

- **1.** Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно накрыть круг радиуса 2 (круги с границей)?
- **2.** В квадрате со стороной 1 отмечена 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса 1/7.
- **3.** Докажите, что в круге радиуса 10 нельзя поместить 450 точек так, чтобы расстояние между каждыми двумя было больше 1.
- **4.** Докажите, что в выпуклый многоугольник площади S и периметра P можно поместить круг радиуса S/P.
- **5.** Внутри квадрата со стороной 1 расположена несамопересекающаяся ломаная длины 1000. Докажите, что найдется прямая, параллельная одной из сторон квадрата, пересекающая эту ломаную по крайней мере в 500 точках.
- **6.** (a) На клетчатой плоскости расположена фигура площади меньше 1. Докажите, что её можно подвинуть так, чтобы она не содержала вершин клеточек.
  - (б) На плоскости расположено несколько отрезков, суммарная длина которых меньше  $\sqrt{2}$ . Докажите, что существует единичная сеточка, линии сетки которой не пересекаются с отрезками.
- **7.** На плоскости расположено несколько единичных отрезков, любые два из которых имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть кругом радиуса 1.
- **8.** На плоскости нарисованы 100 кругов, каждые два из которых имеют общую точку (возможно, граничную). Докажите, что найдётся точка, принадлежащая не менее чем 15 кругам.