

Symulacja Regulacji Temperatury za pomocą Regulatora PI

Autorzy: Łukasz Graja 160276, Mateusz Walkowiak 160136

Celem niniejszego projektu było stworzenie symulacji regulacji temperatury w pomieszczeniu za pomocą przyrostowego regulatora PI. Symulacja pozwala na dynamiczne sterowanie mocą grzewczą, dostarczaną do pomieszczenia, w odpowiedzi na zmieniające się warunki środowiskowe oraz różnicę między aktualną a docelową temperaturą. Model umożliwia analizę zachowania systemu w czasie, z uwzględnieniem takich czynników jak straty ciepła przez ściany, pojemność cieplna powietrza oraz ograniczenia mocy systemu grzewczego.

Zakres projektu

Symulacja obejmuje:

1. **Model pomieszczenia** – Uwzględniono wymiary pomieszczenia, jego objętość, powierzchnię ścian oraz współczynnik przenikania ciepła. Wyznaczono również opór cieplny ścian (RT), który określa straty energii cieplnej na zewnątrz.
2. **System grzewczy** – Model zakłada obecność czterech grzałek elektrycznych o określonej mocy nominalnej i sprawności. Wykorzystano zasady elektryki, aby uwzględnić charakterystyki napięcia, prądu i rezystancji grzałek.
3. **Regulator PI** – Zaimplementowano przyrostowy regulator PI, który dynamicznie steruje sygnałem kontrolnym w zakresie od 0 do 1, co odpowiada procentowemu wykorzystaniu mocy grzewczej.
4. **Symulacja** – Model pozwala na prowadzenie symulacji w czasie rzeczywistym (z podziałem na kroki czasowe) dla zadanego okresu. Wartości takie jak temperatura, moc grzewcza, napięcie oraz natężenie prądu są zapisywane i wizualizowane na wykresach.

Cele projektu

1. **Analiza dynamiki układu:**
 - Zbadanie odpowiedzi układu na różne parametry regulatora (K_p , T_i).
 - Analiza wpływu zewnętrznych warunków temperaturowych na utrzymanie stabilności docelowej temperatury w pomieszczeniu.
 - Ocena ograniczeń mocy grzewczej systemu w kontekście strat ciepła.
2. **Weryfikacja skuteczności regulatora PI:**
 - Ocena zdolności regulatora do minimalizacji błędu (różnicy między temperaturą docelową a aktualną).
 - Zbadanie stabilności i szybkości odpowiedzi regulatora na zmienne warunki środowiskowe.
3. **Wizualizacja wyników:**
 - Przedstawienie kluczowych parametrów procesu w formie wykresów, w tym temperatury, mocy, napięcia, natężenia prądu oraz sygnału sterującego.

Matematyczny model sterowania ogrzewaniem w pomieszczeniu.

$$T_{k+1} = T_k + \frac{T_p}{C} \left(Q_{in} - \frac{T_k - T_{out}}{R_T} \right)$$

gdzie:

T_{k+1} - temperatura wewnątrz pomieszczenia w kolejnym kroku czasowym k+1 [K].

T_k - temperatura wewnątrz pomieszczenia w chwili k [K].

T_p - okres próbkowania (krok czasowy symulacji) [s].

C - pojemność cieplna powietrza w pomieszczeniu [J/K] .

Q_{in} - rzeczywistą moc dostarczaną do systemu grzewczego [W].

T_{out} - temperatura na zewnątrz pomieszczenia w chwili k [K].

R_T - opór cieplny ścian pomieszczenia [K/W].

Wyprowadzenie wzorów różniczkowych

$$C \frac{dT(t)}{dt} = Q_{in}(t) - \frac{T(t) - T_{out}(t)}{R}$$

Stosując definicję różniczki otrzymujemy prostsze równanie:

$$C \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} = Q_{in}(t) - \frac{T(t) - T_{out}(t)}{R}$$

Ustawiając mały krok czasowy symulacji możemy pozbyć się limitu i pozostać z wyrażeniem wymiernym

$$C \frac{T_{k+1} - T_k}{\Delta t} = Q_{in}(k) - \frac{T_k - T_{out}(k)}{R}$$

Opór cieplny ścian:

$$R_T = \frac{1}{U_c \times A}$$

gdzie:

U_c - współczynnik przenikania ciepła równy 0.56 [W/(m²*K)].

A - powierzchnia ścian [m²].

Pojemność cieplna powietrza w pomieszczeniu:

$$C = \frac{V \cdot p \cdot M}{R_{gaz} \cdot T_k} \cdot C_p$$

gdzie:

V - objętość pomieszczenia [m³].

p - ciśnienie w pomieszczeniu równe 101325[Pa].

M - molowa masa powietrza równa 0.0289 [kg/mol]

R_{gaz} - uniwersalna stała gazowa równa 8.314 [J/(mol*K)].

Tk - temperatura wewnątrz pomieszczenia w chwili k [K]

Cp - ciepło właściwe powietrza równe 1295 [J/(kg*K)].

Regulator PI:

W implementacji regulatora PI skorzystano z przyrostowego wzoru, który pozwala dynamicznie aktualizować sygnał sterujący $u(n)$ w odpowiedzi na zmieniający się błąd regulacji. Wzór ten uwzględnia zarówno różnicę błędu między kolejnymi krokami czasowymi $\Delta e(n)$, jak i całkę błędu aproksymowaną w przybliżeniu jako $T_p/T_i \cdot e(n)$. Ostateczna formuła przedstawia się następująco:

Przyrostowy wzór regulatora PI

1. Zmiana sygnału sterującego:

$$\Delta u(n) = u(n) - u(n-1)$$

2. Wzór na przyrost sygnału sterującego:

$$\Delta u(n) = K_p \left[\Delta e(n) + \frac{T_p}{T_i} e(n) \right]$$

Kp - wzmacnienie proporcjonalne regulatora.

Tp - krok czasowy symulacji [s].

Ti - czas całkowania regulatora [s].

e(n) - błąd regulacji w kroku n, tj. $e(n) = T_{setpoint} - T_{current}(n)$.

$\Delta e(n)$ - różnica błędów między kolejnymi krokami, tj. $\Delta e(n) = e(n) - e(n-1)$.

Aby zapewnić stabilność układu, sygnał $u(n)$ jest ograniczony do przedziału [0,1], co odpowiada zakresowi od 0% do 100% mocy grzewczej.

Obliczanie mocy grzewczej

Znormalizowany sygnał sterujący $u(n)$ jest przekształcany na realną moc grzewczą Q_{in} według wzoru:

$$Q_{in} = u(n) \cdot P_{max} \cdot \eta$$

gdzie:

Pmax - maksymalna moc grzewcza [W]

η - sprawność grzałek [%]

Wynikowa moc Q_{in} jest wprowadzana do modelu cieplnego, który oblicza nową temperaturę w pomieszczeniu. Ten proces jest powtarzany iteracyjnie w krokach czasowych T_p .

Wyniki modelu.

Symulacje przeprowadzono dla trzech wybranych wartości. Do wszystkich przybrano stałe wartości:

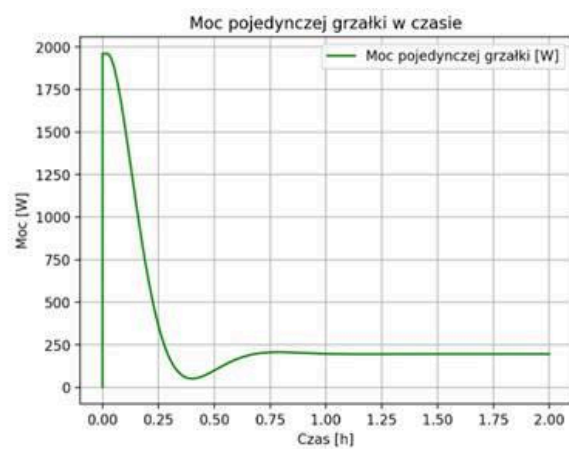
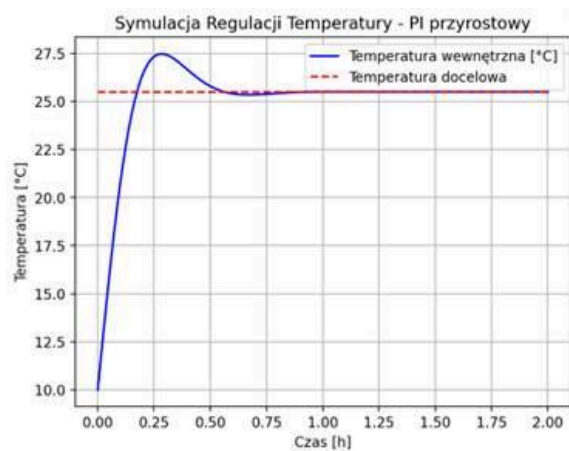
Wzmocnienie proporcjonalne $K_p = 0.1$

Czas całkowania $T_i = 407s$

Krok czasowy $T_p = 1s$

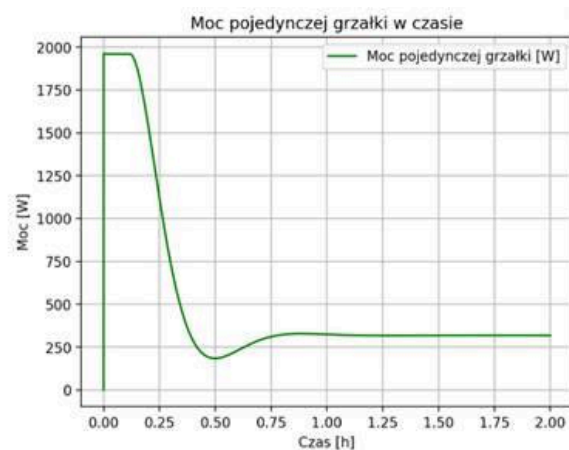
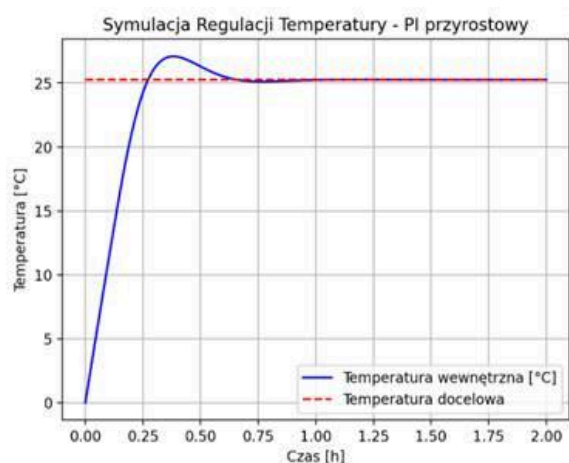
Przypadek pierwszy

temperatura początkowa = $10^{\circ}C$, temperatura docelowa = $25.5^{\circ}C$



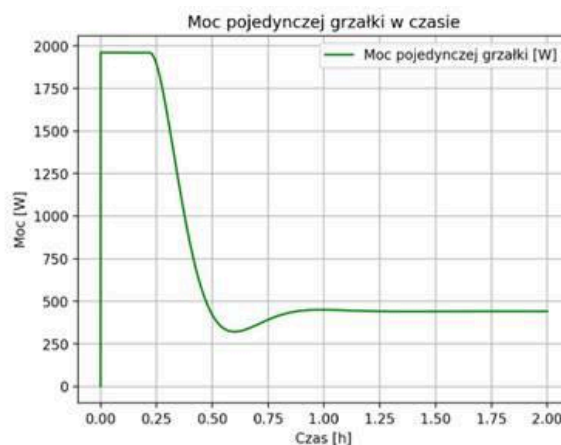
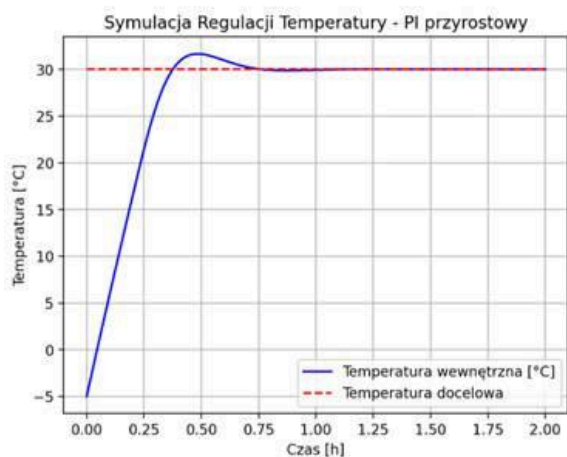
Przypadek drugi

temperatura początkowa = $0^{\circ}C$, temperatura docelowa = $25.25^{\circ}C$



Przypadek trzeci

temperatura początkowa = $-5.0^{\circ}C$, temperatura docelowa = $30^{\circ}C$



Analiza wyników

Dla $\Delta T = 15.5^{\circ}\text{C}$

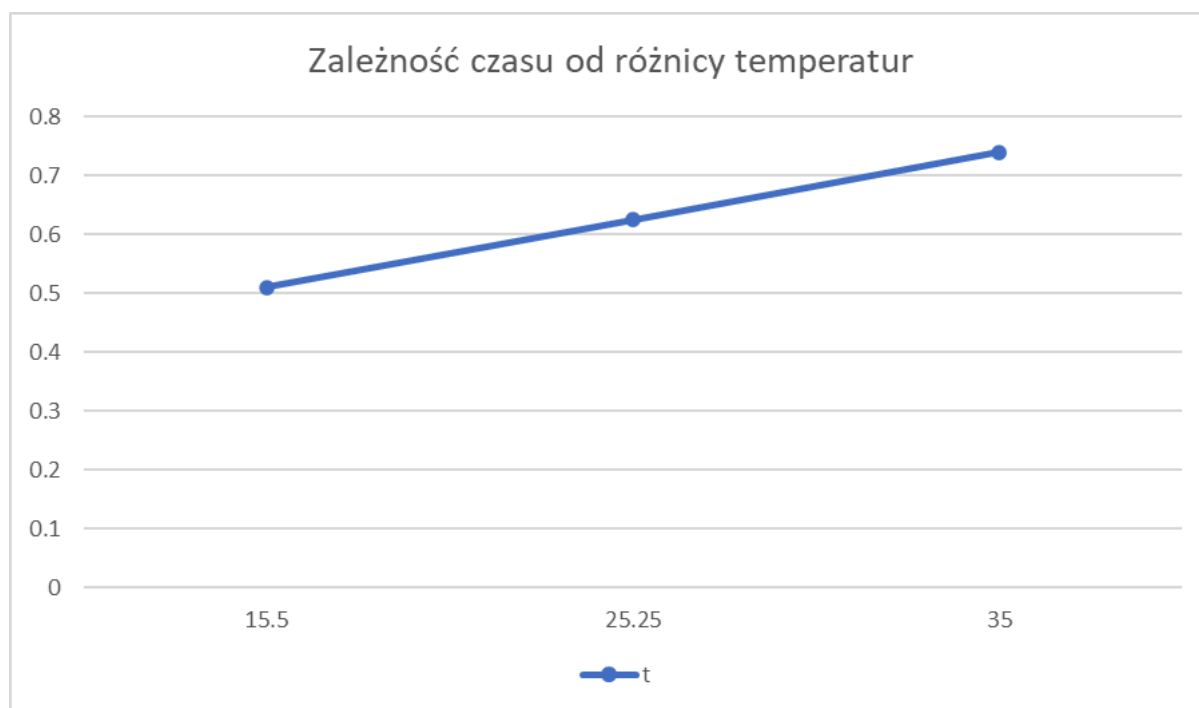
Czas $t \approx 0.51\text{h}$ do osiągnięcia stabilnego $T \pm \varepsilon$ dla $\varepsilon = 0.1^{\circ}\text{C}$

Dla $\Delta T = 25.25^{\circ}\text{C}$

Czas $t \approx 0.625\text{h}$ do osiągnięcia stabilnego $T \pm \varepsilon$ dla $\varepsilon = 0.1^{\circ}\text{C}$

Dla $\Delta T = 35^{\circ}\text{C}$

Czas $t \approx 0.74\text{h}$ do osiągnięcia stabilnego $T \pm \varepsilon$ dla $\varepsilon = 0.1^{\circ}\text{C}$



Jak widać z wykresu zależność ΔT do czasu stabilizacji symulacji t jest liniowa. Można więc zapisać:

$$t \propto \Delta T$$

Wnioski

Regulator PI skutecznie minimalizuje błąd regulacji, utrzymując temperaturę w pomieszczeniu w zadanym zakresie. Dostosowanie parametrów regulatora, takich jak wzmacnienie proporcjonalne (K_p) i czas całkowania (T_i), znacząco wpływa na stabilność oraz szybkość reakcji układu.

Czas potrzebny na osiągnięcie stabilnej temperatury rośnie liniowo wraz ze wzrostem różnicy między temperaturą początkową a docelową (ΔT). Symulacje wykazały, że stabilizacja przy $\Delta T = 15.5^\circ\text{C}$ trwa około 0.51 godziny, natomiast dla $\Delta T = 35^\circ\text{C}$ około 0.74 godziny.

Regulator PI dobrze radzi sobie w szerokim zakresie temperatur początkowych, od -5°C do 10°C , niezależnie od znacznych różnic w temperaturach docelowych.

Model uwzględnia kluczowe czynniki fizyczne, takie jak opór cieplny ścian, pojemność cieplna powietrza oraz ograniczenia mocy grzewczej, co pozwala na dokładne odwzorowanie rzeczywistych warunków.

Dzięki przyrostowej implementacji regulatora PI moc grzewcza jest dynamicznie dostosowywana do bieżących potrzeb, co przekłada się na efektywne wykorzystanie energii.

Symulacja opiera się na założeniach, takich jak stałe parametry zewnętrzne i liniowość modelu, które mogą nie uwzględniać wszystkich rzeczywistych czynników wpływających na system.

W przyszłości można rozważyć implementację adaptacyjnych strategii sterowania lub bardziej zaawansowanych regulatorów, takich jak PID, aby jeszcze lepiej radzić sobie z dynamicznymi zmianami w warunkach otoczenia.