

Multiplication

Divide and Conquer Multiplication

$x = 28088990$

$n = 8$

$y = 26715635$

$\text{multiply}(x, y, n)$

if $n = 1$:

return $x \cdot y$

else:

- # get smaller numbers (fewer digits than n)
- # call multiply on those
- # use result to get $x \cdot y$

$$\begin{aligned}
 x \cdot y &= 28088990 \cdot 26715635 \\
 m &= \frac{n}{2} \\
 &= \underbrace{(2808 \cdot 10^4 + 8990)}_a \cdot \underbrace{(2671 \cdot 10^4 + 2635)}_d \\
 &= 2808 \cdot 2671 \cdot \underbrace{10^8}_b + 8990 \cdot 2671 \cdot \underbrace{10^4}_c \\
 &\quad + 2808 \cdot 2635 \cdot \underbrace{10^4}_c + 8990 \cdot 2635 \\
 &= \underbrace{2808 \cdot 2671 \cdot 10^8}_{a \cdot b \cdot d} + \underbrace{(8990 \cdot 2671)}_{b \cdot c} + \underbrace{2808 \cdot 2635}_{a \cdot d \cdot 10^4} \\
 &\quad + \underbrace{8990 \cdot 2635}_{d \cdot c}
 \end{aligned}$$

$$= \text{multiply}(a, c, m) 10^{2m} +$$

$$(\text{multiply}(b, c, m) + \text{multiply}(a, d, m)) \cdot 10$$

$$+ \text{multiply}(b, d, m)$$