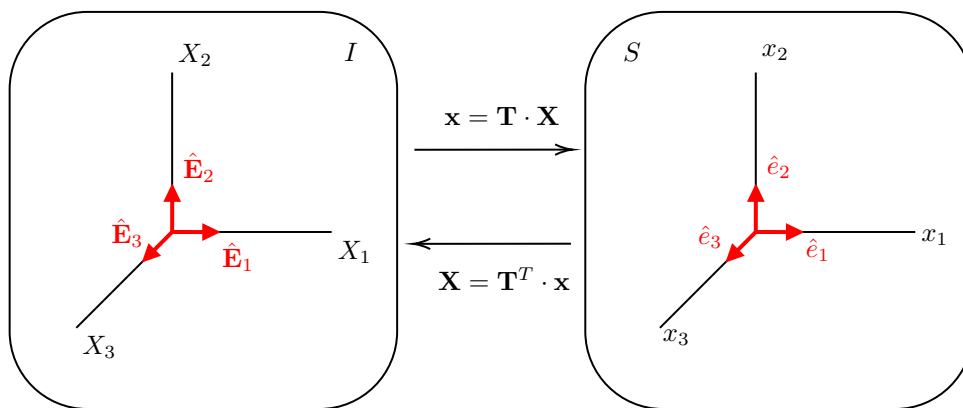


# Lista de Exercícios 2 - Dinâmica I (EEK243)

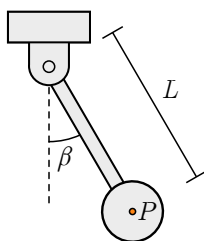
PROF. LUÃ G. COSTA  
Federal University of Rio de Janeiro  
lgcosta@mecanica.coppe.ufrj.br

## Cinemática

1. Considerando dois referenciais, I e S, sendo estes associados às bases  $\hat{\mathbf{E}}_i$  e  $\hat{\mathbf{e}}_i$ , respectivamente. Derive os tensores de transformação,  $\mathbf{T}$ , para transformar um vetor  $\mathbf{u}$  descrito na base associada a I para a base associada a S, e vice-versa, para os seguintes casos:
  - (a) Translação de S em relação a I
  - (b) Rotação de S em relação a I em torno da direção 1
  - (c) Rotação de S em relação a I em torno da direção 2
  - (d) Rotação de S em relação a I em torno da direção 3

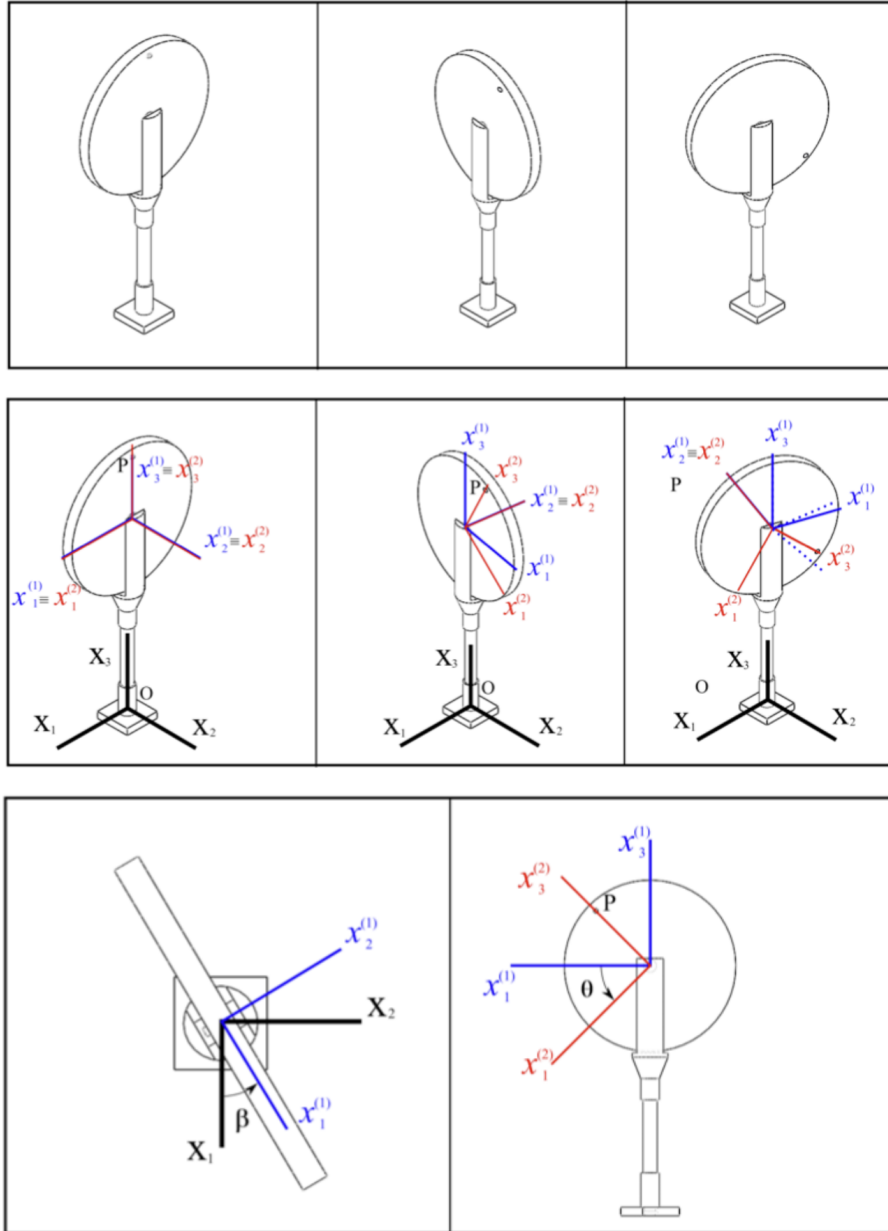


2. Considere o pêndulo plano descrito pela figura abaixo. Determine os seguintes tópicos:



- (a) Estabeleça sistemas de referência necessários para determinar o estado do sistema;
- (b) Utilize os sistemas de referência do item anterior para determinar a velocidade e aceleração absolutas de uma partícula,  $P$ , contida no centro da massa  $m$  do pêndulo;
- (c) Descreva a velocidade e aceleração absolutas da partícula  $P$  em todas as bases associadas aos sistemas de referência estabelecidos.

3. Considere o sistema mecânico 3-2 descrito na Figura abaixo, composto por um disco que gira sobre uma haste que também gira em torno de sua linha neutra.



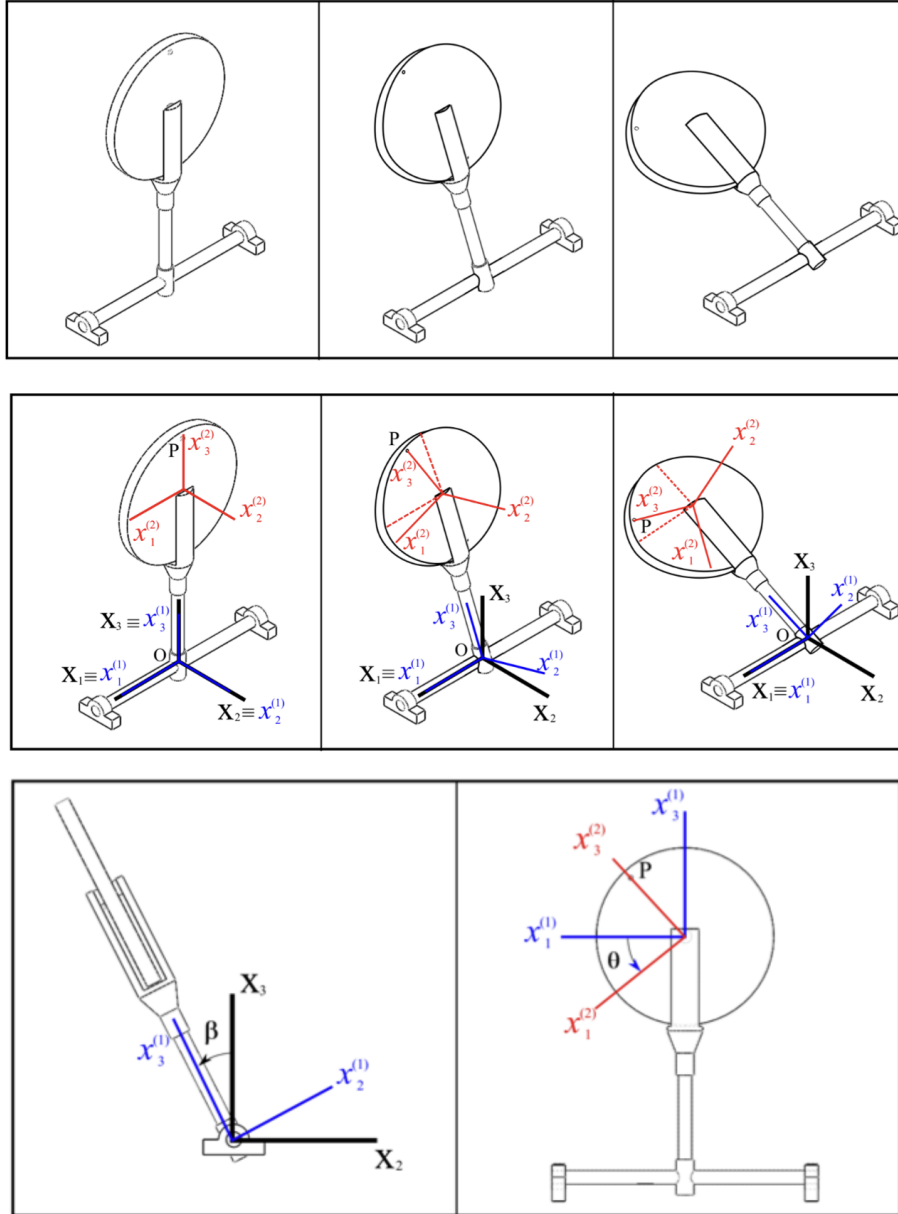
Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$ : Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$ : Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$ : Móvel 2 (Solidário ao disco);

Determine os seguintes tópicos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto  $P$ , considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, e móvel 2).

- (d) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base,  $I$ .
- (e) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
4. Considere o sistema do tipo 2-1, composto por um disco que gira sobre uma haste, que gira em torno de um eixo, conforme representado na Figura a seguir.

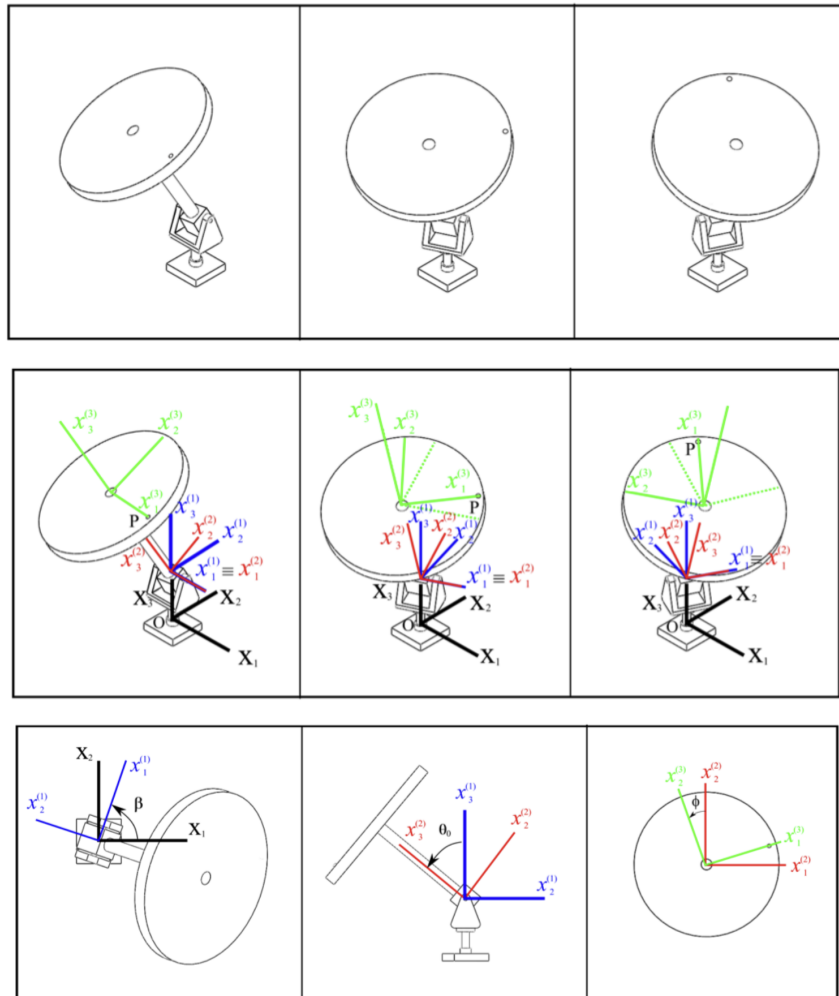


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$ : Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$ : Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$ : Móvel 2 (Solidário ao disco);

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto  $P$ , considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.
  - Ref faça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.
  - Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1 e móvel 2).
  - Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base,  $I$ .
  - Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
5. Considere um sistema mecânico 3-1-3 que apresenta um disco girante acoplado a uma haste inclinada que gira em relação à vertical, conforme representado na Figura a seguir.

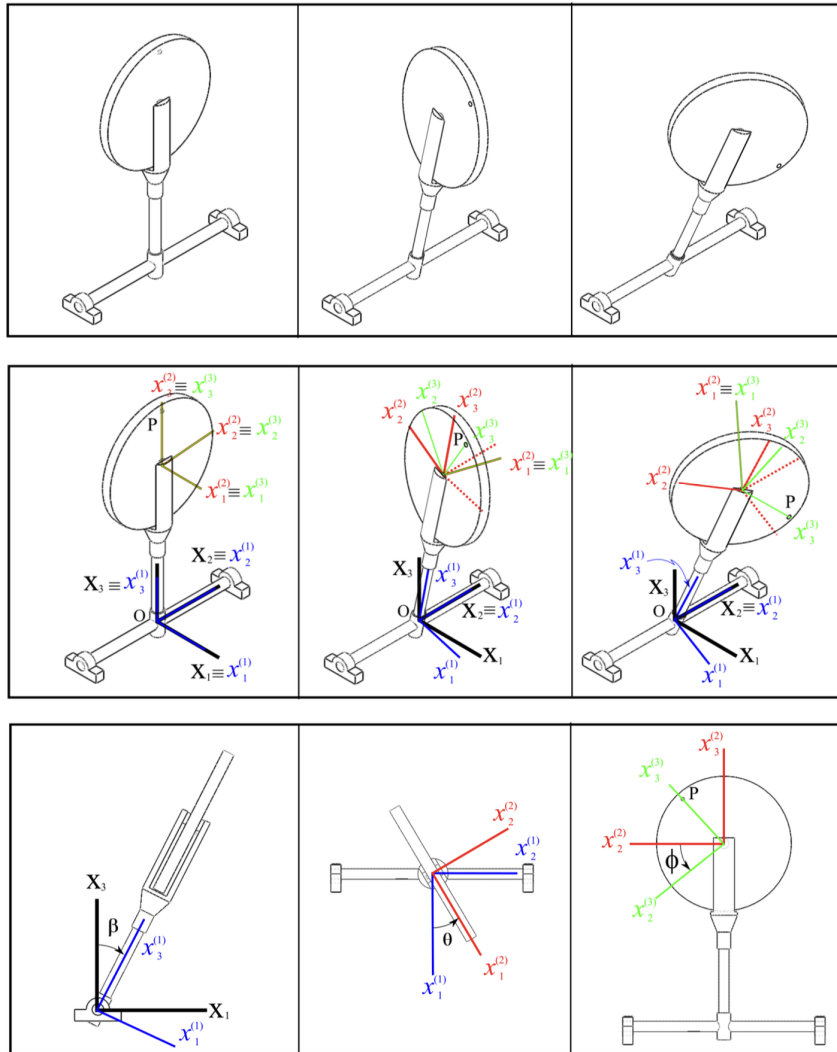


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$ : Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$ : Móvel 1 (Solidário à base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$ : Móvel 2 (Solidário à haste giratória);
- $S_3(x_i^{(3)})$ : Móvel 3 (Solidário ao disco).

Determine os seguintes tópicos:

- (a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto  $P$ , considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.
- (b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à base.
- (c) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário à haste giratória.
- (d) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).
- (e) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base,  $I$ .
- (f) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
6. Considere o sistema mecânico da questão 3, com um grau de liberdade adicional, tornando-se um sistema 2-3-1, conforme ilustrado na figura a seguir:



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$ : Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$ : Móvel 1 (Solidário ao eixo da base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$ : Móvel 2 (Solidário à haste giratória);

- $S_3(x_i^{(3)})$ : Móvel 3 (Solidário ao disco).

Determine os seguintes tópicos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto  $P$ , considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário ao eixo da base giratória.
- Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário a haste giratória.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).
- Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base inercial,  $I$ .
- Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

## Lembretes

Considere as formas gerais do teorema cinemático:

$$\triangle_{\bigcirc} \mathbf{v}^{\square} = \triangle_{\bigcirc} \mathbf{v}^{\star} + \star_{\bigcirc} \mathbf{v}^{\square} + \triangle_{\bigcirc} \boldsymbol{\omega}^{\star} \times \star_{\bigcirc} \mathbf{p}^{\square} \quad (1)$$

$$\triangle_{\bigcirc} \mathbf{a}^{\square} = \triangle_{\bigcirc} \mathbf{a}^{\star} + \star_{\bigcirc} \mathbf{a}^{\square} + \triangle_{\bigcirc} \boldsymbol{\alpha}^{\star} \times \star_{\bigcirc} \mathbf{p}^{\square} + \triangle_{\bigcirc} \boldsymbol{\omega}^{\star} \times \left( \triangle_{\bigcirc} \boldsymbol{\omega}^{\star} \times \star_{\bigcirc} \mathbf{p}^{\square} \right) + 2 \triangle_{\bigcirc} \boldsymbol{\omega}^{\star} \times \star_{\bigcirc} \mathbf{v}^{\square} \quad (2)$$