



Redes Neurais Artificiais

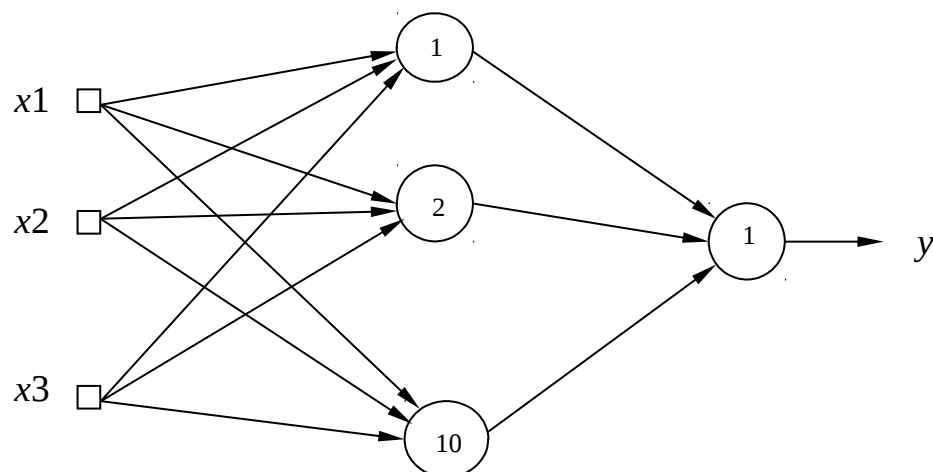
(Prof. Ivan Nunes da Silva)

EPC-4

Nome: Luiz Gustavo Caobianco

Para a confecção de um sistema de ressonância magnética, observou-se que é de extrema importância para o bom desempenho do processador de imagens de que a variável $\{y\}$, que mede a energia absorvida do sistema, possa ser estimada a partir da medição de três outras grandezas $\{x_1, x_2, x_3\}$. Entretanto, em função da complexidade do sistema, sabe-se que este mapeamento é de difícil obtenção por técnicas convencionais, sendo que o modelo matemático disponível para representação do mesmo não fornece resultados satisfatórios.

Assim, a equipe de engenheiros e cientistas pretende utilizar uma rede perceptron multicamadas como um aproximador universal de funções, tendo-se como objetivo final de que, dado como entrada os valores de $\{x_1, x_2, x_3\}$, a mesma possa estimar (após o treinamento) o respectivo valor da variável $\{y\}$ que representa a energia absorvida. A topologia da rede perceptron constituída de duas camadas neurais está ilustrada na figura abaixo.



Utilizando o algoritmo de aprendizagem *backpropagation* (Regra Delta Generalizada) e os dados de treinamento apresentados no Anexo, sendo que as variáveis de entrada $\{x_1, x_2, x_3\}$ já estão todas normalizadas, realize as seguintes atividades:

1. Execute 5 treinamentos para a rede perceptron, inicializando-se as suas matrizes de pesos (em cada treinamento) com valores aleatórios entre 0 e 1. Se for o caso, reinicie o gerador de números aleatórios em cada treinamento, de tal forma que os elementos das matrizes de pesos iniciais não sejam os mesmos. Utilize a função de ativação *logística* para todos os neurônios, taxa de aprendizado $\eta = 0.1$ e precisão $\varepsilon = 10^{-6}$.



2. Registre os resultados finais desses 5 treinamentos na tabela abaixo:

| Treinamento | Erro Quadrático Médio | Número de Épocas |
|-------------|-----------------------|------------------|
| 1° (T1) | 0.02907493 | 360 |
| 2° (T2) | 0.03515140 | 1065 |
| 3° (T3) | 0.02033891 | 79 |
| 4° (T4) | 0.02416305 | 643 |
| 5° (T5) | 0.02969140 | 490 |

3. Para os dois treinamentos acima, com maiores números de épocas, trace os respectivos gráficos dos valores de erro quadrático médio (EQM) em função de cada época de treinamento. Imprima os dois gráficos numa mesma folha de modo não superpostos.

Resposta: Os gráficos podem ser encontrados anexos no final deste trabalho.

4. Baseado na tabela do item 2, explique de forma detalhada por que tanto o erro quadrático médio quanto o número de épocas variam de treinamento para treinamento.

Resposta: A quantidade de épocas varia porque, uma vez que os pesos sinápticos são iniciados aleatoriamente, é possível que eles sejam iniciados mais próximos aos valores ideais. Dessa forma, o número de épocas poderá ser menor.

Entretanto, o número de épocas aumenta caso os pesos sinápticos sejam sorteados mais distantes dos pontos ideais.

Já o erro quadrático médio varia porque a superfície de erro produzida pelo PMC é não-linear. Isso significa que é possível a convergência para um mínimo local, portanto os erros quadráticos médios podem divergir por representarem mínimos locais dentro de uma função que está sendo aproximada pelo PMC.

Este aspecto também relaciona-se com o fato dos pesos sinápticos serem iniciados aleatoriamente. Ao iniciar W aleatoriamente, existe a possibilidade do PMC convergir para o mínimo local próximo, e parar neste ponto.



5. Para todos os treinamentos efetuados no item 2, faça então a validação da rede aplicando o conjunto de teste fornecido na tabela abaixo. Forneça, para cada treinamento, o erro relativo médio (%) entre os valores desejados e aqueles valores fornecidos pela rede em relação a todas as amostras de teste. Obtenha também a respectiva variância.

| Amostra | x_1 | x_2 | x_3 | d | y_{rede} (T1) | y_{rede} (T2) | y_{rede} (T3) | y_{rede} (T4) | y_{rede} (T5) |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 0.0611 | 0.2860 | 0.7464 | 0.4831 | 0.5268 | 0.5135 | 0.5255 | 0.5105 | 0.5227 |
| 2 | 0.5102 | 0.7464 | 0.0860 | 0.5965 | 0.6422 | 0.6337 | 0.5982 | 0.5909 | 0.6150 |
| 3 | 0.0004 | 0.6916 | 0.5006 | 0.5318 | 0.6693 | 0.6861 | 0.6069 | 0.6225 | 0.6724 |
| 4 | 0.9430 | 0.4476 | 0.2648 | 0.6843 | 0.7338 | 0.7536 | 0.6468 | 0.6772 | 0.7290 |
| 5 | 0.1399 | 0.1610 | 0.2477 | 0.2872 | 0.7036 | 0.7291 | 0.6082 | 0.6338 | 0.6881 |
| 6 | 0.6423 | 0.3229 | 0.8567 | 0.7663 | 0.7334 | 0.7829 | 0.6291 | 0.6770 | 0.7488 |
| 7 | 0.6492 | 0.0007 | 0.6422 | 0.5666 | 0.7426 | 0.8004 | 0.6258 | 0.6779 | 0.7520 |
| 8 | 0.1818 | 0.5078 | 0.9046 | 0.6601 | 0.7352 | 0.8187 | 0.6261 | 0.6885 | 0.7789 |
| 9 | 0.7382 | 0.2647 | 0.1916 | 0.5427 | 0.7480 | 0.8217 | 0.6265 | 0.6884 | 0.7763 |
| 10 | 0.3879 | 0.1307 | 0.8656 | 0.5836 | 0.7432 | 0.8322 | 0.6237 | 0.6889 | 0.7815 |
| 11 | 0.1903 | 0.6523 | 0.7820 | 0.6950 | 0.7374 | 0.8396 | 0.6252 | 0.6926 | 0.7974 |
| 12 | 0.8401 | 0.4490 | 0.2719 | 0.6790 | 0.7521 | 0.8444 | 0.6325 | 0.6942 | 0.8006 |
| 13 | 0.0029 | 0.3264 | 0.2476 | 0.2956 | 0.7343 | 0.8351 | 0.6202 | 0.6907 | 0.7964 |
| 14 | 0.7088 | 0.9342 | 0.2763 | 0.7742 | 0.7509 | 0.8415 | 0.6327 | 0.6932 | 0.8086 |
| 15 | 0.1283 | 0.1882 | 0.7253 | 0.4662 | 0.7373 | 0.8417 | 0.6253 | 0.6923 | 0.8085 |
| 16 | 0.8882 | 0.3077 | 0.8931 | 0.8093 | 0.7459 | 0.8523 | 0.6367 | 0.6931 | 0.8132 |
| 17 | 0.2225 | 0.9182 | 0.7820 | 0.7581 | 0.7410 | 0.8550 | 0.6428 | 0.6931 | 0.8204 |
| 18 | 0.1957 | 0.8423 | 0.3085 | 0.5826 | 0.7388 | 0.8543 | 0.6435 | 0.6928 | 0.8227 |
| 19 | 0.9991 | 0.5914 | 0.3933 | 0.7938 | 0.7458 | 0.8570 | 0.6555 | 0.6928 | 0.8240 |
| 20 | 0.2299 | 0.1524 | 0.7353 | 0.5012 | 0.7385 | 0.8573 | 0.6509 | 0.6926 | 0.8239 |
| Erro Relativo Médio (%) | | | | | 31.17 | 41.38 | 23.48 | 25.69 | 35.59 |
| Variância (%) | | | | | 16.93 | 28.76 | 11.10 | 14.77 | 26.83 |

6. Baseado nas análises da tabela acima, indique qual das configurações finais de treinamento {T1 , T2 , T3 , T4 ou T5} seria a mais adequada para o sistema de ressonância magnética, ou seja, qual delas está oferecendo a melhor generalização.

Resposta: O que oferece a melhor generalização é T4. Pois o resultado obtido com este treinamento mostrou valores de erro quadrático médio e variância bons.

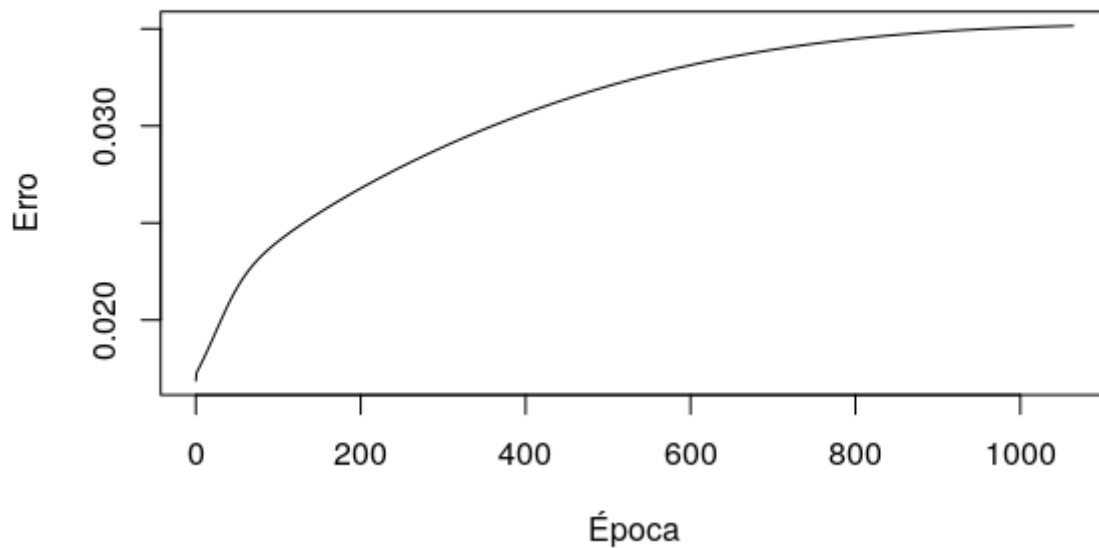


Gráfico do valor do erro quadrático médio para o treinamento T2

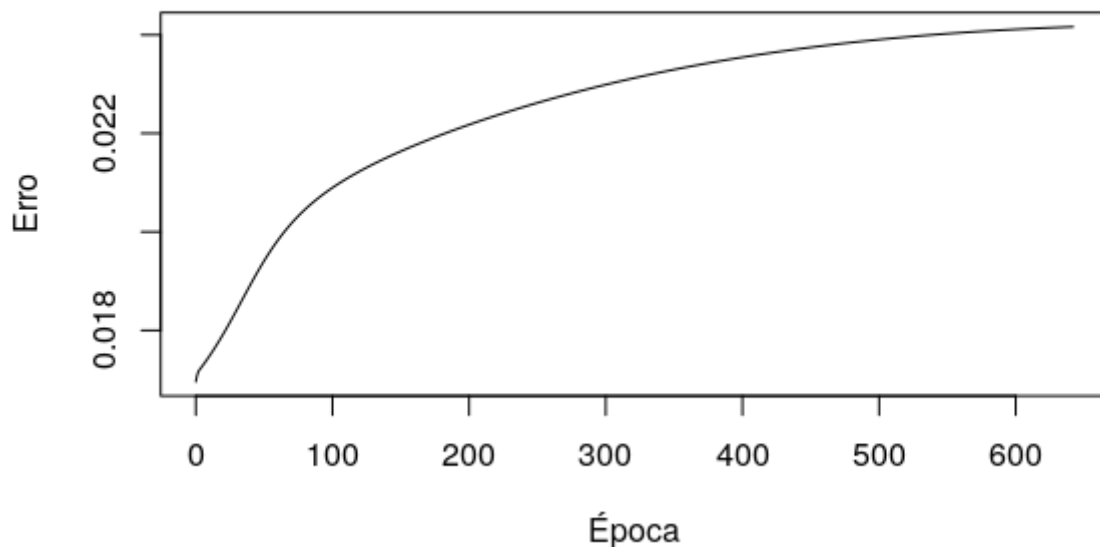


Gráfico do valor do erro quadrático médio para o treinamento T4



ANEXO

| Amostr a | x_1 | x_2 | x_3 | d | Amostr a | x_1 | x_2 | x_3 | d | Amostr a | x_1 | x_2 | x_3 | d |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|---------------------|--------|--------|--------|--------|---------------------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.8799 | 0.7998 | 0.3972 | 0.8399 | 71 | 0.3644 | 0.2948 | 0.3937 | 0.5240 | 141 | 0.2858 | 0.9688 | 0.2262 | 0.5988 |
| 2 | 0.5700 | 0.5111 | 0.2418 | 0.6258 | 72 | 0.2014 | 0.6326 | 0.9782 | 0.7143 | 142 | 0.7931 | 0.8993 | 0.9028 | 0.9728 |
| 3 | 0.6796 | 0.4117 | 0.3370 | 0.6622 | 73 | 0.4039 | 0.0645 | 0.4629 | 0.4547 | 143 | 0.7841 | 0.0778 | 0.9012 | 0.6832 |
| 4 | 0.3567 | 0.2967 | 0.6037 | 0.5969 | 74 | 0.7137 | 0.0670 | 0.2359 | 0.4602 | 144 | 0.1380 | 0.5881 | 0.2367 | 0.4622 |
| 5 | 0.3866 | 0.8390 | 0.0232 | 0.5316 | 75 | 0.4277 | 0.9555 | 0.0000 | 0.5477 | 145 | 0.6345 | 0.5165 | 0.7139 | 0.8191 |
| 6 | 0.0271 | 0.7788 | 0.7445 | 0.6335 | 76 | 0.0259 | 0.7634 | 0.2889 | 0.4738 | 146 | 0.2453 | 0.5888 | 0.1559 | 0.4765 |
| 7 | 0.8174 | 0.8422 | 0.3229 | 0.8068 | 77 | 0.1871 | 0.7682 | 0.9697 | 0.7397 | 147 | 0.1174 | 0.5436 | 0.3657 | 0.4953 |
| 8 | 0.6027 | 0.1468 | 0.3759 | 0.5342 | 78 | 0.3216 | 0.5420 | 0.0677 | 0.4526 | 148 | 0.3667 | 0.3228 | 0.6952 | 0.6376 |
| 9 | 0.1203 | 0.3260 | 0.5419 | 0.4768 | 79 | 0.2524 | 0.7688 | 0.9523 | 0.7711 | 149 | 0.9532 | 0.6949 | 0.4451 | 0.8426 |
| 10 | 0.1325 | 0.2082 | 0.4934 | 0.4105 | 80 | 0.3621 | 0.5295 | 0.2521 | 0.5571 | 150 | 0.7954 | 0.8346 | 0.0449 | 0.6676 |
| 11 | 0.6950 | 1.0000 | 0.4321 | 0.8404 | 81 | 0.2942 | 0.1625 | 0.2745 | 0.3759 | 151 | 0.1427 | 0.0480 | 0.6267 | 0.3780 |
| 12 | 0.0036 | 0.1940 | 0.3274 | 0.2697 | 82 | 0.8180 | 0.0023 | 0.1439 | 0.4018 | 152 | 0.1516 | 0.9824 | 0.0827 | 0.4627 |
| 13 | 0.2650 | 0.0161 | 0.5947 | 0.4125 | 83 | 0.8429 | 0.1704 | 0.5251 | 0.6563 | 153 | 0.4868 | 0.6223 | 0.7462 | 0.8116 |
| 14 | 0.5849 | 0.6019 | 0.4376 | 0.7464 | 84 | 0.9612 | 0.6898 | 0.6630 | 0.9128 | 154 | 0.3408 | 0.5115 | 0.0783 | 0.4559 |
| 15 | 0.0108 | 0.3538 | 0.1810 | 0.2800 | 85 | 0.1009 | 0.4190 | 0.0826 | 0.3055 | 155 | 0.8146 | 0.6378 | 0.5837 | 0.8628 |
| 16 | 0.9008 | 0.7264 | 0.9184 | 0.9602 | 86 | 0.7071 | 0.7704 | 0.8328 | 0.9298 | 156 | 0.2820 | 0.5409 | 0.7256 | 0.6939 |
| 17 | 0.0023 | 0.9659 | 0.3182 | 0.4986 | 87 | 0.3371 | 0.7819 | 0.0959 | 0.5377 | 157 | 0.5716 | 0.2958 | 0.5477 | 0.6619 |
| 18 | 0.1366 | 0.6357 | 0.6967 | 0.6459 | 88 | 0.1555 | 0.5599 | 0.9221 | 0.6663 | 158 | 0.9323 | 0.0229 | 0.4797 | 0.5731 |
| 19 | 0.8621 | 0.7353 | 0.2742 | 0.7718 | 89 | 0.7318 | 0.1877 | 0.3311 | 0.5689 | 159 | 0.2907 | 0.7245 | 0.5165 | 0.6911 |
| 20 | 0.0682 | 0.9624 | 0.4211 | 0.5764 | 90 | 0.1665 | 0.7449 | 0.0997 | 0.4508 | 160 | 0.0068 | 0.0545 | 0.0861 | 0.0851 |
| 21 | 0.6112 | 0.6014 | 0.5254 | 0.7868 | 91 | 0.8762 | 0.2498 | 0.9167 | 0.7829 | 161 | 0.2636 | 0.9885 | 0.2175 | 0.5847 |
| 22 | 0.0030 | 0.7585 | 0.8928 | 0.6388 | 92 | 0.9885 | 0.6229 | 0.2085 | 0.7200 | 162 | 0.0350 | 0.3653 | 0.7801 | 0.5117 |
| 23 | 0.7644 | 0.5964 | 0.0407 | 0.6055 | 93 | 0.0461 | 0.7745 | 0.5632 | 0.5949 | 163 | 0.9670 | 0.3031 | 0.7127 | 0.7836 |
| 24 | 0.6441 | 0.2097 | 0.5847 | 0.6545 | 94 | 0.3209 | 0.6229 | 0.5233 | 0.6810 | 164 | 0.0000 | 0.7763 | 0.8735 | 0.6388 |
| 25 | 0.0803 | 0.3799 | 0.6020 | 0.4991 | 95 | 0.9189 | 0.5930 | 0.7288 | 0.8989 | 165 | 0.4395 | 0.0501 | 0.9761 | 0.5712 |
| 26 | 0.1908 | 0.8046 | 0.5402 | 0.6665 | 96 | 0.0382 | 0.5515 | 0.8818 | 0.5999 | 166 | 0.9359 | 0.0366 | 0.9514 | 0.6826 |
| 27 | 0.6937 | 0.3967 | 0.6055 | 0.7595 | 97 | 0.3726 | 0.9988 | 0.3814 | 0.7086 | 167 | 0.0173 | 0.9548 | 0.4289 | 0.5527 |
| 28 | 0.2591 | 0.0582 | 0.3978 | 0.3604 | 98 | 0.4211 | 0.2668 | 0.3307 | 0.5080 | 168 | 0.6112 | 0.9070 | 0.6286 | 0.8803 |
| 29 | 0.4241 | 0.1850 | 0.9066 | 0.6298 | 99 | 0.2378 | 0.0817 | 0.3574 | 0.3452 | 169 | 0.2010 | 0.9573 | 0.6791 | 0.7283 |
| 30 | 0.3332 | 0.9303 | 0.2475 | 0.6287 | 100 | 0.9893 | 0.7637 | 0.2526 | 0.7755 | 170 | 0.8914 | 0.9144 | 0.2641 | 0.7966 |
| 31 | 0.3625 | 0.1592 | 0.9981 | 0.5948 | 101 | 0.8203 | 0.0682 | 0.4260 | 0.5643 | 171 | 0.0061 | 0.0802 | 0.8621 | 0.3711 |
| 32 | 0.9259 | 0.0960 | 0.1645 | 0.4716 | 102 | 0.6226 | 0.2146 | 0.1021 | 0.4452 | 172 | 0.2212 | 0.4664 | 0.3821 | 0.5260 |
| 33 | 0.8606 | 0.6779 | 0.0033 | 0.6242 | 103 | 0.4589 | 0.3147 | 0.2236 | 0.4962 | 173 | 0.2401 | 0.6964 | 0.0751 | 0.4637 |
| 34 | 0.0838 | 0.5472 | 0.3758 | 0.4835 | 104 | 0.3471 | 0.8889 | 0.1564 | 0.5875 | 174 | 0.7881 | 0.9833 | 0.3038 | 0.8049 |
| 35 | 0.0303 | 0.9191 | 0.7233 | 0.6491 | 105 | 0.5762 | 0.8292 | 0.4116 | 0.7853 | 175 | 0.2435 | 0.0794 | 0.5551 | 0.4223 |
| 36 | 0.9293 | 0.8319 | 0.9664 | 0.9840 | 106 | 0.9053 | 0.6245 | 0.5264 | 0.8506 | 176 | 0.2752 | 0.8414 | 0.2797 | 0.6079 |
| 37 | 0.7268 | 0.1440 | 0.9753 | 0.7096 | 107 | 0.2860 | 0.0793 | 0.0549 | 0.2224 | 177 | 0.7616 | 0.4698 | 0.5337 | 0.7809 |
| 38 | 0.2888 | 0.6593 | 0.4078 | 0.6328 | 108 | 0.9567 | 0.3034 | 0.4425 | 0.6993 | 178 | 0.3395 | 0.0022 | 0.0087 | 0.1836 |
| 39 | 0.5515 | 0.1364 | 0.2894 | 0.4745 | 109 | 0.5170 | 0.9266 | 0.1565 | 0.6594 | 179 | 0.7849 | 0.9981 | 0.4449 | 0.8641 |
| 40 | 0.7683 | 0.0067 | 0.5546 | 0.5708 | 110 | 0.8149 | 0.0396 | 0.6227 | 0.6165 | 180 | 0.8312 | 0.0961 | 0.2129 | 0.4857 |
| 41 | 0.6462 | 0.6761 | 0.8340 | 0.8933 | 111 | 0.3710 | 0.3554 | 0.5633 | 0.6171 | 181 | 0.9763 | 0.1102 | 0.6227 | 0.6667 |
| 42 | 0.3694 | 0.2212 | 0.1233 | 0.3658 | 112 | 0.8702 | 0.3185 | 0.2762 | 0.6287 | 182 | 0.8597 | 0.3284 | 0.6932 | 0.7829 |
| 43 | 0.2706 | 0.3222 | 0.9996 | 0.6310 | 113 | 0.1016 | 0.6382 | 0.3173 | 0.4957 | 183 | 0.9295 | 0.3275 | 0.7536 | 0.8016 |
| 44 | 0.6282 | 0.1404 | 0.8474 | 0.6733 | 114 | 0.3890 | 0.2369 | 0.0083 | 0.3235 | 184 | 0.2435 | 0.2163 | 0.7625 | 0.5449 |
| 45 | 0.5861 | 0.6693 | 0.3818 | 0.7433 | 115 | 0.2702 | 0.8617 | 0.1218 | 0.5319 | 185 | 0.9281 | 0.8356 | 0.5285 | 0.8991 |
| 46 | 0.6057 | 0.9901 | 0.5141 | 0.8466 | 116 | 0.7473 | 0.6507 | 0.5582 | 0.8464 | 186 | 0.8313 | 0.7566 | 0.6192 | 0.9047 |
| 47 | 0.5915 | 0.5588 | 0.3055 | 0.6787 | 117 | 0.9108 | 0.2139 | 0.4641 | 0.6625 | 187 | 0.1712 | 0.0545 | 0.5033 | 0.3561 |
| 48 | 0.8359 | 0.4145 | 0.5016 | 0.7597 | 118 | 0.4343 | 0.6028 | 0.1344 | 0.5546 | 188 | 0.0609 | 0.1702 | 0.4306 | 0.3310 |
| 49 | 0.5497 | 0.6319 | 0.8382 | 0.8521 | 119 | 0.6847 | 0.4062 | 0.9318 | 0.8204 | 189 | 0.5899 | 0.9408 | 0.0369 | 0.6245 |
| 50 | 0.7072 | 0.1721 | 0.3812 | 0.5772 | 120 | 0.8657 | 0.9448 | 0.9900 | 0.9904 | 190 | 0.7858 | 0.5115 | 0.0916 | 0.6066 |
| 51 | 0.1185 | 0.5084 | 0.8376 | 0.6211 | 121 | 0.4011 | 0.4138 | 0.8715 | 0.7222 | 191 | 1.0000 | 0.1653 | 0.7103 | 0.7172 |
| 52 | 0.6365 | 0.5562 | 0.4965 | 0.7693 | 122 | 0.5949 | 0.2600 | 0.0810 | 0.4480 | 192 | 0.2007 | 0.1163 | 0.3431 | 0.3385 |
| 53 | 0.4145 | 0.5797 | 0.8599 | 0.7878 | 123 | 0.1845 | 0.7906 | 0.9725 | 0.7425 | 193 | 0.2306 | 0.0330 | 0.0293 | 0.1590 |
| 54 | 0.2575 | 0.5358 | 0.4028 | 0.5777 | 124 | 0.3438 | 0.6725 | 0.9821 | 0.7926 | 194 | 0.8477 | 0.6378 | 0.4623 | 0.8254 |
| 55 | 0.2026 | 0.3300 | 0.3054 | 0.4261 | 125 | 0.8398 | 0.1360 | 0.9119 | 0.7222 | 195 | 0.9677 | 0.7895 | 0.9467 | 0.9782 |
| 56 | 0.3385 | 0.0476 | 0.5941 | 0.4625 | 126 | 0.2245 | 0.0971 | 0.6136 | 0.4402 | 196 | 0.0339 | 0.4669 | 0.1526 | 0.3250 |
| 57 | 0.4094 | 0.1726 | 0.7803 | 0.6015 | 127 | 0.3742 | 0.9668 | 0.8194 | 0.8371 | 197 | 0.0080 | 0.8988 | 0.4201 | 0.5404 |
| 58 | 0.1261 | 0.6181 | 0.4927 | 0.5739 | 128 | 0.9572 | 0.9836 | 0.3793 | 0.8556 | 198 | 0.9955 | 0.8897 | 0.6175 | 0.9360 |
| 59 | 0.1224 | 0.4662 | 0.2146 | 0.4007 | 129 | 0.7496 | 0.0410 | 0.1360 | 0.4059 | 199 | 0.7408 | 0.5351 | 0.2732 | 0.6949 |
| 60 | 0.6793 | 0.6774 | 1.0000 | 0.9141 | 130 | 0.9123 | 0.3510 | 0.0682 | 0.5455 | 200 | 0.6843 | 0.3737 | 0.1562 | 0.5625 |
| 61 | 0.8176 | 0.0358 | 0.2506 | 0.4707 | 131 | 0.6954 | 0.5500 | 0.6801 | 0.8388 | | | | | |
| 62 | 0.6937 | 0.6685 | 0.5075 | 0.8220 | 132 | 0.5252 | 0.6529 | 0.5729 | 0.7893 | | | | | |
| 63 | 0.2404 | 0.5411 | 0.8754 | 0.6980 | 133 | 0.3156 | 0.3851 | 0.5983 | 0.6161 | | | | | |
| 64 | 0.6553 | 0.2609 | 0.1188 | 0.4851 | 134 | 0.1460 | 0.1637 | 0.0249 | 0.1813 | | | | | |
| 65 | 0.8886 | 0.0288 | 0.2604 | 0.4802 | 135 | 0.7780 | 0.4491 | 0.4614 | 0.7498 | | | | | |
| 66 | 0.3974 | 0.5275 | 0.6457 | 0.7215 | 136 | 0.5959 | 0.8647 | 0.8601 | 0.9176 | | | | | |
| 67 | 0.2108 | 0.4910 | 0.5432 | 0.5913 | 137 | 0.2204 | 0.1785 | 0.4607 | 0.4276 | | | | | |
| 68 | 0.8675 | 0.5571 | 0.1849 | 0.6805 | 138 | 0.7355 | 0.8264 | 0.7015 | 0.9214 | | | | | |
| 69 | 0.5693 | 0.0242 | 0.9293 | 0.6033 | 139 | 0.9931 | 0.6727 | 0.3139 | 0.7829 | | | | | |
| 70 | 0.8439 | 0.4631 | 0.6345 | 0.8226 | 140 | 0.9123 | 0.0000 | 0.1106 | 0.3944 | | | | | |