Empaquetamiento óptimo de objetos convexos suaves

Luis Ángel

Marzo 31, 2022

Introducción

Los problemas de empaquetamiento, también conocidos en la literatura como *Cutting and Packing Problems*, son todos aquellos problemas donde se tienen dos conjuntos de entidades, las entidades *Contenedor* y las entidades *Objeto*. Las entidades *Objeto* deben quedar empaquetados los *Contenedores* [1]. Ambas entidades tienen características particulares, dependiendo de la dimensión geométrica sobre la que se esté trabajando.

Llamaremos *objetos* a todos los elementos que deberán ser empaquetados en los *contenedores*, los objetos de 2 dimensiones (2D) se les llamará polígonos, y los de 3 dimensiones (3D) se les nombrará poliedros. Un objeto suave es aquel cuyas propiedades físicas son fijas, pero su forma y tamaño pueden modificarse dentro de ciertos límites [2].

Estado del arte

El problema de empaquetamiento de objetos convexos ha sido abordado de diferentes en la literatura. Entre ellas se encuentra el empaquetamiento aleatorio de partículas con forma de tetraedro [3], el empaquetamiento en columnas de esferas y elipses en contenedores cilíndricos [4, 5] y también la implementación de un método de elementos discretos (DEM, por sus siglas en inglés) [6]. La literatura nos indica que hay una corriente clara por resolver los problemas de empaquetamiento de objetos convexos utilizando experimentación y obteniendo resultados desde una implementación física o usando el DEM que consiste en simular los eventos considerando los efectos de la fricción, la relación de altura y la excentricidad [3].

Cabe destacar que en estos experimentos los objetos que se van a empaquetar son rígidos cuentan con una función de excentricidad predefinida y estos no pueden ser deformados. Lo cual nos indica que al resolver este problema utilizando métodos de optimización y considerando la particularidad de poder deformarse estamos contribuyendo en el estado del arte implementando modelos de optimización [5, 7–19] que lleguen a encontrar el empaquetamiento óptimo.

Metodología

En este proyecto se empaquetarán los objetos más sencillos de cada dimensión geométrica, triángulos y tetraedros respectivamente para la 2D y 3D. Posteriormente se evaluará continuar con objetos más complejos descomponiéndolos con la triangulación de Delaunay [20].

La presente investigación se realizará con el fin de encontrar una solución óptima a estos problemas de empaquetamiento con objetos suaves. Hasta el momento la literatura solamente se han observado y experimentado con objetos rígidos y con excentricidades predeterminadas. Nosotros buscaremos que la deformidad sea en relación con la atributos de los objetos de 2D y 3D.

El estudio del empaquetamiento de objetos básicos como el tetraedro son interesantes por sus aplicaciones y propiedades en diferentes áreas de la industria, entre ellas la geotécnica, la minería, la transportación, nanotecnología, entre otras.

Objetivos

En lo general, se busca desarrollar un método de solución óptima para objetos de dos y tres dimensiones. Tomando en cuenta los métodos de elementos discretos, densidad de empaquetamiento y el atributo de números de coordinación, entre otros. Sin importar la forma del contenedor.

En lo particular se busca qué al resolver el problema de empaquetamiento qué objetos convexos suaves con las figuras más simples de cada dimensión generar un marco de trabajo en el cual se puedan utilizar polígonos y poliedros más complejos.

Hipótesis

A través de la utilización de modelos matemáticos, y la generación de nuevos conocimientos para el campo de objetos suaves en 2D y 3D, se obtendrán modelos, teoría y nuevos métodos de solución a los problemas que se han abordado solamente por experimentación física y simulación computacional con una fuerte justificación matemática en los problemas de empaquetamiento de objetos convexos suaves.

Resultados

Se buscará en la literatura problemas parecidos o relacionados para buscar la mejor solución actual e implementarla para esta situación con objetos suaves. Se generarán instancias adecuadas o se actualizarán de la literatura para adaptarlas al problema especifico del empaquetamiento de objetos suaves. Se ampliarán los modelos matemáticos que den solución a este tipo de problemática.

Conclusiones

Trabajo futuro

References

[1] L. Á. Gutiérrez Rodríguez, "Problema generalizado del empaquetamiento de contenedores: una comparación entre diferentes métodos de solución," Master's thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2019.

[2] P. Ji, K. He, Y. Jin, H. Lan, and C. Li, "An iterative merging algorithm for soft rectangle packing and its extension for application of fixed-outline floorplanning of soft modules," *Computers & Operations Research*, vol. 86, pp. 110–123, 2017.

[3] S. Zhao, X. Zhou, W. Liu, and C. Lai, "Random packing of tetrahedral particles using the polyhedral discrete element method," *Particuology*, vol. 23, pp. 109–117, 2015.

[4] B. Zhao, X. An, H. Zhao, D. Gou, L. Shen, and X. Sun, "Dem simulation on random packings of binary tetrahedron-sphere mixtures," *Powder Technology*, vol. 361, pp. 160–170, 2020.

[5] T. Romanova, I. Litvinchev, and A. Pankratov, "Packing ellipsoids in an optimized cylinder," *European Journal of Operational Research*, vol. 285, no. 2, pp. 429–443, 2020.

[6] B. Zhao, X. An, Y. Wang, Q. Qian, X. Yang, and X. Sun, "Dem dynamic simulation of tetrahedral particle packing under 3d mechanical vibration," *Powder Technology*, vol. 317, pp. 171–180, 2017.

[7] B. Chazelle, H. Edelsbrunner, and L. J. Guibas, "The complexity of cutting complexes," *Discrete & Computational Geometry*, vol. 4, no. 2, pp. 139–181, 1989.

[8] J. A. Bennell and J. F. Oliveira, "A tutorial in irregular shape packing problems," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 60, no. sup1, pp. S93–S105, 2009.

[9] G. Scheithauer, *Introduction to cutting and packing optimization: Problems, modeling approaches, solution methods*, vol. 263. Springer, 2017.

[10] L. J. Araújo, E. Özcan, J. A. Atkin, and M. Baumers, "Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset," *International Journal of Production Research*, vol. 57, no. 18, pp. 5920–5934, 2019.

[11] T. Romanova, A. Pankratov, and I. Litvinchev, "Packing ellipses in an optimized convex polygon," *J. Glob. Optim.*, 2019.

[12] A. A. Leao, F. M. Toledo, J. F. Oliveira, M. A. Carravilla, and R. Alvarez-Valdés, "Irregular packing problems: A review of mathematical models," *European Journal of Operational Research*, vol. 282, no. 3, pp. 803–822, 2020.

[13] J. Raeder, D. Larson, W. Li, E. L. Kepko, and T. Fuller-Rowell, “Openggcm simulations for the themis mission,” *Space Science Reviews*, vol. 141, no. 1, pp. 535–555, 2008.

[14] I. Litvinchev, T. Romanova, R. Corrales-Diaz, A. Esquerra-Arguelles, and A. Martinez-Noa, “Lagrangian approach to modeling placement conditions in optimized packing problems,” *Mobile Networks and Applications*, vol. 25, pp. 2126–2133, 2020.

[15] A. Pankratov, T. Romanova, and I. Litvinchev, “Packing oblique 3d objects,” *Mathematics*, vol. 8, no. 7, p. 1130, 2020.

[16] J. Kallrath, *Business optimization using mathematical programming: an introduction with case studies and solutions in various algebraic modeling languages*. Springer, 2021.

[17] T. Romanova, Y. Stoyan, A. Pankratov, I. Litvinchev, S. Plankovskyy, Y. Tsegelnyk, and O. Shypul, “Sparsest balanced packing of irregular 3d objects in a cylindrical container,” *European Journal of Operational Research*, vol. 291, no. 1, pp. 84–100, 2021.

[18] T. Romanova, Y. Stoyan, A. Pankratov, I. Litvinchev, K. Avramov, M. Chernobryvko, I. Yanchevskyi, I. Mozgova, and J. Bennell, “Optimal layout of ellipses and its application for additive manufacturing,” *International Journal of Production Research*, vol. 59, no. 2, pp. 560–575, 2021.

[19] T. Romanova, A. Pankratov, I. Litvinchev, S. Plankovskyy, Y. Tsegelnyk, and O. Shypul, “Sparsest packing of two-dimensional objects,” *International Journal of Production Research*, vol. 59, no. 13, pp. 3900–3915, 2021.

[20] V. T. Rajan, “Optimality of the delaunay triangulation in r d,” *Discrete & Computational Geometry*, vol. 12, no. 2, pp. 189–202, 1994.