

Empaquetamiento/Corte óptimo de objetos suaves

Defensa de anteproyecto

Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

Universidad Autónoma de Nuevo León
San Nicolás de los Garza, México

Mayo 31, 2022

Contenido

- 1 Introducción
- 2 Antecedentes
- 3 Metodología
- 4 Resultados
- 5 Trabajo Futuro

Introducción

Resumen

Los problemas de empaquetamiento, también conocidos como *Cutting and Packing Problems*, son aquellos donde se tienen dos conjuntos de entidades, los **contenedores** y los **objetos** [GR19]. Todos los objetos siempre deben quedar empaquetados. Los objetos no pueden superponerse dentro del contenedor. En caso de que existan más de un contenedor, deben utilizarse la menor cantidad disponible.

Introducción

Objetos suaves

Un objeto suave es aquel que mantiene constante alguna de sus propiedades, por ejemplo, el área de un polígono o el volumen de un poliedro.

Hiperplanos de separación

Un hiperplano de separación es un objeto geométrico que separa dos conjuntos convexos. Se dice que es un hiperplano de separación si los elementos de un conjunto se encuentra totalmente de un lado del hiperplano y los elementos del otro conjunto se encuentran en el lado opuesto.

Antecedentes

El empaquetamiento de objetos convexos se ha abordado de maneras diferentes en la literatura. En ellas podemos encontrar el empaquetamiento aleatorio de partículas con forma de tetraedro [ZZLL15]; el empaquetamiento en columnas de esferas y elipses en contenedores cilíndricos [ZAZ⁺20, RLP20, RPL19]; Entre otros.

[LRCD⁺20, PRL20, RSP⁺21b, RSP⁺21a, RPL⁺21]*

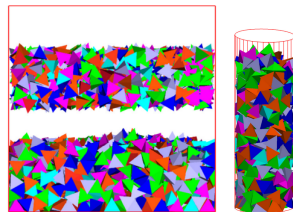


Figura: Ejemplo de empaquetamiento en cilindros y rectángulos

Antecedentes

En la literatura podemos observar una clara tendencia por resolver estos problemas utilizando experimentación empírica, o utilizando el método de elementos discretos[ZAW⁺17] (DEM en inglés). El DEM consiste en replicar la experimentación empírica en un simulador de físicas.

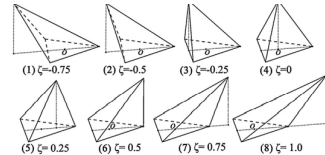


Figura: Diferentes tipos de excentricidades

Metodología

En este proyecto se empaquetarán los objetos más simples, triángulos y tetraedros respectivamente para la 2D y 3D. Posteriormente se evaluará continuar con objetos más complejos descomponiéndolos con la triangulación de Delaunay [Raj94].

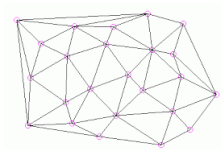


Figura: Triangulación de Delauney

Metodología

Tomaremos en cuenta que cada triángulo es una composición de tres vértices y estos vértices a su vez se componen en coordenadas x y y . Para evitar la superposición de los triángulos implementaremos el teorema de los hiperplanos de separación.

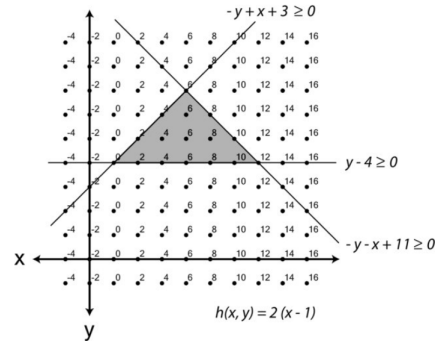


Figura: Factibilidad de inecuaciones formando un triángulo

Metodología

Hiperplanos de separación

En este problema, si existen dos objetos convexos, debe existir un $v_{k,p} * X \leq b_{k,p} \quad \forall X \in T_k$, y también debe existir un $v_{k,p} * X \geq b_{k,p} \quad \forall X \in T_p$

Prueba del hiperplano de separación

Supongamos que tenemos un triángulo T_k y otro T_p . Según el teorema de los hiperplanos de separación, al ser ambos triángulos convexos, existe un hiperplano tal que separe T_k de T_p , si y solo si $T_k \cap T_p = \emptyset$.

Metodología

Si por definición del hiperplano de separación, el triángulo k y el triángulo p no se intersecan, entonces el hiperplano puede representarse por la siguiente desigualdad:

$$\alpha_{k,p} = \max_{j \in T_k} \{v_{k,p} * X_k^j\} \leq \min_{j \in T_p} \{v_{k,p} * X_p^j\} = -\beta_{k,p}$$

Modelo matemático

Conjuntos y Parámetros

Sea ρ un parámetro que indica la suavidad de los triángulos

Sea T_i un conjunto de M Triángulos equiláteros. $\forall i \in M$

$$\text{Sea } T_i = \{X_i^j\} \quad \forall i \in M, \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

Variables de decisión

X_i^j es el vértice j del triángulo i

Z es el tamaño del lado de un contenedor cuadrado

$\alpha_{k,p}$ es el componente más grande de la multiplicación escalar de los componentes de los vértices $\forall k > p \in M$

$\beta_{k,p}$ es el componente más pequeño de la multiplicación escalar de los componentes de los vértices $\forall k > p \in M$

$v_{k,p}$ es un vector con componentes x y y , que sirve para definir el hiperplano de separación

Modelo matemático

Función Objetivo

mín Z^2

Restricciones:

Contenedor

$$0 \leq x_i^j \leq Z \quad \forall i \in T, \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$0 \leq y_i^j \leq Z \quad \forall i \in T, \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

Modelo matemático

Conservación de área de los triángulos (Fórmula de Herón)

$$\text{Sea } a_i = \|X_i^1 - X_i^2\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } b_i = \|X_i^1 - X_i^3\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } c_i = \|X_i^3 - X_i^2\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } s_i = (a_i + b_i + c_i)/2 \quad \forall i \in T$$

$$\sqrt{(s_i) * (s_i - a_i) * (s_i - b_i) * (s_i - c_i)} = \sqrt{3}/4 \quad \forall i \in M$$

Suavidad de triángulos

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^1 - X_i^2\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^1 - X_i^3\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^3 - X_i^2\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

Modelo matemático

No superposición de los triángulos (hiperplanos de separación)

$$\alpha_{k,p} + \beta_{k,p} \leq 0 \quad \forall k, p \in T, k > p$$

$$\alpha_{k,p} \geq v_{k,p} * X_{ij} \quad \forall k, p \in T, k > p, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$-\beta_{k,p} \leq v_{k,p} * X_{ij} \quad \forall k, p \in T, k > p, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$\|v_{k,p}\| = 1 \quad \forall k, p \in T, k > p$$

Resultados

Se trabajó con los siguientes solvers globales para resolver el modelo no lineal.



Knitro [WN04]



Baron [Sah96]



Lindo/Lingo [XX05]

Resultados

Resolviendo el problema para tres triángulos

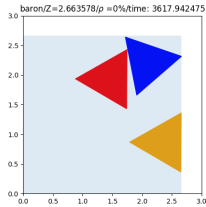


Figura: baron solver T3

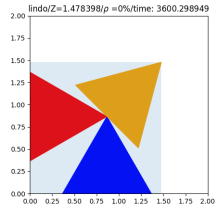


Figura: lindo solver T3

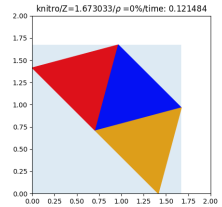


Figura: knitro solver T3

Resultados

Soluciones diferentes, óptimo local mejorado.

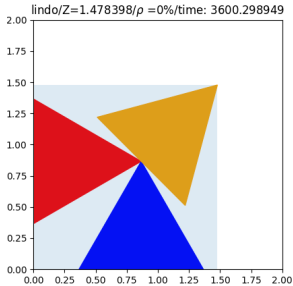


Figura: lindo solver T3

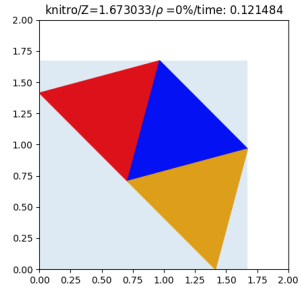


Figura: knitro solver T3

Resultados

Soluciones con una suavidad del 0 %

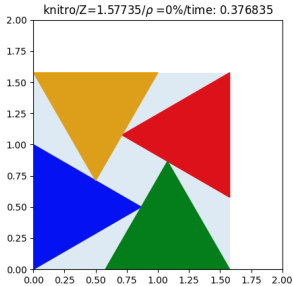


Figura: knitro T4

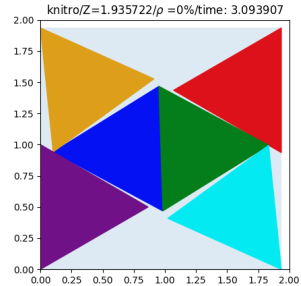


Figura: knitro T6

Resultados

Cambios en la suavidad modifican la densidad.

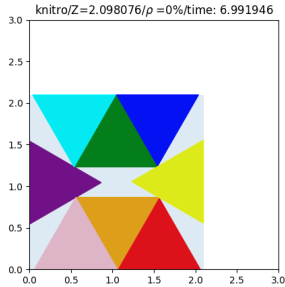


Figura: knitro T8

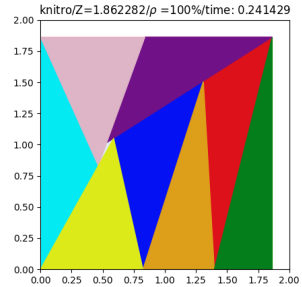


Figura: knitro T8

Resultados

Soluciones con mayor suavidad también son las más densas.

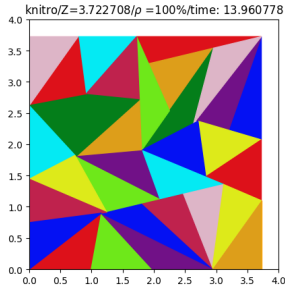


Figura: knitro T32

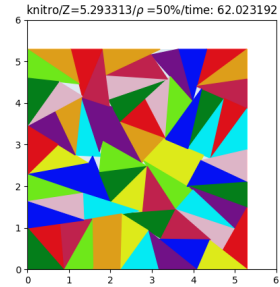





Figura: knitro T64





Productos que se generarán

- Ampliación y modificación de los modelos que más se adapten a nuestra problemática
- Generación o modificación de instancias adecuadas al problema
- Presentar en un congreso nacional o internacional los resultados obtenidos
- Publicar al menos dos artículos científicos en revistas JCR de alto impacto relacionadas con la optimización matemática
- Generar una tesis doctoral sobre el tema de investigación




Referencias I

-  [Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez.](#)
Problema generalizado del empaquetamiento de contenedores: una comparación entre diferentes métodos de solución.
[Master's thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2019.](#)
-  [Igor Litvinchev, Tatiana Romanova, Rogelio Corrales-Diaz, Aned Esquerra-Arguelles, and Alberto Martinez-Noa.](#)
Lagrangian approach to modeling placement conditions in optimized packing problems.
[Mobile Networks and Applications, 25:2126–2133, 2020.](#)
-  [Alexander Pankratov, Tatiana Romanova, and Igor Litvinchev.](#)
Packing oblique 3d objects.
[Mathematics, 8\(7\):1130, 2020.](#)

Referencias II

-  Vadakkedathu T Rajan.
Optimality of the delaunay triangulation in r d.
Discrete & Computational Geometry, 12(2):189–202, 1994.
-  Tatiana Romanova, Igor Litvinchev, and Alexander Pankratov.
Packing ellipsoids in an optimized cylinder.
European Journal of Operational Research, 285(2):429–443, 2020.
-  T Romanova, A Pankratov, and I Litvinchev.
Packing ellipses in an optimized convex polygon.
J. Glob. Optim., 2019.
-  Tatiana Romanova, Alexander Pankratov, Igor Litvinchev, Sergiy Plankovskyy, Yevgen Tsegelnyk, and Olga Shypul.
Sparsest packing of two-dimensional objects.
International Journal of Production Research, 59(13):3900–3915, 2021.

Referencias III

-  Tatiana Romanova, Yuri Stoyan, Alexandr Pankratov, Igor Litvinchev, Konstantin Avramov, Marina Chernobryvko, Igor Yanchevskyi, Irina Mozgova, and Julia Bennell.
Optimal layout of ellipses and its application for additive manufacturing.
International Journal of Production Research, 59(2):560–575, 2021.
-  Tatiana Romanova, Yuriy Stoyan, Alexander Pankratov, Igor Litvinchev, Sergiy Plankovskyy, Yevgen Tsegelnyk, and Olga Shypul.
Sparsest balanced packing of irregular 3d objects in a cylindrical container.
European Journal of Operational Research, 291(1):84–100, 2021.
-  Nikolaos V Sahinidis.
Baron: A general purpose global optimization software package.
Journal of global optimization, 8(2):201–205, 1996.

Referencias IV



Richard A Waltz and Jorge Nocedal.

Knitro 2.0 user's manual.

Ziena Optimization, Inc.[en ligne] disponible sur <http://www.ziena.com> (September, 2010), 7:33–34, 2004.



Jin Xing Xie and Yi Xue.

Optimization modeling and lindo/lingo software.

Beijing: The press of Tsinghua University, 2005.



Bo Zhao, Xizhong An, Yang Wang, Quan Qian, Xiaohong Yang, and Xudong Sun.

Dem dynamic simulation of tetrahedral particle packing under 3d mechanical vibration.

Powder Technology, 317:171–180, 2017.




Bo Zhao, Xizhong An, Haiyang Zhao, Dazhao Gou, Lingling Shen, and Xudong Sun.

Dem simulation on random packings of binary tetrahedron-sphere mixtures.

Powder Technology, 361:160–170, 2020.

Referencias V

-  Shiwei Zhao, Xiaowen Zhou, Wenhui Liu, and Chengguang Lai.
Random packing of tetrahedral particles using the polyhedral discrete element method.
Particuology, 23:109–117, 2015.