentukan jarak antara :
 - a. Bidang ABFE dan CDHG
 - b. Bidang ABCD dan EFGH
 - c. Bidang BCGF dan ADHE
 - d. Bidang ACF dan DEG

2.Sudut

- a. Sudut antara dua garis berpotongan

Dua garis l dan m yang saling berpotongan di titik P di gambarkan sebagai berikut :

Pada gambar, yang dimaksud sudut antara dua garis berpotongan adalah $\angle APB + \angle APC = 180^\circ$



- b. Sudut antara dua garis bersilangan

Cara menentukan sudut antara dua garis bersilangan adalah dengan menggeser salah satu garis sehingga memotong garis lainnya. Sudut yang dibentuk oleh kedua garis tersebut membentuk dua garis yang berpotongan.

Contoh : Perhatikan kubus PQRS.TUVW .Tentukan besar sudut yang terbentuk oleh garis – garis berikut :

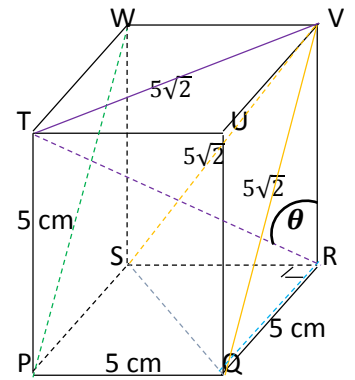
- QS dan QR
- QV dan VS
- QR dan PW
- TR dan WS

Penyelesaian :

- Garis QS dan QR berpotongan di Q. Sudut yang dibentuk antara QS dan QR adalah $\angle RQS$. Perhatikan bahwa $\triangle SQR$ merupakan segitiga siku-siku sama kaki. Jadi $\angle RQS = 45^\circ$
- Garis QV dan VS berpotongan di V dan membentuk sudut QVS. Perhatikan bahwa $\triangle QVS$ merupakan segitiga sama sisi. Jadi besar sudut yang terbentuk garis QV dan VS adalah 60° .
- Garis QR dan PW saling bersilangan. Garis PW sejajar QV pada bidang PQVW. Jadi $\angle (QR, PW) = 45^\circ$.
- Garis TR dan WS saling bersilangan. Garis WS sejajar VR pada bidang SRVW $\angle (TR, WS) = \angle (TR, VR) = \angle TRV$. Perhatikan $\triangle TRV$.

$$\tan \theta = \frac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}$$

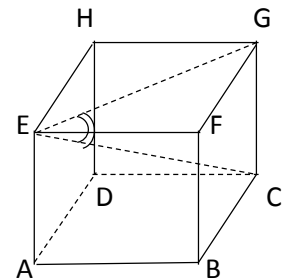
$$\theta = \arctan \sqrt{2} = 54,74^\circ$$
 Jadi , besar sudut yang terbentuk antara garis TR dan WS adalah $54,74^\circ$



- Sudut antara garis dan bidang

Sudut antara garis dan bidang adalah sudut lancip yang dibentuk antara garis dengan proyeksinya pada bidang.

Perhatikan gambar. Garis EG adalah proyeksi EC pada bidang EFGH, maka sudut antara EC dan bidang EFGH adalah $\angle CEG$.



Contoh : Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 4 cm. Hitung besar sudut antara garis BG dengan bidang ACGE

Penyelesaian :

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$OC = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$$

$$BG = AC = 4\sqrt{2}$$

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}BG = 2\sqrt{2}$$

$$OG = \sqrt{CG^2 + OC^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 + 8} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

Sudut yang terbentuk antara garis BG dan bidang ACGE adalah $\angle BGO = \theta$

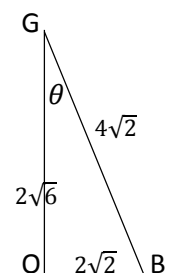
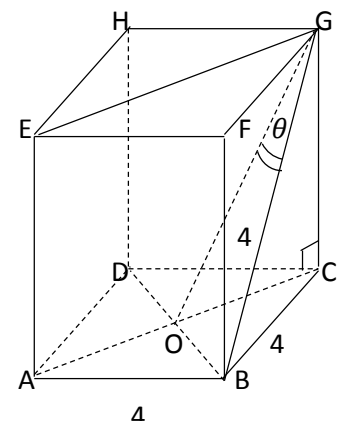
Perhatikan $\triangle BGO$, $BO \perp OG$ karena $BO \perp$ bidang ACGE

$$\sin \theta = \frac{BO}{BG}$$

$$\Leftrightarrow \sin \theta = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \theta = 30^\circ$$

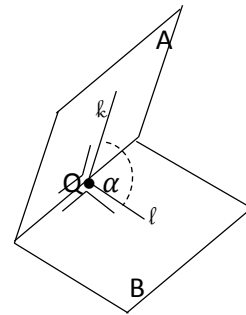
Jadi, $(CG, ACGE) = \theta = 30^\circ$



d. Sudut antara dua bidang

Perhatikan gambar. Bidang A dan bidang B membentuk sudut α . Untuk menentukan sudut antara kedua bidang tersebut ditentukan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Tandai titik potong kedua bidang, misalnya titik Q
2. Buat garis k pada bidang A melalui titik Q dan garis l pada bidang B melalui titik Q. Kedua garis tegak lurus garis potong. Diperoleh sudut yang terbentuk antara bidang A dan bidang B sama dengan sudut yang terbentuk antara garis k dan garis l . Sudut yang terbentuk antara garis k dan garis l disebut sudut tumpuan, sedangkan bidang yang melalui garis k dan garis l disebut bidang tumpuan.



Contoh : Suatu kubus PQRS.TUVW memiliki rusuk 5 cm. Tentukan besar sudut yang terbentuk antara bidang PQRS dan bidang QSV.

Penyelesaian :

Bidang PQRS beririsan dengan SQV di garis QS.

Jadi sudut yang terbentuk merupakan sudut antara garis QV dan OR atau $\angle (OV, OR) = \theta$

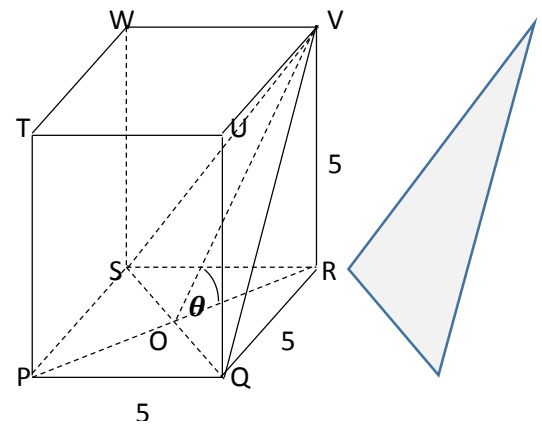
$$OR = \frac{1}{2} PR$$

$$= \frac{1}{2} PR \quad \tan \theta = \frac{VR}{OR}$$

$$= \frac{1}{2} 5\sqrt{2} \quad \tan \theta = \frac{5}{\frac{5}{2}\sqrt{2}}$$

$$= \frac{5}{2} \sqrt{2} \quad \tan \theta = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \theta = 54,74^\circ$$



Jadi, besar sudut yang terbentuk antara bidang PQRS dan bidang QSV adalah $54,74^\circ$

Latihan soal (Kerjakan dibuku latihan dulu) nanti soalnya juga akan diberikan pada latihan soal pada PJJ pertemuan minggu berikutnya.

1. Diketahui kubus PQRS.TUVW mempunyai panjang rusuk 6 cm.

Tentukan besar sudut yang terbentuk antara garis :

- a. PR dan QR
- b. TV dan RV
- c. QR dan RW
- d. QV dan VS
- e. QT dan TR

2. Diketahui kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk a cm.

Tentukan besar sudut yang terbentuk antara garis.

- a. AC dan FH
- b. AB dan EG
- c. AG dan HF
- d. AF dan EG
- e. BC dan HF
- f. BD dan CG

3. Kubus KLMN.OPQR mempunyai panjang rusuk a cm.
Tentukan besar sudut yang terbentuk antara :
 - a. Garis KO dan bidang alas
 - b. Garis LQ dan bidang alas
 - c. Garis KR dan bidang atas
 - d. Garis NQ dan bidang LMQP
 - e. Garis OQ dan bidang LNRP
 - f. Garis LQ dan bidang KMQO

4. Diketahui kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk a cm.
Tentukan besar sudut yang terbentuk antara kedua bidang berikut :
 - a. BCGF dan bidang alas
 - b. ADGF dan bidang alas
 - c. ACGE dan bidang atas
 - d. ACGF dan BDHF
 - e. BCHE dan ADGF
 - f. ACF dan bidang alas

5. Diketahui limas beraturan T.ABCD yang mempunyai panjang rusuk AB = 6 cm dan AT = 10 cm.
Tentukan nilai :
 - a. $\cos \angle (AT, \text{bidang alas})$
 - b. $\tan \angle (BD, BT)$
 - c. $\cos \angle (AT, TB)$
 - d. $\sin \angle (TA, TC)$
 - e. $\tan \angle (TBC, \text{bidang alas})$
 - f. $\sin \angle (TAD, TBC)$