MAT1161 – Cálculo a uma Variável

G2 - Maple – 10 de novembro de 2016

Versão I

Nome Legível : ______________________________

Assinatura : ______________________________

Matrícula : ____________________ Turma : __________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,0$		
2^a	$2,0$		
Total	$3,0$		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não $0,1$)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

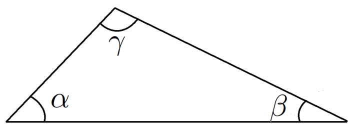
Questão 1. Considere a função $f(x) = \sin(x) + \sin(2x)$.

(a) Encontre um polinômio g de grau 3 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em $p = \pi/2$ e que também satisfaça $f''(p) = g''(p)$ e $f'''(p) = g'''(p)$.

(b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio $[0, 2\pi]$, e copie para o papel a figura obtida.

(c) Utilizando o polinômio g do item (a), obtenha uma aproximação para $f(2)$.

Questão 2. Considere um triângulo com ângulos α, β, e γ, como na figura abaixo.



Sabendo que o seno de α é o dobro do seno de β:

(a) Escreva β e γ como funções de α.

(b) Encontre os valores de α e β quando $\gamma = \pi/2$.

(c) Encontre valores de α, β, e γ para que o triângulo seja isósceles.

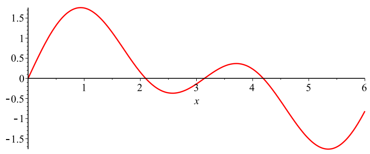
MAT1161

Gabarito - P2 Maple Versão I - 2016.2

Questão 1)
Considere a função f(x) = sin(x) + sin(2x).

```
> f:=x->sin(x)+sin(2*x);
  plot(f(x),x=0..6);
```

$$f := x \rightarrow \sin(x) + \sin(2\,x)$$



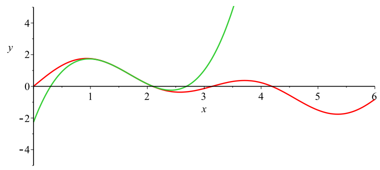
(0,6) (a) Encontre um polinômio g de grau 3 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em p = pi/2 e que também satisfaça f ''(p) = g''(p) e f '''(p) = g'''(p)
(0,2) (b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio [0,2pi], e copie para o papel a figura obtida.

```
> g:=x->a0+a1*x+a2*x^2+a3*x^3;
  x0:=Pi/2;
  s:=solve({f(x0)=g(x0),D(f)(x0)=D(g)(x0),(D@@2)(f)(x0)=(D@@2)(g)
  (x0),(D@@3)(f)(x0)=(D@@3)(g)(x0)});
  plot([f(x),subs(s,g(x))],x=0..6,y=-5..5);
```

$$g := x \rightarrow a0 + a1\,x + a2\,x^2 + a3\,x^3$$

$$x0 := \frac{1}{2}\,\pi$$

$$s := \left\{ a0 = 1 + \pi - \frac{1}{8}\,\pi^2 - \frac{1}{6}\,\pi^3,\ a1 = -2 + \frac{1}{2}\,\pi + \pi^2,\ a2 = -\frac{1}{2} - 2\,\pi,\ a3 = \frac{4}{3} \right\}$$



(0,2) (c) Utilizando o polinômio g do item (a), obtenha uma aproximação para f(2).

```
> subs(s,g(2));
  evalf(%);
```

$$\frac{17}{3} - 6\pi + \frac{15}{8}\pi^2 - \frac{1}{6}\pi^3$$

$$0.154906227 \tag{1}$$

Critério de correção - questão 1

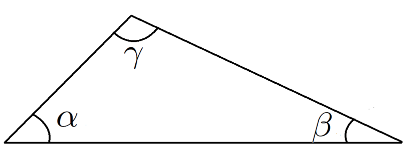
(a) 0,2 para as condições f(p) = g(p), f '(p) = g '(p), f ''(p) = g ''(p) e f '''(p) = g '''(p)
0,1 para cada coeficiente do polinômio g. (ganha apenas a metade se utilizou aproximações)

(b) 0,2

(c) 0,2

Obs.: Perde 0,1 por cada comando Maple esquecido.

Questão 2) Considere um triângulo com ângulos alfa, beta, e gama, como na figura abaixo.



Sabendo que o seno de alfa é o dobro do seno de beta:

(0,5) (a) Escreva beta e gama como funções de alfa.

```
> solve(sin(a)=2*sin(b),b); #beta
```

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\sin(a)\right) \quad \textbf{(2)}$$

$$\textbf{(3)}$$

```
> #gama
  Pi-a-%;
```

$$\pi - a - \arcsin\left(\frac{1}{2}\sin(a)\right) \quad \textbf{(4)}$$

(0,5) (b) Encontre os valores de alfa e beta quando gama = Pi/2.

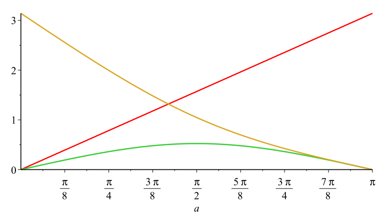
```
> solve({sin(a)=2*sin(b),a+b=Pi/2});
```

$$\left\{a = -\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\pi, b = \arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right\} \quad \textbf{(5)}$$

(1,0) (c) Encontre valores de alfa, beta e gama para que o triângulo seja isósceles.

Vou começar desenhando os angulos alfa, beta, e gama:

```
> plot([a, arcsin((1/2)*sin(a)), Pi-a-arcsin((1/2)*sin(a))],a=0..
  Pi);
```



Para ser isósceles, dois dos ângulos devem ser iguais. Vemos na figura que isso só pode acontecer com alfa = gama. (A função do ângulo beta só se encontra com as outras nos extremos do domínio.)

```
> a:=solve(a=Pi-a-arcsin((1/2)*sin(a)));
```

$$a := \arctan\left(\sqrt{15}\right) \quad \textbf{(6)}$$

```
> b:=arcsin((1/2)*sin(a));
```

$$b := \arcsin\left(\frac{1}{8}\sqrt{15}\right) \quad \textbf{(7)}$$

```
> c:=Pi-a-arcsin((1/2)*sin(a));
```

$$c := \pi - \arctan\left(\sqrt{15}\right) - \arcsin\left(\frac{1}{8}\sqrt{15}\right) \quad \textbf{(8)}$$

Conferindo:

```
> evalf(a);
  evalf(b);
  evalf(c);
  evalf(a+b+c);
```

$$1.318116072$$
$$0.5053605102$$
$$1.318116072$$
$$3.141592654 \quad (9)$$

Critério de correção - questão 2

a) 0,3 para o valor de beta = arcsin(1/2 sin(a))
0,2 para o valor de gama = pi - a - arcsin (1/2 sin (a))

b) 0,3 para o valor de alfa = -arctan(1/2) + 1/2 pi
0,2 para o valor de beta = arctan(1/2)

c) 0,2 para quem percebeu que alfa = gama.
0,3 para o valor de alfa
0.3 para o valor de beta
0,2 para o valor de gama

MAT1161 – Cálculo a uma Variável

G2 - Maple – 11 de novembro de 2016

Versão II

Nome Legível : ____________________

Assinatura : ____________________

Matrícula : ____________________ Turma : __________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,0$		
2^a	$2,0$		
Total	$3,0$		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não $0,1$)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

Questão 1. Considere a função $f(x) = \sqrt{e^x + 1}$.

(a) Encontre um polinômio g de grau 2 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em $p = 0$.

(b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio $[-3, 3]$, e copie para o papel a figura obtida.

(c) Qual é o maior intervalo para o qual $g(x)$ aproxima $f(x)$ com erro menor do que 0,2?

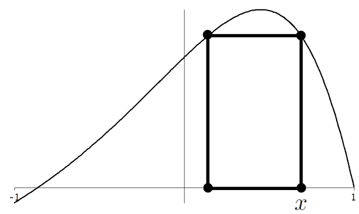
Questão 2. Considere a função $f(x) = \sin(e^x) - \sin(e)$, definida no domínio $[-1, 1]$.

(a) Encontre o máximo global da função f.

(b) Utilizando o comando *plot*, desenhe em uma mesma janela o gráfico da função f, a reta $y = x$ e a curva obtida pela reflexão do gráfico de f em torno da reta $y = x$.

Obs.: Não é permitido usar o comando *implicitplot*.

(c) Considere um retângulo com dois vértices sobre o eixo horizontal e dois vértices sobre o gráfico da função f, como na figura abaixo.



Determine o domínio e a expressão da função A que fornece a área do retângulo em termos de x (onde x é a primeira coordenada de um dos vértices do retângulo, como indicado na figura acima).

(d) Qual é a maior área possível deste retângulo?

MAT1161

Gabarito - P2 Maple Versão II - 2016.2

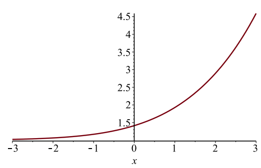
Questão 1) Considere a função $f(x) = \sqrt{e^x + 1}$.

(0,4) (a) Encontre um polinômio g de grau 2 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em p = 0.

(0,2) (b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio [-3,3], e copie para o papel a figura obtida.

```
> restart;
> f:=x->sqrt(exp(x)+1);
  plot(f(x),x=-3..3);
```

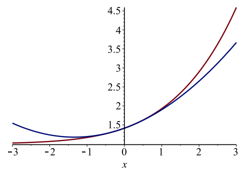
$$f := x \rightarrow \sqrt{e^x + 1}$$




```
> g:=x->a*x^2+b*x+c;
  s:=solve({f(0)=g(0),D(f)(0)=D(g)(0),D(D(f))(0)=D(D(g))(0)});
  plot([f(x),subs(s,g(x))],x=-3..3);
```

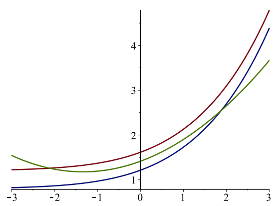
$$g := x \rightarrow a\,x^2 + b\,x + c$$

$$s := \left\{a = \frac{3}{32}\sqrt{2},\, b = \frac{1}{4}\sqrt{2},\, c = \sqrt{2}\right\}$$



(0,4) (c) Qual é o maior intervalo para o qual g(x) aproxima f(x) com erro menor do que 0,2?

```
> plot([f(x)+0.2,f(x)-0.2,subs(s,g(x))],x=-3..3);
```




```
> fsolve(f(x)+0.2=subs(s,g(x)));
  fsolve(f(x)-0.2=subs(s,g(x)));
```

$$-2.111513921$$
$$1.877437393 \quad (1)$$

Critério de correção - questão 1

(a) 0,1 para as condições f(p) = g(p), f '(p) = g '(p), f ''(p) = g ''(p)
0,1 para cada coeficiente do polinômio g. (ganha apenas a metade se utilizou aproximações)

(b) 0,2

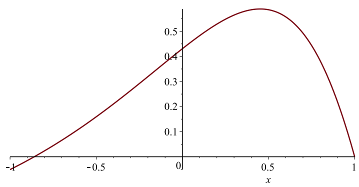
(c) 0,2 para cada extremo do intervalo com justificativa

Obs.: Perde 0,1 por cada comando Maple esquecido.

Questão 2) Considere a função $f(x) = sen\left(e^{x}\right) - sen(e)$, definida no domínio [-1,1].

```
> f:=x->sin(exp(x))-sin(exp(1));
  plot(f(x),x=-1..1);
```

$$f := x \to \sin\left(e^{x}\right) - \sin(e)$$



(0,5) (a) Encontre o máximo global da função f.

```
> solve(D(f)(x)=0);
  evalf(%);
```

$$\ln\left(\frac{1}{2}\pi\right)$$

$$0.4515827054 \quad \textbf{(2)}$$

(0,5) (b) Utilizando o comando plot, desenhe em uma mesma janela o gráfico da função f, a reta y = x e a curva obtida pela reflexão do gráfico de f em torno da reta y = x.

Obs.: Não é permitido usar o comando implicitplot

.

Vou começar calculando uma inversa de f(x):

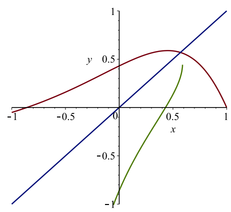
```
> solve(x=f(y),y);
```

$$\ln(\arcsin(x + \sin(e))) \quad \textbf{(3)}$$

```
> g:=x->ln(arcsin(x+sin(exp(1))));
```

$$g := x \to \ln(\arcsin(x + \sin(e))) \quad \textbf{(4)}$$

```
> plot([f(x),x,g(x)],x=-1..1,y=-1..1);
```

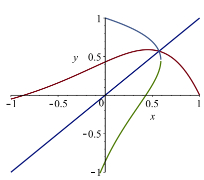


Fica faltando um pedaço, vou inverter outra parte do seno. Em vez de arcsin(x) vou trocar para Pi-arcsin(x)

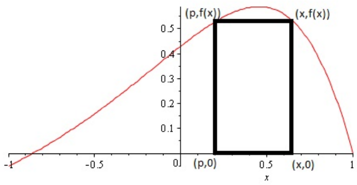
```
> h:=x->ln(Pi-arcsin(x+sin(exp(1))));
```

$$h := x \rightarrow \ln\left(\pi - \arcsin\left(x + \sin\left(\mathrm{e}\right)\right)\right) \tag{5}$$

```
> plot([f(x),x,g(x),h(x)],x=-1..1,y=-1..1);
```



(0,5) (c) Considere um retângulo com dois vértices sobre o eixo horizontal e dois vértices sobre o gráfico da função f como na figura abaixo.



Determine o domínio e a expressão da função A que fornece a área do retângulo em termos de x (onde x é a primeira coordenada de um dos vértices do retângulo, como indicado na figura acima).

Vou usar g(x) para calcular as coordenadas de todos os vértices do retângulo. Temos p = g(f(x)).

A área do retângulo:

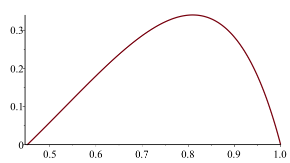
```
> A:=x->f(x)*(x-g(f(x)));
```

$$A := x \rightarrow f(x)\ (x - g(f(x))) \quad (6)$$

```
> A(x);
```

$$(\sin(e^x) - \sin(e))\ (x - \ln(\arcsin(\sin(e^x)))) \quad (7)$$

```
> plot(A(x),x=0.45..1);
```



Note que o domínio da função é de 0.45 até 1, pois 0.45 foi o máximo local de f(x) encontrado no item (a).

(0,5) (d) Qual é a maior área possível deste retângulo?

```
> fsolve(D(A)(x)=0,x=0.7..0.9);
  A(%);
```

```
evalf(%);
```

$$0.8097093903$$
$$0.7184880904 - 0.9213810732 \sin(e)$$
$$0.3400019837 \tag{8}$$

Critério de correção - questão 2

a) não houve ponto parcial, salvo alguma coisa muito particular.

b) 0,2 para o gráfico "faltando um pedaço".
0,3 para o gráfico correto.

c) em geral, não houve ponto parcial.

d) 0,3 para o valor de x= 0,8097093903
0,2 para o valor da área = 0,340009837

MAT1161 – Cálculo a uma Variável
G2 - Maple – 11 de novembro de 2016
Versão III

Nome Legível : ______________________________

Assinatura : ______________________________

Matrícula : ______________________ Turma : __________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,0$		
2^a	$2,0$		
Total	$3,0$		

Instruções Gerais:

- A duração da prova é de 1h50min.
- A tolerância de entrada é de 30min após o início da prova. Se um aluno terminar a prova em menos de 30min, deverá aguardar em sala antes de entregar a prova e sair de sala.
- A prova deve ser resolvida apenas nas folhas recebidas e nos espaços reservados para soluções. Não é permitido destacar folhas da prova.
- A prova é sem consulta a professores, fiscais ou a qualquer tipo de material. A interpretação dos enunciados faz parte da prova.
- O aluno só poderá realizar a prova e assinar a lista de presença na sua turma/sala.
- O aluno só poderá manter junto a si: lápis, borracha e caneta. Caso necessário, o fiscal poderá solicitar ajuda a outro aluno e apenas o fiscal repassará o material emprestado.
- O celular deverá ser desligado e guardado.
- O aluno não poderá sair de sala enquanto estiver fazendo a prova.

Instruções Específicas:

- Todas as questões devem ser justificadas de forma clara e rigorosa. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Quando usar o Maple na resolução de qualquer questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa.
- Você pode consultar o *Help* do Maple durante a prova, mas não pode consultar quaisquer outros materiais.
- Você não pode utilizar comandos do pacote *student* para resolver ou justificar as questões da prova.
- Você não pode obter ajuda do professor (nem de colegas) com seus comandos durante a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis ou a caneta de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de caneta de tinta vermelha ou verde.
- Esta prova possui 2 questões. Confira.

Atenção:

Antes de se desesperar, verifique se o seu erro não é de um destes tipos comuns:

- Falta de ; no final da linha
- Parênteses que abre mas não fecha ou fecha mas não abre
- Falta do = ou do : na atribuição de valor (f:=...)
- Falta de -> na atribuição de função (f:=x->...)
- X maiúsculo onde deveria ser minúsculo
- Deixar de usar parênteses para algum comando
- Deixar de especificar domínio para o plot (x=...) ou o implicitplot (x=...,y=...)
- Falta do sinal de multiplicação (é 2*x e não 2x)
- O comando para a função seno é sin e não sen
- Ordem certa dos parênteses na derivada é D(f)(x)
- Os comandos Int e Sum são diferentes dos int e sum
- π se escreve Pi (e não PI ou pi)
- e^x se escreve exp(x)
- O separador de decimal é o ponto e não a vírgula (por exemplo, $\frac{1}{10} = 0.1$ e não $0,1$)
- Espaço indevido entre o nome do comando e o argumento (por exemplo, sin (x) se escreve sin(x); plot (f(x),...) se escreve plot(f(x),...))

Lembre também que frequentemente uma linha que foi apagada (porque você mudou de ideia) continua tendo efeitos sobre o que você fizer depois. Use o comando restart; e abaixo dele copie só aquelas linhas que forem relevantes para o problema, apertando enter em todas.

Embora seu arquivo não seja utilizado para correção, recomendamos que você o salve com frequência para evitar perda de trabalho em caso de travamento do programa durante a prova.

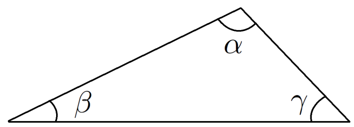
Questão 1. Considere a função $f(x) = \sin(x) + \sin(2x)$.

(a) Encontre um polinômio g de grau 3 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em $p = 2\pi/3$ e que também satisfaça $f''(p) = g''(p)$ e $f'''(p) = g'''(p)$.

(b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio $[0, 2\pi]$, e copie para o papel a figura obtida.

(c) Utilizando o polinômio g do item (a), obtenha uma aproximação para $f(2)$.

Questão 2. Considere um triângulo com ângulos α, β, e γ, como na figura abaixo.



Sabendo que o seno de α é o dobro do seno de β e que $2\sin(\alpha) = 3\sin(\gamma)$:

(a) Encontre os valores de α, β, e γ com 5 casas decimais.

(b) Se o vértice da esquerda está na origem e o vértice da direita está no ponto (10,0), quais são as coordenadas do terceiro vértice?

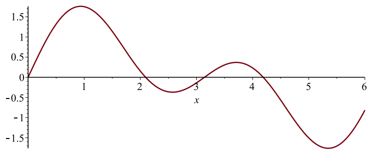
MAT1161

Gabarito - P2 Maple Versão III - 2016.2

Questão 1) Considere a função f(x) = sen(x) + sen(2x).

```
> f:=x->sin(x)+sin(2*x);
  plot(f(x),x=0..6);
```

$$f := x \rightarrow \sin(x) + \sin(2\,x)$$



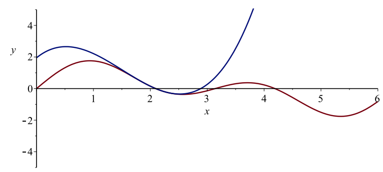
(0,6) (a) Encontre um polinômio g de grau 3 cujo gráfico seja tangente ao gráfico de f em p = 2pi/3 e que também satisfaça f "(p) = g "(p) e f "'(p) = g "'(p).
(0,2) (b) Desenhe em uma mesma janela os gráficos de f e do polinômio g encontrado no item (a), no domínio [0,2pi], e copie para o papel a figura obtida.

```
> g:=x->a0+a1*x+a2*x^2+a3*x^3;
  x0:=2*Pi/3;
  s:=solve({f(x0)=g(x0),D(f)(x0)=D(g)(x0),(D@@2)(f)(x0)=(D@@2)(g)
  (x0),(D@@3)(f)(x0)=(D@@3)(g)(x0)});
  plot([f(x),subs(s,g(x))],x=0..6,y=-5..5);
```

$$g := x \rightarrow a0 + a1\,x + a2\,x^2 + a3\,x^3$$

$$x0 := \frac{2}{3}\,\pi$$

$$s := \left\{ a0 = -\frac{2}{9}\,\pi^3 + \frac{1}{3}\,\pi^2\sqrt{3} + \pi,\ a1 = \pi^2 - \pi\sqrt{3} - \frac{3}{2},\ a2 = -\frac{3}{2}\,\pi + \frac{3}{4}\,\sqrt{3},\ a3 = \frac{3}{4} \right\}$$



(0,2) (c) Utilizando o polinômio g do item (a), obtenha uma aproximação para f(2).

```
> subs(s,g(2));
  evalf(%);
```

$$-\frac{2}{9}\pi^3 + \frac{1}{3}\pi^2\sqrt{3} - 5\pi + 2\pi^2 - 2\pi\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3}$$

$$0.152536824 \quad (1)$$

Critério de correção - questão 1

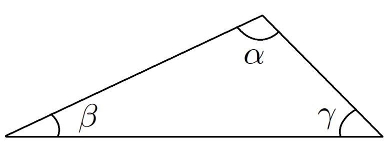
(a) 0,2 para as condições f(p) = g(p), f '(p) = g '(p), f ''(p) = g ''(p) e f '''(p) = g '''(p)
0,1 para cada coeficiente do polinômio g. (ganha apenas a metade se utilizou aproximações)

(b) 0,2

(c) 0,2

Obs.: Perde 0,1 por cada comando Maple esquecido.

Questão 2) Considere um triângulo com ângulos alfa, beta, e gama, como na figura abaixo.



Sabendo que o seno de alfa é o dobro do seno de beta e que 2*sin(alfa) = 3*sin(gama):

(1,0) (a) Encontre os valores de alfa, beta, e gama com 5 casas decimais.

```
> solve({sin(a)=2*sin(b),2*sin(a)=3*sin(c),a+b+c=Pi});
```

$$\{a=0, b=\pi, c=0\}, \{a=0, b=0, c=\pi\}, \{a=\pi, b=0, c=0\}, \{a=\pi, b=-\pi, c=\pi\}, \Big\{a = -\arctan\left(\frac{1}{11}\, RootOf(\_Z^2-455)\right) + \mathrm{signum}(0, RootOf(\_Z^2-455), 1)\,\pi, b = \arctan\left(\frac{1}{11}\, RootOf(\_Z^2-455)\right) - \mathrm{signum}(0, RootOf(\_Z^2-455), 1)\,\pi - \arctan\left(\frac{24}{29}\sin\left(-\arctan\left(\frac{1}{11}\, RootOf(\_Z^2-455)\right) + \mathrm{signum}(0, RootOf(\_Z^2-455), 1)\,\pi\right)\right) + \pi, c = \arctan\left(\frac{24}{29}\sin\left(-\arctan\left(\frac{1}{11}\, RootOf(\_Z^2-455)\right) + \mathrm{signum}(0, RootOf(\_Z^2-455), 1)\,\pi\right)\right)\Big\} \quad (2)$$

(3)

Não deu uma boa resposta, então vou usar o fsolve

```
> fsolve({sin(a)=2*sin(b),2*sin(a)=3*sin(c),a+b+c=Pi});
```

$$\{a=336.1504139, b=-40.84070450, c=-292.1681168\} \quad (4)$$

Estes números estão grandes demais para um triângulo. Vou limitar o intervalo.

```
> fsolve({sin(a)=2*sin(b),2*sin(a)=3*sin(c),a+b+c=Pi},{a=0..Pi,b=0..Pi/2,c=0..Pi/2});
```

$$\{a=2.046915389, b=0.4604934248, c=0.6341838404\} \quad (5)$$

(1,0) (b) Se o vértice da esquerda está na origem e o vértice da direita está no ponto (10,0), quais são as coordenadas do terceiro ponto?

A tangente dos ângulos beta e gama:

```
> tanB := tan(0.4604934248);
  tanC := tan(0.6341838404);
```

$$tanB := 0.4960634650$$
$$tanC := 0.7355423789 \quad (6)$$

O segmento horizontal é formado por duas partes, vamos chamá-las de x e (10-x). Eles se encontram na altura do triângulo em relação ao vértice alfa. Então:

```
> h/x = tanB;
```

$$\frac{h}{x} = 0.4960634650 \quad (7)$$

```
> h/(10-x) = tanC;
```

$$\frac{h}{10-x} = 0.7355423789 \quad (8)$$

```
> solve({h/x = tanB, h/(10-x) = tanC});
```

$$\{h=2.962601249, x=5.972222221\} \quad (9)$$

E as coordenadas do ponto procurado são (5.97222 , 2.96260).

Critério de correção - questão 2

a) 0,2 para o solve (sistema)

0,8 para as respostas corretas (a,b e c)

b) 0,2 para cada equação correta.
0,6 para a resposta (valores de h e x).