



1. В правильном треугольнике со стороной 3 отмечено 100 точек. Докажите, что найдутся 12 точек, все попарные расстояния между которыми не больше 1.
2. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно накрыть круг радиуса 2 (круги с границей)?
3. В квадрате со стороной 1 отмечена 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса  $1/7$ .
4. Докажите, что в круге радиуса 10 нельзя поместить 450 точек так, чтобы расстояние между каждыми двумя было больше 1.
5. Докажите, что в выпуклый многоугольник площади  $S$  и периметра  $P$  можно поместить круг радиуса  $S/P$ .
6. Внутри квадрата со стороной 1 расположена несамопересекающаяся ломаная длины 1000. Докажите, что найдется прямая, параллельная одной из сторон квадрата, пересекающая эту ломаную по крайней мере в 500 точках.
7. (а) На клетчатой плоскости расположена фигура площади меньше 1. Докажите, что её можно подвинуть так, чтобы она не содержала вершин клеток.  
(б) На плоскости расположено несколько отрезков, суммарная длина которых меньше  $\sqrt{2}$ . Докажите, что существует единичная сеточка, линии сетки которой не пересекаются с отрезками.
8. На плоскости расположено несколько единичных отрезков, любые два из которых имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть кругом радиуса 1.