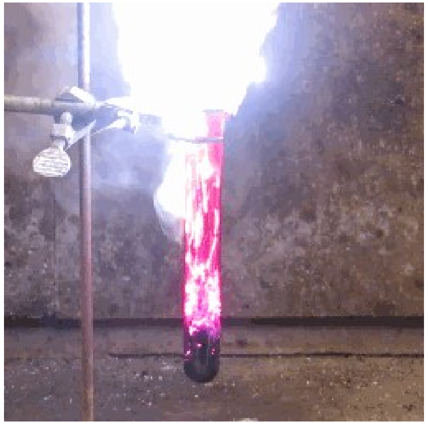
Energia Cinética e Trabalho

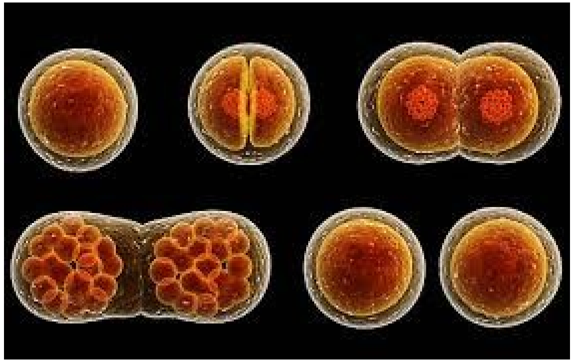
Energia

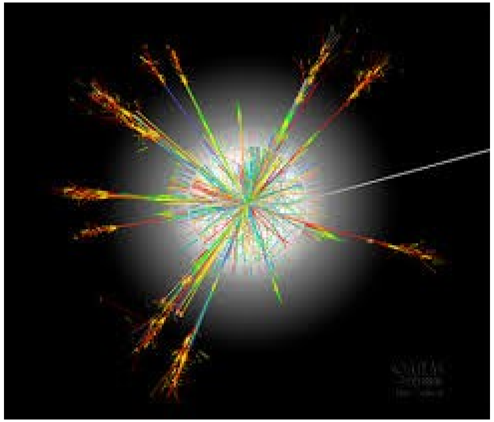
- Conceito fundamental em física
- Várias formas de energia: mecânica, elétrica, térmica, termodinâmica, etc.
- Energia $\Longrightarrow$ capacidade de um sistema realizar trabalho
- Trabalho $\Longrightarrow$ energia transferida de um sistema para outro por meio da aplicação de uma força
- Trabalho $\Longrightarrow$ processo através do qual energia pode ser transformada

Energia Cinética e Trabalho

Energia





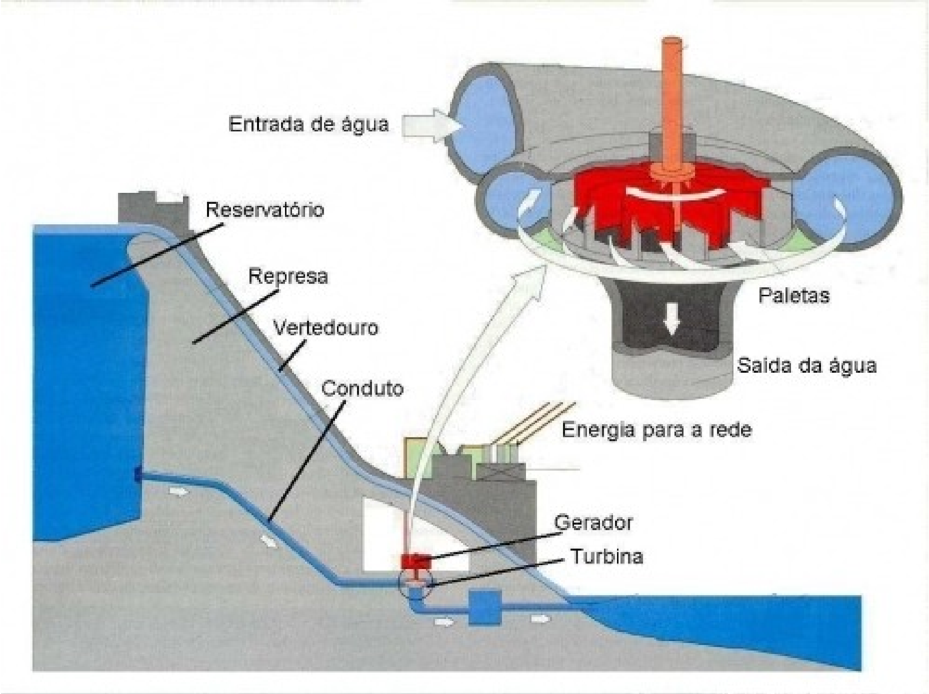


Energia

- Trabalho e transformação de energia

Usina hidrelétrica:

Energia potencial gravitacional $\Longrightarrow$ energia elétrica



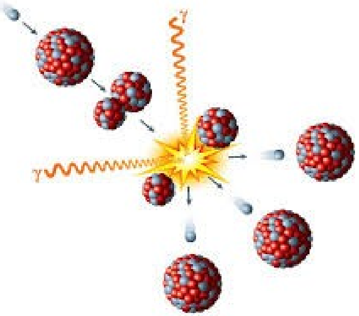
Energia Cinética e Trabalho

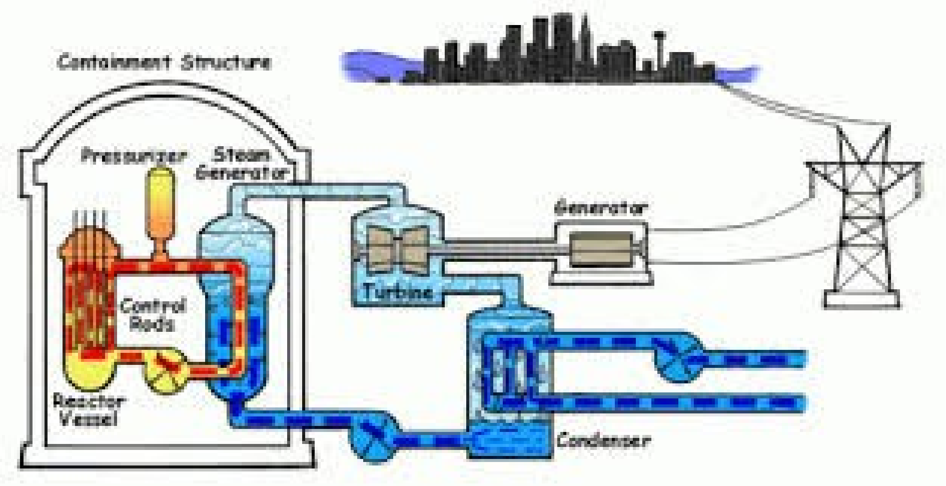
Energia

- Trabalho e transformação de energia

Usina Nuclear:

Energia nuclear $\Longrightarrow$ energia elétrica





Energia

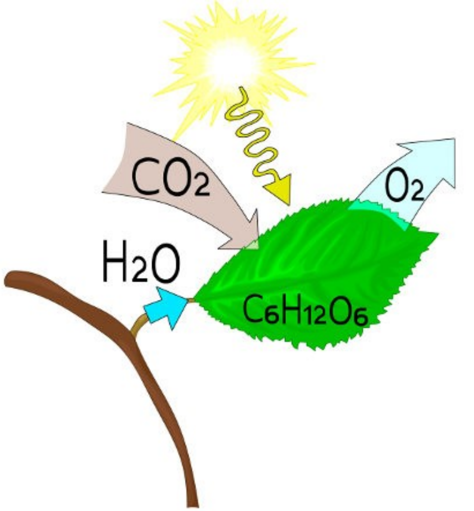
- Trabalho e transformação de energia

Célula fotovoltaica:

Energia luminosa $\Longrightarrow$ energia elétrica

fotossíntese:

Energia luminosa $\Longrightarrow$ energia química



$$6CO_2 + 6H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

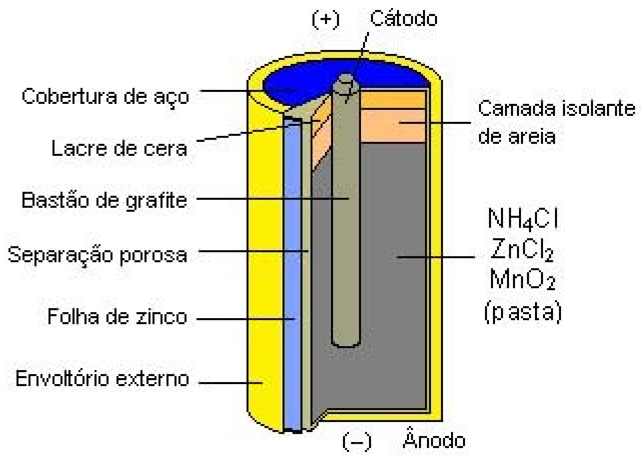
Energia Cinética e Trabalho

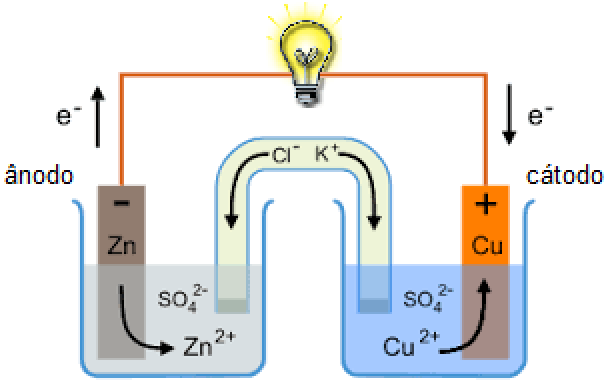
Energia

- Trabalho e transformação de energia

Pilhas e Baterias:

Energia química $\Rightarrow$ energia elétrica





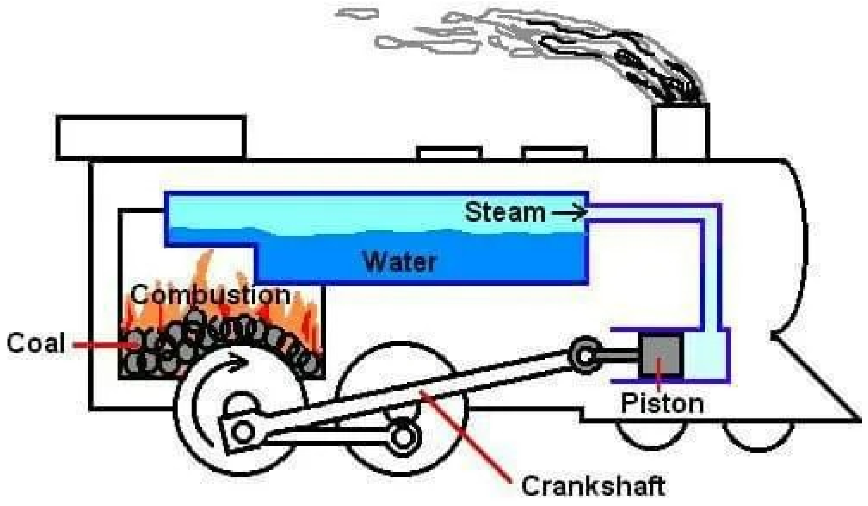
Energia Cinética e Trabalho

Energia

- Trabalho e transformação de energia

Máquina térmica:

Energia térmica $\Longrightarrow$ energia mecânica

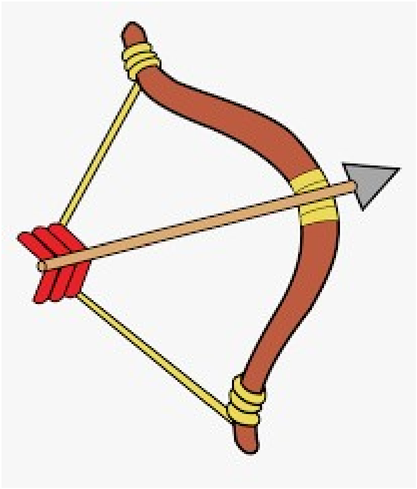
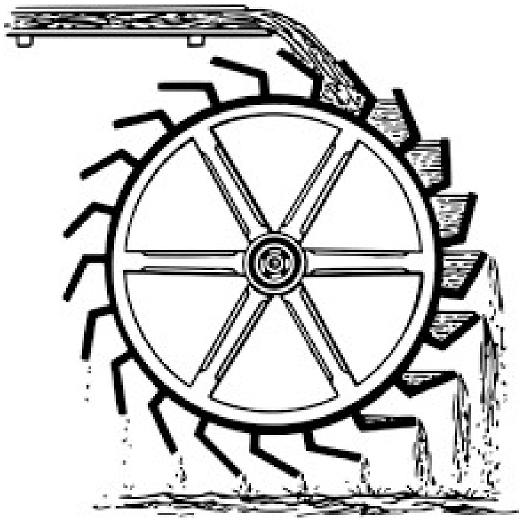


Energia

- Trabalho e transformação de energia

Energia Mecânica:

$$\text{Energia Potencial} \xrightarrow{\text{Trabalho}} \text{Energia Cinética}$$

Energia Cinética e Trabalho

Energia

- Trabalho $\Rightarrow$ processo através do qual a energia pode ser transformada
- Formas de ***energia mecânica***: ***cinética e potencial***.
- Energia se conserva em um sistema isolado.

$$\text{Energia Potencial} \xrightarrow{\text{Trabalho}} \text{Energia Cinética}$$

Energia

- Grandeza escalar
- assim como temperatura, tempo, densidade, etc.
- Unidades no **SI:** $[E] = \dfrac{kg\ m^2}{s^2} = N * m = J(\text{Joule})$

Sistema	Energia	Força	Massa	Aceleração
SI	Joule	Newton (N)	quilograma	$\frac{m}{s^2}$
CGS	erg	dina	grama (g)	$\frac{cm}{s^2}$

Energia Cinética

- Energia associada ao estado de movimento de um corpo
- Normalmente representada pelo símbolo ***K*** (do inglês kinetic)

$$K = \frac{1}{2} m |\vec{v}|^2$$

$$[K] = \frac{kg\ m^2}{s^2} = J(\text{Joule})$$

Energia Cinética

- Energia Cinética e a fórmula de Torricelli $|\vec{v}_f|^2 - |\vec{v}_i|^2 = 2 * a * d$

$$m|\vec{v}_f|^2 - m|\vec{v}_i|^2 = 2 * ma * d$$

$$\frac{m|\vec{v}_f|^2}{2} - \frac{m|\vec{v}_i|^2}{2} = ma * d$$

$$\frac{m|\vec{v}_f|^2}{2} - \frac{m|\vec{v}_i|^2}{2} = F_R * d$$

$$K_f - K_i = F_R * d$$

$$\Delta K = F_R * d$$

Trabalho

- Para mudar a energia de movimento (K) de um corpo devemos realizar trabalho (W) sobre o corpo
- Consideremos, por simplicidade, o movimento unidimensional

$$K = \frac{m}{2} v^2$$

$$\frac{d}{dt}(K) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2} v^2\right) = \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\left(v^2\right)$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{m}{2}\left(2v\frac{dv}{dt}\right)$$

$$\frac{dK}{dt} = mv\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dt}v$$

$$\frac{dK}{dt} = ma * v = F_R * v$$

$$\frac{dK}{dt} = F_R \frac{dx}{dt}$$

$$dK = F_R * dx \equiv dW$$

$$\boxed{\begin{aligned} dW &= F_R * dx \\ dW &= dK \end{aligned}}$$

Energia Cinética e Trabalho

Trabalho

- Para mudar a energia de movimento (K) de um corpo devemos realizar trabalho (W) sobre o corpo

$$dK = F_R * dx \equiv dW \Longrightarrow \boxed{\begin{aligned} dW &= F_R * dx \\ dW &= dK \end{aligned}}$$

- Para o movimento em 3D escrevemos: $dK = \vec{F}_R \cdot d\vec{r} \equiv dW$

$dK = \text{variação de energia K}$

$\vec{F}_R = \text{força resultante agindo no corpo}$

$d\vec{r} = \text{deslocamento}$

$dW = \text{trabalho realizado pela força } \vec{F}_R$

Produto escalar

$$\vec{F}_R \cdot d\vec{r} = |\vec{F}_R||d\vec{r}|cos\theta$$

Apenas a força na direção do deslocamento.

Energia Cinética e Trabalho

Trabalho

- Para mudar a energia de movimento (K) de um corpo devemos realizar trabalho (W) sobre o corpo

$$dK = \vec{F}_R \cdot d\vec{r} \equiv dW$$

Produto escalar

$$\vec{F}_R \cdot d\vec{r} = |\vec{F}_R||d\vec{r}|cos\theta$$

Apenas a força na direção do deslocamento

- Casos particulares:

- $\vec{F}_R \perp d\vec{r} \Longrightarrow dW = 0$
- $\vec{F}_R \uparrow\uparrow d\vec{r} \Longrightarrow dW = F_R * dr \quad , \quad dW \text{ é máximo}$
- $\vec{F}_R \uparrow\downarrow d\vec{r} \Longrightarrow dW = -F_R * dr$

Trabalho

- Trabalho infinitesimal:

$$dW = \vec{F}_R \cdot d\vec{r}$$

- Trabalho realizado durante um deslocamento finito

$$\int_a^b dW = \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r}$$

$$\Delta W = \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r}$$

- Trabalho de uma força constante:

$$\begin{aligned}\Delta W &= \int_a^b \vec{F}_R \cdot d\vec{r} \\ &= \vec{F}_R \cdot \int_a^b d\vec{r} \\ &= \vec{F}_R \cdot (\vec{r}_b - \vec{r}_a) = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r}\end{aligned}$$

- Trabalho resultante:

$$\begin{aligned}W_{total} &= \vec{F}_R \cdot d\vec{r} \\ &= \left(\sum_i \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{r} = \sum_i W_i\end{aligned}$$

Energia Cinética e Trabalho

Trabalho

- Trabalho e variação de Energia Cinética

$$\Delta W = \int_1^2 \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_1^2 \vec{F}_R \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = \int_1^2 \vec{F}_R \cdot \vec{v} dt = \int_1^2 m\vec{a} \cdot \vec{v} dt$$

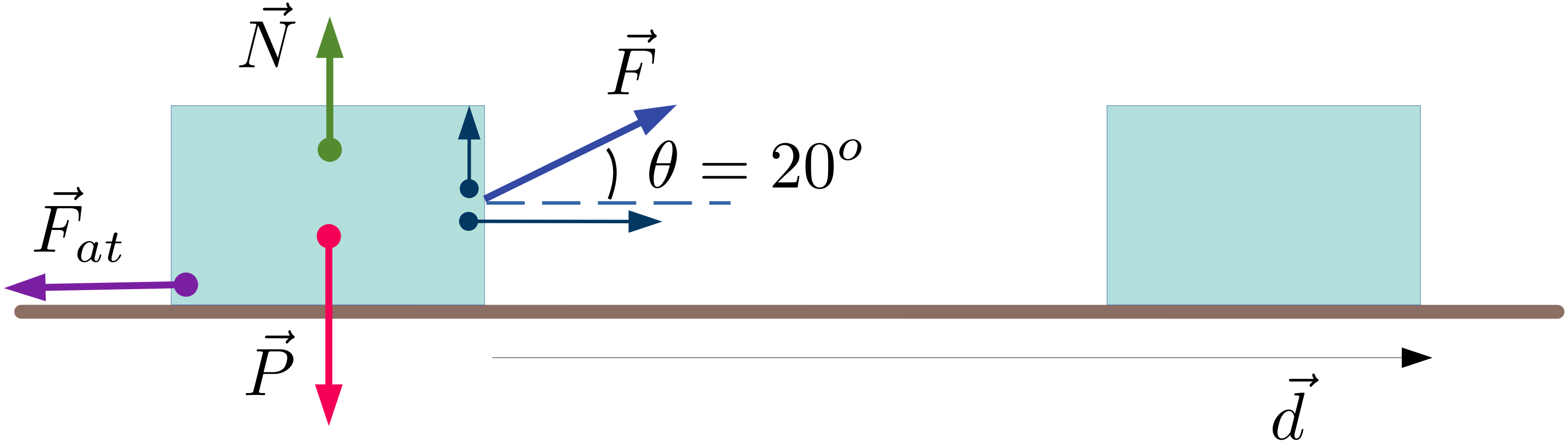
$$\Delta W = \int_1^2 m\vec{a} \cdot \vec{v} dt = \int_1^2 m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = \int_1^2 m\vec{v} \cdot d\vec{v} = m \int_1^2 \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\Delta W = m \int_1^2 \vec{v} \cdot d\vec{v} = m \frac{|\vec{v}_2|^2}{2} - m \frac{|\vec{v}_1|^2}{2} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

Um bloco de 15 kg é arrastado sobre uma superfície horizontal, áspera, por uma força de 70 N que faz um ângulo de 20º com o plano horizontal. O bloco se desloca 5 m, e o coeficiente de atrito cinético é μ_c=0,3. Achar o trabalho feito (a) pela força F de 70 N, (b) pela força de atrito F_{at}, (c) pela força normal N e (d) pela força da gravidade. (e) Qual o trabalho líquido aplicado sobre o bloco?



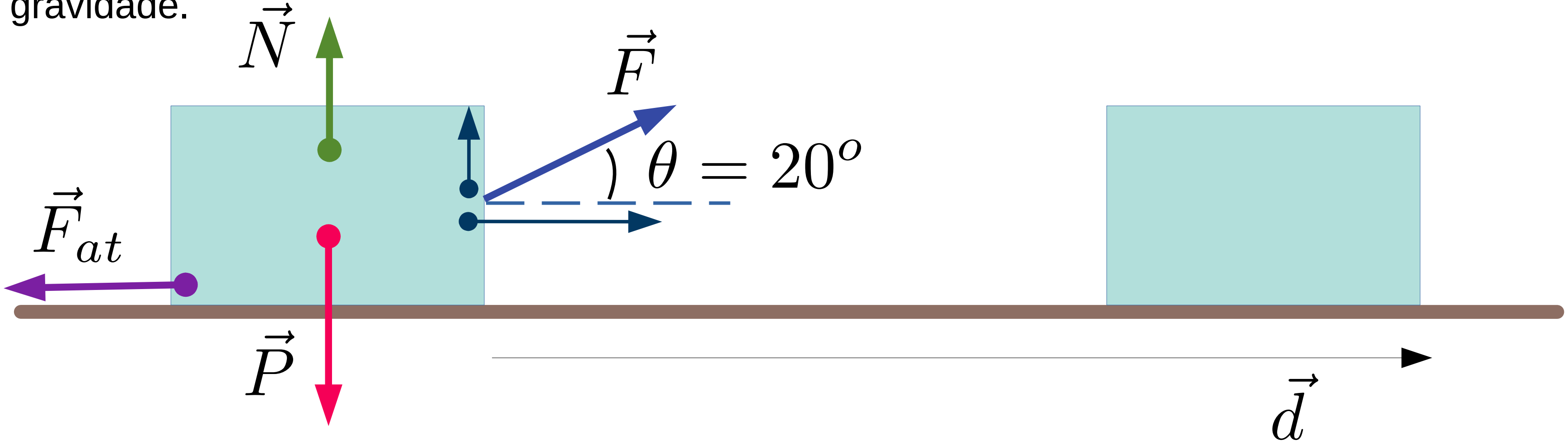
$$(I)\ N + Fsen\theta = P \Longrightarrow N = P - Fsen\theta$$

$$(II)\ F_{at} = \mu_c * N$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

Achar o trabalho feito (a) pela força F de 70 N, (b) pela força de atrito F_{at}, (c) pela força normal N e (d) pela força da gravidade.



(a) trabalho feito pela força F: W_F

$$W_F = \vec{F} \cdot \vec{d} = F * d * cos\theta = 328.9J$$

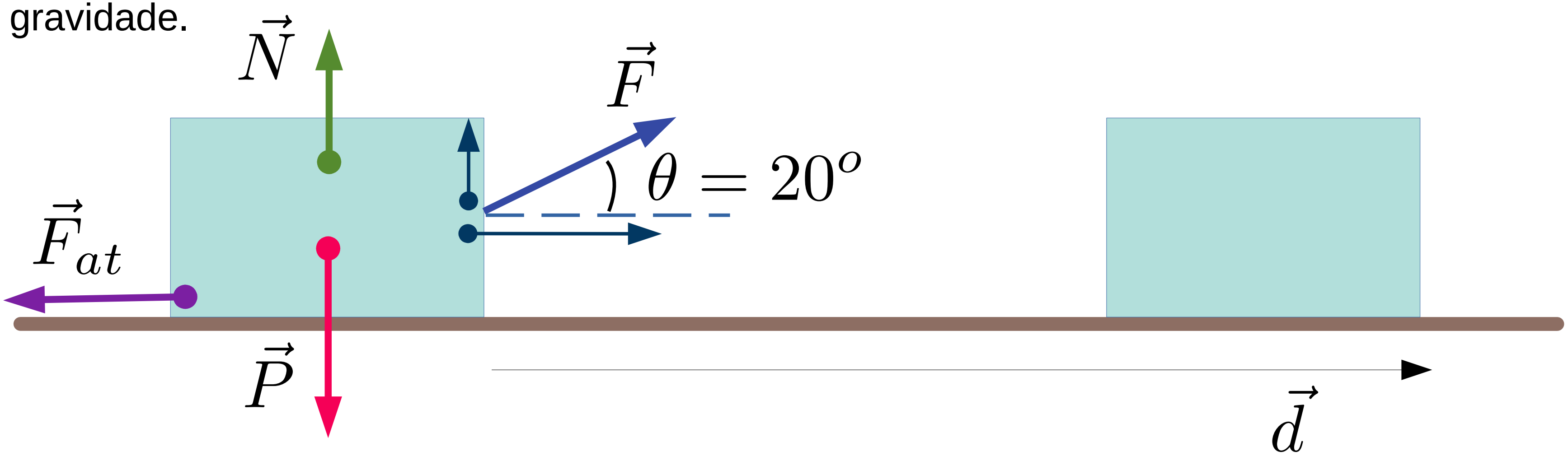
(b) trabalho feito por F_{at}: W_{at}

$$W_{at} = \vec{F}_{at} \cdot \vec{d} = -\mu_c * N * d = -184.6J$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

Achar o trabalho feito (a) pela força F de 70 N, (b) pela força de atrito F_{at}, (c) pela força normal N e (d) pela força da gravidade.



(c) trabalho feito pela força normal N: W_N

$$W_N = \vec{N} \cdot \vec{d} = 0$$

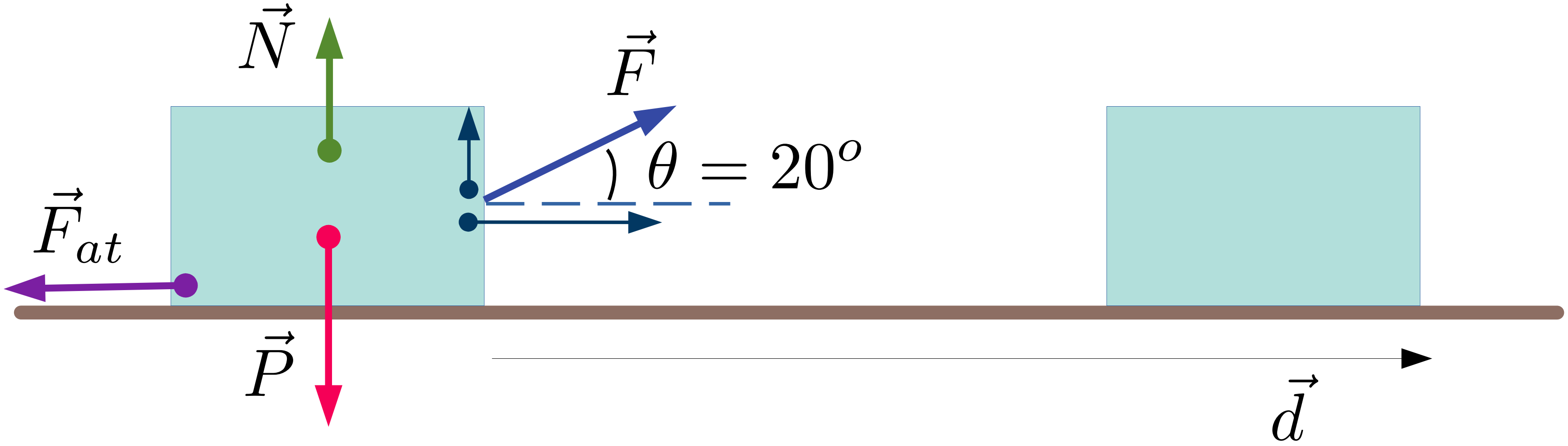
(b) trabalho feito pela força da gravidade: W_G

$$W_G = \vec{P} \cdot \vec{d} = 0$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

(e) Qual o trabalho líquido aplicado sobre o bloco?



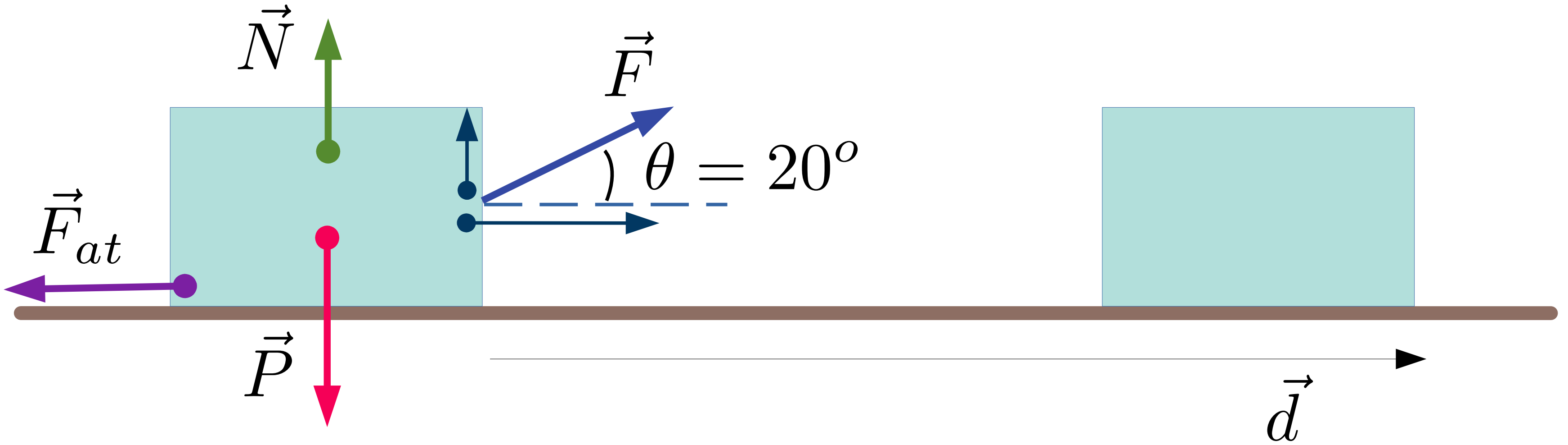
$$W_{total} = \sum_i W_i = 328.9J - 184.6J = 144.3J$$

$$W_{total} = \vec{F}_R \cdot \vec{d} = \left(\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{at}\right) \cdot \vec{d} = 144.3J$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

(f) Se a energia cinética inicial do bloco era K_i = 10 J, qual sua energia cinética no final do processo, em d=5 m?



$$K_i = \frac{m}{2} v_i^2 = 10J \Longrightarrow v_i = 1.35 \frac{m}{s}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 * a * d \Longrightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 + 2 * \left(\frac{F cos\theta - F_{at}}{m}\right) * d} = 5.32 \frac{m}{s}$$

$$K_f = \frac{m}{2} v_f^2 = 154.3J \quad \Longrightarrow \boxed{\Delta K = K_f - K_i = 144.3J = W_{total}}$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

Um trenó e seu ocupante, com massa total de 85 kg, descem uma encosta e atingem um trecho horizontal retilíneo com uma velocidade de 37 m/s. Se uma força desacelera o trenó até o repouso a uma taxa constante de 2 m/s², determine (a) o módulo da força F, (b) a distância d que o trenó percorre até parar e (c) o trabalho W realizado pela força sobre o trenó.

Resposta:

(a) força desacelera o trenó: $F = m * a = 85kg * (-2\frac{m}{s^2}) = -170\ N$

(b) $d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = 342.25\ m$

(c) $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = -170N * 342.5m = -58.2\ kJ$

Energia Cinética e Trabalho

Potência

- Trabalho executado por uma força por unidade de tempo
- Taxa temporal em que o trabalho se efetua
- Potência média: $\overline{P} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$
- Potência instantânea: $P = \dfrac{d}{dt}W = \dfrac{dW}{dt}$
- Unidades no SI:

$$[P] = \frac{kg * m^2}{s^3} = \frac{N * m}{s} = \frac{J}{s} = W \ (\mathrm{Watt})$$

Potência

- Taxa temporal em que o trabalho se efetua

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}W = \frac{d}{dt}\left(\int \vec{F}\cdot d\vec{r}\right) = \frac{d}{dt}\left(\int \vec{F}\cdot \frac{d\vec{r}}{dt}dt\right) = \frac{d}{dt}\left(\int \vec{F}\cdot \vec{v}\; dt\right)$$

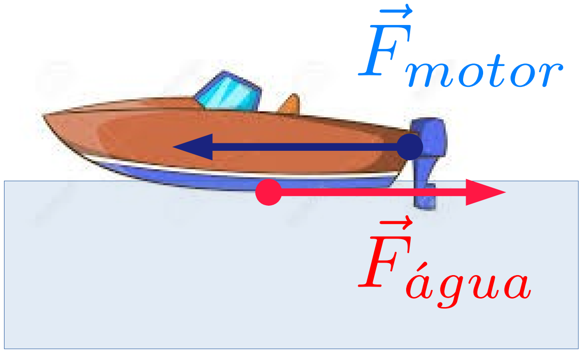
- Portanto, obtemos

$$\boxed{P = \vec{F}\cdot\vec{v}}$$

Energia Cinética e Trabalho

Exemplos:

Um motor de popa impele uma embarcação, na água, à velocidade constante de 46 km/h. A água resiste ao movimento da embarcação com uma força de 600 N. Qual a potência do motor de popa?



Se a velocidade é constante,

$$F_R = F_{motor} - F_{agua} = 0 \Longrightarrow F_{motor} = F_{agua}$$

Portanto,

$$P = F_{motor} v = 600N * 46\frac{km}{h} = 600N * 12.5\frac{m}{s} = 7.67\ kW$$

hp (horsepower) é uma unidade de potência muito empregada em motores.
1 hp = 745 W.
Portanto, P = 10.28 hp, desconsiderando-se as perdas de energia.