Lista de Exercícios 2 - Dinâmica I (EEK243)

Prof. Luã G. Costa

Federal University of Rio de Janeiro

lgcosta@mecanica.coppe.ufrj.br

Cinemática

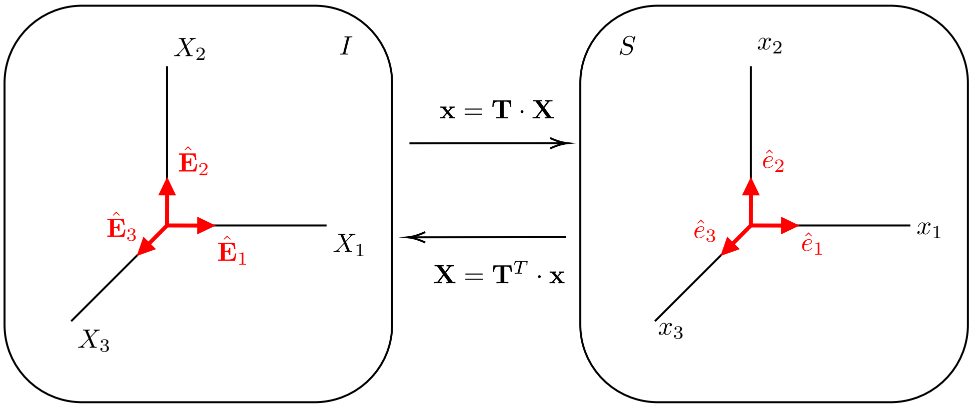
1. Considerando dois referenciais, I e S, sendo estes associados às bases $\hat{\mathbf{E}}_i$ e $\hat{\mathbf{e}}_i$, respectivamente. Derive os tensores de transformação, $\mathbf{T}$, para transformar um vetor $\mathbf{u}$ descrito na base associada a I para a base associada a S, e vice-versa, para os seguintes casos:

(a) Translação de S em relação a I

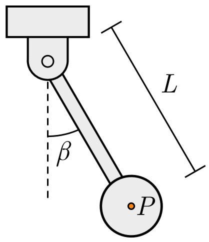
(b) Rotação de S em relação a I em torno da direção 1

(c) Rotação de S em relação a I em torno da direção 2

(d) Rotação de S em relação a I em torno da direção 3



2. Considere o pêndulo plano descrito pela figura abaixo. Determine os seguintes tópicos:

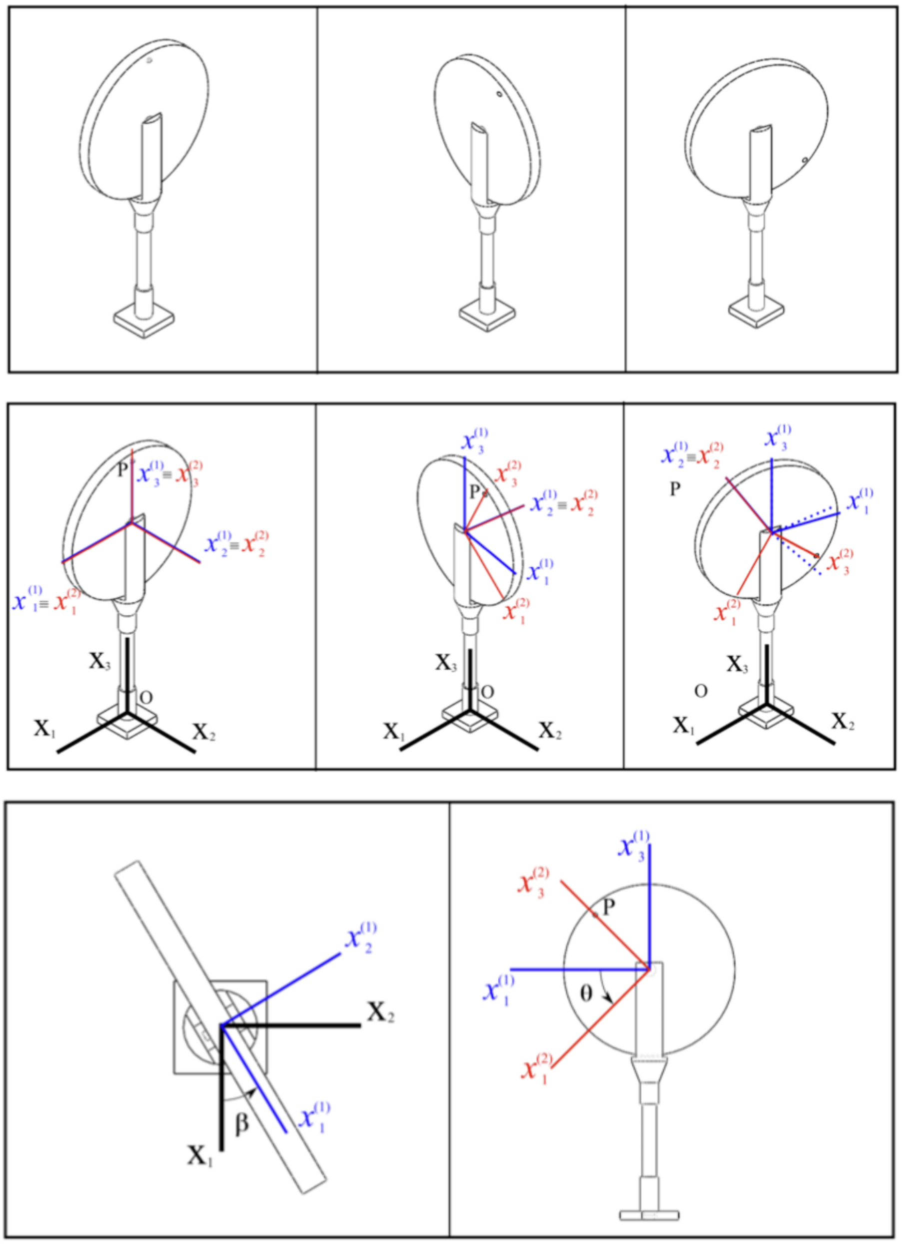


(a) Estabeleça sistemas de referência necessários para determinar o estado do sistema;

(b) Utilize os sistemas de referência do item anterior para determinar a velocidade a aceleração absolutas de uma partícula, P, contida no centro da massa m do pêndulo;

(c) Descreva a velocidade e aceleração absolutas da partícula P em todas as bases associadas aos sistemas de referência estabelecidos.

3. Considere o sistema mecânico 3-2 descrito na Figura abaixo, composto por um disco que gira sobre uma haste que também gira em. torno de sua linha neutra.



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco);

Determine os seguintes tópicos:

(a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P, considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.

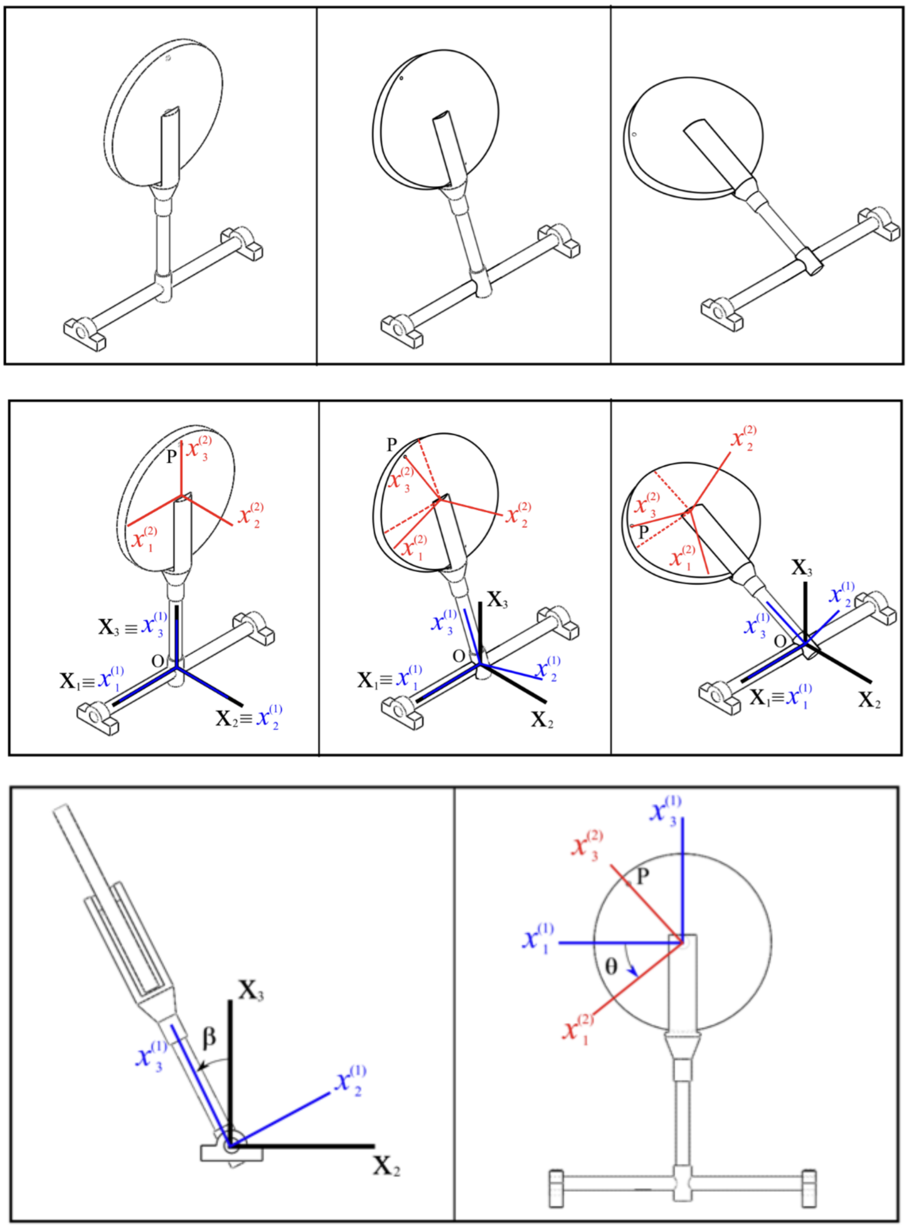
(b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.

(c) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, e móvel 2).

(d) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I.

(e) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

4. Considere o sistema do tipo 2-1, composto por um disco que gira sobre uma haste, que gira em torno de um eixo, conforme representado na Figura a seguir.



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco);

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

(a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P, considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.

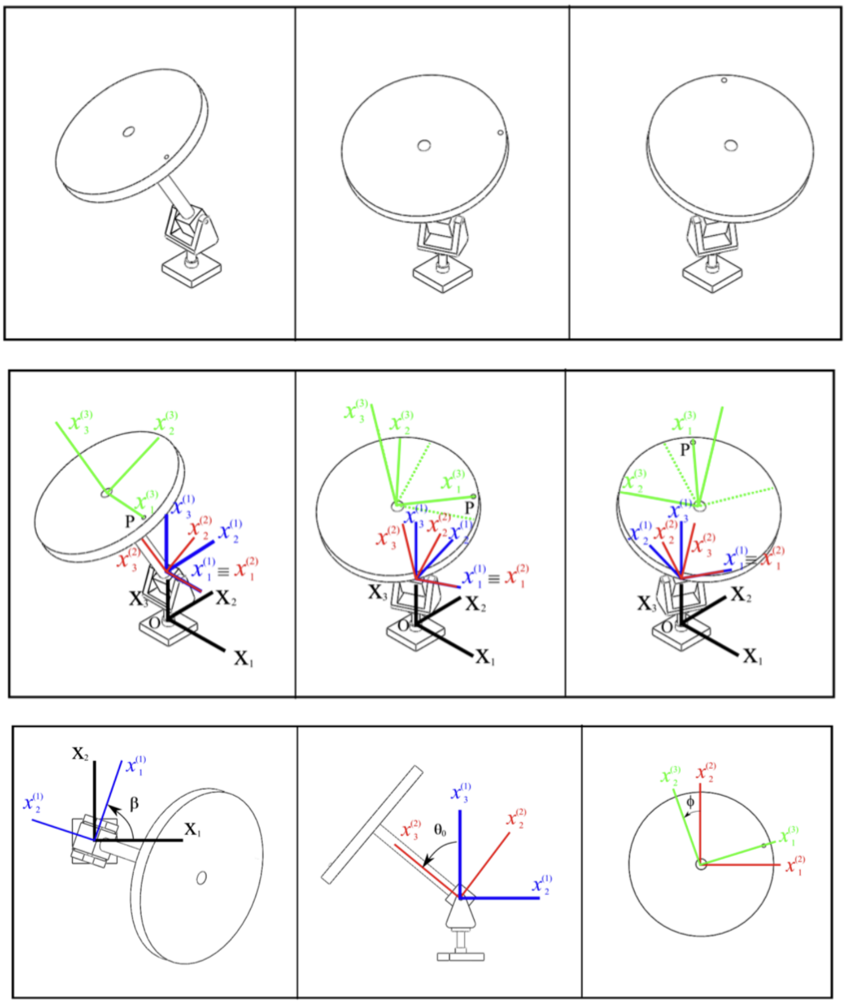
(b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.

(c) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1 e móvel 2).

(d) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I.

(e) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

5. Considere um sistema mecânico 3-1-3 que apresenta um disco girante acoplado a uma haste inclinada que gira em relação à vertical, conforme representado na Figura a seguir.



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário à haste giratória);
- $S_3(x_i^{(3)})$: Móvel 3 (Solidário ao disco).

Primeiramente, faça as análises abaixo considerando um o ângulo que a haste faz com a vertical fixo, isto é, $\theta = \theta_0$. Depois, refaça considerando um ângulo $\theta = \theta(t)$ que varia no tempo.

(a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P, considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.

(b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à base.

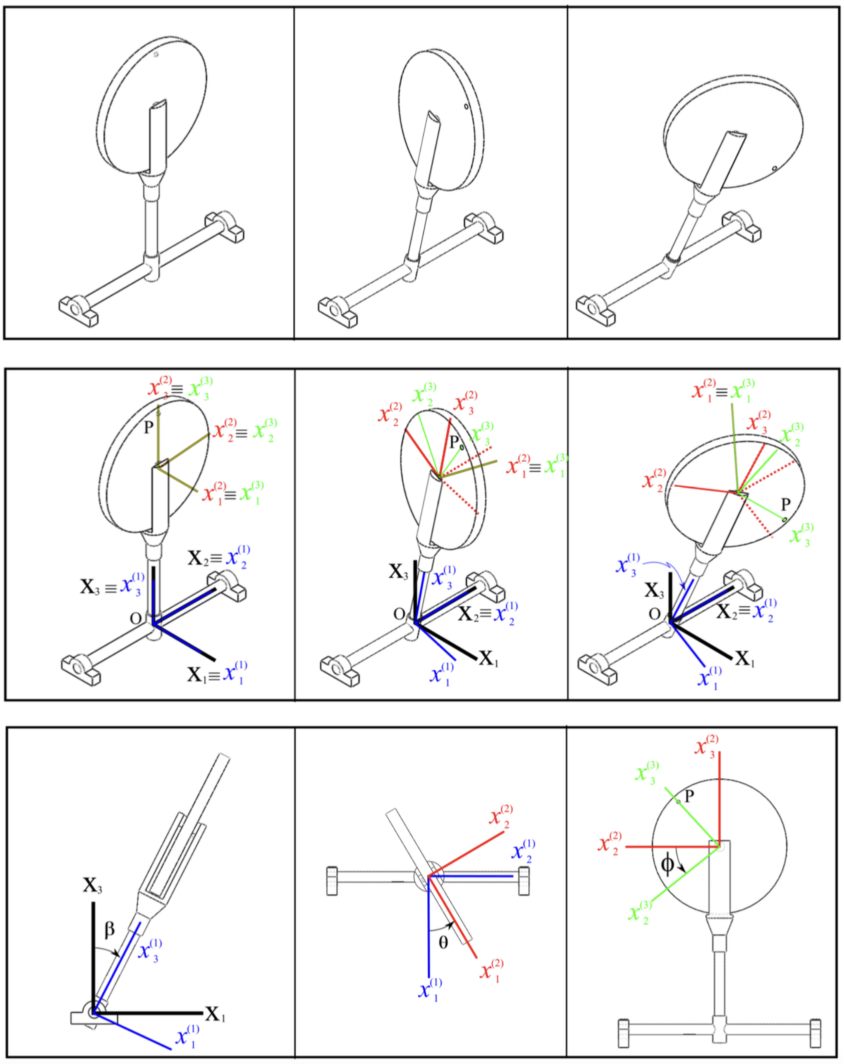
(c) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário a háste giratória.

(d) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).

(e) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I.

(f) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

6. Considere o sistema mecânico da questão 3, com um grau de liberdade adicional, tornando-se um sistema 2-3-1, conforme ilustrado na figura a seguir:



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário ao eixo da base giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário à haste giratória);

- $S_3(x_i^{(3)})$: Móvel 3 (Solidário ao disco).

Determine os seguintes tópicos:

(a) Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P, considerando o referencial móvel 3, solidário ao disco.

(b) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário ao eixo da base giratória.

(c) Refaça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário a háste giratória.

(d) Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).

(e) Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base inercial, I.

(f) Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.

Lembretes

Considere as formas gerais do teorema cinemático:

$$ {}^{\triangle}_{\bigcirc}\mathbf{v}^{\square} = {}^{\triangle}_{\bigcirc}\mathbf{v}^{\bigstar} + {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{v}^{\square} + {}^{\triangle}_{\bigcirc}\boldsymbol{\omega}^{\bigstar} \times {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{p}^{\square} \tag{1} $$

$$ {}^{\triangle}_{\bigcirc}\mathbf{a}^{\square} = {}^{\triangle}_{\bigcirc}\mathbf{a}^{\bigstar} + {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{a}^{\square} + {}^{\triangle}_{\bigcirc}\boldsymbol{\alpha}^{\bigstar} \times {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{p}^{\square} + {}^{\triangle}_{\bigcirc}\boldsymbol{\omega}^{\bigstar} \times \left({}^{\triangle}_{\bigcirc}\boldsymbol{\omega}^{\bigstar} \times {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{p}^{\square}\right) + 2\,{}^{\triangle}_{\bigcirc}\boldsymbol{\omega}^{\bigstar} \times {}^{\bigstar}_{\bigcirc}\mathbf{v}^{\square} \tag{2} $$