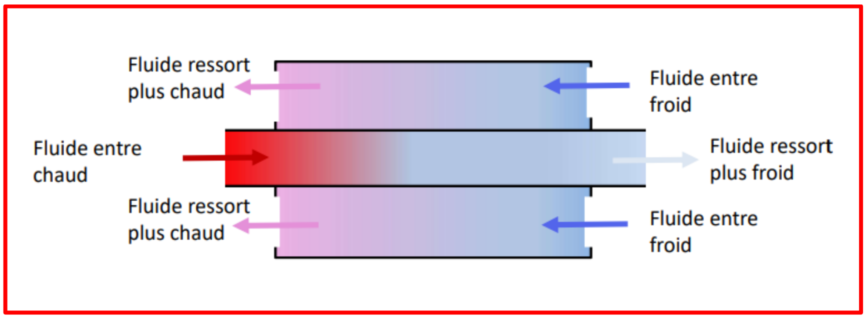
CM – Thermodynamique et Transferts Thermiques

Chapitre 3 : Les systèmes ouverts



Un système « fermé » est un système qui n'échange pas de matière avec le milieu extérieur. Ce sont les systèmes étudiés précédemment.

Un système « ouvert » est un système qui peut échanger de la matière avec le milieu extérieur. Il en existe différents types : mélangeur, échangeur, compresseur, turbine à vapeur, etc… Dans ces systèmes, le déplacement de la matière y est contenu et il faudra prendre en compte le mouvement de la matière, donc sa vitesse.

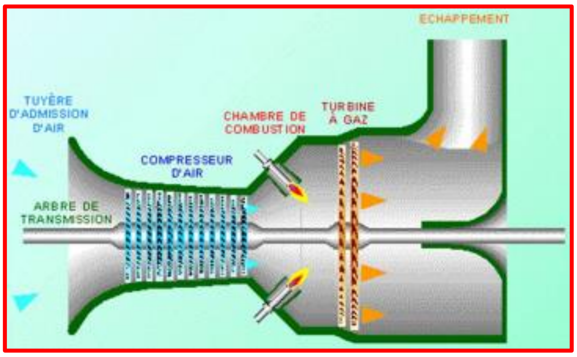


Figure 1 - Schéma de principe d'une turbine à gaz

Le Premier principe de la Thermodynamique reste toujours valable car il traduit la conservation de l'énergie.

I- Notion de bilans :

Dans un système ouvert, il y a des échanges de travail W, de chaleur Q et de masse ΔM. Les principes de conservation de l'énergie et de la masse imposent de faire des bilans de masse et d'énergie.

1) *Convention de signes :*

La convention de signes utilisée pour le bilan d'un système ouvert dépend de si on le regarde du point de vue du Génie des procédés ou de la Thermodynamique :

- Du point de vue du Génie des procédés, on écrit :

$$\boxed{\boldsymbol{E + P_p = S + C_p + \Delta C_s}}$$

(avec E la matière entrante du système, S la matière sortante, P_p la matière produite sur place, C_p la matière consommée sur place et ΔC_s la variation du contenu du système). Ici, tous les termes sont positifs et la place de chacun a un sens.

- Du point de vue de la Thermodynamique, on écrit :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta C_s = E + S + P_p + C_p}}$$

(avec $\boldsymbol{E > 0}$, $\boldsymbol{S < 0}$, $\boldsymbol{P_p > 0}$, $\boldsymbol{C_p < 0}$). Ici, tous les termes ont leur propre signe.

2) *Débit massique et débit volumique :*

On considère un tuyau ouvert à chaque extrémité et parcouru par un fluide de densité ρ et suivant la direction d'un vecteur directeur $\overrightarrow{e_x}$ à une vitesse $\boldsymbol{\vec{v} = v\,\overrightarrow{e_x}}$. On prend un volume V de longueur $d\vec{x}$ et de surface S (avec $\boldsymbol{V = S\,dx}$ et $\boldsymbol{\vec{S} = S\,\overrightarrow{e_x}}$) dont on souhaite connaître les débits massique et volumique.

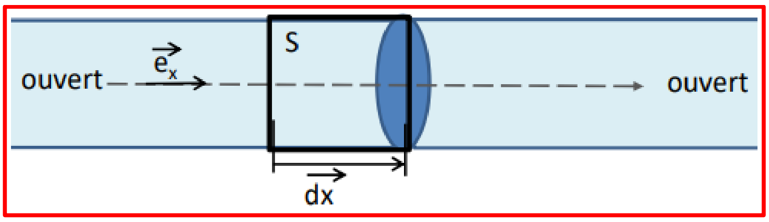


Figure 2 - Schéma de la situation

Le débit massique q_m correspond à la variation de masse m traversant le système en un temps t (en kilogramme par seconde ($\boldsymbol{kg \cdot s^{-1}}$)) :

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{dm}{dt} = \dot{m} = q_m = \rho\, v\, S}}$$

(on écrit souvent les dérivées temporelles avec un point au dessus de la variable et, en faisant une analyse dimensionnelle, on retrouve bien $\boldsymbol{q_m} = [\boldsymbol{kg \cdot m^{-3}}] \times [\boldsymbol{m \cdot s^{-1}}] \times [\boldsymbol{m^2}] = [\boldsymbol{kg \cdot s^{-1}}]$). Dans le cas où la densité ρ du fluide est constante, on parle de débit volumique q_V (en mètres cube par seconde ($\boldsymbol{m^3 \cdot s^{-1}}$)) :

$$\boxed{\boldsymbol{q_V = v\, S}}$$

On peut alors relier les deux débits par la relation :

$$\boxed{\boldsymbol{q_V = \frac{q_m}{\rho}}}$$

Si le débit est entrant, les débits massique $q_{m,e}$ et volumique $q_{v,e}$ sont positifs ; si le débit est sortant, les débits massique $q_{m,s}$ et volumique $q_{v,s}$ sont négatifs.

Cependant, la vitesse n'est pas toujours constante dans le tuyau, puisque les bords freinent la propagation du fluide. La vitesse utilisée pour les calculs sera alors la vitesse moyenne v_{moy} dans le tuyau.

3) *Principe de conservation de la masse :*

La variation de masse Δm traversant le système correspond à la différence entre la masse entrante m_e et la masse sortante m_s :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta m = m_e - m_s}}$$

Ainsi, la variation de masse du système au cours du temps correspond à la somme des débits massiques entrant et sortant :

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{dm}{dt} = q_{m,e} + q_{m,s}}}$$

On peut aussi faire le calcul pour la variation de volume, menant à la somme des débits volumiques à la place :

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = q_{V,e} + q_{V,s}}$$

4) Régime transitoire et permanent (stationnaire) :

On considère un système ouvert composé d'un fluide dans une cuve de masse $m(t)$. Un débit massique entrant $q_{m,e}$ permet de remplir la cuve tandis qu'un débit sortant $q_{m,s}$ la vide progressivement.

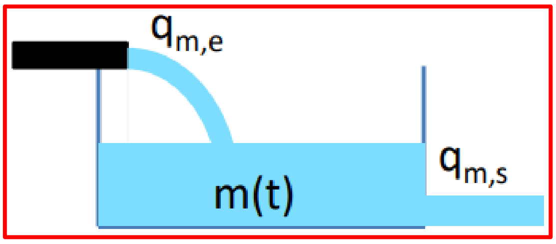


Figure 3 - Schéma de la situation

Il y a alors deux possibilités :

- Si $|q_{m,e}| = |q_{m,s}|$, alors la variation de masse du système $\dot{m}$ est nulle : on est en régime permanent ou stationnaire. La masse de liquide dans la cuve reste constante. De ce fait, en imaginant que le système possède N_e entrées et N_s sorties, on peut écrire :

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N_e} q_{m,e_k} + \sum_{k=1}^{N_s} q_{m,s_k} = 0} \; ; \; \boxed{\sum_{k=1}^{N_e} q_{V,e_k} + \sum_{k=1}^{N_s} q_{V,s_k} = 0}$$

- Si $|q_{m,e}| \neq |q_{m,s}|$, alors la variation de masse du système $\dot{m}$ est non nulle : on est en régime transitoire. La masse de liquide dans la cuve varie au cours du temps.

5) Régime permanent à plusieurs entrées :

On considère un système ouvert composé d'un volume de contrôle (où sa variation au cours du temps est nulle) et possédant deux entrées de débits massiques $q_{m,1} = 2\ kg \cdot s^{-1}$ et $q_{m,2} = 3\ kg \cdot s^{-1}$ et une sortie de débit massique $q_{m,3}$.

Par le principe de conservation de la masse, la somme des débits massiques entrants est égal à l'opposé du débit massique sortant :

$$\dot{m} = q_{m,1} + q_{m,2} + q_{m,3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{q_{m,3} = -\left(q_{m,1} + q_{m,2}\right) = -(2+3) = -5\ kg \cdot s^{-1}}$$

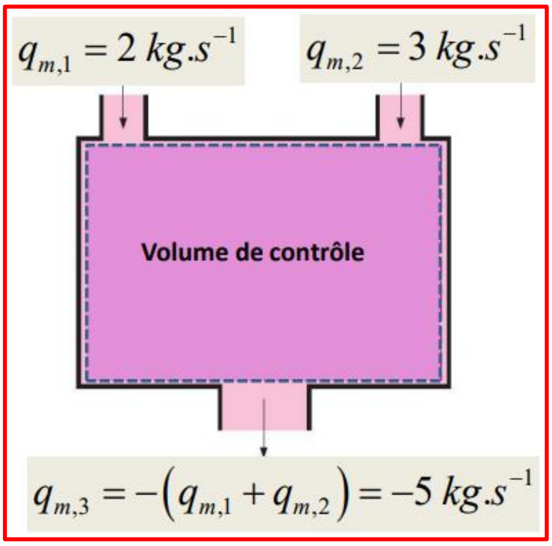


Figure 4 - Schéma de la situation

Dans le cas général, la somme de tous les débits massiques, entrants comme sortants, est nulle :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} q_{m,i} = 0}$$

Dans le cas d'un fluide incompressible ($\rho = cste$), le calcul est le même pour les débits volumiques :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} q_{V,i} = 0}$$

II- Bilan d'énergie d'un système ouvert – Puissance transportée par la matière :

1) Position du problème :

On considère un système ouvert à N voies d'entrées et/ou de sorties, par exemple un système à N canalisations de petit diamètre par rapport à celui du système. En plus des échanges de matière, il y a aussi des échanges d'énergies mécanique et thermique entre le système et le milieu extérieur sous la forme de débits ou de puissances $\dot{W}$ et $\dot{Q}$ (car une puissance correspond à une énergie par unité de temps ($\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{t}}$, en Joule par seconde ($\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{s}^{-1}$)), donc équivalent au débit). On a donc une puissance mécanique et une puissance thermique correspondant à la dérivée temporelle du travail W et de la chaleur Q échangée par le système avec le milieu extérieur en tout temps t :

$$\boxed{\dot{W} = \frac{\delta W}{dt}} \; ; \; \boxed{\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}}$$

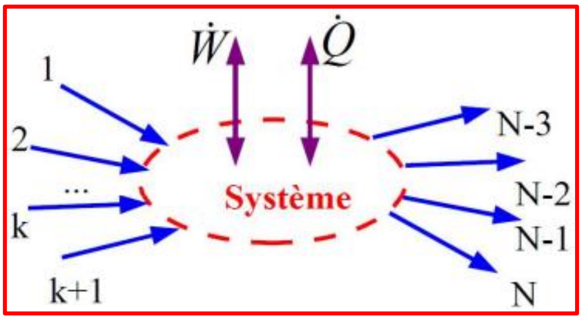


Figure 5 - Schéma de la situation

Il faut aussi rajouter l'énergie transportée par la matière par unité de temps.

2) Energie cinétique et énergie potentielle pour une masse donnée :

L'énergie E_k que possède le système de masse m_k est la somme de ses énergies cinétique et potentielle (de pesanteur ici) :

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m_k v_k^2 + m_k g z_k = m_k \left(\frac{v_k^2}{2} + g z_k \right)}$$

La puissance P_k du système pour une masse m_k vaut alors :

$$\boxed{\boldsymbol{P_k = \dot{E}_k = \frac{dm_k}{dt}\left(\frac{v_k^2}{2} + gz_k\right) = q_{m,k}\, e_k}}$$

(la dérivée ne compte que pour la masse car les autres variables sont constantes ici, avec $\boldsymbol{\frac{dm_k}{dt} = q_{m,k}}$ et $\boldsymbol{e_k = \frac{v_k^2}{2} + gz_k = \frac{E_k}{m_k}}$ l'énergie massique (en Joule par kilogramme ($\boldsymbol{J \cdot kg^{-1}}$)).

3) Energie interne due aux mouvements microscopiques des molécules :

Le système ouvert considéré possède une énergie interne U_k pour une masse m_k. L'énergie interne massique u_k vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{u_k = \frac{U_k}{m_k}}}$$

Donc la puissance associée à l'énergie interne massique P_{u_k} vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{P_{u_k} = q_{m,k}\, u_k}}$$

4) Travail des forces de pression liées à l'écoulement dans les conduits :

On prend l'exemple d'un système ouvert avec une seule entrée (de débit massique $q_{m,1}$, de pression P_1 et de température T_1) et une seule sortie (de débit massique $q_{m,2}$, de pression P_2 et de température T_2) en régime permanent. Le volume de contrôle échange une puissance mécanique $\dot{W}$ et une puissance thermique $\dot{Q}$ avec le milieu extérieur.

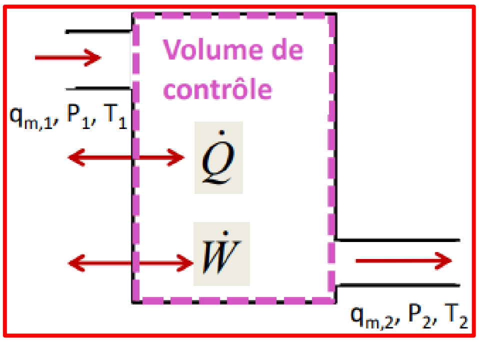


Figure 6 - Schéma de la situation

Dans chaque entrée et sortie, on peut assimiler la pression qui s'y exerce comme une force de pression élémentaire δF_1 et δF_2 sur un piston imaginaire de section S_1 et S_2 qui agit sur un volume élémentaire $\boldsymbol{dV_1 = S_1\, dx_1}$ et $\boldsymbol{dV_2 = S_2\, dx_2}$ avant et après le volume de contrôle (avec dx_1 et dx_2 les longueurs sur lesquelles le piston imaginaire se déplace dans chaque entrée et sortie, donc les forces sont colinéaires à ces longueurs).

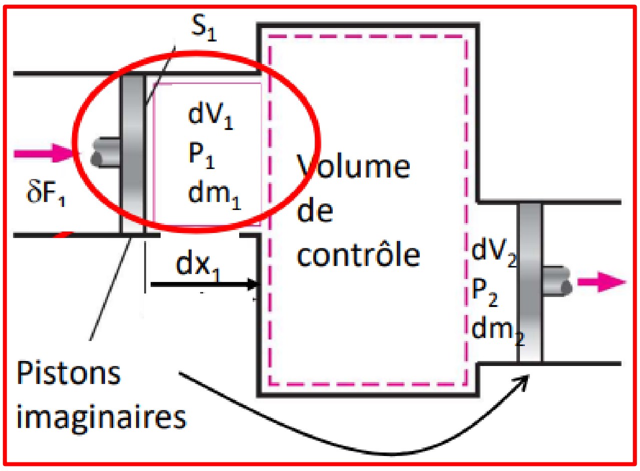


Figure 7 - Représentation des forces de pression dans chaque entrée et sortie du système ouvert

En l'absence d'accélération, la force appliquée par le piston sur le fluide dans le volume élémentaire est égale à la force appliquée par le fluide sur le piston :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta F_1 = P_1 S_1}}\ ;\ \boxed{\boldsymbol{\delta F_2 = -P_2 S_2}}$$

Dans le canal d'entrée, la force de pression δF_1 permet de pousser le volume dV_1 dans le volume de contrôle, donc le travail élémentaire δW_1 correspondant vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta W_1 = \delta F_1 dx_1 = P_1 S_1 dx_1 = P_1 dV_1}}$$

(c'est un travail reçu, donc signé positif). Dans le canal de sortie, la force de pression δF_2 permet de pousser le volume dV_2 dans le volume de contrôle, donc le travail élémentaire δW_2 correspondant vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta W_2 = \delta F_2 dx_2 = -P_2 S_2 dx_2 = -P_2 dV_2}}$$

(c'est un travail fourni, donc signé négatif).

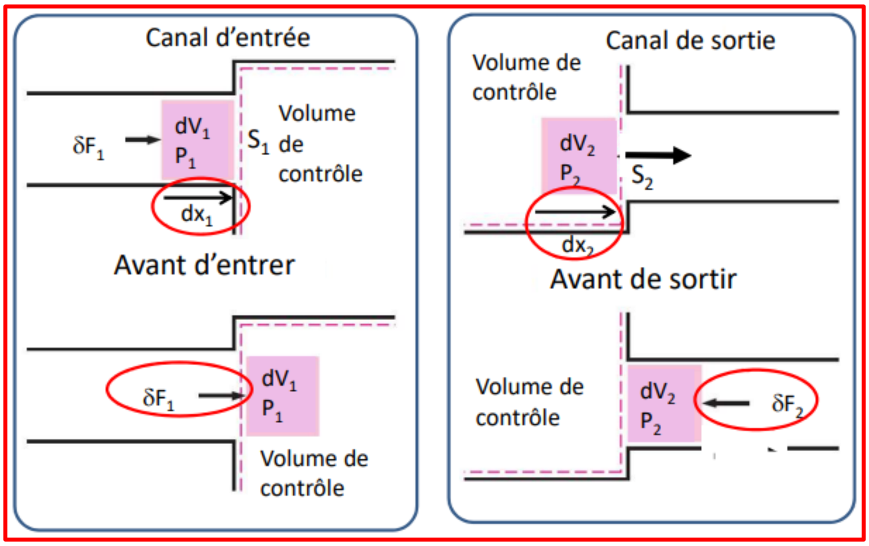


Figure 8 - Schémas des forces de pressions dans l'entrée et la sortie sur les volumes élémentaires

Le travail élémentaire δW total est la somme des deux travaux élémentaires :

$$\boxed{\delta W = \delta W_1 + \delta W_2 = P_1 dV_1 - P_2 dV_2}$$

L'énergie de travail massique de chaque canal vaut alors :

$$\delta w_i = \frac{\delta W_i}{dm} \Leftrightarrow \boxed{\delta W_i = \delta w_i dm}$$

La puissance associée au travail $\dot{W}_\iota$ vaut donc :

$$\boxed{\dot{W}_\iota = q_{m,i} P_i v_i^m}$$

5) Bilan global pour un régime permanent :

Pour un système ouvert à N entrées et sorties, on peut établir les bilans de masse et d'énergie par unité de temps grâce à la conservation de la masse et de l'énergie :

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} q_{m,k} = 0} \; ; \; \boxed{\dot{W} + \dot{Q} + \sum_{k=1}^{N} q_{m,k}\left(\frac{v_k^2}{2} + g z_k + h_k\right) = 0}$$

(avec $h_k = P V_k^m + u_k$ l'enthalpie massique).

III- Energie échangée au travers de la frontière du système (hors conduits) :

1) *Energie thermique :*

S'il y a une variation de température ΔT dans le système ouvert, il y a échange de chaleur Q, donc de puissance thermique $\dot{Q}$. Si les parois sont adiabatiques, il n'y a pas d'échange de chaleur, donc pas de puissance thermique échangée.

2) *Energie mécanique :*

a) Par changement de volume :

Le travail élémentaire δW et la puissance mécanique $\dot{W}$ échangée ont déjà été calculées dans les exemples précédents :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta W = -P_{ext}\, dV}} \; ; \; \boxed{\boldsymbol{\dot{W} = -P_{ext}\, \frac{dV}{dt}}}$$

b) Par rotation d'un mobile :

On considère un cylindre rempli d'eau où tourne deux pales grâce au mouvement créé par une masse descendant le long d'un fil tenu par une poulie.

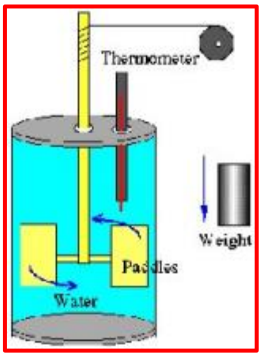


Figure 9 - Schéma de la situation

Les pales subissent un couple de force $\boldsymbol{C_{ext}} = |\vec{\boldsymbol{r}} \wedge \vec{\boldsymbol{F}}|$ et ont un angle de rotation α. Le travail élémentaire correspondant vaut :

$$\boxed{\boldsymbol{\delta W = C_{ext} d\alpha}}$$

La puissance mécanique échangée vaut alors :

$$\boxed{\dot{W} = \frac{\delta W}{dt} = C_{ext}\frac{d\alpha}{dt} = C_{ext}\omega}$$

(avec ω la vitesse angulaire de rotation de l'arbre (en radians par seconde ($rad \cdot s^{-1}$))).

c) Energie électrique :

La puissance électrique dissipée par une résistance est connue :

$$\boxed{\dot{W} = UI}$$

IV- Exemples de systèmes ouverts :

Différents systèmes ouverts existent et sont utilisables physiquement, comme les échangeurs (échange de chaleur entre deux fluides à températures différentes), les mélangeurs (idem mais avec échange de matière en plus) ou les compresseurs (augmentation de pression pour un transfert de chaleur et de puissance mécanique). Le système inverse au compresseur est une turbine à vapeur, qui permet de réduire la pression de vapeur en sortie du système pour fournir de la puissance mécanique.

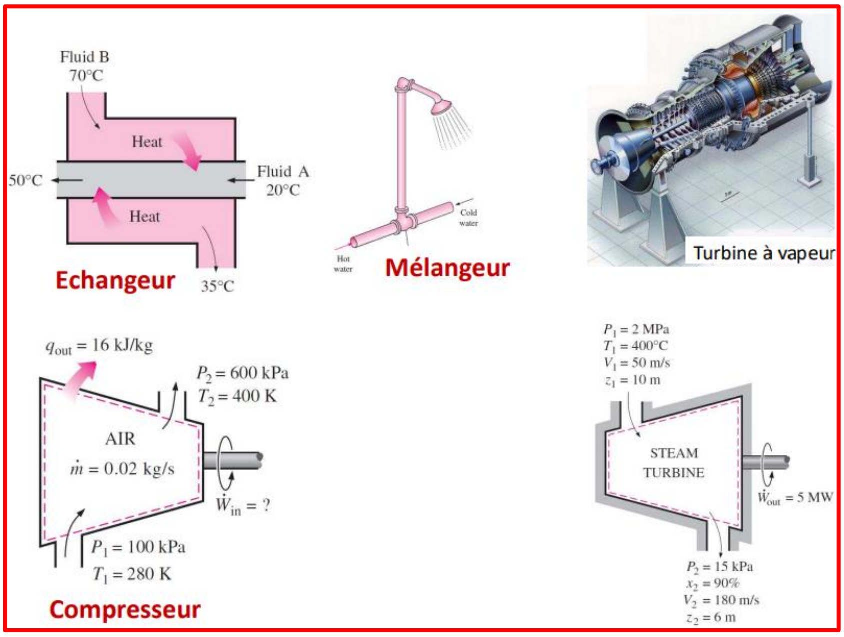


Figure 10 - Schémas pour un échangeur, un mélangeur, un compresseur et turbine à vapeur