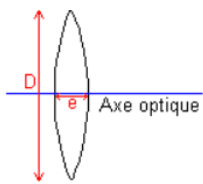


Les lentilles minces sphériques dans les conditions de Gauss

1. Généralités

Les Lentilles sont des constituants essentiels des systèmes optiques (jumelles, microscopes, télescopes et bien sûr l'appareil photographique).

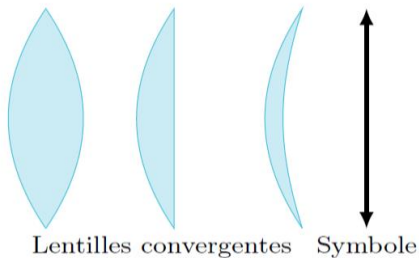


Une lentille est un milieu transparent limité par deux dioptries dont l'un au moins n'est pas plan. Une lentille est dite mince si son épaisseur e est faible devant son diamètre D .

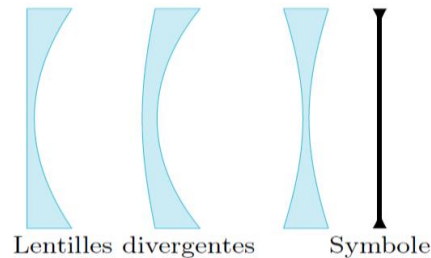
Nous considérerons dans ce qui suit que la lentille a ses deux faces au contact de l'air et que nous sommes dans les conditions de Gauss.

Classification des lentilles minces

Lentilles minces à bords minces = lentilles convergentes :



Lentilles minces à bords épais = lentilles divergentes :



Les lentilles minces dans les conditions de Gauss permettent:

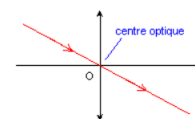
- De former des images.
- D'obtenir l'image agrandie d'un objet.
- D'obtenir l'image rétrécie d'un objet.
- De renverser l'image d'un objet.
- De focaliser l'image d'un objet sur un écran ou un détecteur.

2. Points remarquables d'une lentille mince

a. Centre optique O

Le centre optique, noté O , est le point où l'axe optique principal traverse la lentille mince.

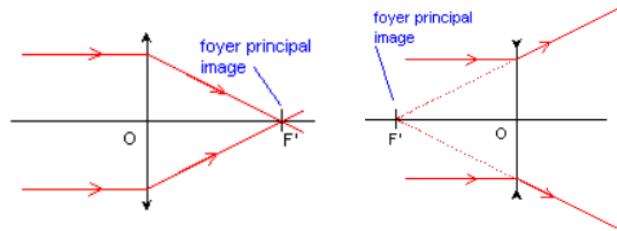
Un rayon passant par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié.



b. Foyers principaux F et F'

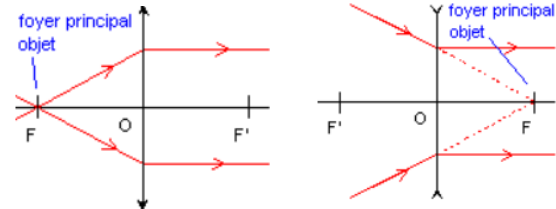
Le foyer principal image (noté F') d'un système optique est la position de l'image d'un l'objet ponctuel A_∞ placé à l'infini sur l'axe optique :

$$A_\infty \xrightarrow{S.O.} F'$$



Le foyer principal objet (noté F) d'un système optique est la position de l'objet ponctuel dont l'image est un point A'_∞ rejeté à l'infini sur l'axe optique.

$$F \xrightarrow{S.O.} A'_\infty$$



F et F' sont des positions caractéristiques du système optique considéré.

F et F' sont symétriques par rapport à O .

Attention !!!: F' n'est pas l'image de F

c. Distances focales et nature de la lentille

On rappelle qu'on travaille avec des valeurs algébriques et que le sens positif choisi est le sens de propagation de la lumière qui oriente positivement l'axe optique.

La distance focale objet est la grandeur algébrique \overline{OF} , notée f

La distance focale image est la grandeur algébrique $\overline{OF'}$, notée f'

Si $\overline{OF'} > 0$, la lentille est **convergente**. Si $\overline{OF'} < 0$ la lentille est **divergente**.

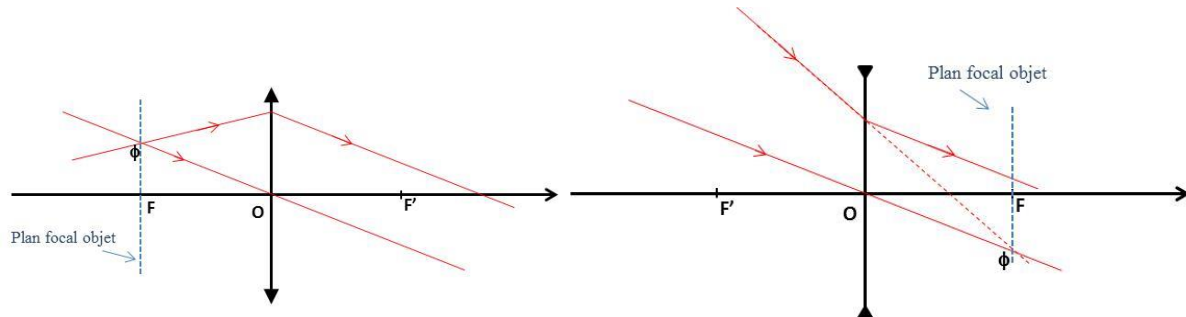
Note : la vergence V d'une lentille est $V = \frac{1}{\overline{OF'}}$, exprimée en dioptrie δ ou m^{-1} .

On remarque que signe de la vergence permet de déterminer la nature (convergente ou divergente) de la lentille.

d. Foyers secondaires ϕ et ϕ'

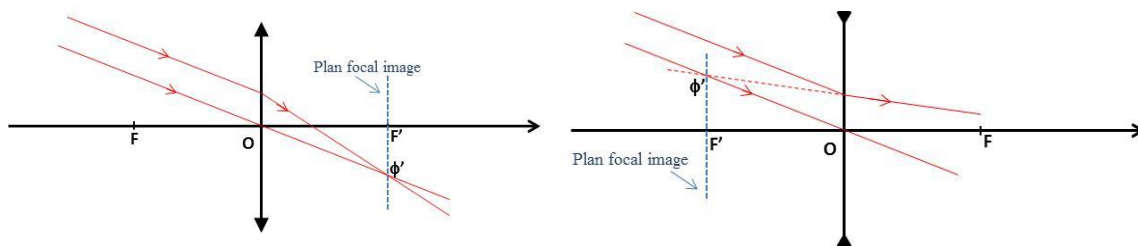
Les points appartenant au plan focal objet (plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par le point F) sont appelés **foyers secondaires objets** et sont notés ϕ .

Lorsque deux rayons incidents se coupent sur un même foyer secondaire objet ϕ , les rayons images correspondants sont parallèles entre eux.



De même, les points appartenant au plan focal image sont appelés **foyers secondaires images** et sont notés ϕ' .

Lorsque deux rayons incidents sont parallèles entre eux, les rayons images correspondants se coupent sur un même foyer secondaire image ϕ' .



3. Construction de l'image d'un objet

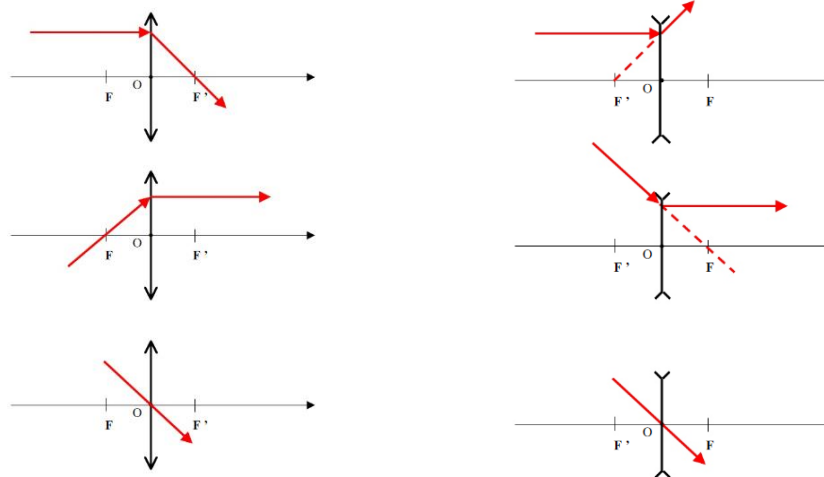
Avant tout tracé de rayons, il faut préciser le sens de propagation de la lumière.

a. Cas où l'objet est à distance finie

L'objet AB et son image $A'B'$ sont représentés perpendiculairement à l'axe optique, A et A' sont positionnés sur l'axe optique, B et B' sont hors de l'axe optique.

Pour déterminer graphiquement la position de l'image $A'B'$ d'un objet AB par une lentille, il suffit de tracer le trajet de quelques rayons passant par les points extrêmes cet objet (deux suffisent) en appliquant les règles suivantes:

1. Tout rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié.
2. Tout rayon incident passant par le foyer objet F de la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.
3. Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge par le foyer image F' de la lentille.



Méthode : On considère deux rayons incidents passant par l'extrémité B de l'objet. Le point image B' est obtenu à l'intersection des rayons émergents. La détermination de la position de l'image d'un objet par tracés de rayons est proposée sur le site :

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php

Remarque : Il est également possible d'obtenir l'image de l'objet par la méthode du foyer secondaire et d'un rayon incident quelconque passant par B. Voir le site ci-dessous :

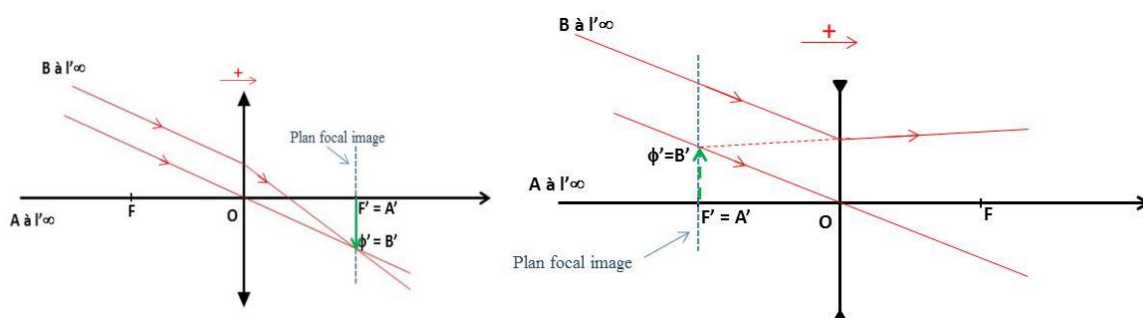
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/foyer_secondaire.php

b. Cas où l'objet est à l'infini

On suppose l'objet AB à l'infini perpendiculaire à l'axe optique, A sur l'axe optique et B hors de l'axe optique.

L'objet étant à l'infini, l'image se formera dans le plan focal image de la lentille.

Méthode : Soit un rayon incident passant par B situé à l'infini (le rayon est incliné par rapport à l'axe optique). On considère le rayon parallèle au rayon incident passant par O, qui émerge de la lentille sans être dévié et qui détermine le foyer secondaire image. Les rayons incidents étant parallèles entre eux, ils convergent après traversée de la lentille au foyer secondaire image ϕ' . Le point image B' se formera donc sur le foyer secondaire image ϕ' et A' sera sur la verticale de B', sur l'axe optique.

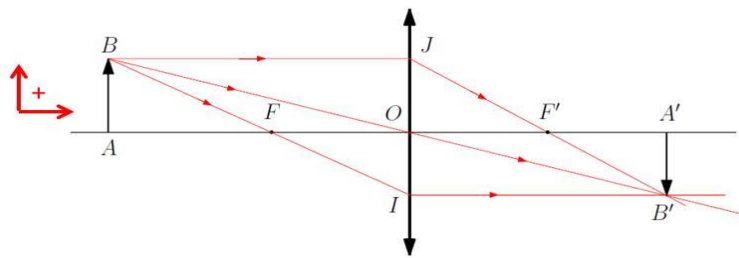


4. Relations des lentilles minces

a. Relation de conjugaison

La **relation de conjugaison** est une **relation algébrique** qui relie la position de l'image $A'B'$ à celle de l'objet AB par rapport à l'axe optique.

On rappelle que l'axe optique est orienté positivement selon le sens de propagation de la lumière (généralement de la gauche vers la droite)



Appliquons le théorème de Thalès dans les triangles $(F'OJ)$ et $(F'A'B')$:

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OJ}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

D'où

$$\begin{aligned} \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} &= \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \\ &= \frac{\overline{F'O} + \overline{OA'}}{\overline{F'O}} \\ &= 1 + \frac{\overline{OA'}}{\overline{F'O}} \end{aligned}$$

Ce qui donne : $\overline{OA'} = \overline{OA} + \frac{\overline{OA'}\overline{OA}}{\overline{F'O}}$ et si on divise chaque membre par $\overline{OA'} \cdot \overline{OA}$ on obtient la relation de conjugaison.

Relation de conjugaison de la lentille mince : $AB \xrightarrow{L} A'B'$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

b. Relation de grandissement

On appelle **grandissement** transversal, noté γ , la **grandeur algébrique et sans dimension** qui relie la taille et le sens d'un objet AB et de son image $A'B'$.

Le théorème de Thalès dans les triangles (OAB) et $(O'A'B')$ permet d'obtenir la relation :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

D'où la relation du grandissement :

$$AB \xrightarrow{L} A'B' \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Lorsque $\gamma > 0$ on dit que l'image est droite par rapport à l'objet.

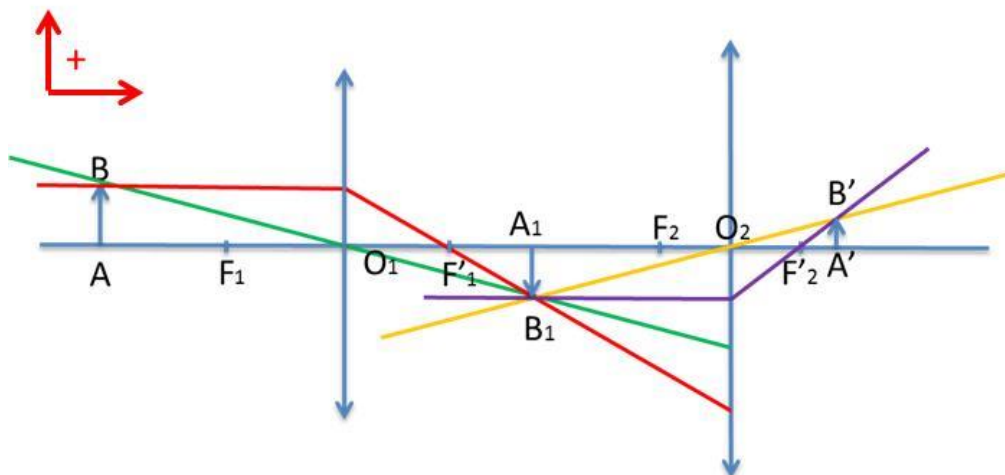
Lorsque $\gamma < 0$ on dit que l'image est renversée par rapport à l'objet.

5. Associations de lentilles minces

Soient deux lentilles minces L_1 et L_2 de distances focales images respectives $\overline{O_1F'_1}$ et $\overline{O_2F'_2}$ placées dans l'air de façon que leurs axes optiques coïncident.

Pour résoudre un système à deux lentilles quelconques, il faut considérer que l'image de la première lentille est l'objet de la seconde lentille : image de L_1 = objet de L_2 .

Soient AB un objet réel et $A'B'$ son image déterminée à partir du tracé des rayons à travers le système optique $L_1 + L_2$.



$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B'$$

La position exacte de A'B' peut être déterminée à partir des relations de conjugaison successivement appliquées à L₁ puis L₂

Soit γ_1 et γ_2 les grandissements correspondant aux lentilles L₁ et L₂.

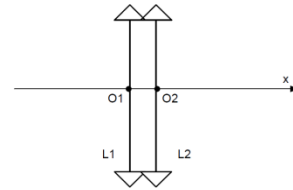
Le grandissement γ correspondant à l'association L₁ + L₂ est :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \gamma_1 \cdot \gamma_2$$

On raisonnera de la même façon dans le cas d'association de n lentilles.

6. Lentilles accolées

L'association de plusieurs lentilles minces accolées de même axe optique est équivalente à une seule lentille mince de même centre optique.



La vergence totale V est la somme des vergences : $V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$

Le grandissement γ est le produit des grandissements. $\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \dots$

C. Le Luyer 2017