



**SamataroKami**

Destacado: [PS4][MX] Unas competitivas en la tarde | #RocketLeague



# Empaquetamiento óptimo de objetos suaves

Defensa de anteproyecto



Luis Angel

Universidad Autónoma de Nuevo León  
San Nicolás de los Garza, México

Junio 10, 2022



00:21:19

Luis Angel

Empaquetamiento de objetos suaves

00:29:35



# Empaquetamiento/Corte óptimo de objetos suaves

Defensa de anteproyecto

Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

Universidad Autónoma de Nuevo León  
San Nicolás de los Garza, México

Mayo 30, 2022

# Contenido

- 1 Introducción
- 2 Antecedentes
- 3 Metodología
- 4 Resultados
- 5 Resultados

# Introducción

## Resumen

Los problemas de empaquetamiento, también conocidos como *Cutting and Packing Problems*, son aquellos donde se tienen dos conjuntos de entidades, los **contenedores** y los **objetos**. Todos los objetos siempre deben quedar empaquetados en la menor cantidad de contenedores disponibles.

# Introducción

## Objetos suaves

Un objeto suave es aquel cuyas propiedades físicas son fijas, pero su forma y tamaño pueden modificarse dentro de ciertos límites.

# Antecedentes

El empaquetamiento de objetos convexos se ha abordado de maneras diferentes en la literatura. En ellas podemos encontrar el empaquetamiento aleatorio de partículas con forma de tetraedro [Zhao et al., 2015]; el empaquetamiento en columnas de esferas y elipses en contenedores cilíndricos [Zhao et al., 2020, Romanova et al., 2020]; Entre otros.

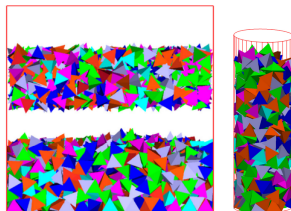
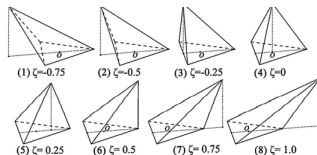


Figura: Ejemplo de empaquetamiento en cilindros y rectángulos

# Antecedentes

En la literatura podemos observar una clara tendencia por resolver estos problemas utilizando experimentación empírica, o utilizando el método de elementos discretos (DEM en inglés). El DEM consiste en replicar la experimentación empírica en un simulador de físicas.



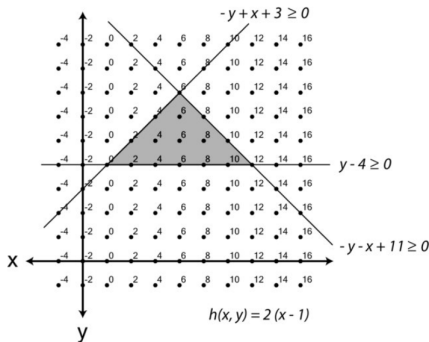
**Figura:** Diferentes tipos de excentricidades





# Metodología

Tomaremos en cuenta que cada triángulo es una composición de tres vértices y estos vértices a su vez se componen en coordenadas  $x$  y  $y$ , convexas al contenedor. Para evitar la superposición de los triángulos implementaremos el lema de Farkas.



# Modelo matemático

## Conjuntos y Parámetros

Sea  $\rho$  una variable que determina la excentricidad de los triángulos

Sea  $T_i$  un conjunto de  $M$  Triángulos equiláteros.  $\forall i \in M$

Sea  $T_i = \{X_i^j\} \quad \forall i \in M, \forall j \in \{1, 2, 3\}$

## Variables de decisión

$X_i^j$  es el vértice  $j$  del triángulo  $i$

$Z$  es el tamaño del lado de un contenedor cuadrado

$\alpha_{k,p}$  es el componente más grande de la multiplicación escalar de los componentes de los vértices  $\forall k > p \in M$

$\beta_{k,p}$  es el componente más pequeño de la multiplicación escalar de los componentes de los vértices  $\forall k > p \in M$

$v_{k,p}$  es un vector con componentes  $x$  y  $y$ , que sirve para normalizar los triángulos

# Modelo matemático

## Función Objetivo

$$\text{mín } Z^2$$

Restricciones:

## Contenedor

$$0 \leq x_i^j \leq Z \quad \forall i \in T, \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$0 \leq y_i^j \leq Z \quad \forall i \in T, \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

# Modelo matemático

## Conservación de área de los triángulos

$$\text{Sea } a_i = \|X_i^1 - X_i^2\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } b_1 = \|X_i^1 - X_i^3\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } c_1 = \|X_i^3 - X_i^2\| \quad \forall i \in T$$

$$\text{Sea } s_i = (a_i + b_1 + c_1)/2 \quad \forall i \in T$$

$$\sqrt{(s_i) * (s_i - a_i) * (s_i - b_i) * (s_i - c_i)} = \sqrt{3}/4 \quad \forall i \in M$$

## Excentricidad de triángulos

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^1 - X_i^2\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^1 - X_i^3\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

$$(1 - \rho) \leq \|X_i^3 - X_i^2\| \leq (1 + \rho) \quad \forall i \in T$$

# Modelo matemático

## No superposición de los triángulos

$$\alpha_{k,p} + \beta_{k,p} \leq 0 \quad \forall k, p \in T, k > p$$

$$\alpha_{k,p} \geq v_{k,p} * X_{ij} \quad \forall k, p \in T, k > p, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$-\beta_{k,p} \leq v_{k,p} * X_{ij} \quad \forall k, p \in T, k > p, \quad \forall j \in \{1, 2, 3\}$$

$$\|v_{k,p}\| = 1 \quad \forall k, p \in T, k > p$$

# Resultados

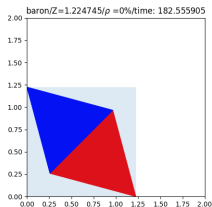


Figura: baron solver T2

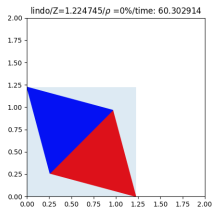


Figura: lindo solver T2

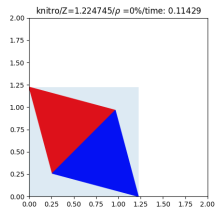


Figura: knitro solver T2

# Resultados

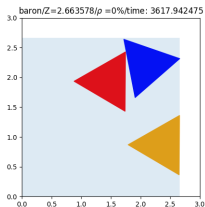


Figura: baron solver T3

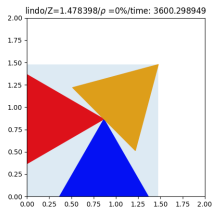


Figura: lindo solver T3

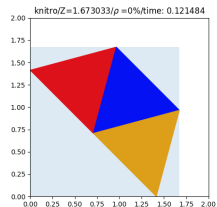





Figura: knitro solver T3

## Productos que se generarán

- Ampliación y modificación de los modelos que más se adapten a nuestra problemática
- Generación o modificación de instancias adecuadas al problema
- Presentar en un congreso nacional o internacional los resultados obtenidos
- Publicar al menos dos artículos científicos en revistas JCR de alto impacto relacionadas con la optimización matemática
- Generar una tesis doctoral sobre el tema de investigación



# Referencias I

-  Rajan, V. T. (1994).  
Optimality of the delaunay triangulation in  $r$  d.  
*Discrete & Computational Geometry*, 12(2):189–202.
-  Romanova, T., Litvinchev, I., and Pankratov, A. (2020).  
Packing ellipsoids in an optimized cylinder.  
*European Journal of Operational Research*, 285(2):429–443.
-  Zhao, B., An, X., Zhao, H., Gou, D., Shen, L., and Sun, X. (2020).  
Dem simulation on random packings of binary tetrahedron-sphere mixtures.  
*Powder Technology*, 361:160–170.

## Referencias II



Zhao, S., Zhou, X., Liu, W., and Lai, C. (2015).

Random packing of tetrahedral particles using the polyhedral discrete element method.

*Particuology*, 23:109–117.