Les dioptres et miroirs sphériques dans les conditions de Gauss

Les systèmes optiques considérés dans ce cours seront utilisés dans les conditions de Gauss et seront donc considérés approximativement stigmatiques. L'image d'un petit objet plan perpendiculaire à l'axe sera aussi plane et perpendiculaire à l'axe.

Toutes les formules, la position des foyers objet F et image F', les relations de conjugaisons et la formule du grandissement transversal seront énoncées mais ne seront pas démontrées (voir les compléments de cours pour les démonstrations).

Les dioptres et les miroirs sphériques sont utilisés dans de nombreux instruments optiques réflecteurs ou réfracteurs seuls ou en association (télescope de Newton, télescopes de Schmidt Cassegrain, …..).

1. Les dioptres sphériques

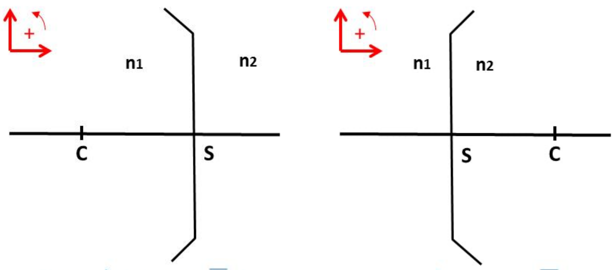
a. Définitions

Un dioptre sphérique est une portion de sphère qui sépare deux milieux transparents homogènes isotropes d'indices n_1 et n_2.

Composition florale vue à travers une boule de verre (http://www.wilsonhurst.com/blog/2006/02/refraction.php)

Les dioptres sphériques jouent un rôle important en optique car ils constituent les faces des lentilles.

Un dioptre sphérique est caractérisé par :



Dioptre sphérique concave $\overline{SC}$ <0 Dioptre sphérique convexe $\overline{SC}$ > 0

- Le centre C de la sphère appelé centre du dioptre.
- Le point S appelé sommet du dioptre.
- L'axe optique, qui est l'axe de symétrie de révolution du dioptre, passant par les points C et S.
- Le rayon de la sphère $R = \overline{SC}$, appelé rayon de courbure du dioptre est une quantité algébrique qui est négative pour un dioptre concave et positive pour un dioptre convexe.
- Les indices n_1 et n_2 des milieux situés de part et d'autre du dioptre.

Remarque : *Le dioptre sphérique n'est rigoureusement stigmatique que pour les points de sa surface et son centre C.*

b. Relations de conjugaison

On appellera n_1 l'indice du milieu dans lequel se propagent les rayons incidents avant la traversé du dioptre sphérique, et n_2 l'indice du milieu dans lequel se propagent les rayons émergents après la traversé du dioptre sphérique. La relation de conjugaison d'un dioptre sphérique (DS) entre les positions d'un objet A et de son image A' est :

$$A \xrightarrow{MS} A'$$

- Origine au sommet S :

$$\boxed{\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}}$$

- Origine au centre C :

$$\boxed{\frac{n_1}{\overline{CA'}} - \frac{n_2}{\overline{CA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}}}$$

<u>Remarque</u> : du dioptre sphérique au dioptre plan

Un dioptre plan est un dioptre dont le rayon de courbure est infini.

On peut retrouver la relation de conjugaison du dioptre plan en utilisant la relation de conjugaison du dioptre sphérique avec l'origine au sommet S en faisant tendre $\overline{SC}$ vers l'infini.

c. Foyers principaux objet F et image F'

- Les positions du foyer principal objet F et du foyer principal image F' d'un dioptre sphérique sont obtenues à partir de la relation de conjugaison (cas de la relation avec origine au sommet) :

  En effet par définition, si l'objet A se situe à l'infini son image se forme à la position F'=A' :
  $\overline{SA} \rightarrow -\infty$ d'où $\frac{1}{\overline{SA}} \rightarrow 0$ d'où $\boxed{\overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1}\overline{SC}}$

  De même, par définition, si l'objet A est confondu avec le foyer objet F=A, son image A' se forme à l'infini :
  $\overline{SA'} \rightarrow +\infty$ d'où $\frac{1}{\overline{SA'}} \rightarrow 0$ d'où $\boxed{\overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2}\overline{SC}}$

- On constate que la position des foyers dépend du signe de $\overline{SC}$ et également des valeurs de n_1 et n_2.

- La vergence (exprimée en dioptrie δ)d'un dioptre sphérique est donnée par :

$$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Le dioptre en convergent si V >0
Le dioptre est divergent si V < 0

- *Remarque* : il est également possible de déterminer les positions de F et F' par rapport à C :

$$\overline{CF} = \frac{n_2}{n_1 - n_2}\,\overline{CS} = -\overline{SF'}$$ et $$\overline{CF'} = \frac{n_1}{n_1 - n_2}\,\overline{CS} = -\overline{SF}$$

- On constate que les foyers F et F' se situent se part et d'autre du dioptre et sont symétriques par rapport au milieu de $[SC]$. Il en découle que si l'on détermine la position d'un des foyers, on peut aisément en déduire la position de l'autre foyer.

d. Grandissement transversal

Soit un objet AB et son image A'B' donnée par un dioptre sphérique :

$$AB \xrightarrow{DS} A'B'$$

Le grandissement transversal est :

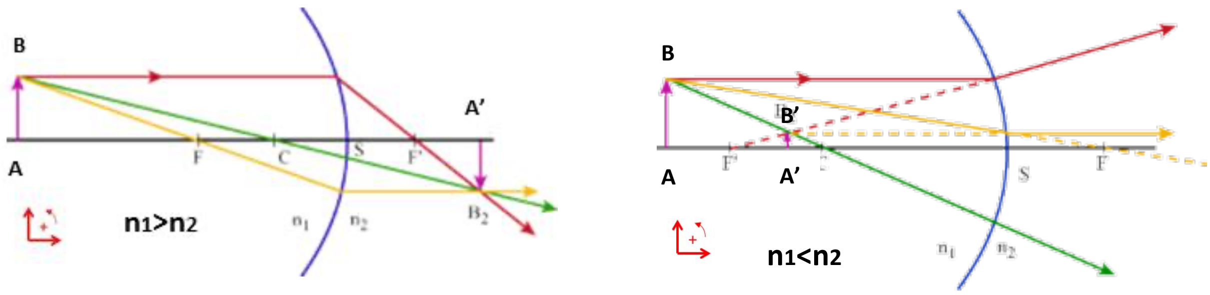
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1}{n_2}\,\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

e. Construction de l'image d'un objet

En utilisant la propriété de stigmatisme approché, on peut construire les rayons de façon purement géométrique. On peut se contenter pour cela d'utiliser deux des trois propriétés suivantes :

- Les rayons passant par le centre C du dioptre ne sont pas déviés
- Les rayons arrivant parallèles à l'axe optique se réfractent en passant par le foyer image F' ;
- Les rayons passant par le foyer objet F se réfractent en rayons parallèles à l'axe optique.

Pour tout point objet B hors de l'axe, on construit ces rayons et on en déduit la position de l'image B'.



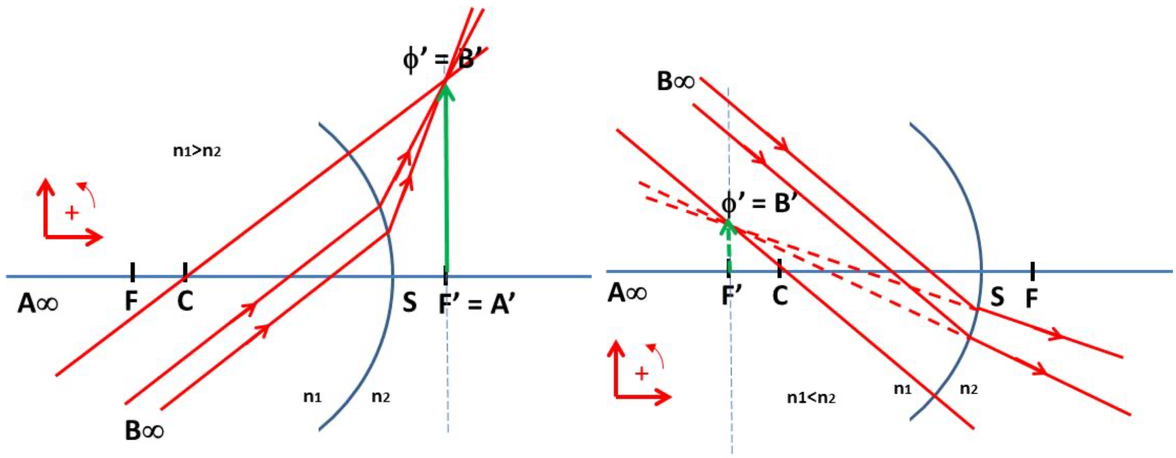
Exemple de construction géométrique des rayons dans le cas d'un dioptre concave lorsque n1>n2 (image réelle renversée) et lorsque n1<n2 (image virtuelle et droite)

Remarques : l'image de C est C (C = C'). C'est le seul couple de points « rigoureusement » stigmatiques (même hors conditions de Gauss)

Il est également possible d'obtenir l'image de l'objet par la méthode du foyer secondaire et d'un rayon incident quelconque passant par B

- Lorsque l'objet AB est à l'infini, on utilise la méthode du foyer secondaire.

On considère un rayon incident passant par B situé à l'infini (le rayon est incliné par rapport à l'axe optique). On considère le rayon parallèle au rayon incident passant par C, qui émerge du dioptre sans être dévié et qui détermine le foyer secondaire image. Les rayons incidents étant parallèles entre eux, ils passent par le foyer secondaire image ϕ' après réfraction. Le point image B' se formera donc sur le foyer secondaire image ϕ' et A' sera confondu avec F'.



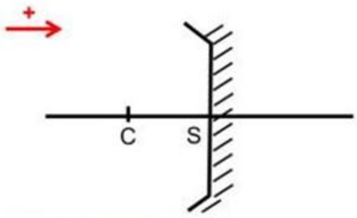
Exemple de construction géométrique des rayons lorsque l'objet AB est à l'infini, dans le cas d'un dioptre concave lorsque n1>n2 et lorsque n1<n2.

2. Les miroirs sphériques

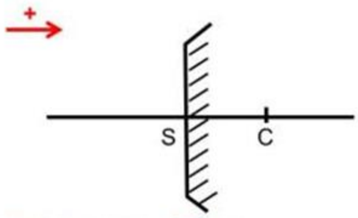
a. Définitions

Réflexion dans un miroir sphérique
(http://www.dbnl.org/tekst/_sep001197301_01/_sep001197301_01_0017.php)

Un miroir sphérique est une portion de sphère parfaitement réfléchissante sur l’une de ses faces. Le miroir est concave si la réflexion à lieu sur l’intérieur de la sphère, et le miroir est convexe si la réflexion a lieu sur l’extérieur de la sphère.



Miroir concave : $\overline{SC} < 0$



Miroir convexe : $\overline{SC} > 0$

Un miroir sphérique est caractérisé par :

- Le centre C de la sphère appelé centre du miroir.
- Le point S appelé sommet du miroir.
- L’axe optique, qui est l’axe de symétrie de révolution du miroir, passant par les points C et S.
- Le rayon de la sphère $R = \overline{SC}$, appelé rayon de courbure du miroir est une quantité algébrique qui est négative pour un miroir concave et positive pour un miroir convexe.

Remarque : *Le dioptre sphérique n'est rigoureusement stigmatique que pour les points de sa surface et son centre C.*

b. Foyers principaux objet F et image F’

- Le foyer principal objet F et le foyer principal image F’ d’un miroir sphérique sont confondus : **F = F’**

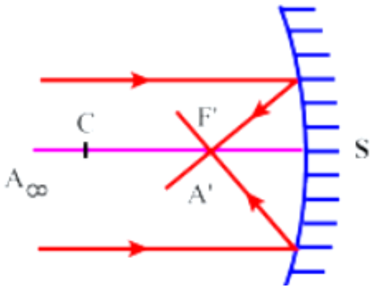
- Les foyers F et F’ se situent au milieu de C et S :

$\boxed{\overline{CF} = \overline{CF'} = \frac{\overline{CS}}{2}}$ ou encore $\boxed{\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}}$

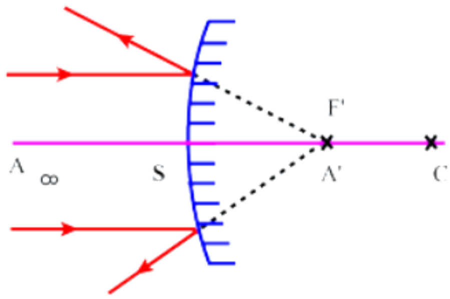
- La distance focale image du miroir sphérique est définie par $\boxed{\overline{SF'} = f' = = \frac{\overline{SC}}{2}}$

- La vergence V d’un miroir sphérique est $\boxed{V = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$

- Un miroir sphérique concave est donc convergent (V<0) et un miroir sphérique convexe est donc divergent (V>0).
  On rappelle que dans le cas d'un miroir le sens de propagation de la lumière change de sens après réflexion. Par convention, on prendra la lumière incidente dans le sens positif. C'est pourquoi $\overline{SF'}$, $\overline{SC}$, *et V <0 pour un miroir concave et* $\overline{SF'}$, $\overline{SC}$, *et V >0 pour un miroir convexe.*



Miroir concave convergent



Miroir convexe divergent

c. Relations de conjugaison

La relation de conjugaison d'un miroir sphérique (MS) entre les positions d'un objet *A* et de son image *A'* peut s'exprimer avec l'origine au sommet ou l'origine au centre.

$$A \xrightarrow{MS} A'$$

- Origine au sommet S :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

- Origine au centre C :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

<u>Remarque</u> : du miroir sphérique au miroir plan

Un miroir plan est un miroir dont le rayon de courbure est infini.

On peut retrouver la relation de conjugaison du miroir plan en utilisant la relation de conjugaison du miroir sphérique avec l'origine au sommet S en faisant tendre $\overline{SC}$ vers l'infini.

d. Grandissement transversal

Soit un objet AB et son image A'B' donnée par un dioptre sphérique :

$$AB \xrightarrow{MS} A'B'$$

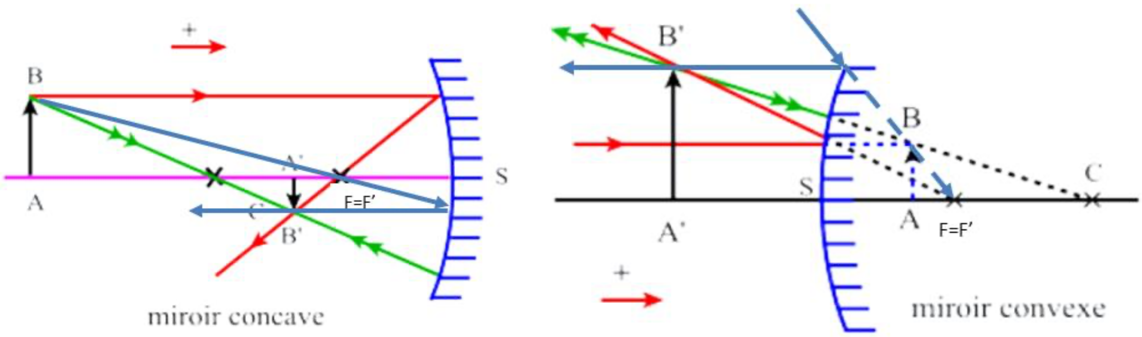
Le grandissement transversal $\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}$

e. Construction de l'image d'un objet

En utilisant la propriété de stigmatisme approché, on peut construire les rayons de façon purement géométrique. On peut se contenter pour cela d'utiliser deux des trois propriétés suivantes :

- Les rayons passant par le centre C du miroir ne sont pas déviés
- Les rayons arrivant parallèles à l'axe optique se réfléchissent en convergeant vers le foyer image F' ;
- Les rayons incident passant par le foyer objet F se réfléchissent parallèlement à l'axe optique.

Pour tout point objet B hors de l'axe, on construit ces rayons et on en déduit la position de l'image B'.



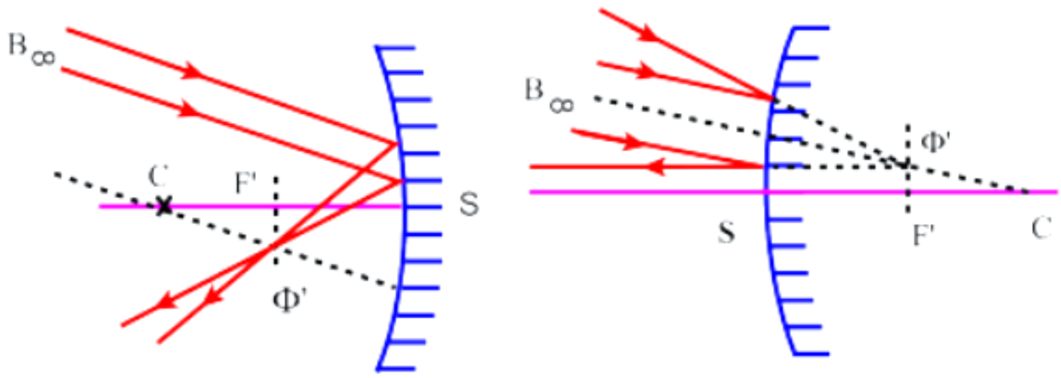
Exemple de construction géométrique des rayons dans le cas d'un miroir concave (image réelle et renversée) et d'un miroir convexe(image virtuelle et droite)
Application : se regarder dans une cuillère à soupe, du côté concave et du côté convexe

Pour visualiser tous les cas de figure, voir l'animation :
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/miroirs/miroir_spherique.php

Il est également possible d'obtenir l'image de l'objet par la méthode du foyer secondaire et d'un rayon incident quelconque passant par B.

- Lorsque l'objet AB est à l'infini, on utilise la méthode du foyer secondaire.

On considère un rayon incident passant par B situé à l'infini (le rayon est incliné par rapport à l'axe optique). On considère le rayon parallèle au rayon incident passant par C, qui est réfléchi par le miroir sans être dévié et qui détermine le foyer secondaire image. Les rayons incidents étant parallèles entre eux, ils passent par le foyer secondaire image ϕ' après réflexion. Le point image B' se formera donc sur le foyer secondaire image ϕ' et A' sera confondu avec F'.



Exemple de construction géométrique des rayons lorsque l'objet AB est à l'infini, dans le cas d'un miroir concave et d'un miroir convexe

C. Le Luyer 2017