



MAT1161 – Cálculo a uma Variável
G3 - Maple – 9 de dezembro de 2016
Versão I

Nome Legível : _____

Assinatura : _____

Matrícula : _____ Turma : _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	1,5		
Total	3,0		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não 0,1)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

Questão 1. Considere a função $f(x) = (x - 2)^2(x - 50)^2(\sin(x) + 1.1) - 0.1$. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k + 1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado.

(c) Os valores de x_1 , x_2 , x_3 , e x_n .

OBS: **Não use** o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple. **Justifique suas respostas**, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.

Questão 2. Considere a função $f(x) = \frac{\sin(x-2)}{x-2}$.

(a) Qual é o domínio da função? O gráfico de f tem alguma assíntota vertical?

(b) Seja r a **menor raiz positiva** de f . Encontre o valor de r . Se possível, não aproxime.

(c) Encontre a área da região \mathcal{R} com 5 casas decimais corretas, onde

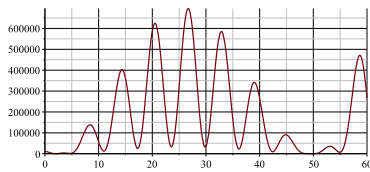
$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < r, 0 < y < f(x)\} .$$

(d) Seja $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, ou seja, F é uma primitiva de f . Mostre o gráfico de F e verifique se ele possui alguma assíntota horizontal.

Questão 1)

Considere a função abaixo. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

```
> f:=x->(x-2)^(2)*(x-50)^(2)*(sin(x)+1.1)-0.1;
plot(f(x),x=0..60);
```

$$f:=x \rightarrow (x-2)^2 (x-50)^2 (\sin(x) + 1.1) - 0.1$$


Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k+1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado

(c) Os valores de $x[1]$, $x[2]$, $x[3]$, e $x[n]$

(Obs: Não use o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple.

Justifique suas respostas, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.)

```
> n:=ceil(log[2](10^6));
```

$n := 20$

(1)

```
> a:=1.0;
b:=2.0;
for k from 1 to n do:
  x[k]:=(a+b)/2;
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
    b:=x[k];
  else:
    a:=x[k]:
```

```

    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

    a := 1.0
    b := 2.0
1.500000000
1.750000000
1.875000000
1.995354652

```

(2)

```

> a:=2.0;
b:=3.0;
for k from 1 to n do:
    x[k]:=(a+b)/2;
    if (f(x[k])*f(b)>0) then:
        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k];
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

    a := 2.0
    b := 3.0
2.500000000
2.250000000
2.125000000
2.004651070

```

(3)

```

> a:=49.0;
b:=50.0;
for k from 1 to n do:
    x[k]:=(a+b)/2;
    if (f(x[k])*f(b)>0) then:
        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k];
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

    a := 49.0
    b := 50.0
49.500000000
49.750000000
49.875000000
49.99277023

```

(4)

```

> a:=50.0;
b:=51.0;

```

```

for k from 1 to n do:
    x[k]:=(a+b)/2;
    if (f(x[k])*f(b)>0) then:
        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k];
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := 50.0
b := 51.0
50.50000000
50.25000000
50.12500000
50.00716683

```

(5)

Critério de correção:

0,3 pelo $n = 20$

0,3 por cada "conjunto" de 4 respostas para cada raiz.

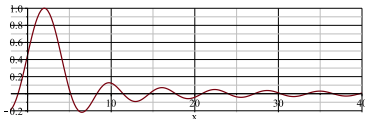
Questão 2) Considere a função abaixo.

```

> f:=x->sin(x-2)/(x-2);
plot(f(x),x=-2..40);

```

$$f := x \rightarrow \frac{\sin(x-2)}{x-2}$$



(a) Qual é o domínio da função? Ela tem alguma assíntota vertical?

```

> f(2);
Error, (in f) numeric exception: division by zero

> limit(f(x),x=2);

```

1

(6)

$x = 2$ está fora do domínio, mas não tem assíntota vertical.

(b) Seja r a menor raiz positiva de $f(x)$. Encontre o valor de r . Se possível, não aproxime.

```
> solve(f(x)=0); #não encontra resposta
> fsolve(f(x)=0,x=0..6); #encontra resposta aproximada
5.141592654
```

(7)

```
> solve(sin(x-2)=0); #encontra um ponto fora do domínio
2
```

(8)

A resposta certa é $2+\pi$.

(c) Encontre a área da região definida por: $0 < x < r$, $0 < y < f(x)$ com 5 casas decimais corretas.

```
> int(f(x),x=0..2+Pi);
Si(2) + Si(π)
```

(9)

```
> evalf(%);
3.457350029
```

(10)

Ou:

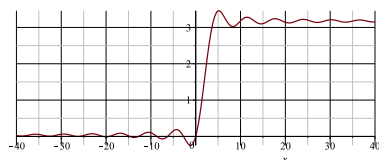
```
> int(f(x),x=0..5.141592654);
3.457350029
```

(11)

(d) Seja $F(x) = \text{int}(f(t), t=0..x)$, ou seja, F é uma primitiva de f . Mostre o gráfico de F e verifique se ele possui alguma assíntota horizontal.

```
> F:=x->int(f(t),t=0..x);
plot(F(x),x=-40..40);
```

$$F := x \rightarrow \int_0^x f(t) \, dt$$



Tem assíntotas horizontais dos dois lados.

```
> limit(F(x),x=infinity);
evalf(%);
Si(2) + π/2
3.176209304
```

(12)

```
> limit(F(x),x=-infinity);
evalf(%);
```

(13)

$$\operatorname{Si}(2) - \frac{\pi}{2}$$

0.034616650

(13)

Critério de correção:

- (a) 0,2 pelo domínio + 0,2 por ver que não tem assíntota*
- (b) 0,4. Se aproximou fica só com 0,1.*
- (c) 0,4*
- (d) 0,1 pelo gráfico e 0,1 por cada assíntota*



MAT1161 – Cálculo a uma Variável
G3 - Maple – 9 de dezembro de 2016
Versão II

Nome Legível : _____

Assinatura : _____

Matrícula : _____ Turma : _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	1,5		
Total	3,0		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não 0,1)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

Questão 1. Considere a função $f(x) = \sin\left(\frac{7}{2} - \frac{400}{100 + x^2}\right)$. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k + 1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado.

(c) Os valores de x_1 , x_2 , x_3 , e x_n .

OBS: **Não use** o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple. **Justifique suas respostas**, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.

Questão 2. Considere a função $f(x) = \frac{5 \sin(x)}{x}$.

(a) Encontre todas as raízes e todos os máximos e mínimos locais de f no intervalo $(0, 10)$. Quando for possível, não aproxime.

(b) Seja $F(x) = \int_0^x f(t)dt$, ou seja, F é uma primitiva de f . Mostre o gráfico de F e verifique se ele possui alguma assíntota horizontal.

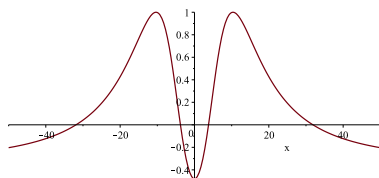
(c) Seja $G(x) = \int_0^x F(t)dt$, ou seja, G é uma primitiva de F . Mostre o gráfico de G e verifique se ele possui alguma assíntota oblíqua.

Questão 1)

Considere a função abaixo. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

```
> f:=x->sin(7/2-400/(100+x^2));
plot([f(x)],x=-50..50);
```

$$f := x \rightarrow \sin\left(\frac{7}{2} - \frac{400}{100 + x^2}\right)$$



Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k+1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado.

(c) Os valores de $x[1]$, $x[2]$, $x[3]$, e $x[n]$.

(Obs: Não use o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple.

Justifique suas respostas, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.)

```
> n:=ceil(log[2](10^6));
```

$n := 20$

(1)

```
> a:=-32.0;
```

```
b:=-31.0;
```

```
for k from 1 to n do:
```

```
  x[k]:=(a+b)/2;
```

```
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
```

```

        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k]:
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := -32.0
b := -31.0
-31.50000000
-31.75000000
-31.87500000
-31.87551593

```

(2)

```

> a:=-4.0;
b:=-3.0;
for k from 1 to n do:
    x[k]:=(a+b)/2;
    if (f(x[k])*f(b)>0) then:
        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k]:
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := -4.0
b := -3.0
-3.500000000
-3.750000000
-3.875000000
-3.779644966

```

(3)

```

> a:=3.0;
b:=4.0;
for k from 1 to n do:
    x[k]:=(a+b)/2;
    if (f(x[k])*f(b)>0) then:
        b:=x[k];
    else:
        a:=x[k]:
    fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

(4)

```
a := 3.0
b := 4.0
3.500000000
3.750000000
3.875000000
3.779644966
```

```
> a:=31.0;
b:=32.0;
for k from 1 to n do:
  x[k]:=(a+b)/2;
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
    b:=x[k];
  else:
    a:=x[k];
  fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];
```

(5)

```
a := 31.0
b := 32.0
31.500000000
31.750000000
31.875000000
31.87551593
```

Critério de correção:

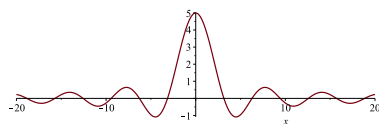
0,3 pelo $n = 20$

0,3 por cada "conjunto" de 4 respostas para cada raiz.

Questão 2) Considere a função abaixo.

```
> f:=x->5*sin(x)/x;
plot(f(x),x=-20..20);
```

$$f := x \rightarrow \frac{5 \sin(x)}{x}$$



(a) Encontre todas as raízes e todos os máximos e mínimos locais de f no intervalo $(0,10)$. Quando for possível, não aproxime.

As raízes são π , 2π e 3π . Os máximos e mínimos precisa aproximar:

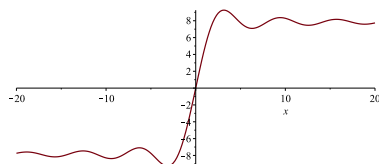
```
> fsolve(D(f)(x)=0,x=0..5);
      fsolve(D(f)(x)=0,x=5..10);
      4.493409458
      7.725251837
```

(6)

(b) Seja $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, ou seja, F é uma primitiva de f . Mostre o gráfico de F e verifique se ele possui alguma assíntota horizontal.

```
> F:=x->int(f(t),t=0..x);
      plot(F(x),x=-20..20);
```

$$F := x \rightarrow \int_0^x f(t) dt$$



Sim, tem assíntotas horizontais dos dois lados:

```
> limit(F(x),x=infinity);
      limit(F(x),x=-infinity);
```

$$\frac{5\pi}{2}$$

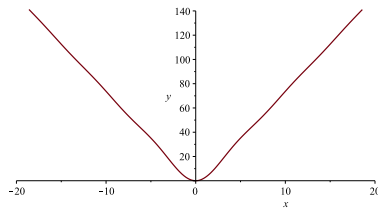
(7)

$$-\frac{5\pi}{2}$$

(c) Seja $G(x) = \int_0^x F(t) dt$, ou seja, G é uma primitiva de F . Mostre o gráfico de G e verifique se ele possui alguma assíntota oblíqua.

```
> G:=x->int(F(t),t=0..x);
plot(G(x),x=-20..20,y=0..140);
```

$$G := x \rightarrow \int_0^x F(t) dt$$



Sua derivada é $F(x)$, então já temos os coeficientes angulares, $\pi/2$ e $-\pi/2$. Para encontrar os coeficientes lineares:

```
> limit(G(x)-5*Pi/2*x,x=infinity);
```

-5

(8)

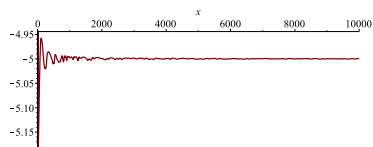
```
> limit(G(x)+5*Pi/2*x,x=-infinity);
```

-5

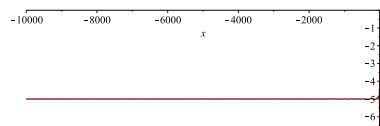
(9)

OBS: Dependendo da versão do Maple, ele responde "undefined" para os dois limites acima. Esta resposta também foi aceita na correção, mas conseguimos ver pelo gráfico que o limite é -5, mesmo sem o comando limit funcionar:

```
> plot(G(x)-5*Pi/2*x,x=0..10000);
```



```
> plot(G(x)+5*Pi/2*x,x=-10000..0);
```



Critério de correção:

- (a) 0,4 pelas raízes (se aproximou fica só com 0,1) e 0,1 pelos máximos/mínimos
- (b) 0,1 pelo gráfico e 0,2 por cada assíntota
- (c) 0,1 pelo gráfico, 0,2 pelos coef. angulares e 0,2 pelos lineares



MAT1161 – Cálculo a uma Variável
G3 - Maple – 9 de dezembro de 2016
Versão III

Nome Legível : _____

Assinatura : _____

Matrícula : _____ Turma : _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	1,5		
Total	3,0		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não 0,1)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

Questão 1. Considere a função $f(x) = \ln\left(\frac{(x-5)^2(x-40)^2+1}{100}\right)$. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k+1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado.

(c) Os valores de x_1 , x_2 , x_3 , e x_n .

OBS: **Não use** o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple. **Justifique suas respostas**, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.

Questão 2. Considere a função $f(x) = \frac{\sin(x)}{x} + 1$.

(a) Qual é o domínio da função? O gráfico de f tem alguma assíntota?

(b) Encontre a área da região \mathcal{R} com 5 casas decimais corretas, onde

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 10, 0 < y < f(x)\} .$$

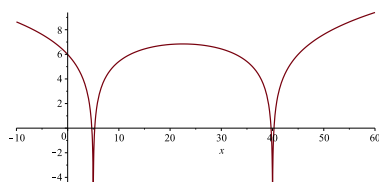
(c) Não é possível calcular a integral **indefinida** de f . Apresente duas estratégias diferentes, uma usando partes e a outra usando substituição, que não darão certo. Ou seja: Você deve usar **corretamente** as regras de integração, mas não conseguirá chegar a um resultado final, pois isto é impossível para esta função.

Questão 1)

Considere a função abaixo. Queremos encontrar aproximações com erro menor do que 10^{-6} para cada uma das suas raízes.

```
> f:=x->ln((x-5)^2*(x-40)^2+1)/100;
plot(f(x),x=-10..60);
```

$$f := x \rightarrow \ln\left(\frac{1}{100} (x-5)^2 (x-40)^2 + \frac{1}{100}\right)$$



Para cada uma das raízes, indique:

(a) Um intervalo $[k, k+1]$, onde k é um número inteiro, que servirá de intervalo inicial para o método da bisseção.

(b) O número n mínimo de passos necessários para garantir o erro desejado.

(c) Os valores de $x[1]$, $x[2]$, $x[3]$, e $x[n]$.

(Obs: Não use o comando Digits. Escreva os números com as casas decimais mostradas pelo Maple.

Justifique suas respostas, ou seja, não basta apresentar os números mas também precisa explicar como os encontrou.)

```
> n:=ceil(log[2](10^6));
```

$n := 20$

(1)

```
> a:=4.0;
b:=5.0;
for k from 1 to n do:
  x[k]:=(a+b)/2;
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
    b:=x[k];
  else:
```



```

    a:=x[k]:
  fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := 4.0
b := 5.0
4.500000000
4.750000000
4.625000000
4.717989922

```

(2)

```

> a:=5.0;
b:=6.0;
for k from 1 to n do:
  x[k]:=(a+b)/2;
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
    b:=x[k];
  else:
    a:=x[k]:
  fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := 5.0
b := 6.0
5.500000000
5.250000000
5.375000000
5.286629678

```

(3)

```

> a:=39.0;
b:=40.0;
for k from 1 to n do:
  x[k]:=(a+b)/2;
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:
    b:=x[k];
  else:
    a:=x[k]:
  fi:
od:
x[1];x[2];x[3];x[n];

```

```

a := 39.0
b := 40.0

```

(4)

39.50000000
39.75000000
39.62500000
39.71337033

```
> a:=40.0;  
b:=41.0;  
for k from 1 to n do:  
  x[k]:=(a+b)/2;  
  if (f(x[k])*f(b)>0) then:  
    b:=x[k];  
  else:  
    a:=x[k]:  
  fi:  
od:  
x[1];x[2];x[3];x[n];
```

$a := 40.0$

$b := 41.0$

40.50000000

40.25000000

40.37500000

40.28201007

(5)

Critério de correção:

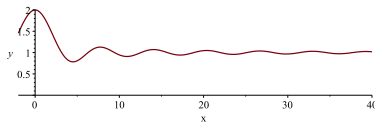
0,3 pelo $n = 20$

0,3 por cada "conjunto" de 4 respostas para cada raiz.

Questão 2) Considere a função abaixo.

```
> f:=x->sin(x)/x+1;  
plot(f(x),x=-2..40,y=0..2);
```

$$f := x \rightarrow \frac{\sin(x)}{x} + 1$$



(a) Qual é o domínio da função? Ela tem alguma assíntota vertical?

```
> f(0);  
Error, (in f) numeric exception: division by zero
```

```
> limit(f(x),x=0);
```

1

(6)

$x = 0$ está fora do domínio, mas não tem assíntota vertical.

(b) Encontre a área da região definida por $0 < x < 10$, $0 < y < f(x)$ com 5 casas decimais corretas.

```
> int(f(x),x=0..10);
```

$10 + \text{Si}(10)$

(7)

```
> evalf(%);
```

11.65834759

(8)

Ou:

```
> int(f(x),x=0..10.0);
```

11.65834759

(9)

(c) Não é possível calcular a integral indefinida de $f(x)$. Apresente duas estratégias diferentes, uma usando partes e a outra substituição, que não darão certo. (*)

(*) Ou seja: Você deve usar corretamente as regras de integração, mas não conseguirá chegar a um resultado final, pois isto é impossível para esta função.

Resposta esperada: o aluno deve escolher uma substituição qualquer, por exemplo $u = \sin(x)$, e efetuar a corretamente chegando a uma outra integral em apenas u (que não deve nem tentar resolver). A segunda estratégia seria por partes, $\sin(x)$ e $1/x$, não importa qual está integrando ou derivando mas deve ser executada corretamente, e parar por aí.

Critério de correção:

(a) 0,2 pelo domínio e 0,3 pelas assíntotas

(b) 0,4

(c) 0,3 por cada estratégia