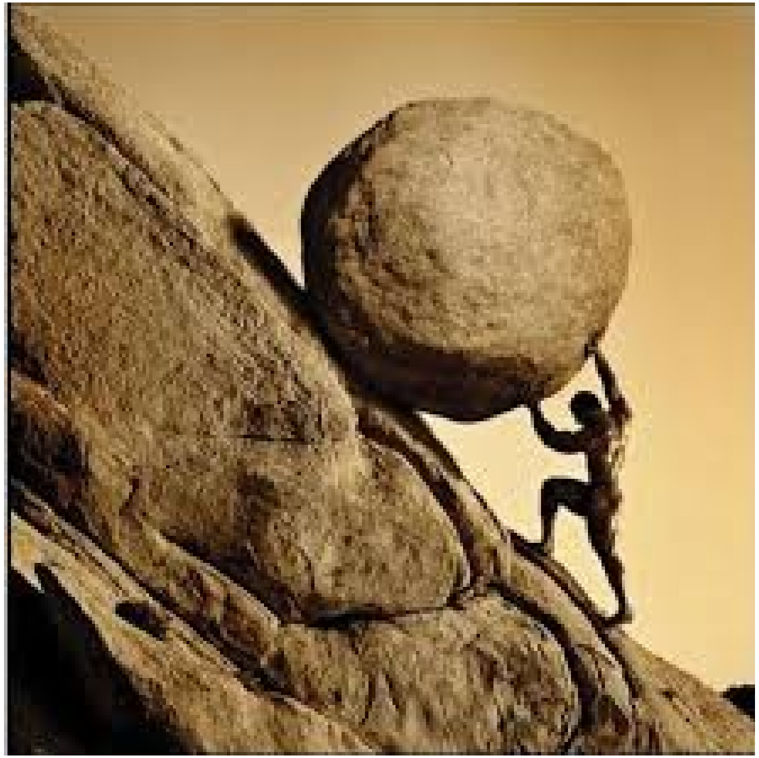
Trabalho realizado por uma Força



Energia

- Trabalho $\Rightarrow$ processo através do qual a energia pode ser transformada
- Formas de ***energia mecânica***: ***cinética e potencial***.
- Energia se conserva em um sistema isolado.

$$\text{Energia Potencial} \overset{\text{Trabalho}}{\Longleftarrow\!\Longrightarrow} \text{Energia Cinética}$$

Energia Cinética e Trabalho

Trabalho

- Para mudar a energia de movimento (K) de um corpo devemos realizar trabalho (W) sobre o corpo

$$dK = \vec{F}_R \cdot d\vec{r} \equiv dW$$

Produto escalar

$$\vec{F}_R \cdot d\vec{r} = |\vec{F}_R||d\vec{r}|cos\theta$$

Apenas a força na direção do deslocamento

- Casos particulares:

- $\vec{F}_R \perp d\vec{r} \Longrightarrow dW = 0$
- $\vec{F}_R \uparrow\uparrow d\vec{r} \Longrightarrow dW = F_R * dr \quad , \quad dW$ é máximo
- $\vec{F}_R \uparrow\downarrow d\vec{r} \Longrightarrow dW = -F_R * dr$

Energia Cinética e Trabalho

Trabalho

- Trabalho infinitesimal:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Trabalho realizado durante um deslocamento finito

$$\int_a^b dW = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Trabalho de uma força constante:

$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \vec{F} \cdot \int_a^b d\vec{r}$$

$$= \vec{F} \cdot (\vec{r}_b - \vec{r}_a) = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

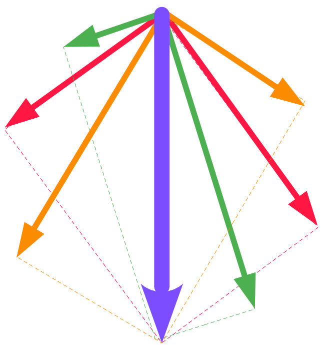
- Trabalho resultante:

$$W_{total} = \vec{F}_R \cdot d\vec{r}$$

$$= \left(\sum_i \vec{F}_i\right) \cdot d\vec{r} = \sum_i W_i$$

Força VS Energy

- Força: grandeza vetorial
- Representação depende do sistema de coordendas



$$\vec{F} = F_1\hat{\varepsilon}_1 + F_2\hat{\varepsilon}_2$$

- Enegia: grandeza escalar
- Não depende do sistema de coordendas
- Depende do referencial

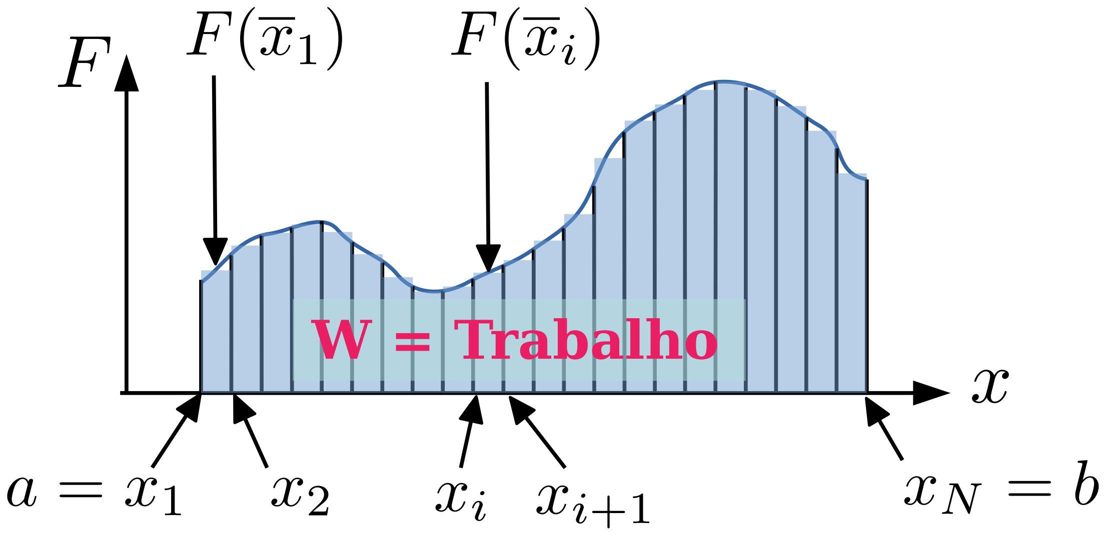
$$K = \frac{1}{2}m|\vec{v}|^2$$

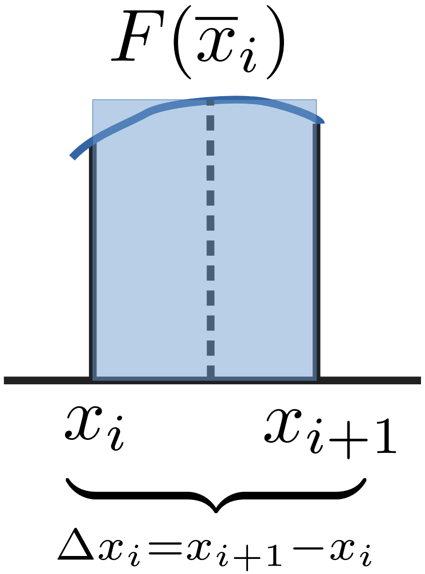
$$W = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Trabalho de uma Força Variável: caso unidimensional

- $W = \int_a^b F(x)dx$

$\Delta W_i \approx F(\overline{x}_i)\Delta x_i$





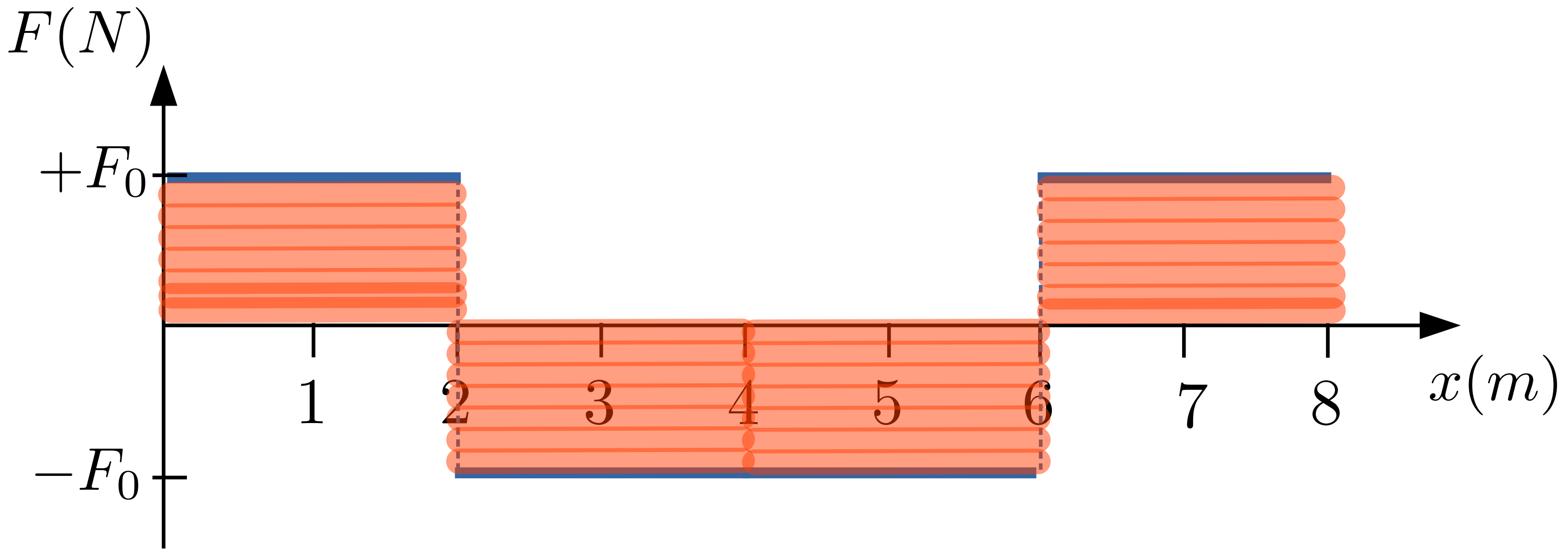
Cálculo Integral

- somas parciais dos trabalhos

$$\Delta W \approx \sum_{i=1}^{N-1} F(\overline{x}_i)\Delta x_i = \sum_{i=1}^{N-1} \Delta W_i$$

$$\boxed{W = \lim_{\substack{N \to \infty \\ \Delta x_i \to 0}} \sum_{i=1}^{N-1} F(\overline{x}_i)\Delta x_i = \int_{x_1=a}^{x_N=b} F(x)dx}$$

Trabalho de uma Força Variável: caso unidimensional



$$W = \int_0^x F(x')dx' \Longrightarrow \begin{cases} x = 2 \rightarrow W = 2F_0 Nm \\ x = 4 \rightarrow W = 0\ Nm \\ x = 6 \rightarrow W = -2F_0\ Nm \\ x = 8 \rightarrow W = 0\ Nm \end{cases}$$

Trabalho de uma Força Variável no Espaço 3D

- $W = \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$

- $\vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = F_x(\vec{r})dx + F_y(\vec{r})dy + F_z(\vec{r})dz$

- $$\begin{aligned} W &= \int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \\ &= \int_a^b F_x(\vec{r})dx + \int_a^b F_y(\vec{r})dy + \int_a^b F_z(\vec{r})dz \end{aligned}$$

Trabalho de uma Força Elástica

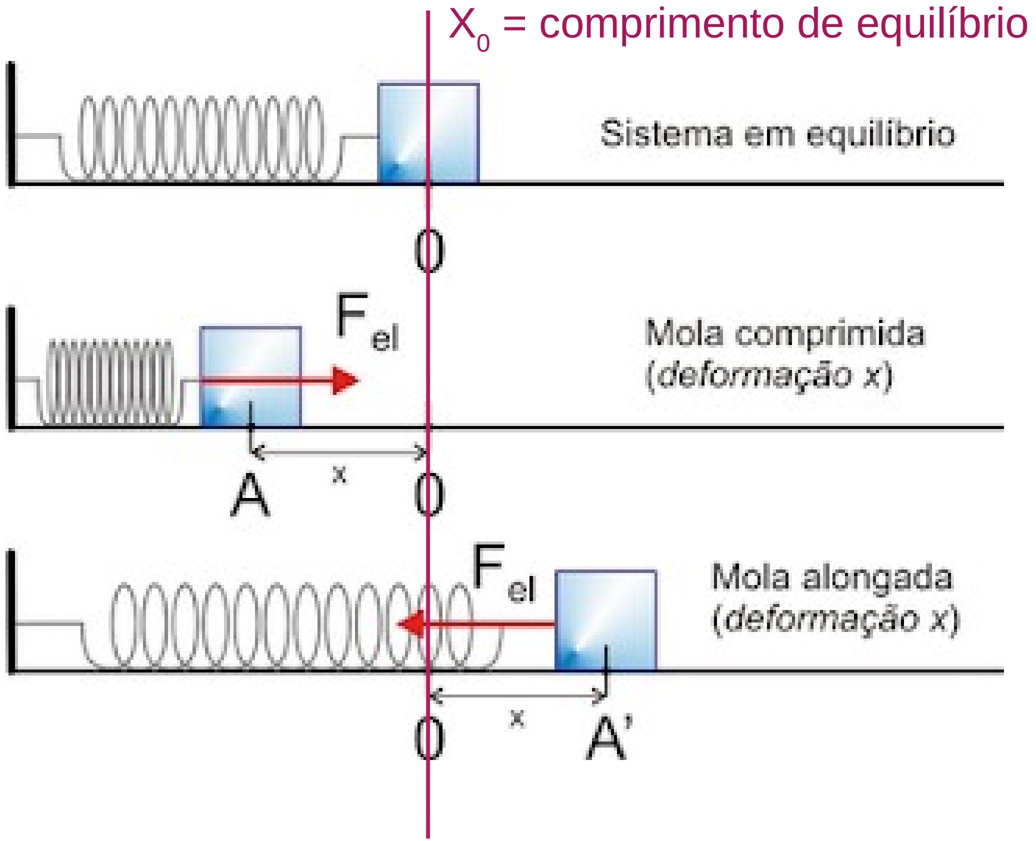
Força Elástica:

- Força elástica restauradora, definição: $F = -k * \Delta x$
- k é a constante elástica da mola
- $\Delta x = (x - x_0)$ é a deformação da mola
- $\Delta x > 0$ mola estica, $\Delta x < 0$ mola é comprimida, x_0 é o comprimento natural da mola
- Aproximação para a força produzida por uma mola no regime elástico
- No regime elástico (linear) o processo é reversível
- Força da mola é chamada restauradora, pois força o sistema a voltar para a posição de equilíbrio, em que F = 0.

Trabalho de uma Força Elástica

Força Elástica:

- Força elástica restauradora, definição: $F = -k * \Delta x$
- k é a constante elástica da mola
- $\Delta x = (x - x_0)$ é a deformação da mola
- $\Delta x > 0$ mola estica
- $\Delta x < 0$ mola é comprimida
- x_0 é o comprimento natural da mola

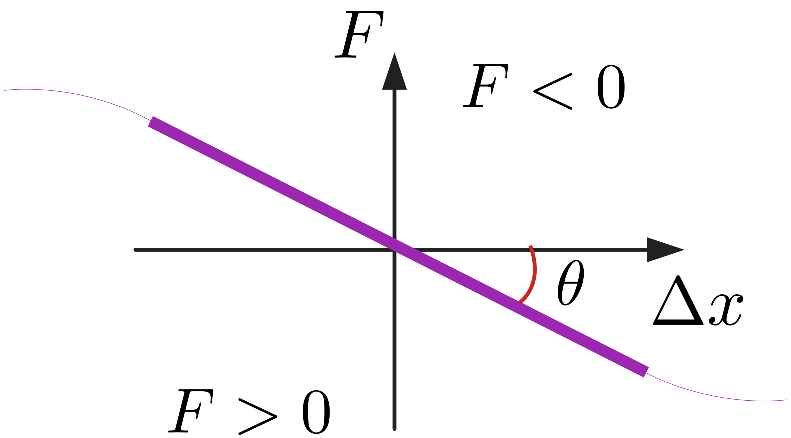


https://osfundamentosdafisica.blogspot.com/

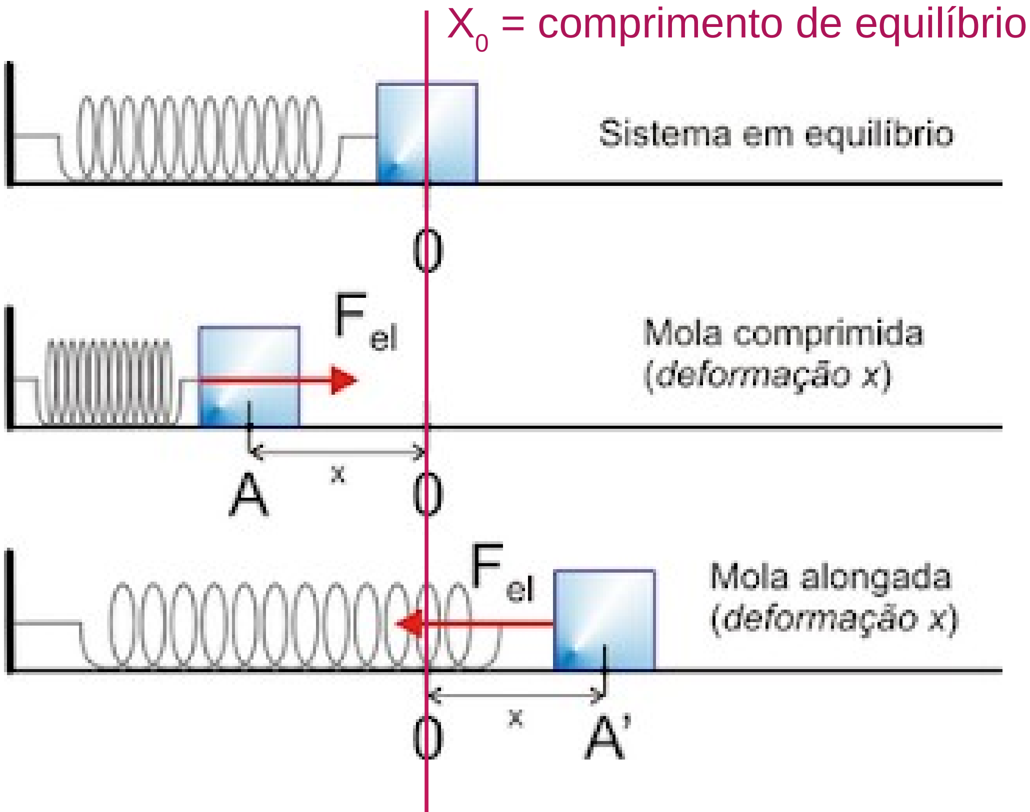
Trabalho de uma Força Elástica

Força Elástica:

- Força elástica restauradora, definição: $F = -k * \Delta x$
- k é a constante elástica da mola



$$k = -tg[\theta] = -\frac{\Delta F}{\Delta x}$$

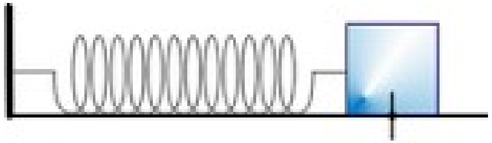


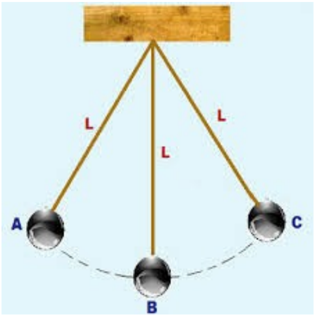
https://osfundamentosdafisica.blogspot.com/

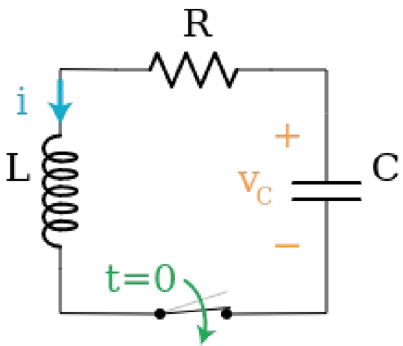
Trabalho de uma Força Elástica

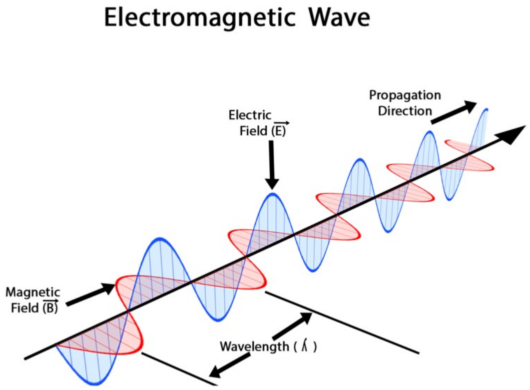
Força Elástica:

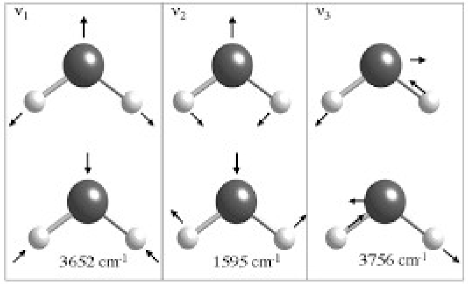
- Força elástica restauradora, definição: $F = -k * \Delta x$
- Força mais importante na natureza, pois garante estabilidade
- Muitos exemplos:

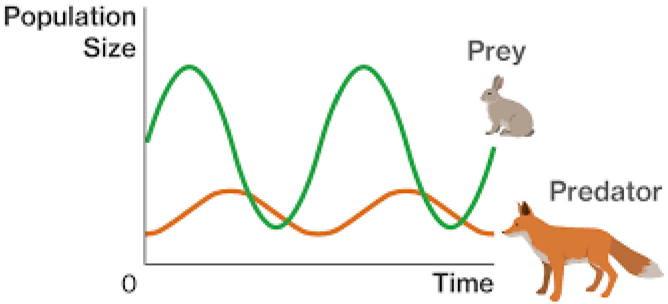








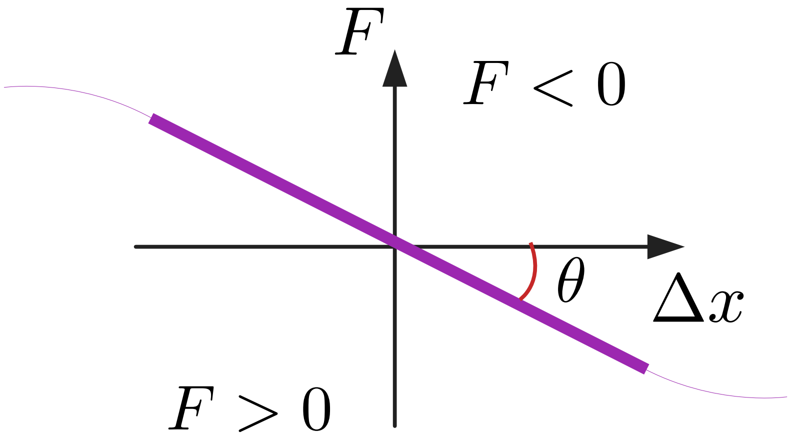




Trabalho de uma Força Elástica

Força Elástica:

- Força elástica ***restauradora***, definição: $F = -kx, \;\; x_0 \equiv 0 \Longrightarrow \Delta x = x$
- k é a constante elástica da mola



Trabalho da força elástica

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} (-kx)\, dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx$$

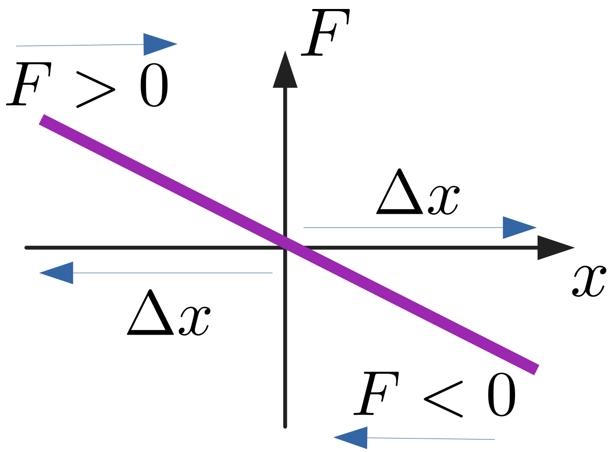
$$= -\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right)$$

Sinal negativo da força restauradora.

Trabalho de uma Força Elástica

Força Elástica:

- Força elástica ***restauradora***: $F = -kx$
- Trabalho da força elástica: $W_{mola} = -\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right)$



$$\vec{F} \uparrow\downarrow d\vec{r} \implies dW = -F * dr$$

$x_i = 0 \rightarrow W = -\frac{k}{2}x_f^2$ Força restauradora contra o deslocamento

$x_f = 0 \rightarrow W = \frac{k}{2}x_i^2$ Força restauradora a favor do deslocamento

Trabalho de uma Força Elástica

Força Elástica:

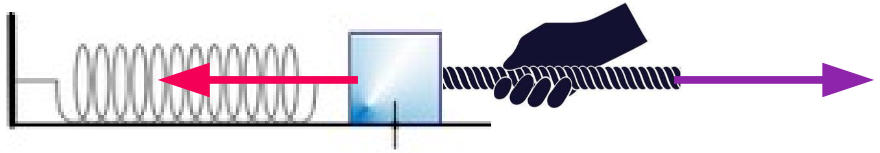
- Força elástica ***restauradora***: $F_{mola} = -kx$

- Trabalho da força elástica:

$$\boxed{W_{mola} = -\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right)}$$

F_{corda} tira o sistema do ponto de estabilidade

$$F_{corda} = -F_{mola} = kx$$



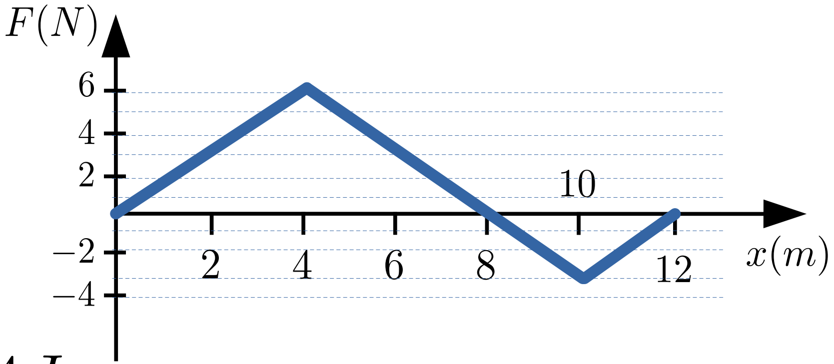
$$\boxed{W_{corda} = +\frac{k}{2}\left(x_f^2 - x_i^2\right)}$$

Trabalho de uma Força Variável

Exemplos:

Uma força que atual sobre uma partícula varia como mostra a Figura.

Determine a trabalho efetuado pela força quando a partícula se desloca (a) de x=0 até x=8 m, (b) de x=8 m até x=12 m e (c) de x=0 até x=12 m.



Resposta:

Trabalho $W = \int_a^b F(x)dx$, pelo método gráfico.

(a) W_a = área sob a curva

$$W_a = \frac{base * altura}{2} = \frac{8m * 6N}{2} = 24Nm = 24J$$

(b) W_b = - área da curva

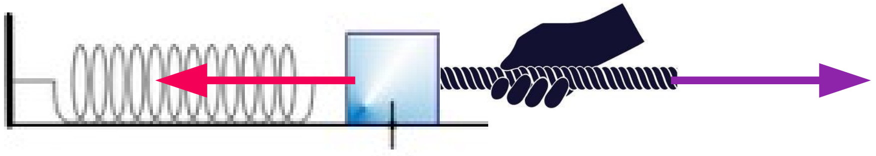
$$W_b = -\frac{base * altura}{2} = -\frac{4m * 3N}{2} = -6Nm = -6J$$

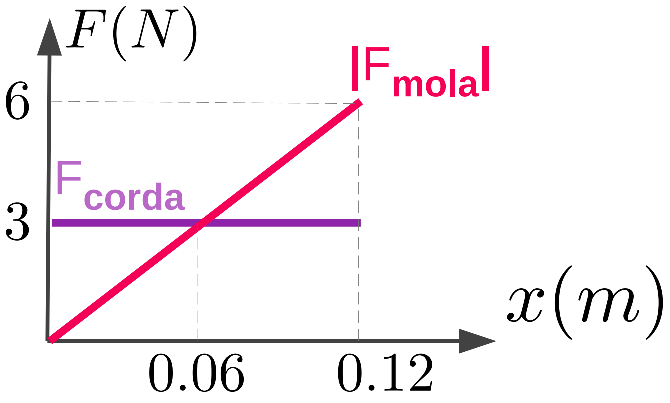
(c) $W_{total} = W_a + W_b$ = 24 J – 6 J = 18 J

Trabalho de uma Força Elástica

Exemplos:

O bloco da Figura está em uma superfície horizontal sem atrito e a constante elástica é k = 50 N/m. Inicialmente, a mola está relaxada e o bloco está parado no ponto x = 0. Uma força de módulo constante de 3,0 N é aplicada ao bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo x e alongando a mola até parar. Quando isso acontece, (a) qual a posição do bloco, (b) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada e (c) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica?

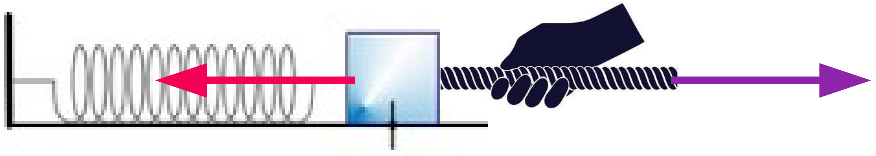




Trabalho de uma Força Elástica

Exemplos:

O bloco da Figura está em uma superfície horizontal sem atrito e a constante elástica é k = 50 N/m. Inicialmente, a mola está relaxada e o bloco está parado no ponto x = 0. Uma força de módulo constante de 3,0 N é aplicada ao bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo x e alongando a mola até parar. Quando isso acontece, (a) qual a posição do bloco, (b) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada e (c) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica?



(a) Teorema da Energia Cinética:

$$\Delta K = \int F_R dx, \quad \text{com } F_R = F_{corda} - |F_{mola}|$$

$$\Delta K = \int F_{corda} dx + \int F_{mola} dx = 0,$$

$$\int F_{corda} dx = 3,0 * x,$$

$$\int F_{mola} dx = -\frac{k}{2} x^2,$$

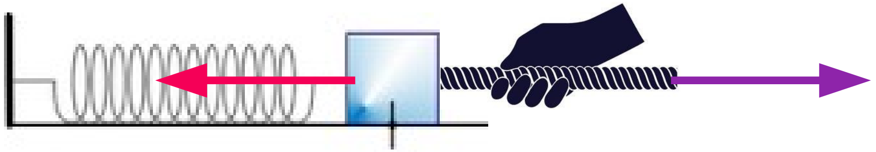
$$3x - \frac{k}{2} x^2 = 0,$$

$$\Longrightarrow x = \frac{6}{k}\ m = 0.12\ m$$

Trabalho de uma Força Elástica

Exemplos:

O bloco da Figura está em uma superfície horizontal sem atrito e a constante elástica é k = 50 N/m. Inicialmente, a mola está relaxada e o bloco está parado no ponto x = 0. Uma força de módulo constante de 3,0 N é aplicada ao bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo x e alongando a mola até parar. Quando isso acontece, (a) qual a posição do bloco, (b) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada e (c) qual o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica?



(b) $W_{\mathbf{corda}}$

$$W_{corda} = \int F_{corda} dx = F_{corda} x = 3.0N * 0.12m = 0.36\ Nm = 0.36\ J$$

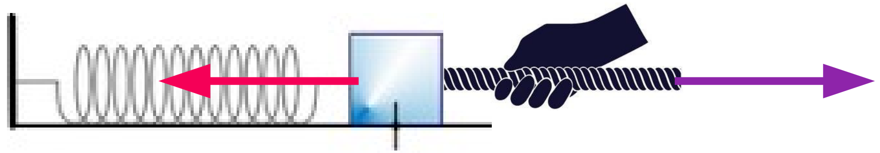
(c) $W_{\mathbf{mola}}$

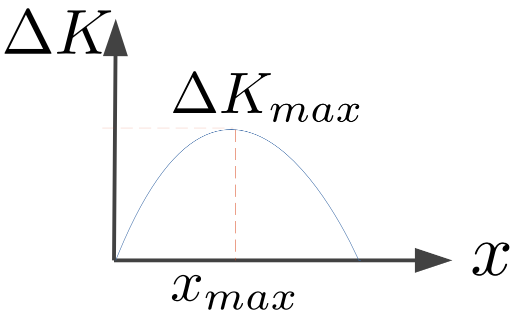
$$W_{mola} = \int (-kx) dx = -\frac{k}{2} x^2 = -\frac{50Nm}{2} * (0.12m)^2 = -0.36\ Nm = -0.36\ J$$

Trabalho de uma Força Elástica

Exemplos:

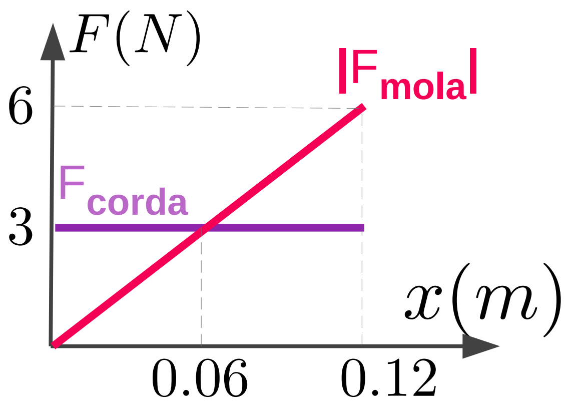
Durante o deslocamento do bloco, (d) qual é a posição do bloco na qual a energia cinética é máxima e (e) qual o valor da energia cinética máxima?





(d) $\Delta K = 3x - \frac{k}{2}x^2 \Longrightarrow x_{max} = \frac{3}{k} = 0.06\ m$

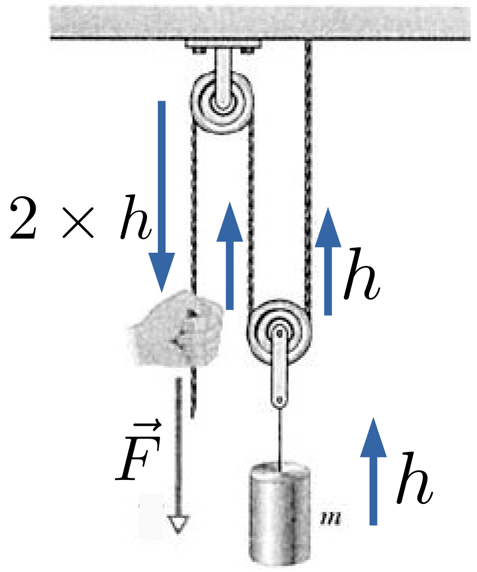
(e) $\Delta K_{max} = \left[3 * (0.06) - \frac{k}{2}(0.06)^2\right] = +0.09\ J$



Trabalho de uma Força Elástica

Exemplos:

Uma corda passa por duas polias ideias. Uma lata, de massa m = 20 kg, está pendurada em uma das polias, e uma força F é aplicada à extremidade livre da corda. Ao puxar a corda, a lata sobe uma altura de 2 cm, com velocidade constante. Qual o trabalho realizado sobre a lata (a) pela força aplicada por meio da corda e (b) pela força gravitacional.



Resposta:

(a) a força necessária para levantar a lata com velocidade constante, isto é, aceleração nula, é F=T, com 2T = mg, portanto F= mg/2.

Para a lata subir 2cm, é necessário puxar a corda de um comprimento 4cm.

Assim, o trabalho realizado pela corda será:

$$W_{corda} = F * 2h = \frac{mg}{2} * 2h = mgh$$

(b) o trabalho realizado pela força gravitacional será:

$$W_g = -P * h = -mg * h = -mgh$$

O trabalho total, $W_{corda}+W_g$, será nulo pois ΔK = 0 se a lata sobe com velocidade constante.