

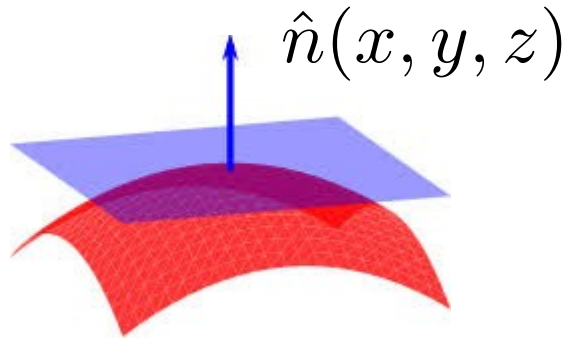
# Dinâmica: Aplicações das Leis de Newton

1



## Força Normal:

- Força de reação
- Componente da força de contato que é perpendicular (normal) à superfície
- Vetor normal: vetor perpendicular à superfície

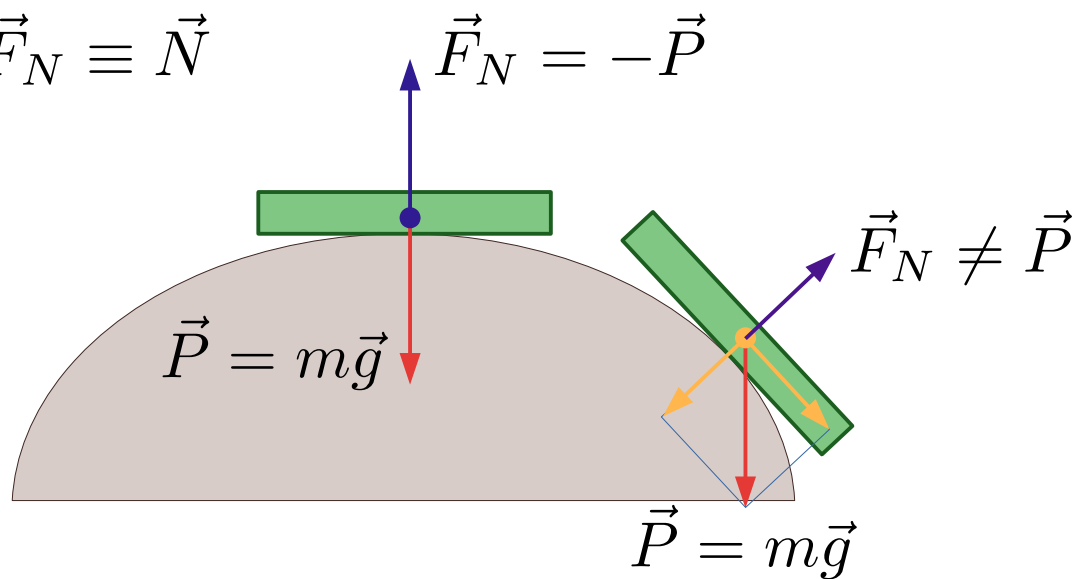


Versor perpendicular à superfície  $S(x,y,z)$ .

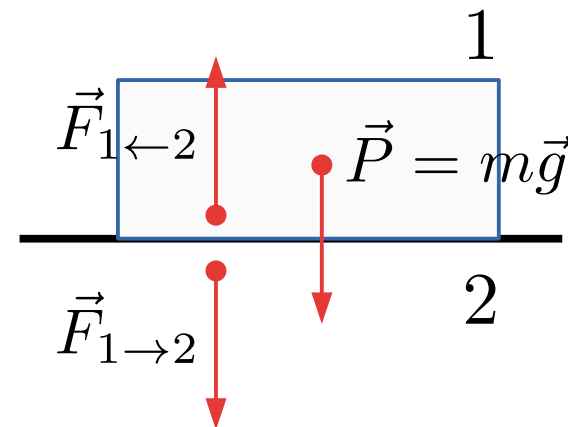
## Força Normal:

- Força de reação
- Componente da força de contato que é perpendicular à superfície

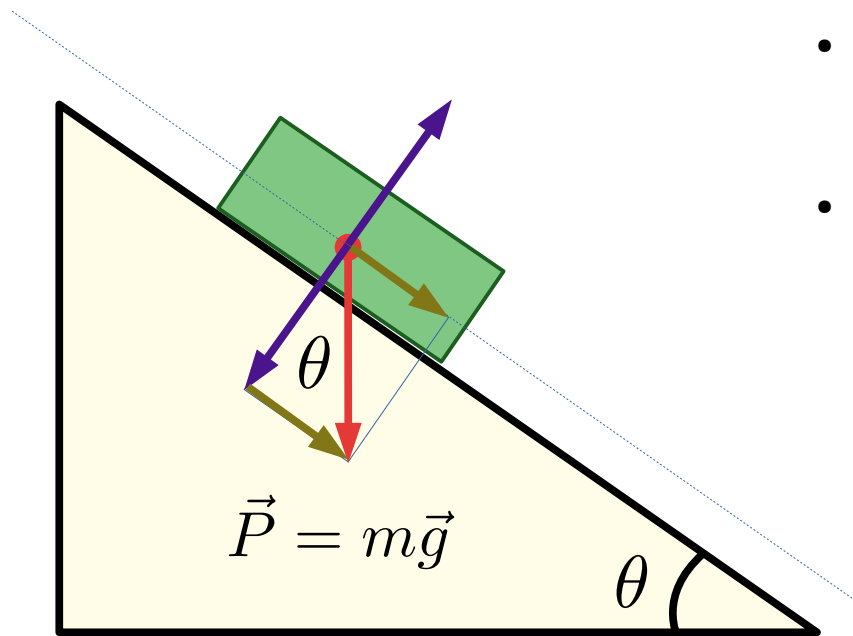
$$\vec{F}_N \equiv \vec{N}$$



Força de contato  $\equiv$  ação/reação



## Plano Inclinado sem atrito:



- Força Normal:  $F_N = P \cos \theta = mg \cos \theta$
- Segunda Lei de Newton:

$$F_R = ma$$

$$P \sin \theta = ma$$

$$mg \sin \theta = ma$$

$$\therefore a = g \sin \theta$$

para qualquer objeto que desliza  
sem atrito.

## Forças de atrito:

- Forças de contato ***tangenciais*** à superfície
- Descritas por leis empíricas
- Depende da natureza dos materiais e da dinâmica
- Depende do estado da superfície: lubrificada, polida, oxidada
- Força **dissipativa**
- Pertence ao ramo da ciência denominado **tribologia**

## Força de atrito:

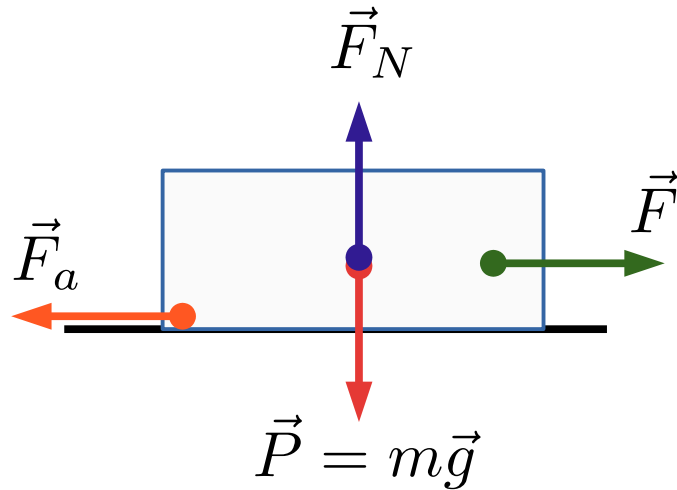
- Leis da força de atrito:
  - (a) força de atrito é uma força de reação (**contrária ao movimento**);
  - (b) força de atrito máxima é  $|\vec{F}_a|_{max} = \mu_e |\vec{N}|$
  - (c) o coeficiente de proporcionalidade adimensional  $\mu_e$  é denominado **coeficiente de atrito**, e depende da natureza das duas superfícies;
  - (d) quando o objeto começa a se mover o coeficiente de atrito diminui portanto temos:  
 $\mu_e$ =coeficiente de atrito **estático**  
 $\mu_c$ =coeficiente de atrito **cinético**, com  $\mu_e > \mu_c > 0$  (coeficientes **positivos**);
  - (e) a força de atrito **não depende da área de contato**.

## Força de atrito:

Conceitos:

Força de contato

Força de reação ao movimento



Equação de Movimento (2ª Lei de Newton):

$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_N + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

Para a superfície horizontal,  $\vec{P} = -\vec{F}_N$

Portanto

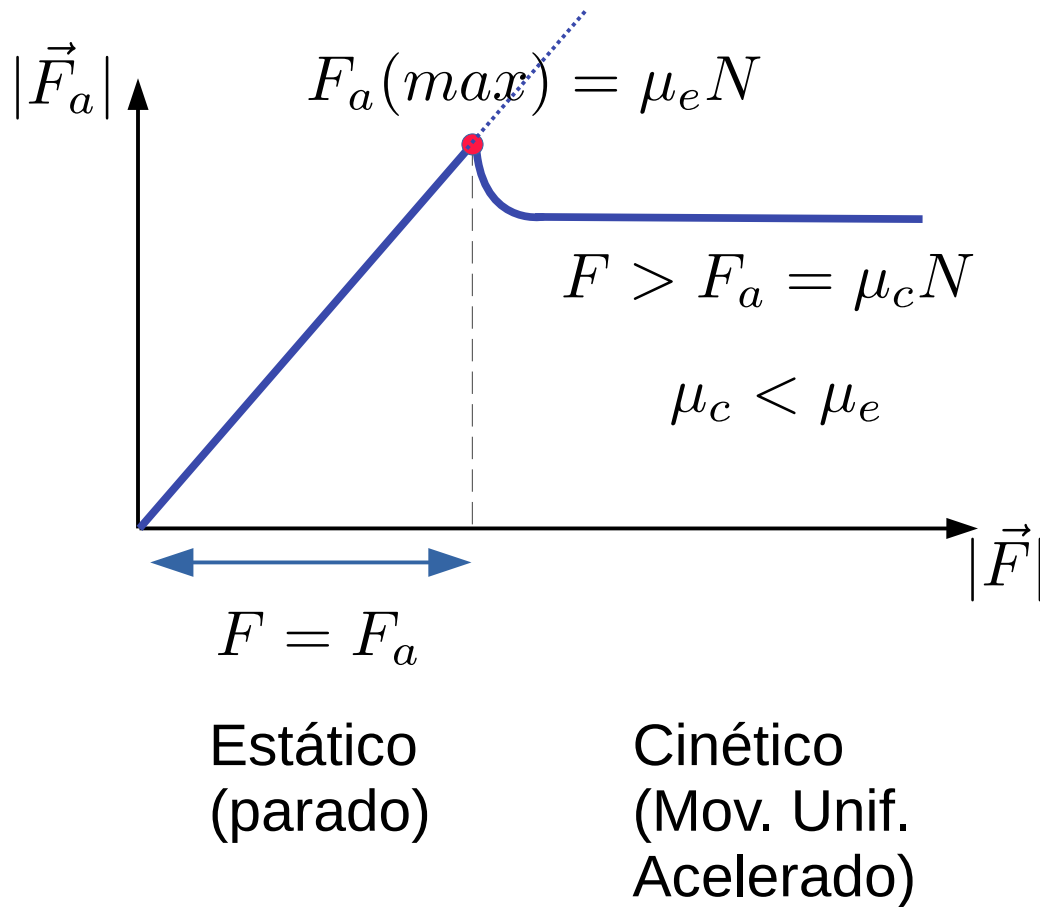
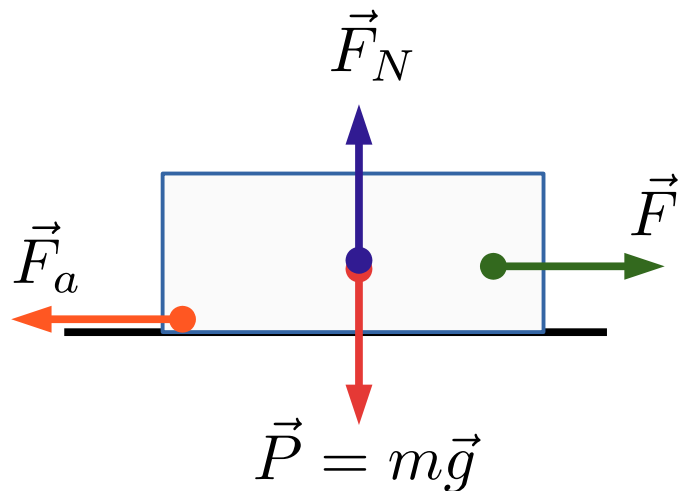
$$\vec{F} + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

## Força de atrito:

Conceitos:

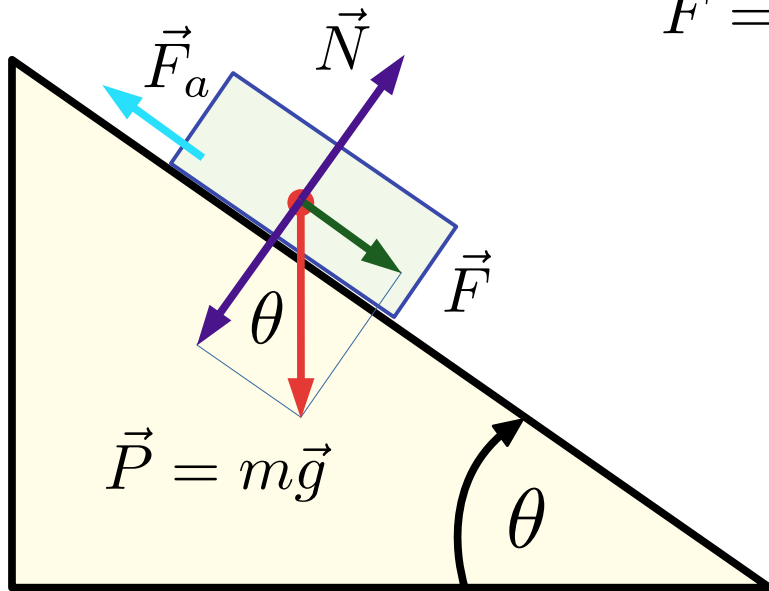
Força de contato

Força de reação ao movimento



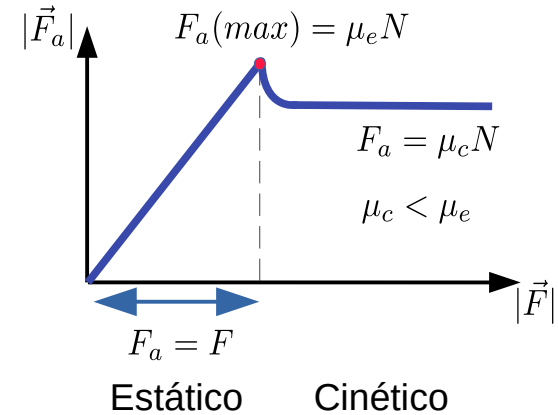


## Plano Inclinado com atrito:



$$N = P \cos \theta = mg \cos \theta$$

$$F = P \sin \theta = mg \sin \theta$$



Para  $F < \mu_e N$  o bloco permanece parado,

Para  $F > \mu_e N$  o bloco se movimenta.

Inclinação crítica para o bloco começar a escorregar:

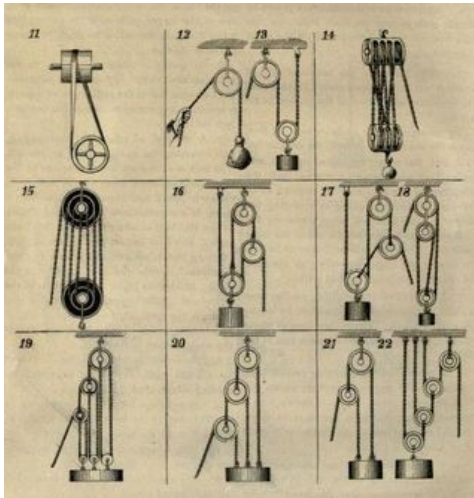
$$F = F_a(max) = \mu_e N$$

$$P \sin \theta^* = \mu_e P \cos \theta^*$$

$$\implies \mu_e = \tan \theta^*$$

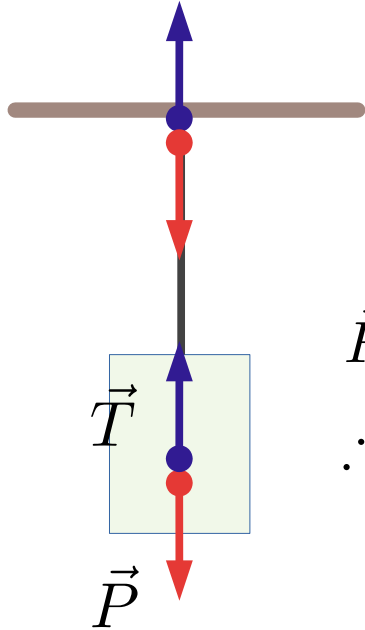
## Força de Tração ou Tensão:

- Nome dado à força que é exercida sobre um corpo por meio de cordas, cabos ou fios tensionados (esticados)
- Particularmente útil para transferir a força para objetos distantes num circuito, ou para alterar a direção da força.



## Força de Tração ou Tensão:

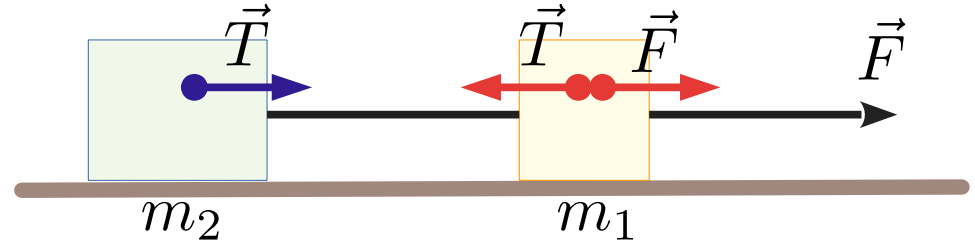
- geralmente representada pelo vetor  $\vec{T}$
- Exemplos:



No equilíbrio:

$$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{T} = 0$$

$$\therefore \vec{T} = -\vec{P}$$



Sistema sem atrito, cabos com massa desprezível.

Equação de movimento para  $m_2$ :

$$T = m_2 a$$

Equação de movimento para  $m_1$ :

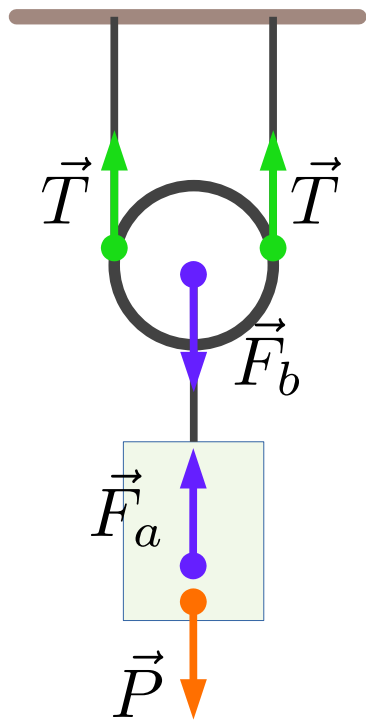
$$F - T = m_1 a$$

Aceleração do conjunto:

$$F - (m_2 a) = m_1 a \implies a = \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

## Força de Tração ou Tensão:

- Sistema de polias e Máquina de Atwood



No equilíbrio:

$$\vec{P} = -\vec{F}_a$$

$$\vec{F}_a = -\vec{F}_b$$

$$\vec{F}_b = -2\vec{T}$$

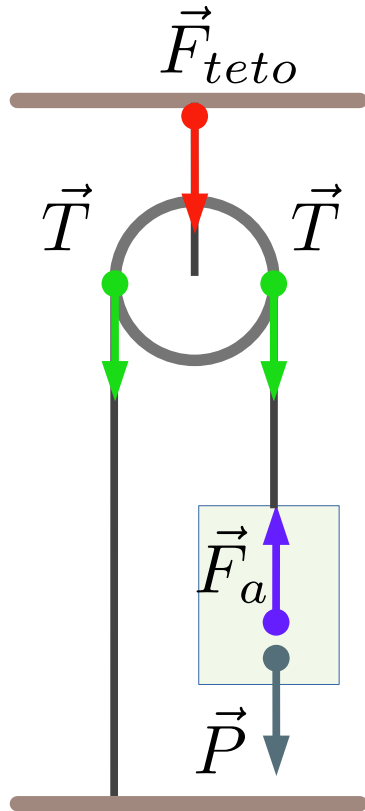
$$\therefore \vec{P} = -2\vec{T}$$

$$|\vec{T}| = |\vec{P}|/2$$

# Dinâmica: Aplicações das Leis de Newton

## Força de Tração ou Tensão:

- Sistema de polias e Máquina de Atwood



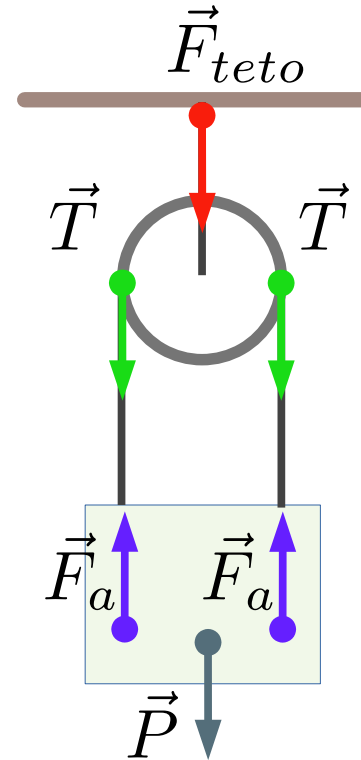
No equilíbrio:

$$\vec{P} = -\vec{F}_a$$

$$\vec{F}_a = -\vec{T}$$

$$\vec{F}_{teto} = 2\vec{T}$$

$$\therefore \vec{F}_{teto} = 2\vec{P}$$



No equilíbrio:

$$\vec{P} = -2\vec{F}_a$$

$$\vec{F}_a = -\vec{T}$$

$$\vec{F}_{teto} = 2\vec{T}$$

$$\therefore \vec{F}_{teto} = \vec{P}$$

## Força de Tração ou Tensão:

- Sistema de polias e Máquina de Atwood

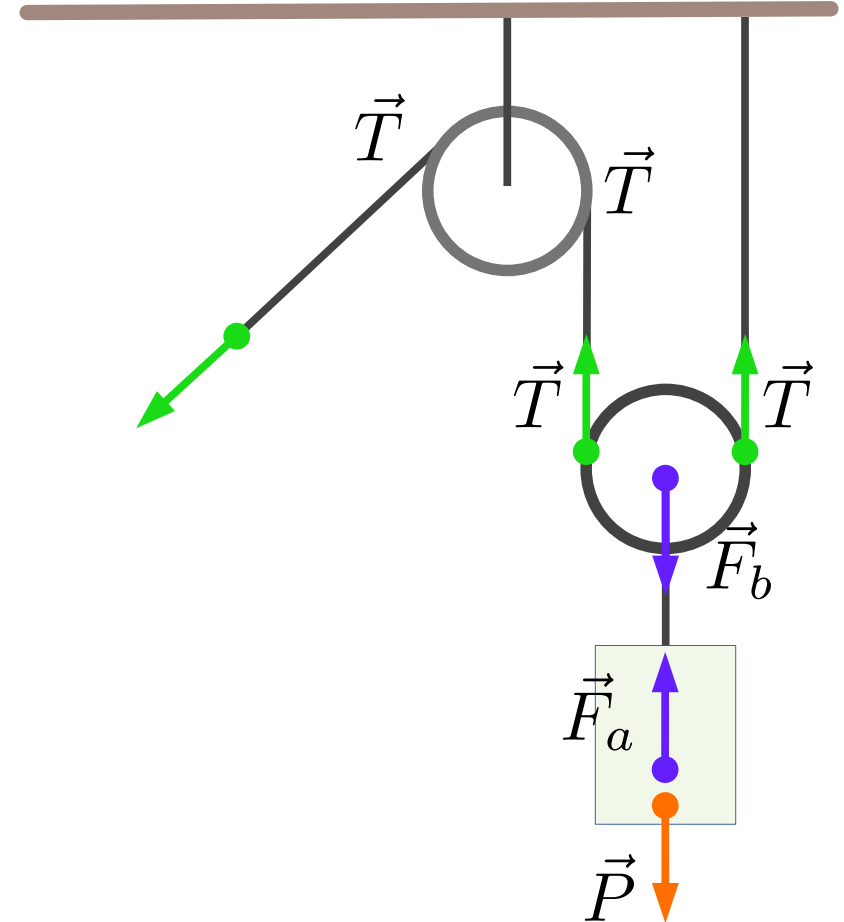


No equilíbrio:

$$\vec{P} = -\vec{F}_a$$

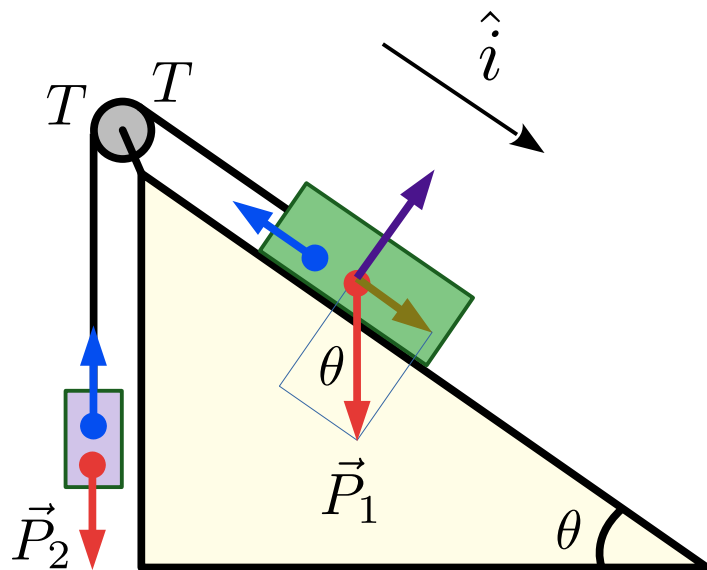
$$\vec{P} = -2\vec{T}$$

$$\therefore T = \frac{P}{2}$$



## Exemplos:

Um bloco de massa  $m_1 = 3.7 \text{ kg}$  em um plano inclinado sem atrito, de ângulo  $\theta = 30^\circ$ , está preso por uma corda a outro bloco de massa  $m_2 = 2.3 \text{ kg}$ . Qual é (a) o módulo da aceleração de cada bloco, (b) qual é o sentido da aceleração do bloco que está pendurado e (c) qual a tração da corda?



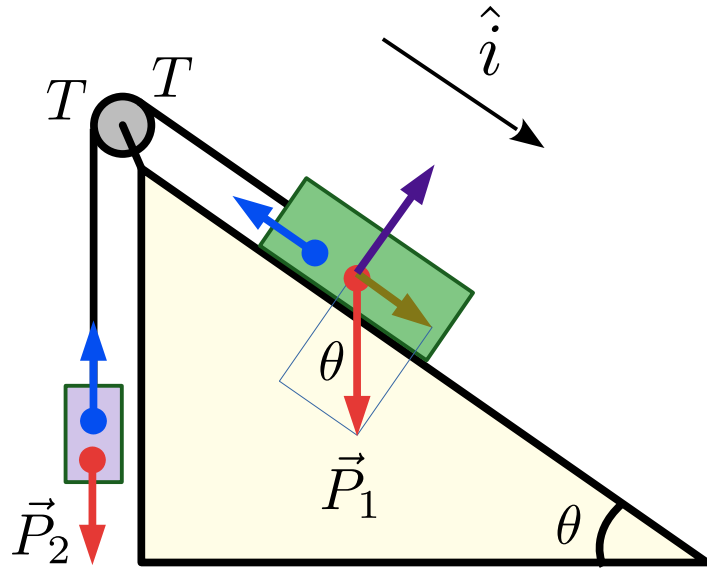
$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & m_1 g \sin \theta - T = m_1 a \\
 & -m_2 g + T = m_2 a \quad \oplus \\
 \hline
 & (m_1 \sin \theta - m_2) g = (m_1 + m_2) a \\
 & a = \frac{m_1 \sin \theta - m_2}{m_1 + m_2} g = -0.735 \frac{m}{s^2}
 \end{aligned}$$

(b) bloco 2 é acelerado para baixo.

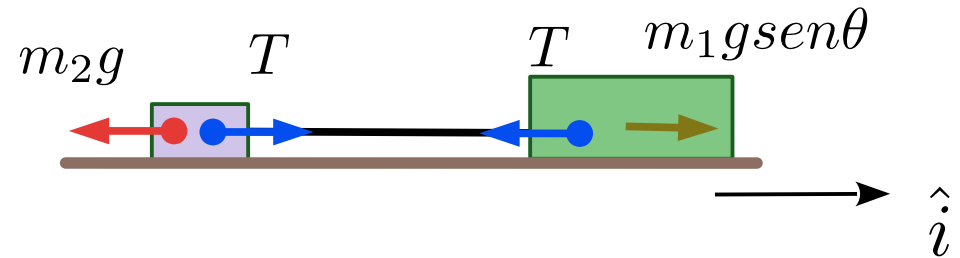
$$\text{(c)} \quad T = m_2(a + g) = 20.85 \text{ N}$$

## Exemplos:

Um bloco de massa  $m_1 = 3.7 \text{ kg}$  em um plano inclinado sem atrito, de ângulo  $\Theta = 30^\circ$ , está preso por uma corda a outro bloco de massa  $m_2 = 2.3 \text{ kg}$ . Qual é (a) o módulo da aceleração de cada bloco, (b) qual é o sentido da aceleração do bloco que está pendurado e (c) qual a tração da corda?



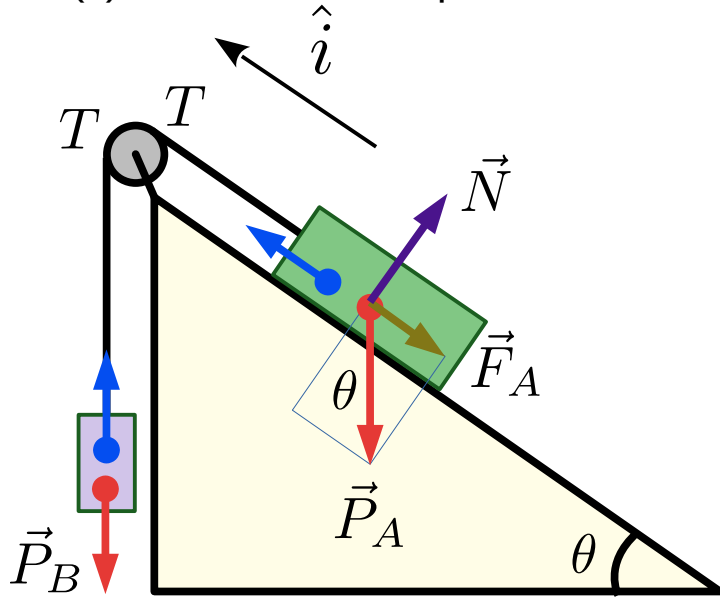
## Configuração equivalente





## Exemplos:

No sistema, o bloco A pesa 102 N e o bloco B pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre A e a rampa são  $\mu_e = 0.56$  e  $\mu_c = 0.25$ . O ângulo  $\Theta$  é igual a  $40^\circ$ . Suponha que o eixo x é paralelo à rampa, com sentido positivo para cima. Qual é a aceleração de A, se A está inicialmente (a) em repouso, (b) subindo a rampa e (c) descendo a rampa?



Inicialmente, vamos definir as grandezas:

$$F_A = P_A \sin \theta = 65.56 N$$

$$N = P_A \cos \theta$$

$$m_A = P_A / g \quad , \quad P_A = 102 N$$

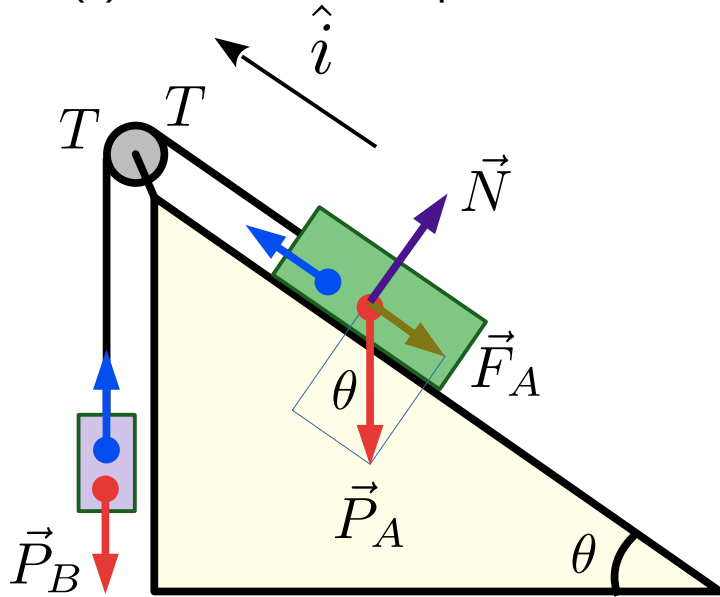
$$m_B = P_B / g \quad , \quad P_B = 32 N$$

$$F_a^{max} = \mu_e N = \mu_e P_A \cos \theta = 43.75 N$$

$$F_a^{cin} = \mu_c N = 19.53 N$$

## Exemplos:

No sistema, o bloco A pesa 102 N e o bloco B pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre A e a rampa são  $\mu_e = 0.56$  e  $\mu_c = 0.25$ . O ângulo  $\Theta$  é igual a  $40^\circ$ . Suponha que o eixo x é paralelo à rampa, com sentido positivo para cima. Qual é a aceleração de A, se A está inicialmente (a) em repouso, (b) subindo a rampa e (c) descendo a rampa?



(a) corpo A em repouso.  $\implies T = P_B$

Forças de deslocamento em A

$$T - F_A = P_B - F_A = -33.56 N$$

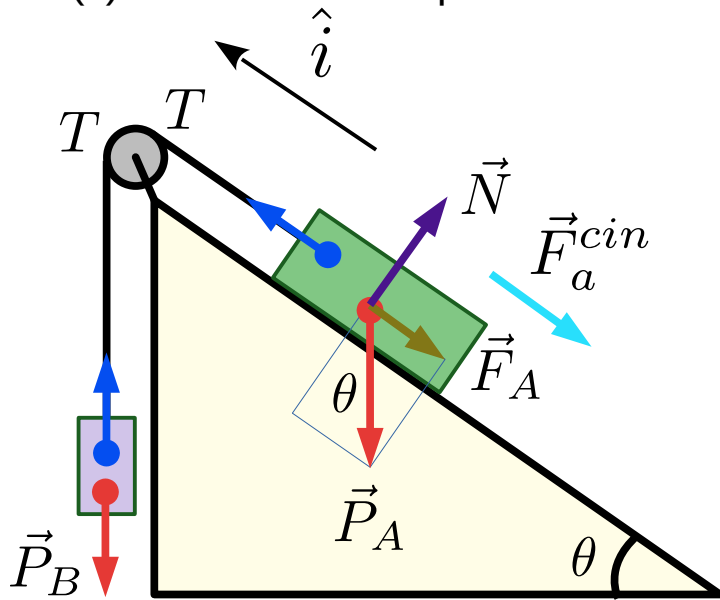
Força máxima de atrito estático

$$F_a^{max} = 43.75 N$$

Portanto o corpo A não se move,  $a=0$ .

## Exemplos:

No sistema, o bloco A pesa 102 N e o bloco B pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre A e a rampa são  $\mu_e = 0.56$  e  $\mu_c = 0.25$ . O ângulo  $\Theta$  é igual a  $40^\circ$ . Suponha que o eixo x é paralelo à rampa, com sentido positivo para cima. Qual é a aceleração de A, se A está inicialmente (a) em repouso, (b) subindo a rampa e (c) descendo a rampa?



(b) corpo A subindo a rampa.

Equações de movimento para A e B:

$$\begin{aligned} -F_A - F_a^{cin} + T &= m_A a \\ P_B - T &= m_B a \end{aligned} \quad \oplus$$

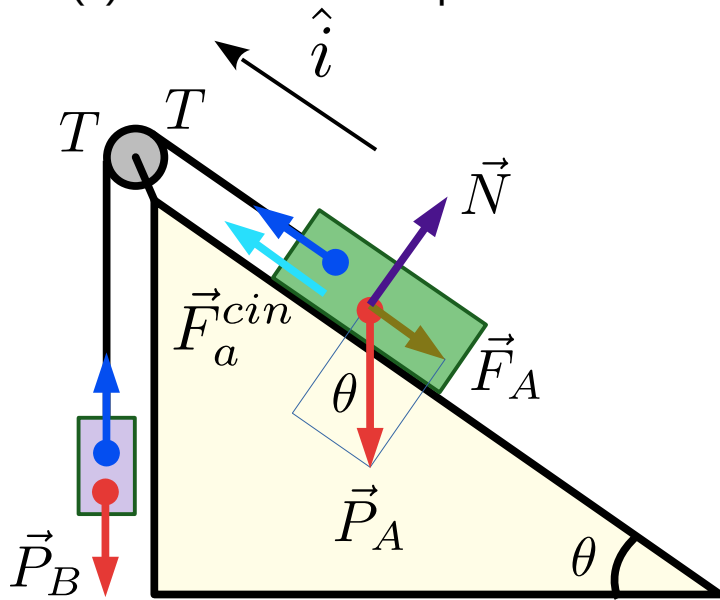
---


$$-F_A - F_a^{cin} + P_B = (m_A + m_B) a$$

$$\therefore a = \frac{-F_A - F_a^{cin} + P_B}{P_A + P_B} g = -3.88 \frac{m}{s^2}$$

## Exemplos:

No sistema, o bloco A pesa 102 N e o bloco B pesa 32 N. Os coeficientes de atrito entre A e a rampa são  $\mu_e = 0.56$  e  $\mu_c = 0.25$ . O ângulo  $\Theta$  é igual a  $40^\circ$ . Suponha que o eixo x é paralelo à rampa, com sentido positivo para cima. Qual é a aceleração de A, se A está inicialmente (a) em repouso, (b) subindo a rampa e (c) descendo a rampa?

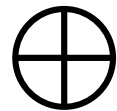


(c) corpo A descendo a rampa.

Equações de movimento para A e B:

$$-F_A + F_a^{cin} + T = m_A a$$

$$P_B - T = m_B a$$

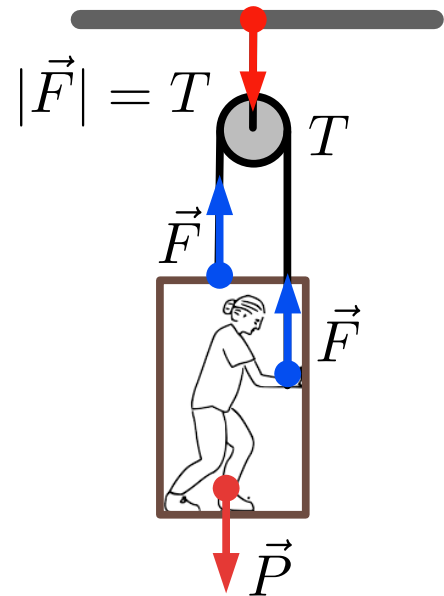


$$\frac{-F_A + F_a^{cin} + P_B}{-F_A + F_a^{cin} + P_B} = (m_A + m_B) a$$

$$\therefore a = \frac{-F_A + F_a^{cin} + P_B}{P_A + P_B} g = -1.02 \frac{m}{s^2}$$

## Exemplos:

A Figura mostra uma pessoa em um andaime preso a uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana e desce de volta às mãos da pessoa. A massa total da pessoa e do andaime é 95 kg. Qual o módulo da força que a pessoa deve puxar a corda para o andaime suba (a) com velocidade constante e (b) com uma aceleração, para cima de  $1.3 \text{ m/s}^2$ ? Qual é o módulo da força que a polia exerce sobre o teto em (a) e em (b)?



(a) velocidade constante  $\implies a = 0$

$$F_R = 2T - P = 0 \implies T = \frac{P}{2} = 475 \text{ N}$$

(b) aceleração  $a = 1.3 \text{ m/s}^2$

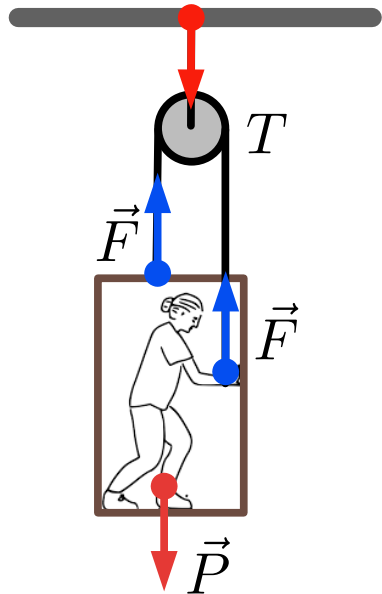
$$2T - P = ma = \frac{P}{g}a$$

$$T = \frac{P}{2} \left( 1 + \frac{a}{g} \right)$$

$$T = 536.7 \text{ N}$$

**Exemplos:**

A Figura mostra uma pessoa em um andaime preso a uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana e desce de volta às mãos da pessoa. A massa total da pessoa e do andaime é 95 kg. Qual o módulo da força que a pessoa deve puxar a corda para o andaime suba (a) com velocidade constante e (b) com uma aceleração, para cima de  $1.3 \text{ m/s}^2$ ? Qual é o módulo da força que a polia exerce sobre o teto em (a) e em (b)?



(a) força no teto,  $F_{teto}$

$$a = 0 \implies F_{teto} = 2T = 950 \text{ N}$$

$$a = 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \implies F_{teto} = 2T = 1073 \text{ N}$$

**Exemplos:** Um corpo de massa  $m_1$  é sustentado pela superfície e sem atrito da mesa. As polias têm massas desprezíveis, e o sistema está inicialmente em repouso. Quando o sistema começa a se mover, determine a aceleração do corpo de massa  $m_2$ , se  $m_1 = 500 \text{ g}$  e  $m_2 = 250 \text{ g}$ .

Solução:

$$\Delta x_2 = 2\Delta x_1$$

$$a_2 = 2a_1$$

$$(I) : P - T = m_2 a_2$$

$$(II) : 2T = m_1 a_1 = m_1 \frac{a_2}{2} \implies T = \frac{m_1 a_2}{4}$$

$$P = \left( \frac{m_1}{4} + m_2 \right) a_2$$

$$a_2 = \frac{4m_2}{m_1 + 4m_2} g$$

$$a_2 = 0.6667g$$

