Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

# PROVA G3 FIS4001 – 5/12/23
# FÍSICA I

NOME LEGÍVEL: GABARITO PROVISÓRIO

ASSINATURA: ____________________

MATRÍCULA: ____________________ TURMA: ________

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|---|---|---|---|
| 1ª | 3,5 | | |
| 2ª | 3,5 | | |
| 3ª | 3,0 | | |
| Total | 10,0 | | |

## FORMULÁRIO

$$\omega_{méd} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \alpha_{méd} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\,\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)t$$

$$s = \theta r \qquad v = \omega r \qquad a_t = \alpha r$$

$$F = -kx \quad \rightarrow \quad ma = -kx \quad \rightarrow \quad a(t) = -\omega^2 x(t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$$

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega x_m \,sen(\omega t + \phi) \qquad v_m = \omega x_m$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) \qquad a_m = \omega^2 x_m$$

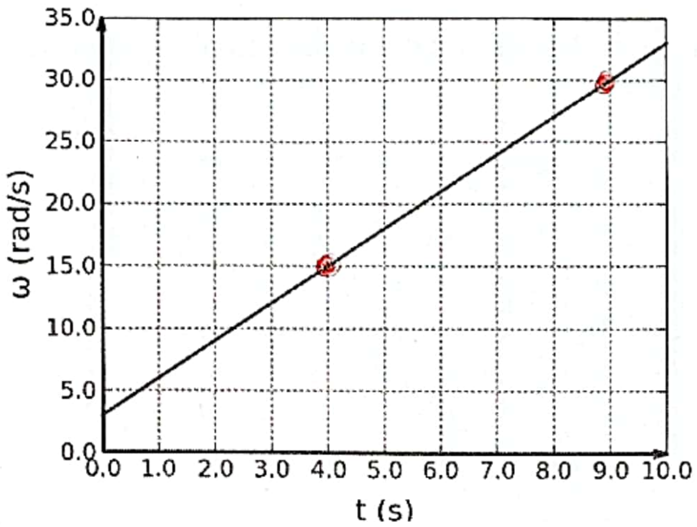
$$U(t) = \frac{1}{2}kx^2(t) = \frac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

$$K(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) = \frac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 \,sen^2(\omega t + \phi)$$

$$E_{mec} = K + U = \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$$

**1ª Questão (3,5 pontos)** – **QUESTÃO COMPOSTA DE DUAS PARTES INDEPENDENTES**

**PARTE I (2,0)** – O gráfico a seguir apresenta a velocidade angular de um objeto que gira em torno de um eixo fixo.




(a) (0,7) Calcule a aceleração angular do objeto em torno do eixo fixo.

(b) (0,7) Calcule o deslocamento angular do objeto entre 4,0 s e 9,0 s.

(c) (0,6) Calcule a velocidade angular do objeto em t = 12 s, supondo que a aceleração angular permanece constante para t >10,0 s.

(a) SELECIONANDO OS PONTOS MAIS PRECISAMENTE DEFINIDOS NO GRÁFICO:

$$\alpha = \alpha_{MÉD} = \begin{pmatrix} \text{COEF.} \\ \text{ANG.} \end{pmatrix} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{30{,}0 - 15{,}0}{9{,}0 - 4{,}0}$$

$$\boxed{\alpha = 3{,}0 \text{ rad/s}^2}$$

(b) $$\Delta\theta = \frac{\omega + \omega_0}{2}\Delta t = \frac{30{,}0 + 15{,}0}{2} \cdot 5{,}0$$

$$\boxed{\Delta\theta = 112{,}5 \text{ rad}}$$

(c) $$\omega = \omega_i + \alpha t$$

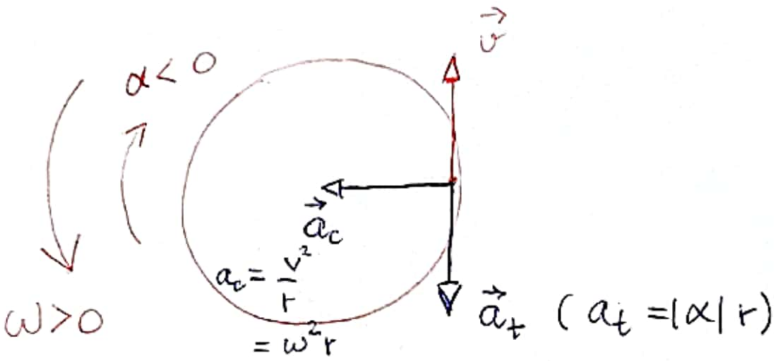
$15 = \omega_i + 3{,}0(4{,}0)$ [DO GRÁFICO] $\rightarrow \omega_i = 3{,}0$ rad/s...

$$\rightarrow \omega(t=12) = 3{,}0 + 3{,}0(12)$$

$$\boxed{\omega = 39{,}0 \text{ rad/s}}$$

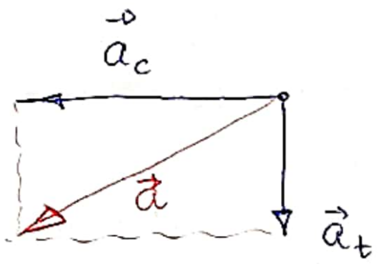
**PARTE II (1,5)** – Um carrossel de parque de diversões possui 4,0 m de raio e gira em torno de um eixo vertical. Num determinado instante, sua velocidade angular vale +1,2 rad/s e sua aceleração angular vale – 0,70 rad/s$^2$.

(d) (1,5) Calcule o módulo do vetor aceleração de um ponto situado a 4,0 m do eixo do carrossel.




$$a_c = \omega^2 r = (1{,}2)^2 \cdot 4 = 5{,}76 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = 0{,}70\,(4) = 2{,}80 \text{ m/s}^2$$




$$|\vec{a}| = \sqrt{5{,}76^2 + 2{,}80^2}$$

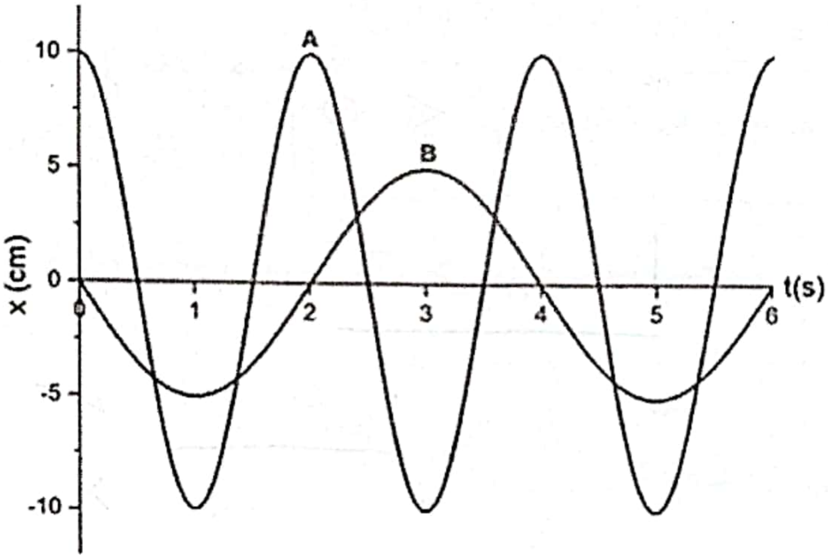
$$\boxed{|\vec{a}| = 6{,}40 \text{ m/s}^2}$$

**2ª Questão (3,5 pontos)** – O gráfico da figura abaixo representa a posição x em função do tempo t para dois osciladores A e B que realizam movimentos harmônicos simples (MHS). Os osciladores A e B são compostos por molas de constante $K_A$ e $K_B$ desconhecidas e ligadas a massas $M_A$ = 1,0 kg e $M_B$ = 2,0 kg. Considere que os dois sistemas massa-mola A e B oscilam em um plano horizontal sem atrito.

(a)

$$\boxed{\begin{aligned} X_{mA} &= 10 \text{ cm} \\ T_A &= 2{,}0 \text{ s} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} X_{mB} &= 5{,}0 \text{ cm} \\ T_B &= 4{,}0 \text{ s} \end{aligned}}$$




(a) (1,0) Identifique no gráfico as amplitudes e os períodos dos dois osciladores.

(b) (1,0) Determine a função x(t) para cada um dos osciladores e também a diferença de fase $\Delta\phi = \phi_B - \phi_A$ entre eles.

(b) $X_A(t) = X_{mA} \cos\left(\frac{2\pi}{T_A} t + \phi_A\right) = 10 \cos\left(\frac{2\pi}{2} t + \phi_A\right)$

em $t=0$ : $X_A(0) = 10 \cos(0+\phi_A)$

$10 = 10 \cos\phi_A \rightarrow \cos\phi_A = +1 \rightarrow \phi_A = 0$

$$\boxed{X_A(t) = 10 \cos(\pi t)}$$

$X_B = 5 \cos\left(\frac{2\pi}{4} t + \phi_B\right)$

em $t=0$ : $X_B(0) = 5 \cos(0+\phi_B) \xrightarrow{\text{DO GRÁFICO}} 0 = 5\cos\phi_B$

$\rightarrow \cos\phi_B = 0 \rightarrow \phi_B = \begin{cases} \pi/2 \\ \text{ou} \\ 3\pi/2 \end{cases}$

(Como decidir qual dos dois é o valor correto para $\phi_B$ ?)

$\longrightarrow$

Há pelo menos dois modos:

(I) VELOCIDADE

$$v(t) = -\omega x_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi_B)$$

$$\boxed{v(0) = -\omega x_m \operatorname{sen}\phi_B < 0} \rightarrow$$ do gráfico, $v(0)$ é negativa!

$\therefore$ $\boxed{\operatorname{sen}\phi_B > 0}$ (pois $\omega$ e $x_m$ são positivos)

$\therefore$ dos valores $\pi/2$ e $3\pi/2$ : $\boxed{\operatorname{sen}\pi/2 > 0}$ ✓ $\rightarrow$ $\boxed{\phi_B = \pi/2}$

$\operatorname{sen} 3\pi/2 < 0$ X

$$\boxed{X_B(t) = 5{,}0 \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi/2\right)}$$

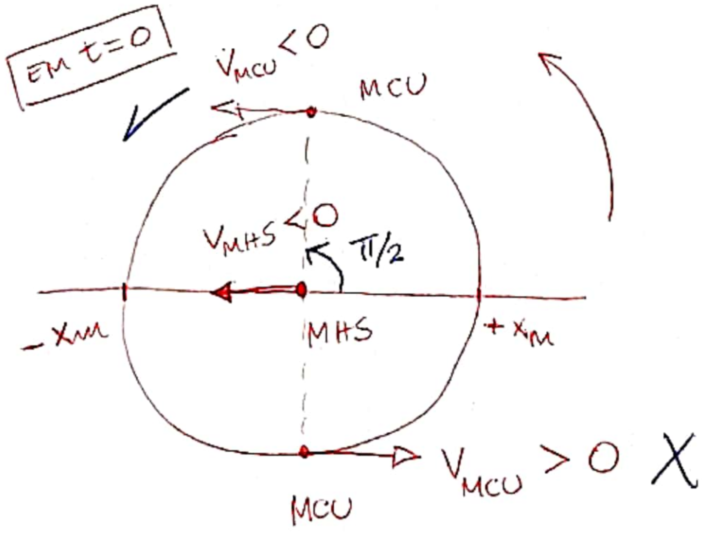
CLARO QUE TAMBÉM É VERDADE QUE $\cos(A + \pi/2) = -\operatorname{sen}A$

$\Rightarrow$ $\boxed{X_B = -5{,}0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}t\right)}$

TAMBÉM É VERDADE.

---

(II) RELAÇÃO ENTRE MHS E MCU COM SENTIDO ANTI-HORÁRIO:




$$\boxed{\phi_B = \pi/2}$$

---

$$\Delta\phi = \phi_B - \phi_A$$

$$= \pi/2 - 0 \rightarrow \boxed{\Delta\phi = \pi/2 \text{ rad}}$$

Digitalizado com CamScanner

(c) (1,5) Calcule a velocidade máxima atingida pelo oscilador A e a aceleração máxima atingida pelo oscilador B.

$$V_{mA} = \omega_A X_{mA} = \frac{2\pi}{T_A} \cdot X_{mA} = \frac{2\pi}{2} \cdot 10$$

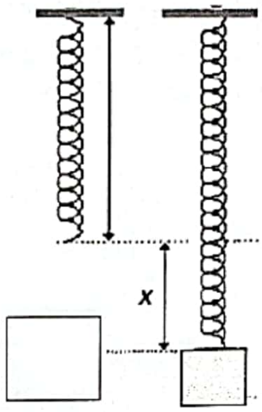
$$\boxed{V_{mA} = 31,4 \text{ cm/s}}$$

$$a_{mB} = \omega_B^2 X_{mB} = \left(\frac{2\pi}{T_B}\right)^2 \cdot X_{mB} = \left(\frac{2\pi}{4}\right)^2 \cdot 5$$

$$\boxed{a_{mB} = 12,3 \text{ cm/s}^2}$$

**3ª Questão (3,0 pontos)** – Num experimento com um sistema massa-mola, dispõe-se de uma mola de constante elástica ***k*** ainda desconhecida e de diversas massas ***M*** de valores diferentes. Uma extremidade da mola é fixada num suporte vertical. Ao pendurarmos em sua outra extremidade diversas massas ***M***, a mola deforma-se de valores ***x*** correspondentes. (Esses valores de ***x*** correspondem às situações de equilíbrio entre a força elástica da mola e a força peso das diversas massas.)

Considere $g = 10{,}0\, m/s^2$ e que a mola obedece à Lei de Hooke, ***F = - k x***.




(a) (1,0) Complete a tabela abaixo, onde o valor de $k_{\text{médio}}$ na última linha corresponde à média aritmética simples dos cinco valores que você tiver obtido para as linhas anteriores. (Preste atenção às unidades nas colunas da tabela: massas em gramas, forças em newtons, distâncias em centímetros e constantes elásticas em newtons por metro.)

CONVERTENDO PARA: (kg) (m)

| ***M*** (g) | $\lvert F_{mola} \rvert$ (N) | Mola | |
|---|---|---|---|
| | | ***x*** (cm) | ***k*** (N/m) |
| 0,050 | 0,50 | 0,02,2 | 22,7 |
| 0,100 | 1,00 | 0,04,2 | 23,8 |
| 0,150 | 1,50 | 0,06,8 | 22,1 |
| 0,200 | 2,00 | 0,09,1 | 22,0 |
| 0,250 | 2,50 | 0,11,3 | 22,1 |
| | | $k_{\text{médio}}$ = | 22,5 (N/m) |

• NO EQUILÍBRIO: $|F_{mola}| = mg$

$$= 0{,}050\,(10) \quad \text{etc.}$$

em N

• $$k = \frac{|F_{mola}|}{x} = \frac{0{,}50}{0{,}022} =$$

em m

(b) (1,0) Trocou-se a mola do experimento por uma de $k = 10{,}0\ N/m$ e, pendurando-se nela uma determinada massa $m$, observou-se que o período das oscilações do MHS resultante vale $T = 0{,}993\ s$. Calcule a massa $m$ e o novo período $T'$ caso sejam retiradas 50 g de massa.

(c) (1,0) Na mola de $k = 10{,}0\ N/m$ pendurou-se uma massa de 200 gramas (0,200 kg) e conduziu-se o sistema à posição de equilíbrio em que somente atuam a força peso e a força elástica. A partir desta posição de equilíbrio, produziu-se um MHS de amplitude 6,00 cm. Calcule o maior módulo da aceleração sofrida pela massa durante o MHS.

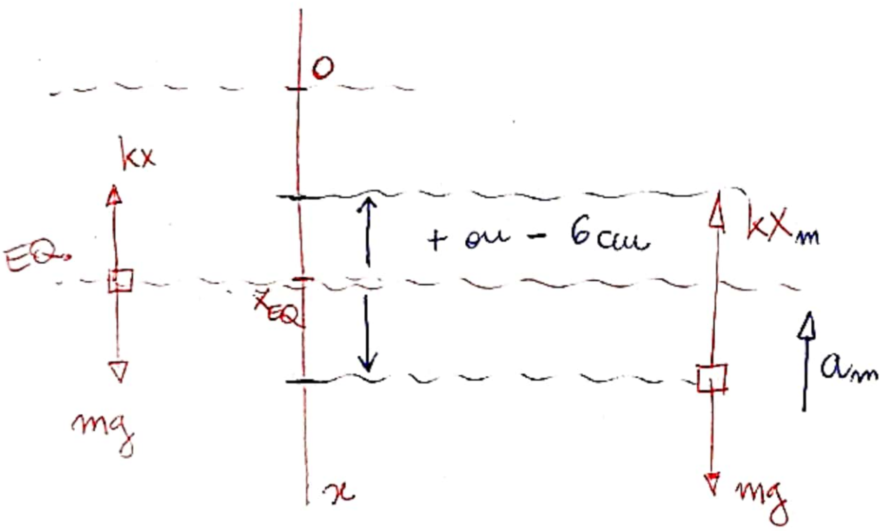
(b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \rightarrow \left(\dfrac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot k = m \rightarrow m = \left(\dfrac{0{,}993}{2\pi}\right)^2 \cdot 10$

$\rightarrow \boxed{m = 0{,}2498\ kg = 250\ g}$

menos 50 gramas

$T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{0{,}200}{10}} \rightarrow \boxed{T' = 0{,}889\ s}$

(c)




$kx_m - mg = ma$

$10(0{,}20 + 0{,}06) - 0{,}2 \cdot 10 = 0{,}2\,a$

$0{,}6 = 0{,}2\,a$

$\boxed{a = 3{,}0\ m/s^2}$

(MAIOR ACELERAÇÃO ⇒ MAIOR DEFORMAÇÃO X DA MOLA)

$X_{EQ} = \dfrac{mg}{k}$

$= \dfrac{0{,}200 \cdot 10}{10}$

$X_{EQ} = 0{,}20\ m = 20\ cm$