Unidades:
*Fuerza: $[N] = \frac{1\text{kg}}{1\text{m/s}^2} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$ Potencia: $[\text{W}] = \frac{\text{J}}{\text{s}}$ Trabajo: $[\text{J}] = \text{N m}$, $g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Mediciones - Errores:
Errores:

*Estimador de x: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

*Error cuadrático medio: $\sigma_{cm} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \hat{X}_i\right)^2$

*Desviacion estándar: $\sigma_x = \frac{\sigma_{cm}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \hat{X}_i\right)^2$

*Error de medición en X (ΔXo σ_f): $\begin{cases} \sqrt{\sigma_{est}^2 + \sigma_{nom}^2} = \sqrt{\sigma_{est}^2 + \sigma_{ap}^2 + \sigma_{def}^2 + \sigma_{int}^2 + \sigma_{exact}^2} \\ \sigma_{nom}^2 \approx \sigma_{ap}^2 \implies \sigma_f \approx \sqrt{\sigma_{est}^2 + \sigma_{ap}^2} \end{cases}$

Propagación de errores:

*Error de fx. de medición: $\sigma f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \cdots}$

*Coefic. de correlación: $r_{xy} = \frac{\left(\sum_i x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}\right)^2}{\left(\sum_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_i y_i^2 - n\bar{y}^2\right)^2}$

Método de cuadrados mínimos: Se regresiona la recta $y = ax + b$ tal que

$a = \frac{\sum_i x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_i x_i^2 - n\bar{x}^2}$

$b = \overline{y} - a\overline{x}$

$\Delta b = \Delta_0 \frac{\sum_i x_i^2}{n\left[\sum_i x_i^2 - n\bar{x}^2\right]}$, $\Delta a = \frac{\Delta^0}{\sqrt{\sum_i x_i^2 - n\bar{x}^2}}$, con $\Delta_0 = \frac{1}{n-2}\sum_i (y_i + a x_i - b)^2$

Vectores:

*Componentes y módulo: $A_x = A\cos\theta$, $A_y = A\sin\theta$, $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

*Suma: si $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ entonces $C_x = A_x + B_x$ y $C_y = A_y + B_y$

*Unitarios (versores): $\mathbf{A}$ puede escribirse en función de los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{j}}$, dirigidos a través de los ejes $x, y, z : \mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}} + A_z\hat{\mathbf{k}}$

*Posición: el vector posición $\mathbf{r}$ apunta desde el origen a la posición de la partícula

*Velocidad instantánea: es la variación de $\mathbf{r}$ con respecto a t.
Su módulo es la velocidad y su dirección la del movimiento

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Cinemática en $\mathbb{R}$:
Desplazamiento: $\Delta x = x_2 - x_1$
Velocidad:

*Media: $\mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$, $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$, $v = \frac{dr}{dt}$

*Instantánea: $v(t) = \lim_{\Delta t \to \infty} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

*Relativa: Dada una partícula de vel. v_{pA} respecto de un sist. de coor. A moviéndose con velocidad v_{AB} respecto a otro sist. de coor. B, la velocidad de la partícula relativa a B es:

$v_{pB} = v_{pA} + v_{AB}$

Aceleración:

*Media: $a_m = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$

*Instantánea: $a = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$

*MRU: $x(t) = x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$, $\quad v(t) = v_0 + a\Delta t$

*MRUV: $\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \\ v(t) = v_0 + a\Delta t \qquad \Delta v^2 = 2a\Delta x \end{cases}$

Desplzamiento y velocidad (formas integrales):

v como area bajo curva de $v(t)$: $\Delta x = \lim\limits_{\Delta t \to 0} = \sum_i v_i \, \Delta t_i = \displaystyle\int_{t1}^{t2} v \, dt$

a como area bajo curva de $a(r)$:

$$\Delta v = \lim_{\Delta t \to 0} = \sum_i a_i \, \Delta t_i = \int_{t1}^{t2} a \, dt \tag{1}$$

$$v = v_0 + at \tag{2}$$

$$\Delta x = x - x_0 = v_m t = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \tag{3}$$

$$\Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{4}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \, \Delta x \tag{5}$$

Cinemática en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$:

*Velocidad relativa: Dada una partícula de vel. $\mathbf{v}_{pA}$ respecto de un sist. de coor. A moviéndose con velocidad $\mathbf{v}_{AB}$ respecto a otro sist. de coor. B, la velocidad de la partícula relativa a B es:

$\mathbf{v}_{pB} = \mathbf{v}_{pA} + \mathbf{v}_{AB}$

Movimientos de proyectiles:

*Independencia de movimiento: $a_x = 0, \ a_y = -g$

*Dependencia con el tiempo:

$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{g}t, \ \Delta r = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$, con $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{j}}$

*Alcance: $v_x \Delta t$

Caida libre/Tiro Vertical: $\begin{cases} y(t) = y_0 + v_0 \Delta t \pm \frac{1}{2} g \Delta t^2 & h_{max} = y(t)/y = 0 \\ v(t) = v_0 \pm g \Delta t & v^2 = 2g \Delta y \\ a(t) = \pm \Delta t & x_{max} = x(\Delta t) = \Delta x \end{cases}$

$$\text{TO:} \begin{cases} \text{MRU}_{(\text{x})} : \begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 \cos\theta \Delta t \\ v_x(t) = v_0 \cos\theta & \theta = \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ a_x(t) = 0 \end{cases} \\ \text{MRUV}_{(\text{y})} : \begin{cases} y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta \Delta t \pm \frac{1}{2} g \Delta t^2 \\ v_y(t) = v_0 \sin\theta \pm g \Delta t & v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ a_y(t) = \pm g \end{cases} \end{cases}$$

*Rotación:

*MCU: $\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 & \Delta\theta = \frac{\omega_f - \omega_i}{2} t \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega_0 + \alpha(t - t_0) & \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \\ \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} \end{cases}$

*Velocidad tangencial: $v_t = \omega R$

*Aceleraciones tangencial y centrípeta: $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R, \, a_t = \alpha R$

*Tensión de corte (cuerda): $\sum F_c = T = m a_c = m\omega^2 R = m\frac{v^2}{r}$, dada la tensión T

$\tau = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{r}_N \times \mathbf{F}_N$

Leyes de Newton - Dinámica:

*Primera ley (incercia): Un objeto en reposo permanece estático a menos que actúe una fuerza externa neta; Un objeto en movimiento continúa en velocidad constante a menos que actúe una fuerza externa neta (sistema de tipo inercial)

*Segunda ley (fundamental de dinámica): $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ (fuerza resultante)

*Tercera ley (acción-reacción): $\mathbf{F}_{A,B} = -\mathbf{F}_{B,A}$ (pares iguales y opuestos)

Fuerza - Momento:

Fueza - definiciones:

*Fuerza: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

*Sumatorias: $\sum F_x = ma_x, \ \sum F_y = ma_y, \ \sum F_c = ma_c = m\omega^2 R$

*Masa: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$(relación masa/aceleración)

*Peso: $\mathbf{P} = m\mathbf{g}$

Fueza y momento:

*Resultante: $\mathbf{R} = \sum \mathbf{F} \neq 0$

*Equilibrante: fz. $\mathbf{E}$ tal que $\mathbf{R} + \mathbf{E} = 0$, $\theta_R = \arctan(\frac{R_y}{R_x})$

*Momento: $\mathbf{M}_F = \mathbf{F} \times \mathbf{d}$, $M_F = Fd \sin a$, y dado un punto O: $\mathbf{M}^O_{\mathbf{R}} = \sum_i \mathbf{M}^O_{\mathbf{F_i}}$

*Varignon: Los pares resultantes debidos a varias fuerzas aplicadas aproximadamente en un punto es igual a la suma de los pares contribuyentes:

Fuerza elástica:

*$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \alpha \Delta x$

*Ley de Hooke: $F_e = -k\Delta x = k\,|x - \ell_0|$

Fuezas de rozamiento:

*Rozamiento estático: $\begin{cases} F_{re} \leq \mu_e N & \textit{estática} \\ F^{max}_{re} = \mu_e N & \textit{transición/movimiento} \\ F_{rd} = \mu_d N & \textit{dinámico} \end{cases}$

*Angulo estacionario máximo: $\theta^{max} = \arctan \mu_e$

*Rozamiento dinámico/cinético: $F_{ap} - F_{rd} = ma = 0$, con $F_{rd} = \alpha N = \mu d N$ (coefic. rozamiento dinámico) y con $0 < \mu_d < \mu_e < 1$

Trabajo:

*Producto fuerza-desplazamiento: $\begin{cases} F\Delta x = ma\Delta x = m\frac{v_f - v_0}{\Delta t}\frac{1}{2}(v_f - v_0)\Delta t \\ F\Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \end{cases}$

*Trabajo en una dimensión:

*Fuerzas constantes (dado un despl. $\Delta\mathbf{r}$): $\begin{cases} \mathrm{W_f} = \mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{r} = F\Delta r \cos\theta & \\ mg\cdot\mathbf{h} & \textit{caída} \\ -\mu mg \cdot \mathbf{d} & \textit{rozamiento} \end{cases}$

*Fuerzas dinámicas: $\begin{cases} W_f = \sum\limits_i W_{F_i} = \sum\limits_i F_i \Delta x_i = \int_{x1}^{x2} F_x dx & \\ \frac{1}{2}k\Delta x^2 & \textit{elástica} \end{cases}$

*Fuerza conservativa: Aquella en la que el trabajo que realiza sobre un cuerpo depende sólo de x_0, x_f y no del camino seguido para llegar de uno a otro: $W_f = 0$ si $x_0 = x_f$

*Energía cinética:

*Definición: $\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \ \rightarrow \ E_c = \frac{1}{2}mv^2$

*Teorema del trabajo-energía cinética: $\sum W_{\mathbf{F}} = \Delta E_c$

Potencia y energía potencial:

*Definición de potencia: $P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = Fv \cos\theta$

*Energía potencial (U, E_p):

*Definición para una fz. conservativa $\mathbf{F}_c$: $\begin{cases} \Delta U = U_B - U_A = -\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \ \rightarrow \ dU = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \\ W^{A \to B}_{\mathbf{F}_c} = -\Delta U \end{cases}$

*Gravitatoria: $U = -\frac{GMm}{r}$

*Elástica (muelle): $U = \frac{1}{2}k\Delta x^2$

*Curva de U: $\min U(x) = 0/F = 0$ (equilibrio estable), $\max U(x) = 0/F = 0$ (equilibrio inestable)

Una fuerza conservativa siempre tiende a minimzar $U(x)$

Energía mecánica y principio de conservación:

*Energía mecánica: $E_m = E_{c_{sist}} + U_{sist}$ (energias cinetica y potencial de un sistema)

*Conservación de la energía mecánica: sin fuerzas ext. realizando trabajo sobre el sistema y aquellas internas conservativas, se da:

$E_m = E_{c_{sist}} + U_{sist} = cte$

$E_{c_f} + U_f = U_{c_i} + U_i$

*Conservación de la energía en un sistema: $E_{entrada} - E_{salida} = \Delta E_{sist}$

*Teorema trabajo-energía: $W_{ext} = \Delta E_{sist} = \Delta E_m + \Delta E_{term} + \Delta E_{quim} + \Delta E_{otras}$

*Masa y energía: Una particula de masa m posee una energia en reposo E_0 dada por $E_0 = mc^2$
Un sistema de masa M aplica también: $E_0 = Mc^2$, con $\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2}$, con $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

*Ecuaciones de aceleración angular constante:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$
$$\phi = \phi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\left(\omega - \omega_0\right)$$

*Balance de energía: $W_{\mathbf{F}_c+\mathbf{F}_{nc}}^{A\to B} = W_{\mathbf{F}_c}^{A\to B} + W_{\mathbf{F}_{nc}}^{A\to B} = \Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A}$

*Principio de conservación de la energía: $W_{\mathbf{F}_{nc}}^{A\to B} = E_{m_B} - E_{m_A}$
en sist. conservativos: $\frac{1}{2}mv_i^2 + E_{p_i} = \frac{1}{2}mv_f^2 + E_{p_f}$

Impulso y cantidad de movimiento:

*Definición de impulso: $\mathbf{I} = \mathbf{F}\Delta t$, $[\text{N s}] = [\text{kg s}]$

*Definición de cantidad de movimiento: $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, $[\text{N s}] = [\text{kg s}]$

*Sistemas de partículas (centro, velocidad, aceleración): $\begin{cases} \mathbf{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{r}_i \\ \mathbf{v}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{v}_i \\ \mathbf{a}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{\sum_i m_i} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{a}_i \end{cases}$

*Conservación de cantidad de movimiento: $\sum_{i=1}^N m_i \mathbf{v}_i = \text{constante}$; $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$

*Choques (2 cuerpos): $\begin{cases} \text{elásticos (ideales), e=1} \\ \text{plásticos (adherencia + deformación), e=0} \end{cases}$

*Ecuación de conservación: $m_1\mathbf{v}_{01} + m_2\mathbf{v}_{02} = m_1\mathbf{v}_{f1} + m_2\mathbf{v}_{f2}$

*Coeficiente de restitución: $e = -\frac{v_{2f}-v_{1f}}{v_{2i}-v_{1i}}$, con $0 \leq e \leq 1$

Gravitación:

*Unidad astronómica: $\text{UA} = 1.50 \times 10^{11}\text{m}$

*Leyes de Kepler:

*Relación periodo-distancia: $T^2 = Cr^3 = \text{constante}$, según Newton: $C = \frac{4\pi^2}{G(M_s+M_p)}r^3$

*Ley de gravitación universal: $F = -\frac{Gm_1m_2}{r_{1,2}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1,2}$, con $G = 6.67384(80) \times 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2}$

*Energía mecánica (masa-partícula): $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$

*Velocidad de escape: $v_e = \sqrt{\frac{2Gm_1m_2}{r}}$; para la Tierra
con $M_t = m_1 \gg m_2$, $v_e = \sqrt{\frac{2gM_T}{R_t}} \approx 11.2\frac{\text{km}}{\text{s}}$