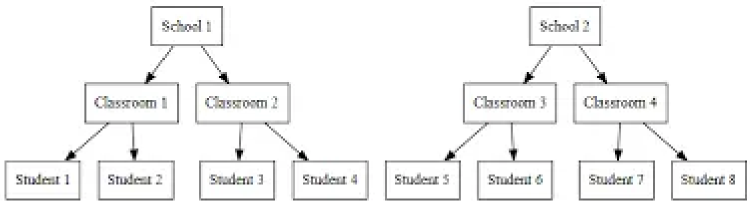
Introducción al Análisis Multinivel — Un ejemplo con Stata

Luis Humberto Guillen Grados

8 min read · 1 day ago



Introducción

Los modelos multinivel (también modelos lineales jerárquicos, modelos mixtos lineales generalizados, modelos anidados, modelos mixtos, coeficiente aleatorio, modelos de efectos aleatorios, modelos de parámetros aleatorios) son modelos estadísticos de parámetros que varían en más de un nivel. Estos modelos pueden ser vistos como generalizaciones de modelos lineales, aunque también pueden extender los modelos no lineales. Aunque no son nuevos, se han hecho más populares con el crecimiento del poder computacional y la disponibilidad de software.

Por ejemplo, en investigación en educación se podría requerir medir el rendimiento en escuelas que utilizan un método de aprendizaje contra escuelas que usan un método diferente. Sería un error analizar estos datos pensando que los estudiantes son muestras aleatorias simples de la población de estudiantes que aprenden bajo un método particular. Los alumnos son agrupados en clases (cursos), los cuales a su vez son agrupados en escuelas. El desempeño de los estudiantes dentro de una clase están correlacionados, como el desempeño de los estudiantes dentro de la misma escuela. Estas correlaciones deben ser representadas en el análisis para la correcta inferencia obtenida por el experimento [1].

Utilice modelo multinivel siempre que sus datos estén agrupados (o anidadas) en más de una categoría (por ejemplo, estados, países, etc.).

Los modelos multinivel permiten:

- Estudio de los efectos que varían según la entidad (o grupos).
- Estimar promedios a nivel de grupo.

Algunas de las ventajas son:

- El análisis de regresión común ignora la variación media entre las entidades.
- La regresión individual puede tener problemas de muestra y la falta de generalización.

Un ejemplo con Stata

Analizaremos una encuesta escolar representativa de los jóvenes a nivel nacional. Utilizamos datos de siete cohortes de jóvenes reunidos en el primer barrido del estudio, llevado a cabo al final del último año de la escolaridad obligatoria (16–17 años).

En este ejemplo, se amplía el análisis de un solo nivel (análisis de regresión múltiple) para permitir la dependencia de las puntuaciones de los exámenes en las escuelas y para examinar el grado de variación en los logros entre escuelas. También se consideran los efectos en la consecución de varios predictores a nivel de escuela.

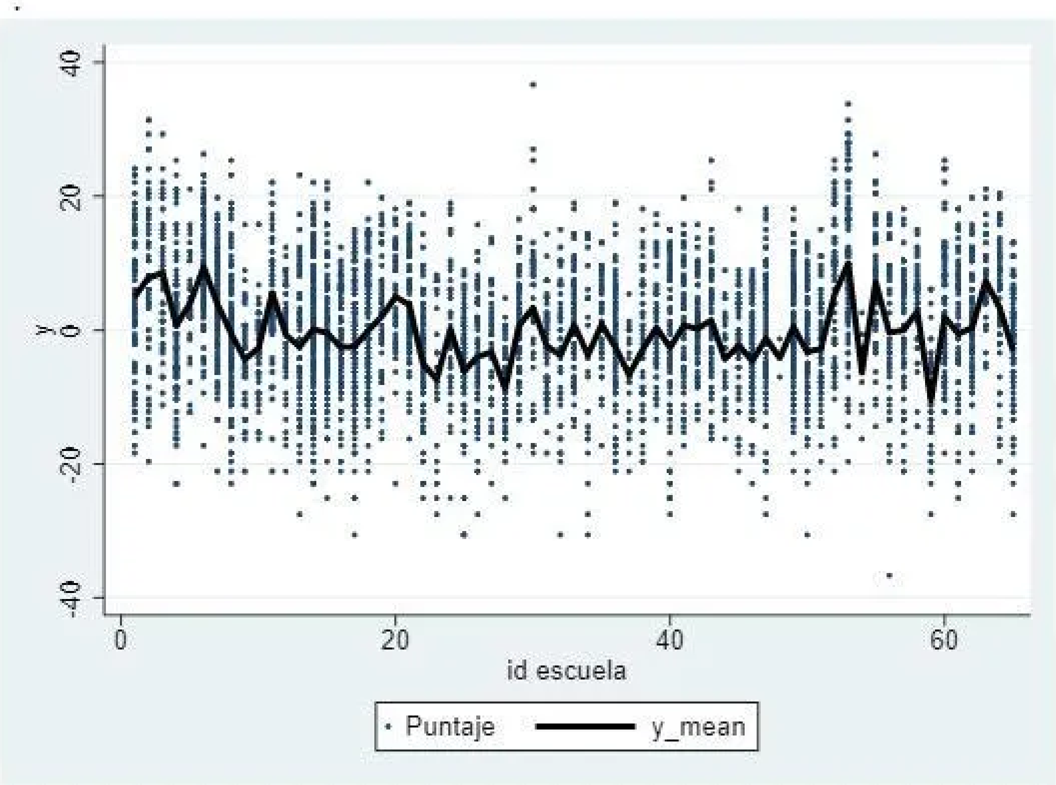
La variable dependiente es la puntuación total del logro académico. Cada asignatura se evalúa en una escala de 1 (máximo) a 7 (el más bajo) y, después de volver a codificar de manera que un valor numérico elevado indica un alto grado, el total se toma a través de las asignaturas.

```
use escuelas, clear
describe
Contains data from escuelas.dta
 Observations:         4,059
```

```
    Variables:             6                 27 Feb 2013 14:21
------------------------------------------------------------------------
Variable        Storage   Display     Value
    name          type     format     label        Variable label
------------------------------------------------------------------------
escuela           float   %9.0g                    id escuela
estudiante        float   %9.0g                    id estudiante
y                 float   %9.0g                    Puntaje
x1                float   %9.0g                    Femenino=1
x2                float   %9.0g                    Female=1
x3                float   %10.0g      tipo         Tipo de escuela
------------------------------------------------------------------------
Sorted by: escuela  estudiante
```

Explorar el comportamiento del puntaje individual y promedio por escuela

```
bysort escuela: egen y_mean=mean(y)
twoway scatter y escuela, msize(tiny) || connected y_mean escuela, connect(L) c
```

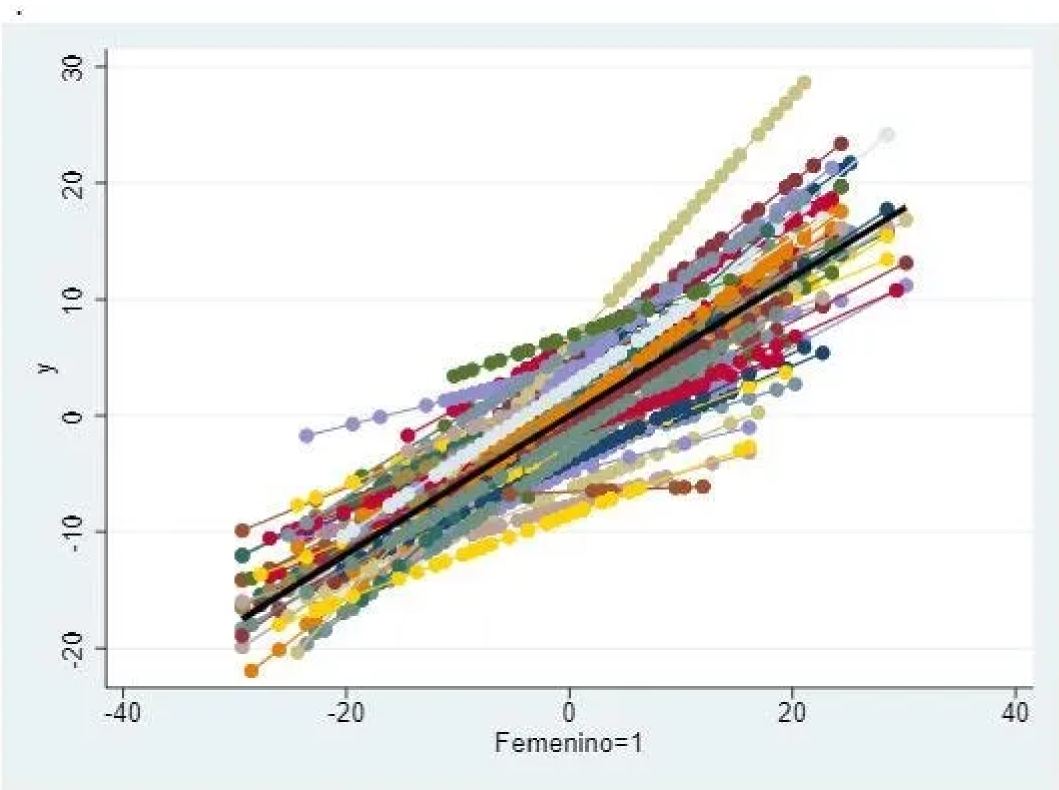


Se puede observar que, los puntajes a nivel de escuela muestran una variabilidad considerable. Además, los puntajes entre escuelas también muestran variabilidad.

Lo observado en el gráfico nos indica la necesidad de modelar los puntajes considerando su variabilidad dentro y entre las escuelas.

¿Cómo se comportan los puntajes en función a la condición de ser femenino?

```
quietly statsby inter=_b[_cons] slope=_b[x1], by(escuela) saving(ols, replace):
quietly sort escuela
quietly merge escuela using ols
quietly drop _merge
quietly gen yhat_ols= inter + slope*x1
quietly sort escuela x1
quietly separate y, by(escuela)
quietly separate yhat_ols, by(escuela)
twoway connected yhat_ols1-yhat_ols65 x1 || lfit y x1, clwidth(thick) clcolor(b

/* Los siguientes comandos se añaden para eliminar las variables y archivo crea
   si se ejecuta nuevamente los comandos anteriores, no de error. */

drop inter-yhat_ols65quietly erase ols.dta
```



El gráfico nos muestra la recta de regresión para puntaje (y) en función de la condición de ser femenino (x1), para cada grupo de estudiantes de una escuela.

Se puede observar que las rectas presentan interceptos y pendientes diferentes, por lo que estas consideraciones deben ser tomadas en cuenta en e modelamiento del puntaje (y).

Modelo con intercepto variable

$yi=\alpha j[i]+\epsilon i$

yi=αj[i]+ϵi

[8]:

```
xtmixed y || escuela: , mle nolog

Mixed-effects ML regression                     Number of obs     =      4,059
Group variable: escuela                         Number of groups  =         65
                                                Obs per group:
                                                              min =          2
                                                              avg =       62.4
                                                              max =        198
                                                Wald chi2(0)      =          .
Log likelihood = -14851.502                     Prob > chi2       =          .
------------------------------------------------------------------------------
           y | Coefficient  Std. err.      z    P>|z|     [95% conf. interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
       _cons |  -.1317107   .5362734    -0.25   0.806    -1.182787    .9193659
------------------------------------------------------------------------------
------------------------------------------------------------------------------
  Random-effects parameters  |   Estimate   Std. err.     [95% conf. interval]
-----------------------------+------------------------------------------------
escuela: Identity            |
                  sd(_cons) |   4.106565   .3999182      3.393004    4.970191
-----------------------------+------------------------------------------------
               sd(Residual) |   9.207356   .1030214      9.007636    9.411505
------------------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear model: chibar2(01) = 498.72        Prob >= chibar2 = 0.0000
```

Modelo con intercepto variable (un nivel, un predictor)

$yi=\alpha j[i]+\beta xi+\epsilon i$

```
xtmixed y x1 || escuela: , mle nolog

Mixed-effects ML regression                     Number of obs     =      4,059
Group variable: escuela                         Number of groups  =         65
```

```
                                              Obs per group:
                                                            min =          2
                                                            avg =       62.4
                                                            max =        198
                                              Wald chi2(1)      =    2042.57
Log likelihood = -14024.799                   Prob > chi2       =     0.0000
--------------------------------------------------------------------
         y | Coefficient  Std.err.  z    P>|z|  [95% conf. interval]
-----------+--------------------------------------------------------
        x1 | .5633697   .0124654  45.19  0.000  .5389381    .5878014
     _cons | .0238706   .4002255   0.06  0.952 -.760557     .8082982
--------------------------------------------------------------------
--------------------------------------------------------------------
Random-effects parameters | Estimate Std. err. [95% conf. interval]
--------------------------+-----------------------------------------
escuela: Identity         |
               sd(_cons) | 3.035269 .3052513   2.492261  3.696587
--------------------------+-----------------------------------------
            sd(Residual) | 7.521481 .0841759  7.358295   7.688285
--------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear model: chibar2(01)=403.27 Prob >= chibar2 =0.0000
```

Modelo con intercepto y coeficiente variable

$yi=\alpha j[i]+\beta j[i]xi+\epsilon i$

```
xtmixed y x1 || escuela: x1, mle nolog covariance(unstructure)

Mixed-effects ML regression                   Number of obs     =      4,059
Group variable: escuela                       Number of groups  =         65
                                              Obs per group:
                                                            min =          2
                                                            avg =       62.4
                                                            max =        198
                                              Wald chi2(1)      =     779.79
Log likelihood = -14004.613                   Prob > chi2       =     0.0000
--------------------------------------------------------------------
         y | Coefficient  Std. err.    z  P>|z| [95% conf. interval]
-----------+--------------------------------------------------------
        x1 |   .556729   .0199368  27.92 0.000  .5176535    .5958044
     _cons | -.115085    .3978346  -0.29 0.772 -.8948264    .6646564
--------------------------------------------------------------------
--------------------------------------------------------------------
Random-effects parameters  | Estimate Std.err.  [95% conf. interval]
---------------------------+----------------------------------------
escuela: Unstructured      |
                   sd(x1) | .1205646 .0189827  .0885522    .1641498
                sd(_cons) | 3.007444 .3044148  2.466258    3.667385
            corr(x1,_cons) | .4975415 .1487427  .1572768    .7322094
```

```
----------------------------+------------------------------------------
              sd(Residual) | 7.440787 .0839482  7.278058    7.607155
-----------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear model: chi2(3) = 443.64 Prob > chi2 = 0.0000Note: LR test is
```

Modelo con pendiente variable

$yi{=}\alpha{+}\beta j[i]xi{+}\epsilon i$

```
xtmixed y x1 || _all: R.x1, mle nolog

Mixed-effects ML regression                     Number of obs      =      4,059
Group variable: _all                            Number of groups   =          1
                                                Obs per group:
                                                              min =      4,059
                                                              avg =    4,059.0
                                                              max =      4,059
                                                Wald chi2(1)       =    2186.09
Log likelihood = -14226.433                     Prob > chi2        =     0.0000
-----------------------------------------------------------------------
       y | Coefficient  Std. err.    z  P>|z|    [95% conf. interval]
----------+------------------------------------------------------------
      x1 |   .5950551   .0127269 46.76 0.000   .5701108    .6199995
   _cons |  -.0119479   .1263914 -0.09 0.925  -.2596706    .2357747
-----------------------------------------------------------------------
-----------------------------------------------------------------------
Random-effects parameters   | Estimate Std. err. [95% conf. interval]
----------------------------+------------------------------------------
_all: Identity              |
                  sd(R.x1) | .0006648 .1703411  5.2e-222    8.5e+214
----------------------------+------------------------------------------
              sd(Residual) | 8.052417  .089372  7.879142    8.229502
-----------------------------------------------------------------------
LR test vs. linear model: chibar2(01) = 0.00 Prob >= chibar2= 1.0000
```

Post estimación

Para comparar los modelos se utiliza la prueba de likelihood-ration (razón de verosimilitud)

Esta prueba compara la “verosimilitud” (que se muestra en la salida) de los dos modelos y prueba si son significativamente diferentes.

```
# Ajuste de interceptos aleatorios y guardando resultados #
quietly xtmixed y x1 || escuela:, mle nolog
estimates store ri

# Ajuste de coeficientes aleatorios y guardando resultados #
quietly xtmixed y x1 || escuela: x1, mle nolog covariance(unstructure)
estimates store rc

# Ejecutando prueba de likelihood-ratio test para comparar #
lrtest ri rc

Likelihood-ratio test
Assumption: ri nested within rc LR chi2(2) =  40.37
Prob > chi2 = 0.0000
Note: The reported degrees of freedom assumes the null hypothesis is not on the

# La siguiente línea es solo para eliminar las variables que genera el comando
drop _est_ri _est_rc
```

La hipótesis nula es que no existe diferencia significativa entre los dos modelos. Si Prob> chi2 <0.05, entonces se puede rechazar la hipótesis nula y concluir que existe una diferencia estadísticamente significativa entre los modelos. En el ejemplo anterior, rechazamos la hipótesis nula y concluimos que el modelo de coeficientes aleatorios proporciona un mejor ajuste.

Estimar los efectos aleatorios

Para estimar los efectos aleatorios μ, se utiliza el comando **predict** con la opción **reffects**; esto dará las mejores predicciones lineales insesgadas (BLUPs) de los efectos aleatorios, que básicamente muestran la cantidad de variación, tanto para el intercepto y el coeficiente beta estimado (s).

```
quietly quietly xtmixed y x1 || escuela: x1, mle nolog covariance(unstructure)
predict u*, reffects
```

El comando anterior crea las siguientes variables:

u1 “BLUP r.e. para escuela: x1” — — — — — — — -/* uβ*/

u2 "BLUP r.e. para escuela: _cons" — — — — — — /* uα*/

Exploremos algunos resultados:

```
bysort escuela: generate grupo=(_n==1)
list escuela u2 u1 if escuela<=10 & grupo

     +---------------------------------+
     | escuela         u2          u1 |
     |---------------------------------|
  1. |       1    3.749336    .1249761 |
 74. |       2    4.702127    .1647271 |
129. |       3    4.797687    .0808662 |
181. |       4    .3502472    .1271837 |
260. |       5    2.462807    .0720581 |
     |---------------------------------|
295. |       6    5.183819    .0586235 |
375. |       7    3.640948   -.1488728 |
463. |       8   -.1218853    .0068856 |
565. |       9   -1.767985   -.0886202 |
599. |      10   -3.139073   -.1360777 |
     +---------------------------------+
```

El modelo estimado para la escuela 1 es:

yi=−0,12+0,56x1yi=−0,12+0,56x1 — — — — — — — — — — — →
yi=−0,12+0,56x1+μ1+μ2yi=−0,12+0,56x1+μ1+μ2

−0,12+0,56x1−0,12+0,56x1 (efectos fijos)

μ1+μ2μ1+μ2 (efectos aleatorios)

El modelo estimado para la escuela 1 es:

yi=−0,12+0,56x1+.1249761+3.749336yi=−0,12+0,56x1+.1249761+3.749336

yi=(−0,12+3.749336)+(0,56+.1249761)x1yi=(−0,12+3.749336)+(0,56+.1249761)x1

yi=3.634251+.6817051x1yi=3.634251+.6817051x1

Calcular las intercepciones y pendientes para cada escuela

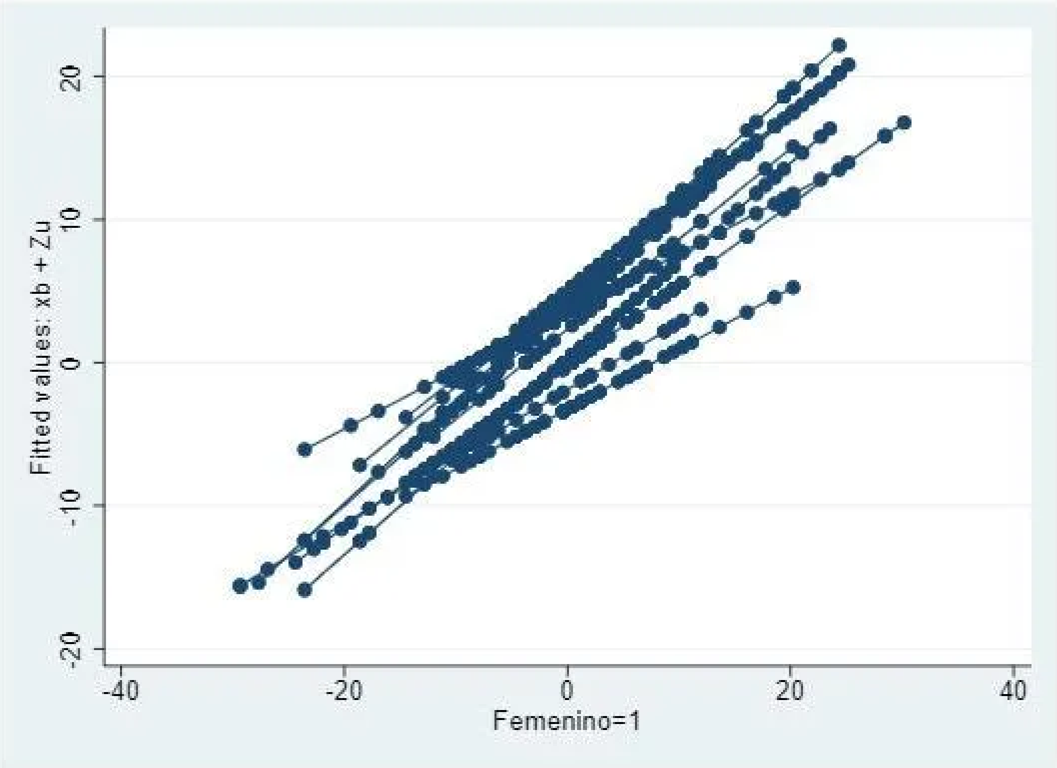
```
gen intercepto= _b[_cons] + u2
gen pendiente = _b[x1] + u1
list escuela intercepto pendiente if escuela<=10 & grupo

      +--------------------------------+
      | escuela   interce~o   pendie~e |
      |--------------------------------|
   1. |       1    3.634251   .6817051 |
  74. |       2    4.587042   .7214561 |
 129. |       3    4.682601   .6375952 |
 181. |       4    .2351622   .6839126 |
 260. |       5    2.347722   .6287871 |
      |--------------------------------|
 295. |       6    5.068734   .6153525 |
 375. |       7    3.525863   .4078562 |
 463. |       8   -.2369703   .5636146 |
 565. |       9    -1.88307   .4681087 |
 599. |      10   -3.254158   .4206513 |
      +--------------------------------+
```

Estimar los puntajes en base a los modelos estimados para cada escuela

```
predict yhat_fit, fitted
```

Graficando los modelos estimados para cada escuela

```
twoway connected yhat_fit x1 if escuela<=10, connect(L)
```

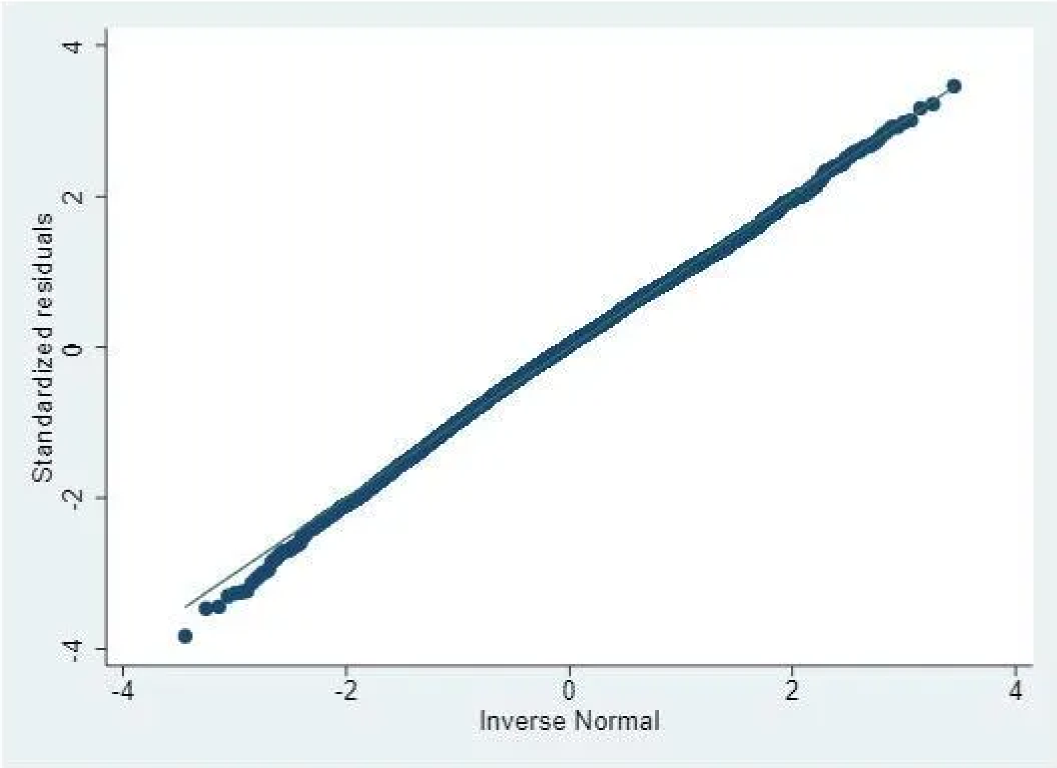


Residuos en base al modelo estimado

```
predict residuos, residuals
predict resid_std, rstandard
```

Revisión rápida de los residuos

```
qnorm resid_std
```



Referencias

[1] Modelo multinivel. (2022, 6 de marzo). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 17:23, julio 20, 2022 desde https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Modelo_multinivel&oldid=142093210.

Written by Luis Humberto Guillen Grados

1 Follower

Eterno aprendiz. Apasionado del Análisis de Datos.