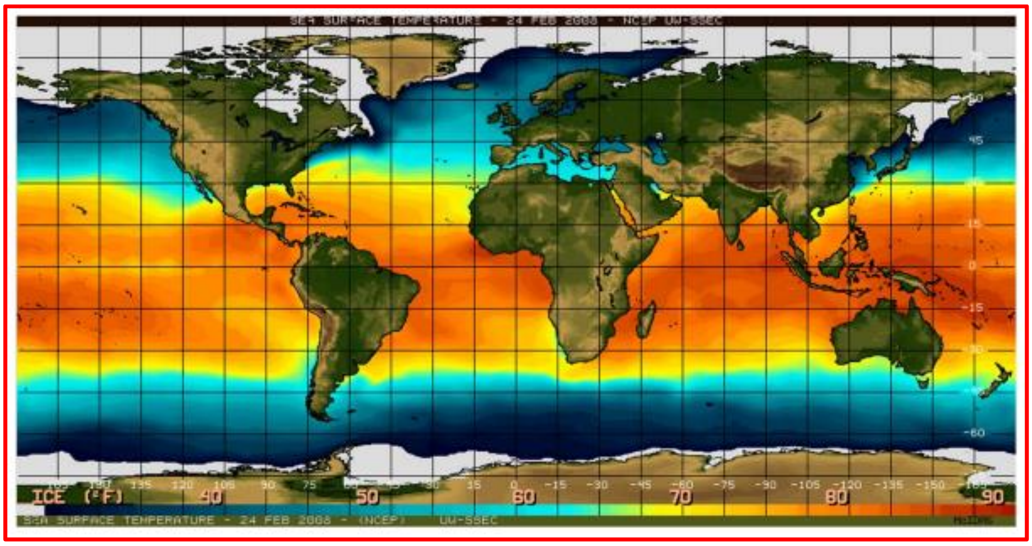
# CM – Thermodynamique et Transferts Thermiques

## Chapitre 4 : Transferts thermiques




### I- Introduction :

#### *1) Importance des transferts thermiques :*

Les transferts thermiques ont une grande importance dans différents types d'activités, notamment humaines (chauffage central, moteur thermique, refroidissement de moteurs thermiques et de composants, maintien de la température au cours d'une réaction, haut-fourneaux, isolation de bâtiments, etc…) ou naturelles (bio-thermie, géothermie, etc…).

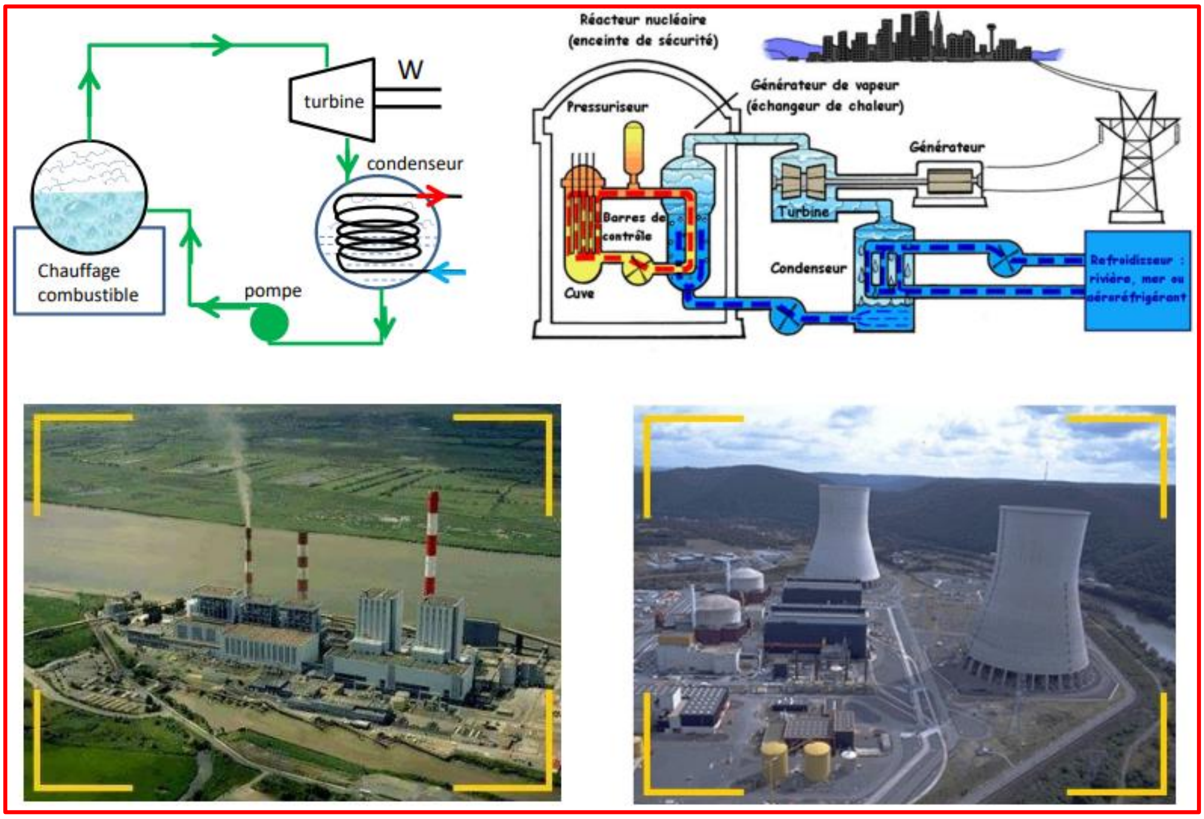



*Figure 1 - Illustrations d'une centrale thermique (à gauche) et nucléaire (à droite) et schémas correspondants*

## 2) Définition :

On considère un système fermé composé de deux zones à deux températures $T_1$ et $T_2$ séparés par une surface de contact $S$ (dite « diatherme »). Si les deux températures sont différentes, il y a une variation élémentaire de chaleur $\delta Q$ non nulle entre les deux allant de la zone à la température la plus chaude à la zone à la température la plus froide (ici, on prendra $\boldsymbol{T_1 > T_2}$).

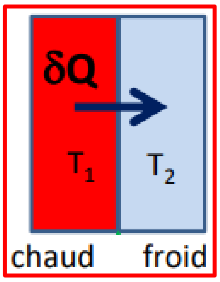



*Figure 2 - Schéma de la situation*

Après un certain temps, l'équilibre thermique sera atteint et les deux zones du système seront à la même température $T_3$ : il n'y a donc plus d'échange de chaleur. C'est une conséquence directe du Second principe de la Thermodynamique (qui sera vu plus tard).

On définit le flux de chaleur, ou débit de chaleur ou puissance thermique, $\dot{Q}$ (en Joule par seconde ($\boldsymbol{J \cdot s^{-1}}$) ou en Watt ($\boldsymbol{W}$)) comme la variation de chaleur $\delta Q$ en un temps $dt$ :

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt}}$$

On définit aussi la densité de flux thermique $q$ (en Watt par mètre carré ($\boldsymbol{W \cdot m^2}$)) qui est le flux de chaleur $\dot{Q}$ traversant la surface $S$ :

$$\boxed{q = \frac{\dot{Q}}{S}}$$

## 3) Notion de champ scalaire et de champ vectoriel :

Un champ correspond à un espace auquel on attribue à tout point qui le compose une grandeur. Il est « scalaire » si la grandeur est caractérisée par un nombre, comme avec la température $T$ (pour une carte météorologique), l'altitude $z$ (pour les cartes topographiques), la profondeur ou la pression $P$. Il est « vectoriel » si la grandeur est caractérisée par un sens et une direction, comme avec la vitesse $\vec{v}$ (pour montrer la vitesse du vent), le champ magnétique $\vec{B}$ ou électrique $\vec{E}$, la variation de température dans l'espace, etc…

## 4) Notion de gradient d'une grandeur physique :

Le gradient d'une grandeur physique $A$ correspond à sa variation dans l'espace. La température $T$ et l'altitude $z$ sont des scalaires mais pour déterminer leur évolution dans l'espace, il faut trois valeurs, ce qui implique d'utiliser un vecteur.

On regarde d'abord un exemple à une dimension en considérant l'évolution de la température $T$ le long d'une tige, orientée suivant l'axe $x$ et le vecteur directeur $\overrightarrow{u_x}$, chauffée à une extrémité et refroidie de l'autre. On prendra l'extrémité en contact de la source chaude comme position initiale ($\boldsymbol{x = 0}$) et de température $\boldsymbol{T(x = 0) = T_0}$.

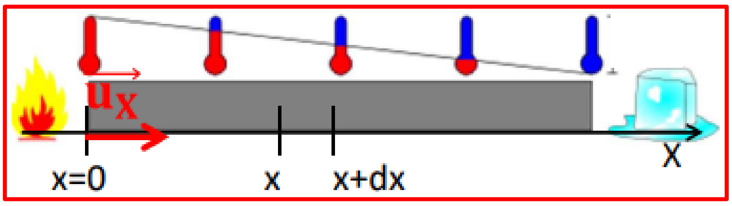



*Figure 3 - Schéma de la situation*

À une position $x$, on mesure une température $\boldsymbol{T(x) = T_1}$. À une position $x + dx$, on mesure une température $\boldsymbol{T(x + dx) = T_2 = T_1 + dT}$.

Or, puisque l'on augmente la distance de $dx$ le long de l'axe $x$, on diminue la température de $dT$ : la température $T$ est passée de $T_1$ à $T_2$ lorsque la distance $x$ est passée de $x$ à $x + dx$. La température $T$ évolue donc dans tout l'espace.

Pour déterminer son évolution de long de la tige, on doit déterminer le gradient de la température $T$ le long de l'axe $x$ (suivant $\overrightarrow{u_x}$) sur un déplacement $dx$ :

$$\boxed{\vec{\nabla}(T) = \frac{dT}{dx}\overrightarrow{u_x}}$$

($\nabla$ correspond à la lette « nabla »). Le gradient d'une grandeur scalaire est donc un vecteur.

On peut ensuite voir un exemple à trois dimensions, comme l'évolution de la température dans un matériau (ici, dans une maison, plus précisément au niveau des murs et autres séparations entre les pièces).

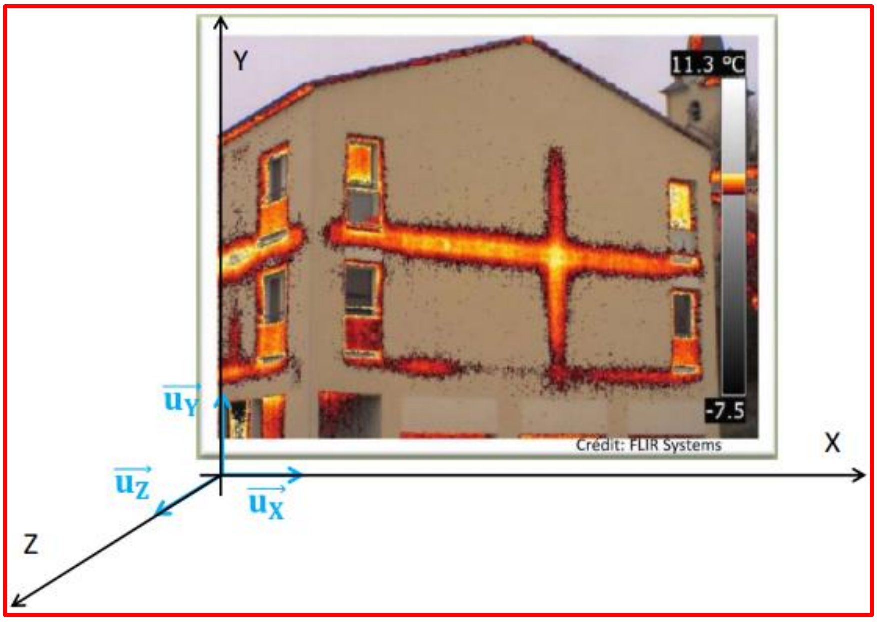



*Figure 4 - Illustration de l'évolution de la température dans une maison grâce à un gradient de température (via des couleurs)*

Le gradient de température $T$ en trois dimensions vaut alors :

$$\boxed{\vec{\nabla}(T) = \frac{dT}{dx}\overrightarrow{u_x} + \frac{dT}{dy}\overrightarrow{u_y} + \frac{dT}{dz}\overrightarrow{u_z}}$$

## 5) Les différents modes de transmission de la chaleur :

La chaleur peut se transmettre de trois façons différentes :

- Par conduction thermique, c'est-à-dire en utilisant un matériau pour relier deux sources de températures différentes (donc si présence d'un gradient thermique). Ledit matériau conduit alors la chaleur sans déplacement de matière mais via la vibration des atomes et molécules qui le constitue (ou par le déplacement d'électrons dans le cas d'un métal).
- Par convection thermique, c'est-à-dire via le déplacement de matière d'un fluide quelconque, formant des circuits circulaires où la matière chaude s'élève et la matière froide descend (donc si présence d'un gradient thermique).

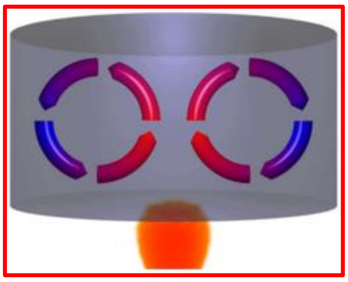


*Figure 5 - Schéma du mouvement de convection thermique*

Cela marche aussi avec la diffusion d'encre dans de l'eau ou la diffusion de molécules d'alcool dans l'air (donc avec un gradient de concentration ou de densité).

- Par rayonnement, puisque tout corps à température non nulle en émet un. On peut notamment parler du cas du rayonnement du corps noir, un corps chaud théorique qui émet autant d'énergie qu'il n'en reçoit. Une étoile rayonne comme un corps noir, émettant une puissance qui suit la loi de Boltzmann – Stefan :

$$\boxed{\boldsymbol{P \sim \sigma T^4}}$$

(avec $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{5.670\,400} \times \mathbf{10^{-8}}\, \boldsymbol{J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$ la constante de Stefan (du nom de Josef Stefan (1835 – 1893)).

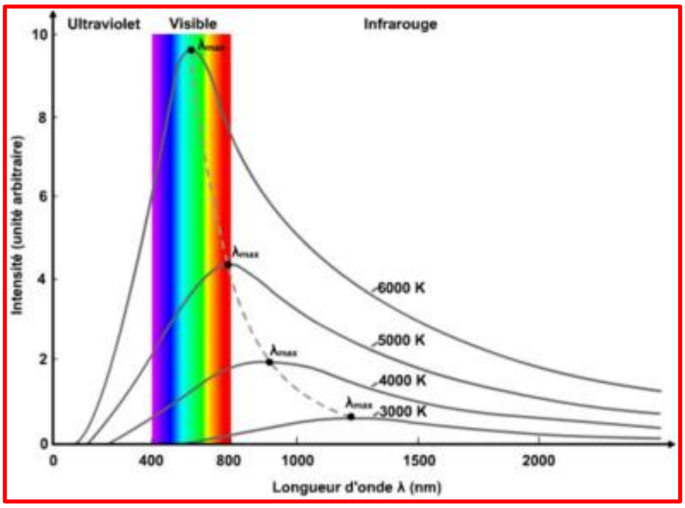



*Figure 6 - Représentation graphique du rayonnement d'un corps noir à différentes températures*

Le rayonnement émis est électromagnétique, c'est-à-dire composé de deux champ, électrique et magnétique, se propageant sous forme d'onde et étant perpendiculaire entre elles et à la direction de propagation.

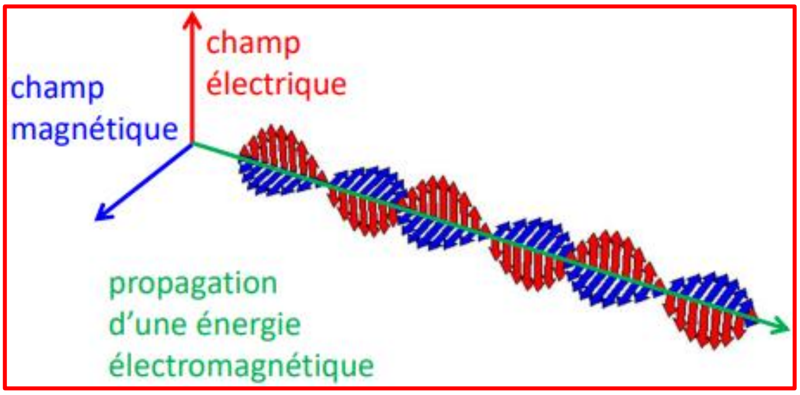



*Figure 7 - Représentation schématique d'une onde électromagnétique*

Il n'y a donc aucun contact entre les sources lors d'un transfert thermique par rayonnement.

# II- La conduction thermique :

## 1) Loi de Fourier :

On considère un matériau quelconque de surface $S$ qui, sur son épaisseur $dx$, possède deux températures $T(x)$ et $T(x + dx)$ (ce qui définit un gradient de température $\vec{\nabla}(T)$). Un flux de chaleur $\dot{Q}$ le traverse et est perpendiculaire à sa surface.

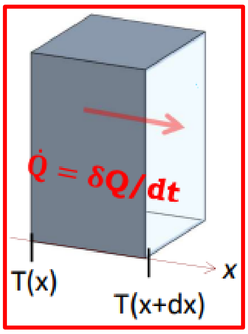



*Figure 8 - Schéma de la situation*

On introduit le coefficient de conductibilité thermique $\lambda$ qui est positif. On peut donc écrire la chaleur $\delta Q$ échangée dans ce cas :

$$\boxed{\delta Q = -\lambda S \frac{dT}{dx} dt}$$

(on ajoute un signe négatif car la variation élémentaire de température $dT$ est négative, ce qui permet d'avoir une chaleur positive). On peut aussi écrire :

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{\delta Q}{dt} = -\lambda S \frac{dT}{dx}} \; ; \; \boxed{q = \frac{\dot{Q}}{S} = -\lambda \frac{dT}{dx}}$$

(avec $q$ en Joule par mètre carré par seconde ($J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$)). La seconde équation est la loi de Fourier (du nom de Joseph Fourier (1768 – 1830)). Grâce à ces équations, on peut définir la conductivité thermique $\lambda$ comme :

$$\boxed{\lambda = \frac{-\dot{Q}}{S \frac{dT}{dx}}}$$

(en Watt par mètre par Kelvin ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)). C'est donc le flux de chaleur traversant une surface unitaire quand le gradient de température est égal à l'unité. Elle dépend de la nature chimique du milieu, de la nature de la phase considérée (solide, liquide, gazeuse), de la température et de l'orientation des fibres ou cristaux dans les corps anisotropes (corps dont la répartition en matière est globalement identique mais souvent formée en couches comme le bois, les plastiques laminés, etc…). Le tableau suivant en donne quelques valeurs typiques pour certains matériaux :

| Matériau | $\lambda$ | Matériau | $\lambda$ | Matériau | $\lambda$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Argent | $481$ | Verre | $\sim 1$ | Bois | $0.12$ à $0.2$ |
| Cuivre | $390$ | Béton | $0.9$ à $1.75$ | Huile minérale | $0.13$ |
| Aluminium | $238$ | Brique | $0.84$ | Laine de verre | $0.04$ |
| Laiton | $120$ | Eau ($20$ ℃) | $0.6$ | Mousse de polyuréthane | $0.03$ |
| Fer | $82$ | Corps humain | $0.5$ | Polystyrène expansé | $0.04$ |
| Plomb | $35$ | Plâtre | $0.46$ | Air | $0.024$ |
| Acier inox | $16$ | Ciment, liège | $0.3$ | Argon | $0.018$ |

## 2) *Résistance thermique :*

On considère une maison et on cherche à savoir comment la chaleur se propage à travers elle (murs, toit, vitres, plancher, joints thermiques, etc…). Puisque tous ces composants de la maison sont des matériaux solides, la chaleur se transmet par conduction thermique.

On considère maintenant un mur d'épaisseur $L$ (suivant l'axe $x$) et de conductivité thermique $\lambda$ en régime permanent où les températures $T(x = 0) = T_0$ et $T(x = L) = T_L$ restent constantes.

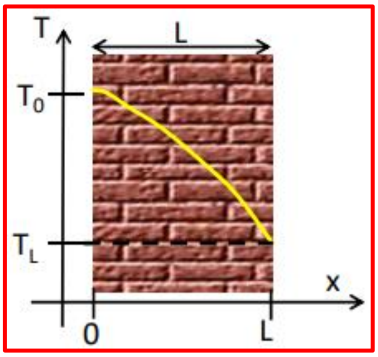



*Figure 9 - Schéma de la situation*

Deux variables sont présentes dans ce cas : l'épaisseur $x$ et la température $T$. On cherche à calculer l'évolution de la température en fonction de l'épaisseur $L$ du mur. Pour cela, on part de l'équation du flux de chaleur ($\dot{Q} = -\lambda S \frac{dT}{dx}$) et on sépare les deux variables de chaque côté de l'équation pour ensuite intégrer sur l'épaisseur totale du mur (donc entre les températures $T_0$ et $T_L$ définies précédemment), ce qui donne :

$$\dot{Q} = -\lambda S \frac{dT}{dx} \Leftrightarrow \frac{\dot{Q}}{S} dx = -\lambda dT \Leftrightarrow \frac{\dot{Q}}{S} \int_0^L dx = -\lambda \int_{T_0}^{T_L} dT$$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{Q}}{S} L = -\lambda (T_L - T_0) = \lambda (T_0 - T_L) = \lambda \, \Delta T$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\dot{Q} = \frac{\Delta T}{\frac{L}{S\lambda}}}$$

($\lambda$ ne dépend pas de $T$ donc on peut la sortir de l'intégrale sur la température). On définit alors la résistance thermique $R_\lambda$ du mur et la conductance thermique $K_\lambda$ qui est son inverse :

$$\boxed{R_\lambda = \frac{L}{S\lambda}} \; ; \; \boxed{K_\lambda = \frac{1}{R_\lambda} = \frac{S\lambda}{L}}$$

On peut aussi définir la conductance thermique spécifique (par unité de surface) $k_\lambda$ et la résistance thermique spécifique $r_\lambda$ de la même manière :

$$\boxed{k_\lambda = \frac{K_\lambda}{S} = \frac{\frac{S\lambda}{L}}{S} = \frac{\lambda}{L} = h} \; ; \; \boxed{r_\lambda = \frac{1}{k_\lambda} = \frac{S}{K_\lambda} = \frac{S}{\frac{1}{R_\lambda}} = SR_\lambda = \frac{L}{\lambda}}$$

(avec $h$ le coefficient de transfert thermique).

## 3) Analogie avec l'Electricité :

On peut comparer le transfert thermique obtenu par un flux de chaleur $\dot{Q}$ à travers un mur de résistance thermique $R_\lambda$ ayant une différence de température $\Delta T$, correspondant à la conduction de la chaleur, à la circulation d'un courant $I$ (qui est un flux de charges électriques ($\boldsymbol{I = \frac{dq}{dt}}$)) dans une résistance électrique $R$ ayant une différence de potentiel $\Delta V$ (ou tension $U$), correspondant à la conduction électrique. Chacune des deux conductions obéit à une loi, la loi d'Ohm (du nom de Georg Simon Ohm (1789 – 1854)) pour l'électrique et la loi de Fourier pour la thermique :

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta V = R\, I}}\ ;\ \boxed{\boldsymbol{\Delta T = R_\lambda\, \dot{Q}}}$$

(avec $\boldsymbol{R = \frac{L}{S\sigma}}$ et $\sigma$ la conductivité électrique ; avec $\boldsymbol{R = \frac{L}{S\lambda}}$ et $\lambda$ la conductivité thermique).

## 4) Résistance thermique d'un mur composite – Association en série et en parallèle :

On considère un mur plan de dimensions pratiquement infinies, constitué de $n$ couches de matériaux différents en série. Chaque couche est d'épaisseur $L$ différente, de résistance thermique $R_\lambda$ différente et ses deux extrémités possèdent des températures $T$ différentes. Un flux de chaleur $\dot{Q}$ traverse le mur plan.

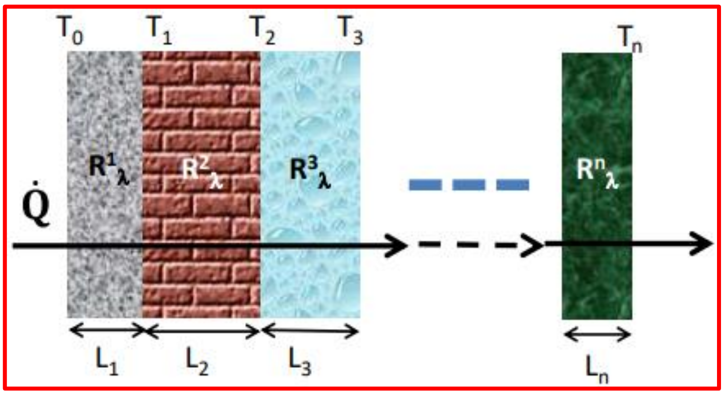



*Figure 10 - Schéma de la situation*

Il n'y a pas de perte ou de production de chaleur donc $\dot{Q}$ est identique dans tout le mur ($\boldsymbol{\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_\lambda}}$).

Le flux de chaleur total vaut donc la différence de température entre celle de la surface d'entrée de la première couche $T_0$ et celle de la surface de sortie de la $n$-ième couche $T_n$ sur la résistance totale $R_\lambda^{série}$ du mur plan :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{Q}} = \frac{\boldsymbol{T_0 - T_n}}{\boldsymbol{R_\lambda^{série}}}}$$

(avec $R_\lambda^{série}$ qui correspond à la somme des résistances thermiques de chaque couche du mur : $\boldsymbol{R_\lambda^{série} = R_\lambda^1 + R_\lambda^2 + R_\lambda^3 + \cdots + R_\lambda^n = \sum_{i=1}^{n} R_\lambda^i}$). Le système se comporte de façon similaire à l'association de plusieurs résistances électriques en série dans un circuit.

On considère maintenant le même système, excepté que les $n$ couches sont assemblées en parallèle (les unes sur les autres), donc elles ont la même épaisseur $L$ et ont à leurs extrémités les mêmes températures $T_0$ et $T_1$. Le flux de chaleur $\dot{Q}$ reste constant car il n'y pas de production ni de perte de chaleur mais il est différent pour chaque couche (on définit pour chaque couche un flux de chaleur $\boldsymbol{\dot{Q}_\iota = \frac{\Delta T}{R_\lambda^i}}$).

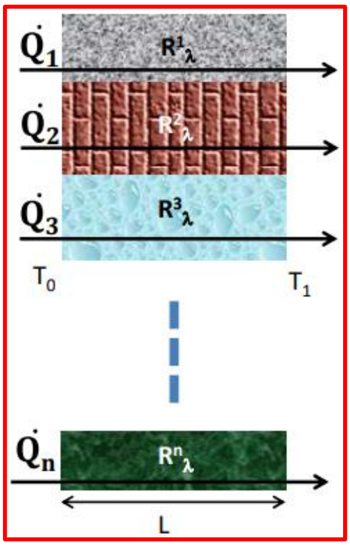



*Figure 11 - Schéma de la situation*

Le flux de chaleur total vaut donc la différence de température entre $T_0$ et $T_1$ sur la résistance totale $R_\lambda^{parallèle}$ du mur plan :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{Q}} = \frac{\boldsymbol{T_0 - T_1}}{\boldsymbol{R_\lambda^{parallèle}}}}$$

(avec l'inverse de $R_\lambda^{parallèle}$ qui correspond à la somme de l'inverse des résistances thermiques de chaque couche du mur : $\frac{1}{R_\lambda^{parallèle}} = \frac{1}{R_\lambda^1} + \frac{1}{R_\lambda^2} + \frac{1}{R_\lambda^3} + \cdots + \frac{1}{R_\lambda^n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_\lambda^i}$). Le système se comporte de façon similaire à l'association de plusieurs résistances électriques en parallèle dans un circuit.

## 5) Exemple d'application :

On considère un mur composite, constitué d'une couche de briques et de plâtre, avec une porte simple et une fenêtre à double vitrage (formée de deux couches de vitre et d'une couche d'air entre les deux). On peut représenter ce système grâce à l'analogie électrique par un circuit électrique dont chaque composant est une résistance. Ici, le mur à double épaisseur, la porte et le double vitrage sont en parallèle.

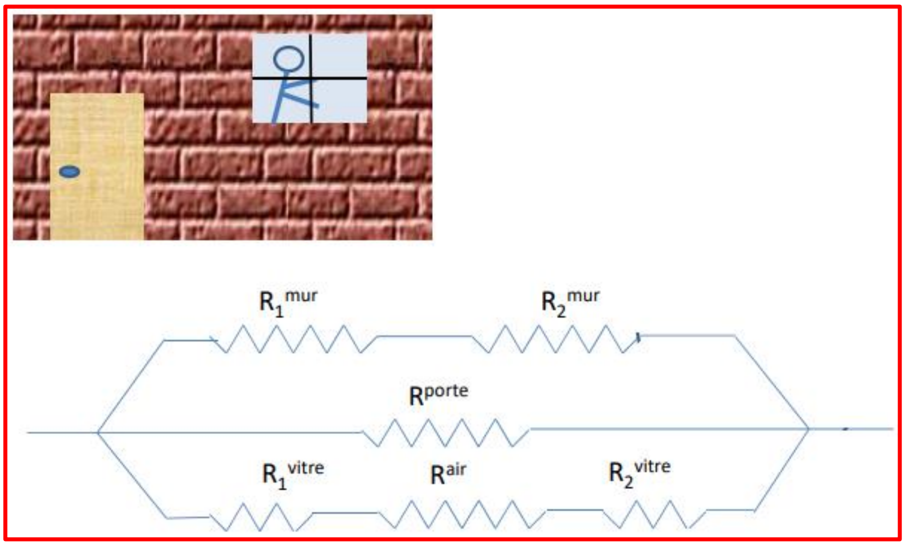



*Figure 12 - Représentation du système étudié et schéma équivalent via l'analogie électrique*

Dans ce cas, la résistance thermique équivalente $R_{eq}$ se calcule comme :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{(R_1^{mur} + R_2^{mur})} + \frac{1}{R^{porte}} + \frac{1}{\left(R_1^{fenêtre} + R^{air} + R_2^{fenêtre}\right)}}$$

# III- La convection thermique :

## 1) *Introduction :*

La convection thermique est le mode de transmission de la chaleur qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux. On la trouve dans l'échange qui a lieu entre une paroi et un fluide. En réalité, il s'agit d'une combinaison du phénomène de conduction avec celui de transfert de matière.

On distingue deux types de convection :

- La convection « naturelle » (ou libre), où le mouvement du fluide est créé par des différences de densité qui sont elles-mêmes dues à des différences de température dans le fluide (de l'air au contact d'une plaque chaude par exemple).
- La convection « forcée » où le mouvement du fluide est dû à l'action d'une pompe (un écoulement d'eau dans un tuyau de chauffage par exemple).

## 2) *Loi de Newton – Diffusion de la chaleur par convection :*

La loi de Newton (du nom d'Isaac Newton (1642 – 1727)) est une relation dont la simplicité est trompeuse mais qui permet d'expliquer le phénomène global de la convection :

$$\boxed{\dot{Q} = \alpha S(T_S - T_\infty)}$$

(avec $\alpha$ le coefficient d'échange convectif, $T_S$ la température de la surface $S$ considérée et $T_\infty$ la température du fluide « au large » (suffisamment loin de la surface)). Le coefficient d'échange convectif $\alpha$ dépend de l'état de surface, de la vitesse du fluide et d'autre facteurs, mais on le traitera souvent comme une grandeur invariable. Le tableau ci-dessous en donne quelques valeurs pour certains fluides en convection naturelle et forcée :

| | **Fluide considéré** | $\boldsymbol{\alpha}$ |
|---|---|---|
| **Convection naturelle** | Air, gaz | **5 à 50** |
| **Convection forcée** | Air, gaz | **10 à 500** |
| | Eau | **100 à 15 000** |
| | Huile | **50 à 1 500** |
| | Métaux liquides | **5 000 à 250 000** |

## 3) Exemple :

Les deux expressions du flux de chaleur $\dot{Q}$ en conduction ($\dot{\boldsymbol{Q}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_\lambda}}(\boldsymbol{T_1} - \boldsymbol{T_2})$) et en convection ($\dot{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{\alpha S}(\boldsymbol{T_S} - \boldsymbol{T_\infty})$) sont formellement identiques, avec le rapport $\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{\alpha S}}$ qui joue le même rôle que la résistance thermique $R_\lambda$. Il est donc possible d'utiliser les résultats obtenus précédemment pour l'association en série ou en parallèle avec la convection.

### a) Cas d'une paroi et d'un fluide :

On considère une paroi d'épaisseur $L$ faite d'un matériau de résistance thermique $R_\lambda$ et un fluide qui se déplace le long de la paroi. La température $T_S$ qui correspond à la surface qui n'est pas en contact avec le fluide est différente de la température du fluide au large $T_\infty$.

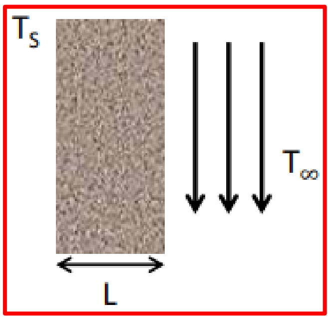



*Figure 13 - Schéma de la situation*

La résistance thermique équivalente $R_{eq}$ du système est :

$$\boxed{\boldsymbol{R_{eq} = \frac{1}{\alpha S} + R_\lambda = \frac{1}{\alpha S} + \frac{1}{\lambda S} = \frac{1}{S}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\lambda}\right) = \frac{\alpha + \lambda}{S\alpha\lambda}}}$$

Le flux de chaleur $\dot{Q}$ correspondant est donc donné par :

$$\boxed{\boldsymbol{\dot{Q} = \frac{(T_S - T_\infty)}{R_{eq}} = \frac{(T_S - T_\infty)}{\frac{\alpha + \lambda}{S\alpha\lambda}}}}$$

### b) Cas d'une paroi et de deux fluides :

On considère le système précédent excepté qu'un second fluide se déplace sur la seconde paroi dans un sens opposé au premier. Il y aura donc deux températures de de fluide au large $T_{\infty 1}$ et $T_{\infty 2}$.

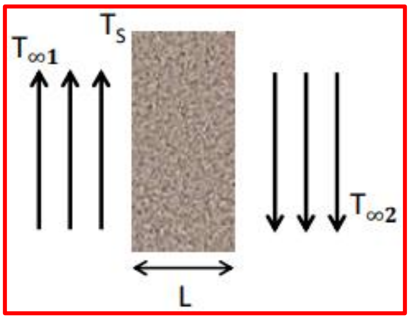



*Figure 14 - Schéma de la situation*

La résistance thermique équivalente $R_{eq}$ du système est :

$$\boxed{\boldsymbol{R_{eq} = \frac{1}{\alpha_1 S} + \frac{1}{\lambda S} + \frac{1}{\alpha_2 S} = \frac{1}{S}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)}}$$

Le flux de chaleur $\dot{Q}$ correspondant est donc donné par :

$$\boxed{\boldsymbol{\dot{Q} = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{R_{eq}} = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{\frac{1}{S}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right)}}}$$