1,0 **Questão 1 (1,0):**

Considere o conjunto $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$, onde $\mathbf{v}_1 = (-5, -10, 2, -6, 10)$, $\mathbf{v}_2 = (-4, -8, -4, 12, -8)$, $\mathbf{v}_3 = (3, 6, 4, -12, 5)$ e a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -5 & -10 & 2 & -6 & 10 \\ -4 & -8 & -4 & 12 & -8 \\ 3 & 6 & 4 & -12 & 5 \end{bmatrix}.$$

0,2 (a) Seja $\mathbf{B} = (b_{ij})$ a forma escalonada reduzida por linhas da matriz $\mathbf{A}$. Determine as entradas

$b_{12} =$ 2 $\qquad b_{24} =$ -3 $\qquad b_{35} =$ 1

0,4 (b) Seja $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T(\mathbf{v}) = \mathbf{A}\mathbf{v}$. Encontre uma base para as soluções de $T(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$.

NullSpace (A)

$$\beta = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

0,4 (c) Marque a opção correta:

☒ S é um conjunto LI.

☐ S é um conjunto LD.

Com base na opção marcada, faça:

Se S for LI, considere o vetor $\mathbf{v} = (-78, -156, -44, 132, -28)$. Determine as constantes a_1, a_2 e a_3 tais que $\mathbf{v} = a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2 + a_3\mathbf{v}_3$.

$a_1 =$ 6 $\qquad a_2 =$ 6 $\qquad a_3 =$ -8

Se S for LD, encontre as constantes a_1 e a_2 tais que $\mathbf{v}_3 = a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2$.

$a_1 =$ - $\qquad a_2 =$ -

0,4

Questão 2 (0,8):

Considere as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 9 & 18 & -25 \\ -3 & 7 & 9 & -29 \\ 9 & 6 & 20 & -9 \\ 10 & -2 & 6 & 27 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a) As componentes de *um* vetor $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$ tal que $\mathbf{Av} = \mathbf{Bv}$ são

$v_1 =$ 0 $\quad v_2 =$ 10 $\quad v_3 =$ 0 $\quad v_4 =$ 0.

0,4 (b) Marque *somente* as opções corretas.

O conjunto de vetores $\mathbf{v}$ que satisfazem a condição do item (a) formam

- ☒ uma reta em $\mathbb{R}^4$.
- ☐ um subespaço de $\mathbb{R}^3$ de dimensão 3.
- ☐ um plano em $\mathbb{R}^4$.
- ☒ um subespaço de $\mathbb{R}^4$ de dimensão 1.
- ☐ um subespaço de $\mathbb{R}^2$ de dimensão 1.
- ☐ um plano em $\mathbb{R}^3$.
- ☐ uma reta em $\mathbb{R}^3$.
- ☐ o próprio $\mathbb{R}^4$.
- ☐ um subespaço de $\mathbb{R}^4$ de dimensão 2.
- ☐ um subespaço de $\mathbb{R}^4$ de dimensão 3.

0,5 **Questão 3 (1,2):**

Seja T uma transformação matricial definida por $T(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$ tal que

$$T\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-2\\0\\3\end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix}2\\5\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\10\\-2\\2\end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix}0\\-1\\1\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-2\\2\\10\end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-3\\6\\0\end{pmatrix}$$

0,5 (a) Na lista a seguir, marque *somente* os vetores que são autovetores da matriz **A**.

- ☒ $(0,-4,4,20)$
- ☐ $(0,0,0,3)$
- ☒ $(10,-20,0,30)$
- ☐ $(0,1,2,0)$
- ☒ $(0,1,-2,0)$
- ☒ $(0,-2,2,10)$
- ☒ $(0,-1,2,0)$

(b) Os autovalores da matriz **A** são

$\lambda_1 =$ 1 $\qquad \lambda_2 =$ 1/2 $\qquad \lambda_3 =$ 1/2 $\qquad \lambda_4 =$ -1/3

(c) Se $\mathbf{A} = (a_{ij})$, determine as entradas

$a_{11} =$ 1 $\qquad a_{23} =$ 0 $\qquad a_{44} =$ -1/3

Não aproxime os resultados. Se necessário, escreva na forma de fração.