Les instruments optiques dans les conditions de Gauss

Ce chapitre présente quelques exemples d'instruments optiques visuels fabriqués à partir de lentilles minces. Les instruments visuels (instruments oculaires) accompagnent l'œil dans l'observation et forment une image virtuelle observée par l'œil. Nous ne nous intéresserons qu'aux systèmes optiques produisant une image ayant un diamètre apparent plus grand que l'objet observé à l'œil nu comme les loupes, les microscopes ou les systèmes astronomiques. Nous supposerons que ces instruments optiques sont utilisés dans les conditions de Gauss, qu'ils sont parfaits (ni aberrations géométriques ou chromatiques).

Les angles seront orientés positivement dans le sens des aiguilles d'une montre.

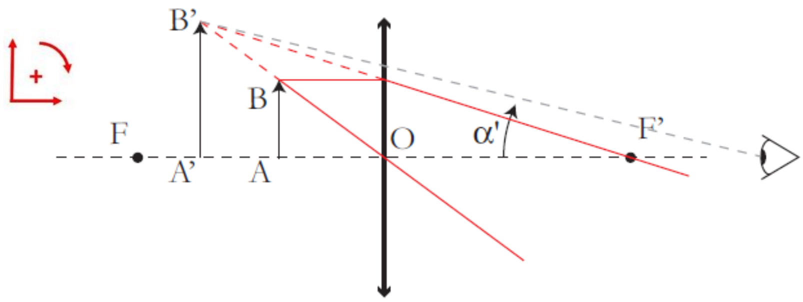
1. Notions théoriques

a. La puissance P d'un instrument optique

La puissance P d'un instrument est une grandeur algébrique qui est définie par le rapport de l'angle α'sous lequel on voit l'image de l'objet à travers l'instrument et de la dimension de l'objet :

$$\boxed{P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}}$$

La puissance **P** s'exprime en **dioptries (δ) ou en m^{-1}**, $\boldsymbol{\alpha'}$ en **radians (rad)** et $\overline{\boldsymbol{AB}}$ en **mètres (m)**. Elle peut être positive ou négative.



Puissance d'un système optique : $P = \alpha' / \overline{AB}$
Ici α'>0, $\overline{AB}$ >0, donc P>0

La puissance d'un système dépend ainsi des conditions d'observation (positions de l'image et de l'œil de l'observateur).

Par ailleurs, **si l'image finale est à l'infini**, la puissance devient une caractéristique de l'instrument nommée **puissance intrinsèque P_i**

La puissance est essentiellement utilisée pour les loupes et les microscopes (instruments optiques pour lesquels l'objet est proche de l'instrument).

b. Le grossissement G d'un instrument optique

Le grossissement caractérise l'amplification du système optique : *on voit G fois plus gros.*

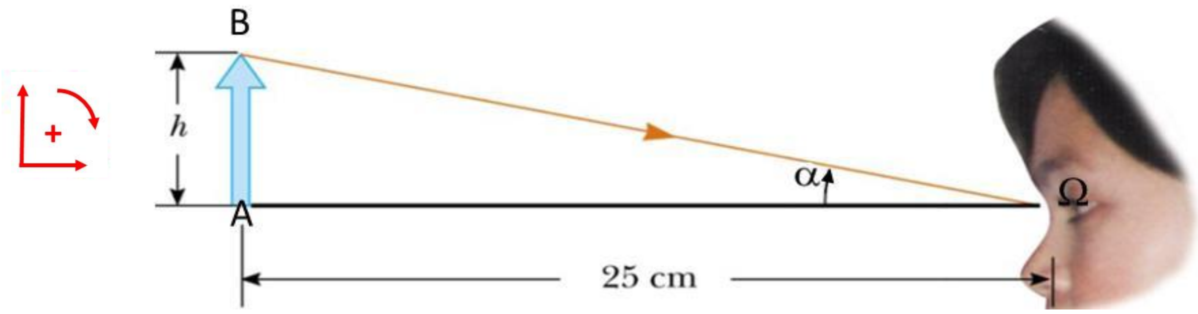
Le grossissement G est le rapport entre les diamètres apparents sous lequel on voit l'objet à l'œil nu ($angle\ \alpha$) et sous lequel on voit l'image à travers l'instrument ($angle\ \alpha'$)

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha}}$$

Cette grandeur est sans dimension.

Le grossissement commercial Gc est défini lorsque l'observateur regarde un objet à l'œil nu placé à 25 cm de l'œil. Le grossissement commercial permet de caractériser certains instruments optiques dans les mêmes conditions d'observation.

Dans le cas d'un objet proche et de petite dimension placé à la distance ΩA=25 cm de l'œil (noté Ω)., on peut déterminer le diamètre apparent α de l'objet (c'est à dire l'angle sous lequel il nous apparait),



$$\tan(\alpha) = \frac{\overline{AB}}{\overline{A\Omega}}$$

Dans l'approximation des « petits angles », cette relation devient : $tan(\alpha) \sim \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{A\Omega}}$, α en radian, et les valeurs algébriques dans la même unité .

On obtient alors le **grossissement commercial**

$$\boxed{G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\frac{\overline{AB}}{\overline{A\Omega}}} = P.\overline{A\Omega} = P.d}$$

Avec P (en δ) et d= 0,25 m ,

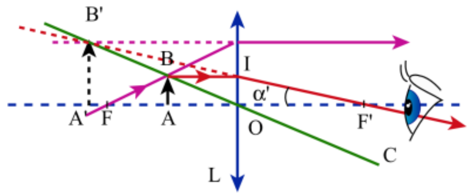
2. La loupe

La loupe est un instrument optique simple composé d'une lentille convergente de courte distance focale (quelques centimètres). Elle a pour rôle de grossir un objet de petite taille. Cela consiste à voir cet objet sous un angle plus grand qu'à l'œil nu et donc de mieux observer les détails de cet objet.

a. Conditions de fonctionnement en loupe d'une lentille convergente

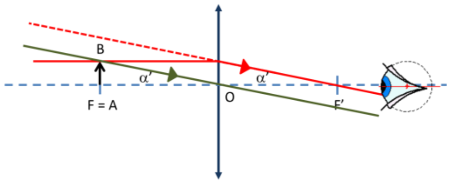
Une lentille convergente fonctionne en loupe si l'objet est placé :

- **Soit entre la lentille et son plan focal objet** : l'image est alors virtuelle droite et plus grande que l'objet



Observation d'une image à distance finie

- **Soit dans son plan focal objet**.
  L'image est alors à l'infini et elle est observable sans fatigue par un œil normal



Observation d'une image à l'infini

b. Puissance de la loupe

La puissance de la loupe est comme nous l'avons vu : $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$

La loupe est d'autant plus puissante que, pour un objet donné, α' est grand.

La puissance de la loupe dépend de :

- La distance focale de la loupe
- La position de l'objet
- La position de l'œil par rapport à la loupe

La puissance intrinsèque Pi est définie dans des conditions spéciales d'utilisation

- Si l'objet se trouve au foyer objet (image à l'infini) *ou bien*
- Si l'œil de l'observateur se trouve au foyer image F' de la loupe

Dans ce cas la puissance dépend uniquement de la distance focale de la loupe.

Dans ces deux cas, on a la relation $\tan(\alpha') = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$. Dans l'approximation « des petits angles » on peut exprimer $\tan(\alpha') \sim \alpha'$, d'où

$$\boxed{P_i = \frac{1}{\overline{OF'}}}$$

On remarquera que P_i correspond à la vergence de la lentille convergente !

Ordre de grandeur pour la loupe: $5\delta < P_i < 50\delta$

c. Grossissement d'une loupe

Dans l'approximation « des petits angles », le grossissement commercial de la loupe s'exprime par

$G_c = P.d = \frac{P}{4}$ car par convention d=0,25m

Si l'on peut définir la puissance intrinsèque de la loupe, on aura également :

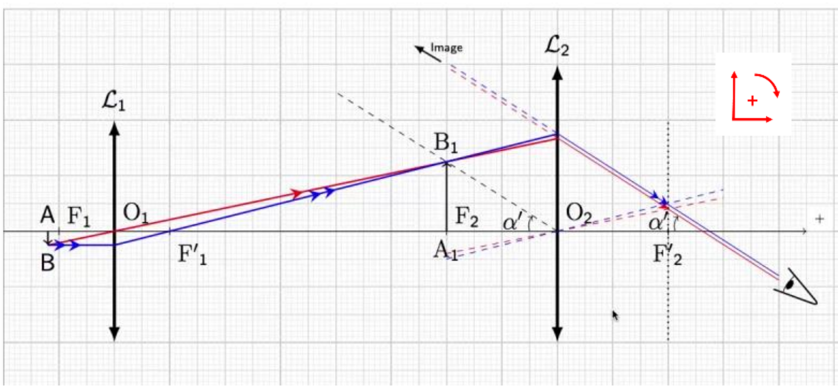
$$\boxed{G_c = \frac{P_i}{4} = \frac{1}{4\overline{OF'}}}$$

3. Le microscope

a. Description du microscope

Le microscope en champs large permet d'obtenir des grossissements d'images plus importants qu'avec une simple loupe. Sa puissance, beaucoup plus grande que celle d'une loupe, est de l'ordre de 100 à 6000 dioptries.

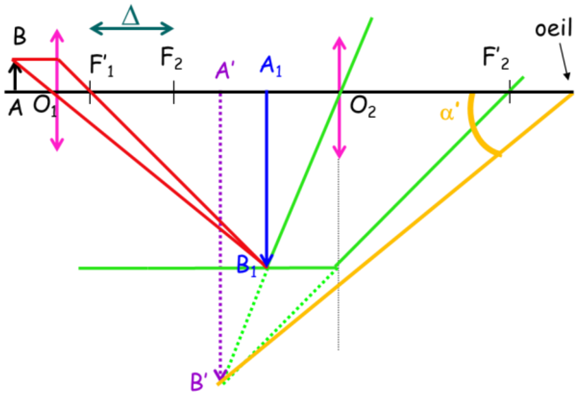
Principe :Un exemple simple de microscope est le « microscope composé ».
Il se compose de **deux lentilles convergentes**. La première L_1 est placée « proche » de l'échantillon AB et a une courte distance focale de l'ordre de quelques millimètres : c'est **l'objectif**. Elle donne une image réelle A_1B_1 de l'objet AB. La seconde L_2 est **l'oculaire** qui joue le rôle de loupe. Sa distance focale est de l'ordre de quelques centimètres.



Principe d'un microscope – Image finale à l'infini

L'image intermédiaire A_1B_1 est *généralement* placée dans le plan focal objet de l'oculaire pour que l'image définitive $A'B'$ soit située à l'infini et soit observée sans fatigue par un œil normal.

Dans le cas où $\mathrm{A_1B_1}$ est n'est pas dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale ne se forma pas à l'infini. Le tracé des rayons correspondants est représenté ci-dessous :



Microscope – Image finale virtuelle à distance finie

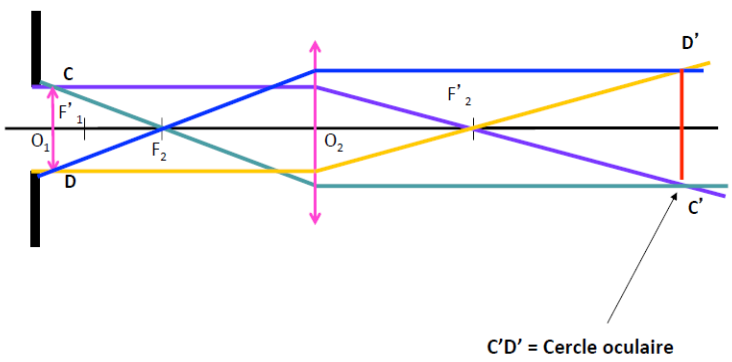
La distance entre l'oculaire et l'objectif est fixée par les constructeurs pour que l'intervalle entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire soit d'environ 15 à 20 cm. La distance entre le foyer image F_1' de l'objectif est le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée **intervalle optique Δ:** $\mathbf{\Delta = F_1'F_2}$

b. Le cercle oculaire

Pour que l'observation soit la meilleure possible, il faut placer « l'œil » là où se situe le maximum de lumière sortant de l'oculaire.

Le cercle oculaire correspond **à l'image de la monture de l'objectif donnée par l'oculaire**. C'est à cet endroit que l'observateur doit placer sa pupille, car cette tache lumineuse à une intensité maximale.

Pour déterminer la position du cercle oculaire, on cherche l'image de la lentille objectif donnée par l'oculaire. Tous les rayons passant par l'objet et collectés par l'objectif passent par le cercle oculaire.



c. Puissance du microscope

Par définition, la puissance du microscope est donnée par :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$

avec P en dioptries (δ) ou en m^{-1}, α' en radians et ($\overline{AB}$) en mètres. En introduisant ($\overline{A_1B_1}$) dans l'expression on obtient :

$$\boxed{P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}\frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}} = \gamma_1.P_2}$$

avec γ_1 : le grandissement linéaire de l'objectif et P_2 la puissance de l'oculaire.

d. Grossissement du microscope

Le grossissement standard du microscope est donné par : $\mathrm{G} = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Dans l'approximation des « petits angles » et dans le cas d'un objet proche et de petite dimension placé à la distance d=$\overline{A\Omega}$ =0,25 m de l'œil (noté Ω),, $\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{\Omega A}}$

Si l'on développe l'expression de G_c, on obtient :

$$\boxed{G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} d = P_{microscope}.d = P_2.d.\gamma_1 = \gamma_1.G_{c_2}.}$$

avec γ_1 : le grandissement linéaire de l'objectif et G_{c_2} le grossissement commercial de l'oculaire.

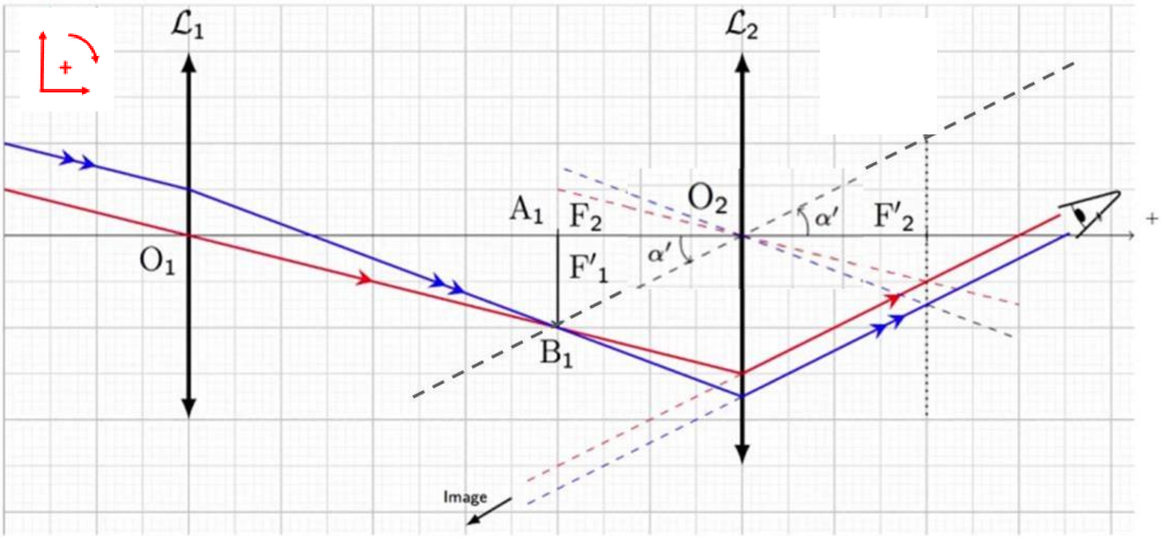
4. Le télescope réfractant

Le télescope est le cousin du microscope. Leur principe fondamental est similaire, mais quand le microscope est construit pour observer un objet proche, le télescope réfractant est fait pour agrandir l'image sur la rétine des objets lointains.

Nous allons voir deux exemples de télescopes réfractant, pour **observer des objets à l'infini**.

- La lunette astronomique ou lunette de Kepler
- La lunette terrestre ou lunette de Galilée

a. La lunette de Kepler



La lunette de Kepler est un télescope réfractant composé de **deux lentilles convergentes** : l'objectif (de grande distance focale image $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$) et l'oculaire (de courte distance focale image $f_2' = \overline{O_2F'_2}$). L'objectif, comme dans le cas du microscope, est la lentille la plus proche de l'objet. L'oculaire la plus proche de l'œil. La lunette de Kepler est un système dit « **afocal** ». C'est-à-dire qu'il produit à l'infini l'image d'un objet situé à l'infini. On obtient ce type de montage avec deux lentilles convergentes en les plaçant de manière à ce que **le point focal image de l'objectif F'_1 coïncide avec le point focal objet F_2 de l'oculaire**. L'image finale est inversée, vue sous un angle agrandi et rejetée à l'infini.

Le grossissement de la lunette de Kepler est alors donné par :

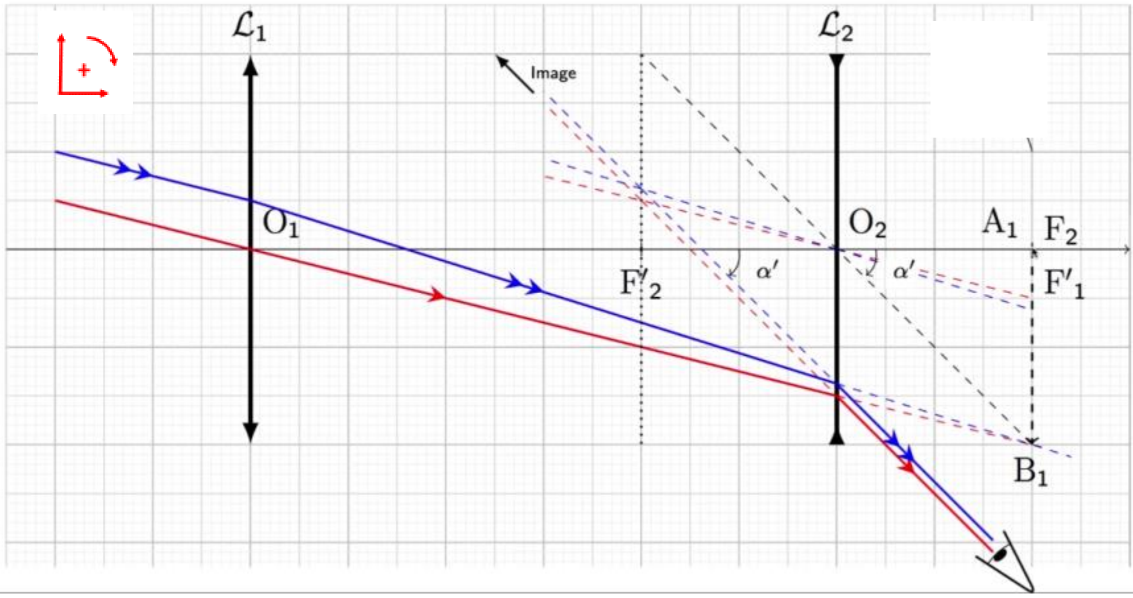
$$\boxed{G = \frac{\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_2}}}{\dfrac{\overline{A_1B_1}}{-\overline{O_1F'_1}}} = \frac{-f'_1}{f'_2}}$$

On remarque que G < 0 : **l'image obtenue est inversée**.

Pour augmenter le grossissement, il faut donc diminuer la distance focale de l'oculaire ou augmenter celle de l'objectif.

Les lunettes modernes ont toutes des objectifs et des oculaires composés de plusieurs lentilles d'indices différents, de manière à corriger certains défauts, tels les aberrations chromatiques. Comme l'image obtenue est inversée, cette lunette, telle qu'elle est représentée, n'est donc pas très pratique pour les observations terrestres. Pour de telles applications, on lui adjoint généralement un système de redressement d'image, constitué d'un système de deux lentilles convergentes.

b. La lunette de Galilée



La lunette de Galilée diffère peu de la lunette de Kepler. Elle est constituée de deux lentilles, **une convergente** (l'objectif, de distance focale image $f_1 = \overline{O_1F'_1}$) et **la seconde divergente** (l'oculaire, de distance focale image $f_2 = \overline{O_2F'_2} < 0$)).

La lunette de Galilée est également un système afocal. **Le point focal image de l'objectif F'_1 coïncide avec le point focal objet F_2 de l'oculaire**.

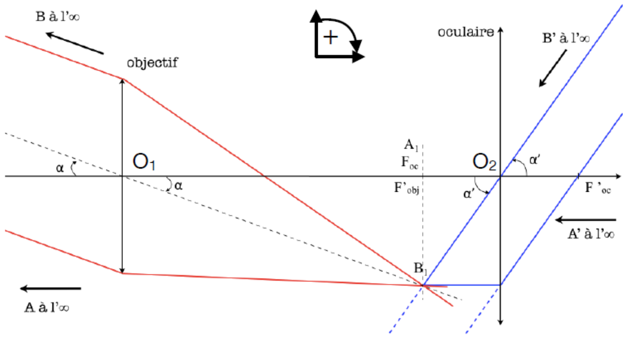
Le grossissement de la lunette est alors donnée par :

$$\boxed{G = \frac{\dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_2}}}{\dfrac{\overline{A_1B_1}}{-\overline{O_1F'_1}}} = \frac{-f'_1}{f'_2}}$$

On remarque que G > 0 : **l'image obtenue est droite**.

Pour augmenter le grossissement, il faut donc comme précédemment diminuer la distance focale de l'oculaire ou augmenter celle de l'objectif.

La lunette de Kepler

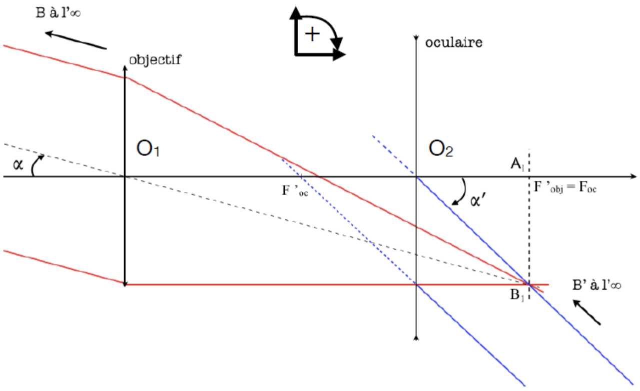


$$\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F'_{obj}O_1}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{-\overline{O_1F'_{obj}}} > 0$$

$$\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F_{oc}O_2}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_{oc}}} < 0$$

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{O_1F'_{obj}}}{\overline{O_2F'_{oc}}} = -\frac{f'_1}{f'_2} < 0}$$

La lunette de Galilée

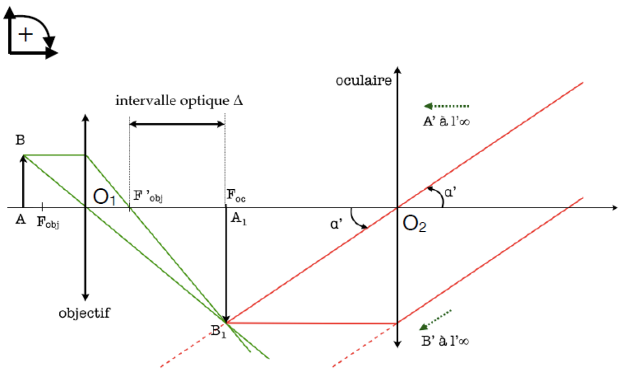


$$\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F_{oc}O_2}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_{oc}}} > 0$$

$$\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F'_{obj}O_1}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{-\overline{O_1F'_{obj}}} > 0$$

$$\boxed{G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{O_1F'_{obj}}}{\overline{O_2F'_{oc}}} = -\frac{f'_1}{f'_2} > 0}$$

Le microscope



$$\gamma_{obj} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} < 0$$

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{oc} &= \frac{\overline{A_1B_1}}{d_m} < 0 \\ \alpha' &= \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F_{oc}O_2}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_{oc}}} < 0 \end{aligned}\right\} \quad G^{com}_{oc} = \frac{\alpha'}{\alpha_{oc}} = \frac{d_m}{\overline{O_2F'_{oc}}} \quad (>0)$$

$$\alpha_{micro} = \frac{\overline{AB}}{d_m} > 0$$

$$G^{com}_{micro} = \frac{\alpha'}{\alpha_{micro}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F'_{oc}}}\frac{d_m}{\overline{AB}} < 0$$

$$\boxed{G^{com}_{micro} = \gamma_{obj}G^{com}_{oc}} \quad (<0)$$