

Lista de Exercícios 3 - Dinâmica I (EEK243)

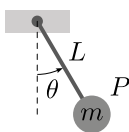
PROF. LUÃ G. COSTA

Universidade Federal do Rio de Janeiro
lgcosta@mecanica.coppe.ufrj.br

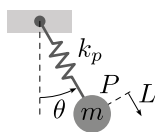
Dinâmica da Partícula

1. Considere os sistemas mecânicos descritos pela figura abaixo, onde P_i ($i = 1, 2$) e B podem ser consideradas partículas. Para cada um dos sistemas, determine os seguintes tópicos:

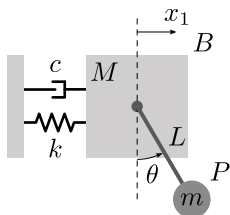
(1) Pêndulo Simples



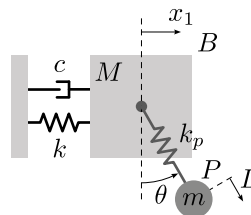
(2) Pêndulo Elástico



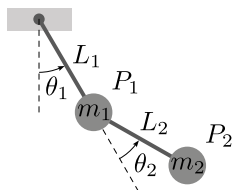
(3) Oscilador Linear - Pêndulo Simples



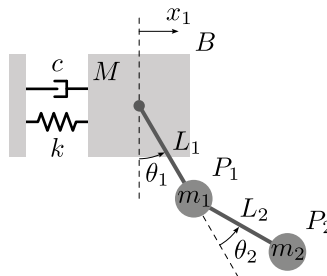
(4) Oscilador Linear - Pêndulo Elástico



(5) Pêndulo Duplo



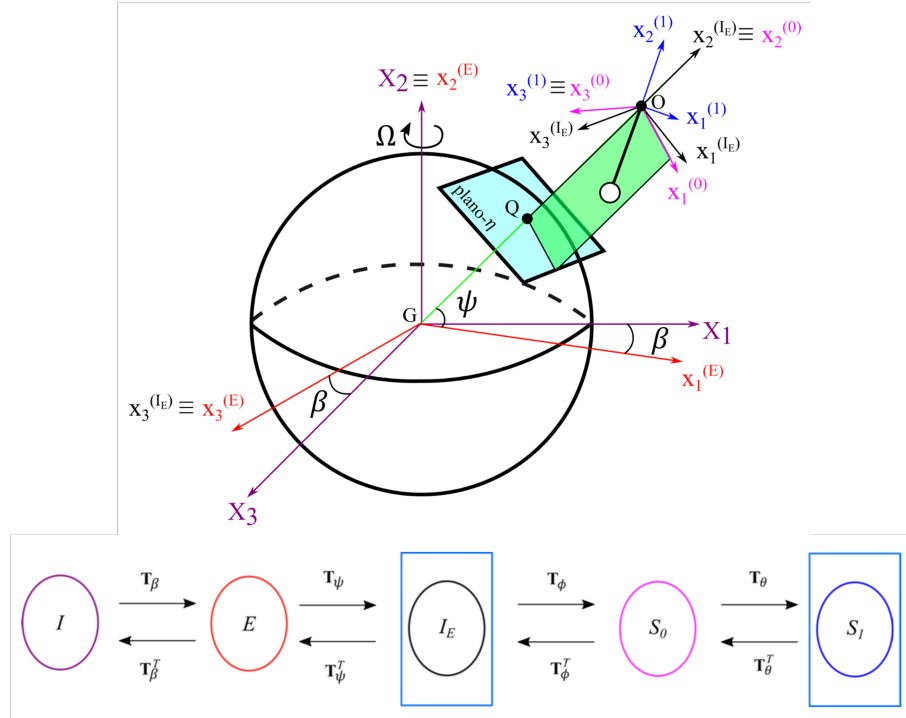
(6) Oscilador Linear - Pêndulo Duplo



- Estabeleça sistemas de referência necessários para determinar o estado do sistema;
 - Utilize os sistemas de referência do item anterior para determinar a velocidade a aceleração absolutas da(s) partícula(s).
 - Descreva a velocidade e aceleração absolutas da(s) partícula(s) em todas as bases associadas aos sistemas de referência estabelecidos.
 - Estabeleça um diagrama de corpo livre associados a cada partícula, definindo as forças necessárias para análise. Então estabeleça o equilíbrio dinâmico e obtenha a equação de movimento do sistema através da abordagem Newtoniana. Considere forças de corpo, forças de excitação externa, forças de dissipação, além de forças internas, se necessário.
 - Estabeleça as energias associadas ao sistema e obtenha as equações de movimento através da abordagem Lagrangeana.
 - Utilize um método numérico de solução de equações diferenciais para simular o comportamento do sistema e discuta os resultados.
2. A experiência do pêndulo de Foucault (1819-1868) foi realizada no Panthéon, em Paris, em 1851 para provar que a Terra girava. A análise considera que o referencial inercial considerado no pêndulo simples, de fato, não é inercial uma vez que ele está solidário à Terra. Obtenha as equações de movimento do pêndulo de Foucault através das seguintes abordagens:
- Abordagem Newtoniana, estabelecendo o equilíbrio de forças e momentos;

(b) Abordagem Lagrangeana, estabelecendo as energias do sistema.

Os referenciais descritos na Figura são uma sugestão de referenciais para tratar o problema. Após encontrar as equações de movimento, utilize um método numérico de solução de equações diferenciais para simular o comportamento do sistema e discuta os resultados.

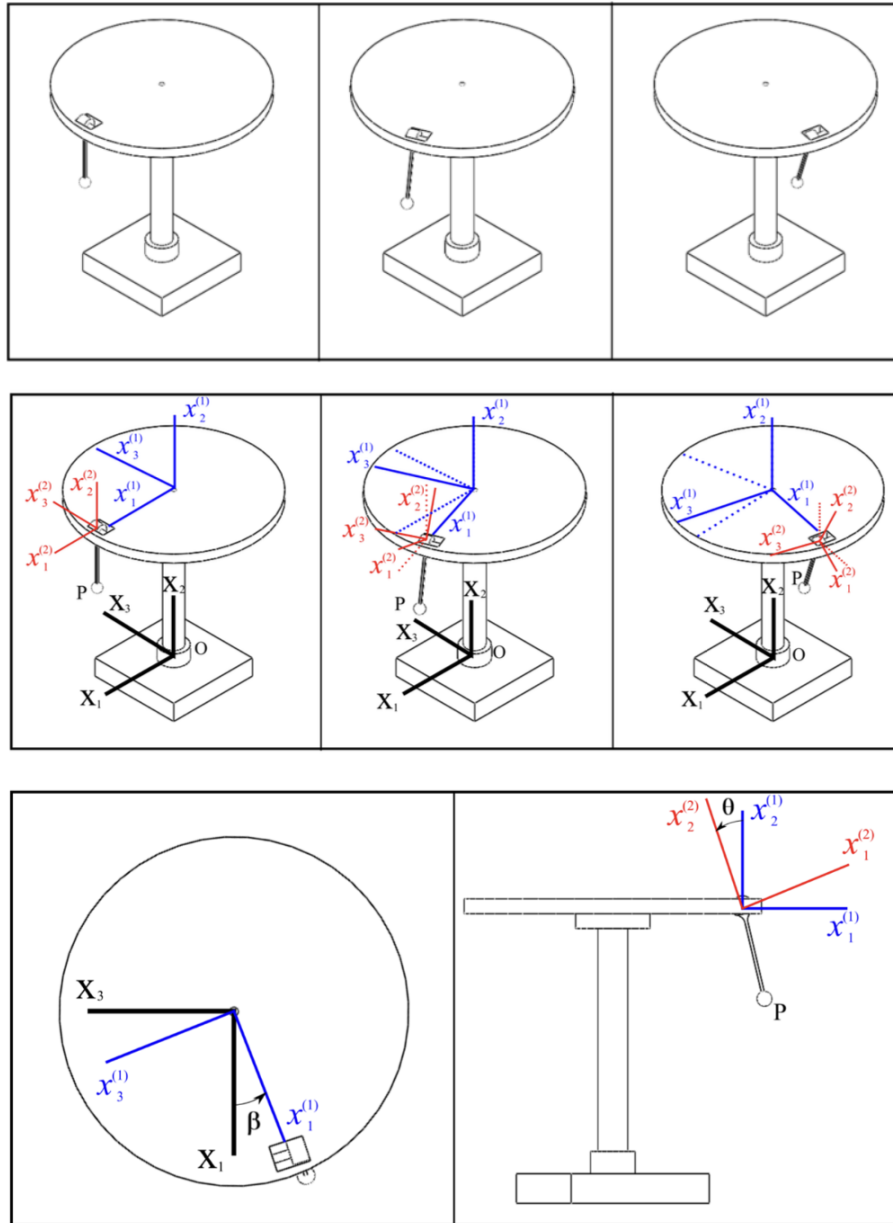


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco);

Determine os seguintes tópicos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 1, solidário à haste.
 - Refça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco.
 - Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, e móvel 2).
 - Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .
 - Implemente computacionalmente as soluções obtidas e visualize a trajetória da partícula no espaço tridimensional.
- 3.** Considere o sistema do disco-pêndulo do tipo 2-3, composto por um disco que gira sobre uma haste, que possui um pêndulo acoplado, conforme representado na Figura a seguir.



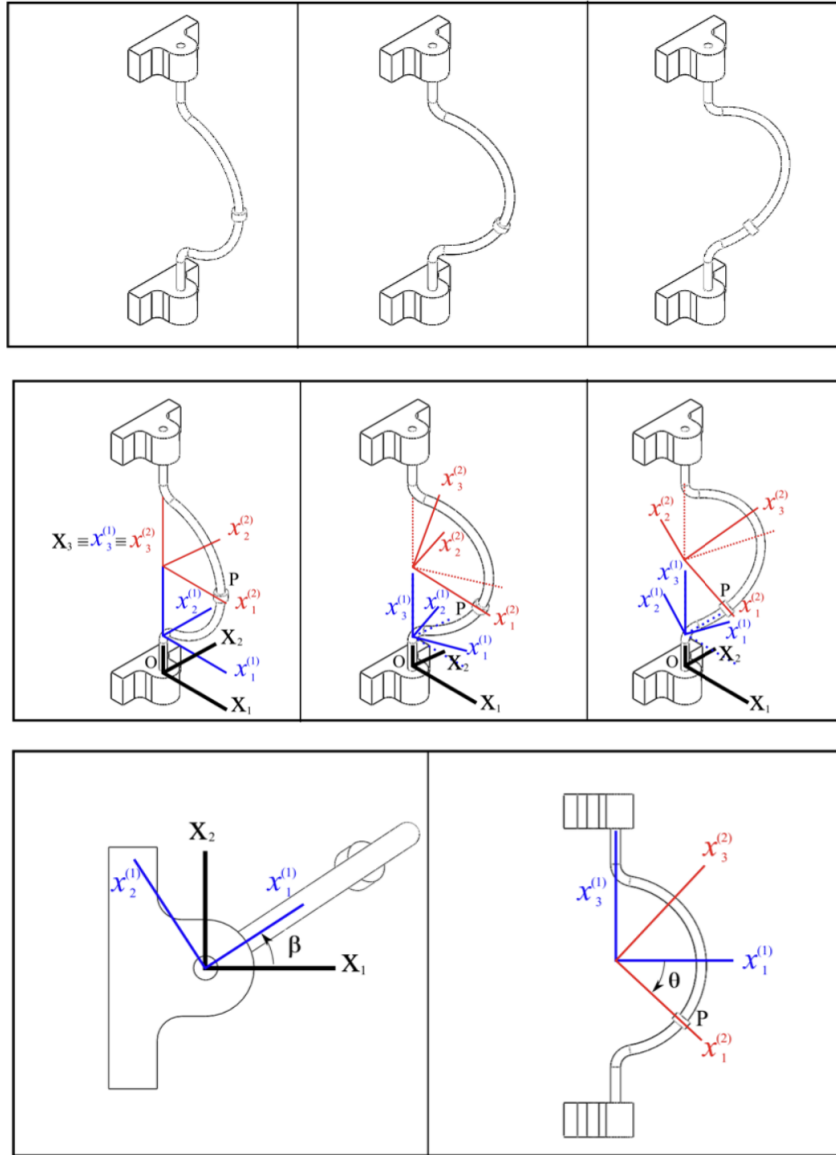
Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário ao disco giratório);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao pêndulo);

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 2, solidário ao pêndulo.
- Ref faça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário ao disco.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1 e móvel 2).
- Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .

- (e) Estabeleça um diagrama de corpo livre associado à partícula P . Estabeleça o equilíbrio dinâmico e obtenha as equações de movimento do sistema através da abordagem Newtoniana. Considere forças de corpo, forças de dissipação, além de forças internas, se necessário.
- (f) Estabeleça as energias associadas ao sistema e obtenha as equações de movimento através da abordagem Lagrangeana.
- (g) Utilize um método numérico de solução de equações diferenciais para simular o comportamento do sistema e discuta os resultados.
4. Considere um composto de uma haste circular livre para girar em torno de seu eixo longitudinal por onde desliza um corpo P , conforme mostrado na Figura a seguir.

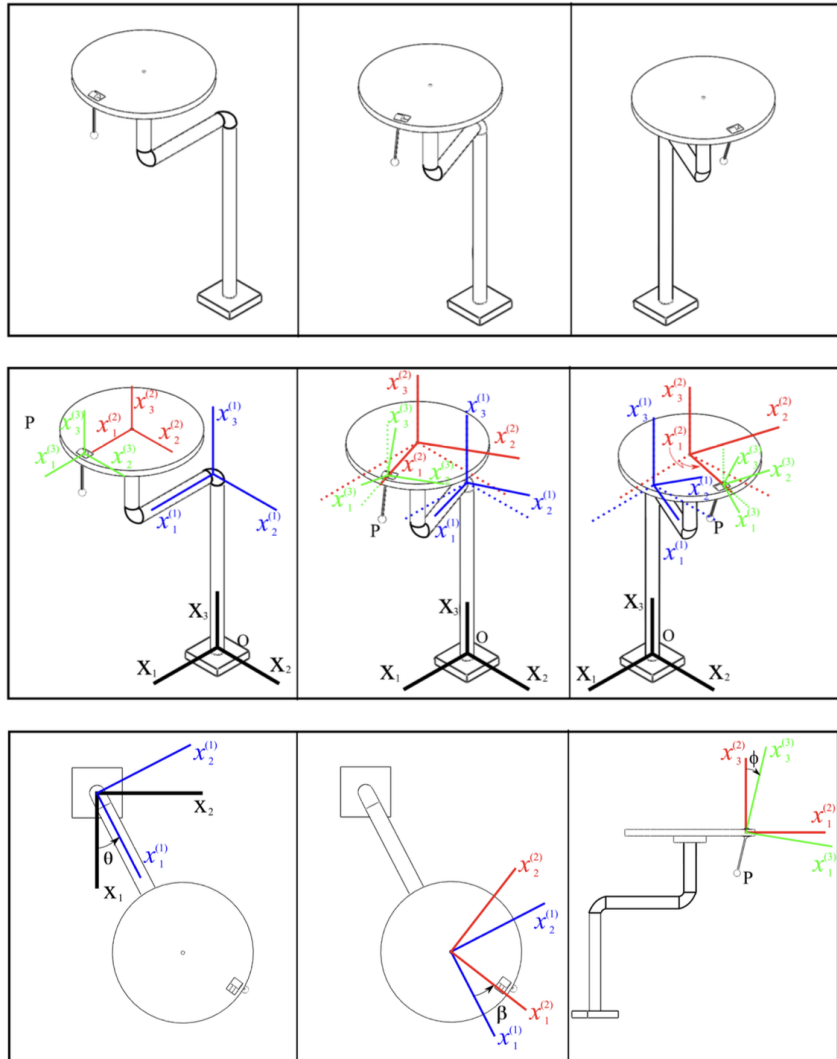


Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste circular giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao corpo móvel);

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 2, solidário ao corpo móvel.
 - Ref faça o item anterior considerando o referencial móvel 1, solidário à haste circular.
 - Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1 e móvel 2).
 - Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição descrito na base, I .
 - Estabeleça um diagrama de corpo livre associado à partícula P . Estabeleça o equilíbrio dinâmico e obtenha as equações de movimento do sistema através da abordagem Newtoniana. Considere forças de corpo, forças de dissipação, além de forças internas, se necessário.
 - Estabeleça as energias associadas ao sistema e obtenha as equações de movimento através da abordagem Lagrangeana.
 - Utilize um método numérico de solução de equações diferenciais para simular o comportamento do sistema e discuta os resultados
5. Considere o sistema mecânico descrito na Figura abaixo, composto por uma haste girante, um disco e um pêndulo acoplado ao disco.



Sistemas de referências são estabelecidos da seguinte forma:

- $I(X_i)$: Inercial (Fixo);
- $S_1(x_i^{(1)})$: Móvel 1 (Solidário à haste giratória);
- $S_2(x_i^{(2)})$: Móvel 2 (Solidário ao disco giratório);
- $S_3(x_i^{(3)})$: Móvel 3 (Solidário ao pêndulo).

Dessa forma, determine os seguintes pontos:

- Utilizando o teorema cinemático, determine a velocidade e aceleração absolutas do ponto P , considerando o referencial móvel 1, solidário à haste giratória.
- Ref faça o item anterior considerando o referencial móvel 2, solidário ao disco giratório.
- Ref faça o item anterior considerando o referencial móvel 3, solidário ao pêndulo.
- Determine a velocidade e aceleração absolutas em todas as bases estabelecidas (Inercial, móvel 1, móvel 2, e móvel 3).
- Determine a velocidade e aceleração absolutas derivando o vetor posição de P descrito na base, I .
- Estabeleça um diagrama de corpo livre associado à partícula P . Estabeleça o equilíbrio dinâmico e obtenha as equações de movimento do sistema através da abordagem Newtoniana. Considere forças de corpo, forças de dissipação, além de forças internas, se necessário.
- Estabeleça as energias associadas ao sistema e obtenha as equações de movimento através da abordagem Lagrangeana.
- Utilize um método numérico de solução de equações diferenciais para simular o comportamento do sistema e discuta os resultados

Lembretes

Considere as formas gerais dos teoremas cinemáticos:

$$\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\square = \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\star + \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}^\square \quad (1)$$

$$\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}^\square = \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}^\star + \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{a}}}^\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}}^\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}^\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\star \times \left(\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}^\square \right) + 2 \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\square \quad (2)$$

$$\overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}}^\square = \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}}^\star + \overset{\star}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}}^\square + \overset{\Delta}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\star \times \overset{\star}{\underset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}}^\square \quad (3)$$

Considere, também, as definições de energias, Lagrangeano, e das equações de Euler-Lagrange:

$$\textbf{Energia Cinética: } T = \frac{1}{2} m \overset{\circ}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\square \cdot \overset{I}{\underset{\circ}{\mathbf{v}}}^\square \quad (4)$$

$$\textbf{Energia Potencial: } U = - \int_{\overset{I}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}_0^\square}^{\overset{\circ}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}^\square} \overset{\circ}{\underset{\circ}{\mathbf{F}}} \cdot d \overset{I}{\underset{\circ}{\mathbf{p}}}^\square \quad (5)$$

$$\textbf{Lagrangeano: } \mathcal{L} = T - U \quad (6)$$

$$\textbf{Equações de Euler-Lagrange: } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = Q_k \quad (7)$$

Além disso, tanto os regimes elásticos lineares (conservativos) quanto os processos dissipativos (não-conservativos) podem ser modelados por meio das seguintes forças atuantes no sistema:

$$\textbf{Força de restituição elástica linear: } \mathbf{F}_k = -k\mathbf{p} \quad (8)$$

$$\textbf{Força de dissipação viscosa: } \mathbf{F}_d = -c\dot{\mathbf{p}} \quad (9)$$

$$\textbf{Força de dissipação por atrito: } \mathbf{F}_a = -\mu \|\mathbf{F}_n\| \text{sign}(\dot{\mathbf{p}}) \quad (10)$$