



# MAT4161/MAT4181 – Cálculo a uma Variável

P1 Maple – 01 de abril de 2024

(Versão I)

Nome Legível : \_\_\_\_\_

Assinatura : \_\_\_\_\_

Matrícula : \_\_\_\_\_ Turma : \_\_\_\_\_

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|---------|-------|------|---------|
| 1       | 1, 2  |      |         |
| 2       | 1, 2  |      |         |
| 3       | 1, 6  |      |         |
| Total   | 4, 0  |      |         |

## Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o professor poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o professor repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

## Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Respostas aproximadas devem ser dadas com ao menos 3 casas decimais corretas.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais. Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 3 questões. Confira.

## Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo,  $\frac{1}{10} = 0.1$  e não  $0,1$ )
- Falta do `=` ou do `:` na atribuição de valor (`c:=...`)
- Falta de `->` na atribuição de função (`f:=x->...`)
- `X` maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o `implicitplot` ou o `inequal` (`x=...,y=...`)
- Deixar de chamar a biblioteca `plots` antes de usar os comandos `implicitplot`, `inequal`, `display` etc.
- Falta do sinal de multiplicação (é `2*x` e não `2x`)
- Ordem certa dos parênteses na primeira derivada é `D(f)(x)`
- Ordem certa dos parênteses na segunda derivada é `(D@@2)(f)(x)`
- Os comandos `Int` e `Sum` são diferentes dos `int` e `sum`
- $\pi$  se escreve `Pi` (e não `PI` ou `pi`)
- $e^x$  se escreve `exp(x)`

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando `restart` e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

### Questão 1

Considere as equações das seguintes circunferências:

$$(x - 1)^2 + y^2 = 2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

Determine a equação da **parábola** que passa pelo ponto  $(3, -2)$  e também pelos dois pontos de interseção entre as circunferências.

## Questão 2

Considere a função  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < 1 \\ h(x), & x \geq 1 \end{cases}$$

onde  $g$  e  $h$  são funções **quadráticas**.

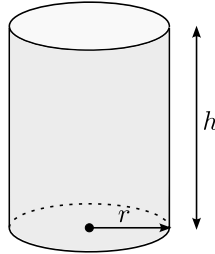
Sabendo que  $f$  é uma função **contínua** e **derivável**, escreva expressões para as funções  $g$  e  $h$  de forma que:

- a reta  $y = -x + 2$  seja tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = -1$ ,
- a reta  $y = 2x - 1$  seja tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 2$ .

### Questão 3

Deseja-se fabricar um recipiente no formato de cilindro circular reto, aberto do lado superior, com volume de  $150 \text{ cm}^3$ . Suponha que na fabricação da lateral e do fundo não há desperdícios de material.

Sejam  $r$  e  $h$  o raio da base e a altura do cilindro, respectivamente.



Seja  $A$  a função de  $r$  que fornece a **área** da superfície de todo o recipiente.

Sabendo que a área de um círculo de raio  $r$  é  $\pi r^2$ , e que o comprimento de uma circunferência de raio  $r$  é  $2\pi r$ , faça o que se pede.

- (a) Determine o domínio e uma expressão para a função  $A$ .

*Obs.: No Maple,  $\pi$  se escreve Pi.*

- (b) Determine o raio e a altura do recipiente correspondente à **menor** área. Não se esqueça de justificar sua resposta.