Lista de Exercícios 5

1. Esboce o plano tangente e o polinômio quadrático, ou seja, os polinômios de Taylor de grau 1 e de grau 2, que aproximam f em torno de cada ponto crítico.

   (a) $f(x,y) = x^3 + 2x^2y^2 - 3xy + y^2$

   (b) $f(x,y) = 10\left(x^3 + y^5 + \frac{x}{5}\right)e^{-x^2-y^2} + \frac{1}{3}e^{-(x-1)^2-y^2}$

2. Considere a função
$$f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 2x^2y + 4$$

   (a) Ache os pontos críticos de f.

   (b) Classifique os pontos críticos quando possível, caso não possa justifique.

   (c) Analisando a restrição de $f(x,y)$ ao conjunto $x = y$, deduza que a função não possui nem máximo absoluto nem mínimo absoluto.

   (d) Ache a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1,1,f(1,1))$.

   (e) Use os polinômios de Taylor de grau 1 e de grau 2 em torno do ponto $(1,1)$ para obter aproximações de $f(1.05, 0.99)$. Faça o mesmo para obter aproximações de $f(1.5, 0.4)$.

3. Encontre os valores máximo absoluto e mínimo absoluto da função
$$f(x,y) = 2x + 6y - xy - y^2$$
no conjunto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 0 \le x \le 4,\ 0 \le y \le 3\}$.

4. Encontre os valores máximo e mínimo absoluto de $f(x,y) = (x-3)(y-3)(x+y-3)$ no conjunto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x \le 3,\ y \le 3,\ x + y - 3 \ge 0\}$.

5. Seja T o triângulo determinado pelos pontos $(0,2)$, $(2,0)$ e $(3,3)$. Seja $f(x,y) = x^2+y^2$.

   (a) Explique por que f assume valores extremos em T.

   (b) Determine os valores máximo e mínimo de f em T.

6. Considere a função $f(x,y) = x^2 + \frac{y^2}{2} - x^3$ e o conjunto compacto
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \le 1\}.$$

   (a) Encontre os pontos críticos de f no interior de D.

   (b) Encontre os candidatos a extremo de f na fronteira de D.

   (c) Determine os valores extremos globais de f em D.

7. Seja $f(x,y) = x^2 + \frac{x^3}{3} + 4y^2$. Determine os valores extremos de f em
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2 + 4y^2 \le 5\}.$$

8. Considere a função

$$f(x, y, z) = \ln(x + y + z + 4)$$

e a região $\mathcal{R}$ do espaço definida por $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

   (a) Justifique que a função atinge um valor máximo e um mínimo na região.

   (b) Ache os valores máximo e mínimo de f na região $\mathcal{R}$.

9. Considere o sólido D limitado pela esfera $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Considere a função $f(x, y, z) = z - xy$ definida no sólido D. Determine os valores máximo e mínimo de f no sólido D.

10. Considere o sólido D limitado por cima pela esfera $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ e por baixo pelo cone $z^2 = x^2 + y^2$, no semiplano $z \geq 0$. Considere a função $f(x, y, z) = z - xy$ definida no sólido D. Determine os valores máximo e mínimo de f no sólido D.

11. Um container de 480 m^3 em forma de paralelepípedo deve ser construido com dois tipos de materiais diferentes. O custo do material da base e da tampa é de 5 reais por metro quadrado. O custo do material utilizado nas paredes laterais é de 3 reais por metro quadrado. Achar as dimensões do container mais barato.

12. Considere o conjunto P dos paralelepípedos inscritos na esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

   (a) Ache as dimensões do paralelepípedo em P tal que a soma dos comprimentos das arestas é máxima.

   (b) A função objetivo do item anterior atinge um mínimo? Este valor mínimo corresponde às dimensões de um paralelepípedo?

13. O plano $x + y + 2z = 2$ intersecta o paraboloide $z = x^2 + y^2$ em uma elipse.

    Determine o ponto mais alto e o ponto mais baixo nesta elipse.

♣ **Exercícios do Livro:** Stewart, 5^a ou 6^a ou 7^a ou 8^a Edição.

Seção 14.8: 1, 3, 4, 7, 9, 11, 19, 20, 44, 45, 46.