

Группа 7-4, 1 пара.**Письменная олимпиада.**

1. Двое игроков по очереди закрашивают клетки в полоске 1×99 . Запрещается закрашивать клетку, соседняя с которой уже закрашена. Проигрывает тот, кто не может сделать хода. Кто из игроков, начинающий или его соперник, имеет выигрышную стратегию?

2. Может ли сумма четырех подряд идущих натуральных чисел быть точным квадратом?

3. Высоты BD и CE треугольника ABC пересекаются в точке H , биссектриса AK пересекает эти высоты в точках F и G . Докажите, что треугольник FGH — равнобедренный.

4. Решите в натуральных числах уравнение $xy - x - y = 100$.

5. Доску 2024×2024 разрезали на уголки из трех клеток. Докажите, что эту доску можно разрезать на уголки из трех клеток еще тремя способами так, чтобы ни в каких двух из четырех полученных способов не участвовал один и тот же уголок из трех клеток.