



广东工业大学计算机学院

## 第二章 文法和语言

- §2.1 文法的直观概念
- §2.2 符号和符号串
- §2.3 文法和语言的形式定义

编译原理

# 引言——语言概述



- 随着高级语言的出现和使用，必然会面临编译理论的研究和编译程序的设计。编译过程实际上是个十分复杂的信息加工过程，其加工的对象是用某种高级语言所编写的程序。因此，为了使编译工作有效地进行，我们首先遇到的问题是：如何确切地描述或定义一种程序设计语言，其次是如何识别或分析这种语言。
- 问题1：为了确切地描述一种语言，人们自然首先要问：什么是语言？

# 引言——语言概述



- 语言常见定义：某一字母表上符号串 (句子) 的集合
- 定义存在的问题：
  - 第一，尚须为所定义语言中的句子提供一种结构性的描述；
  - 第二，最好再提供一种手段，以便能准确地判别什么是该语言中的正确句子，而什么不是。
- 问题2：能否对目前使用的自然语言给出一种可以描述该语言的全部句子结构的方法？那么对于程序设计语言呢？
- **BNF** (*Backus Normal Form*, 巴科斯范式)

# 引言——语言概述



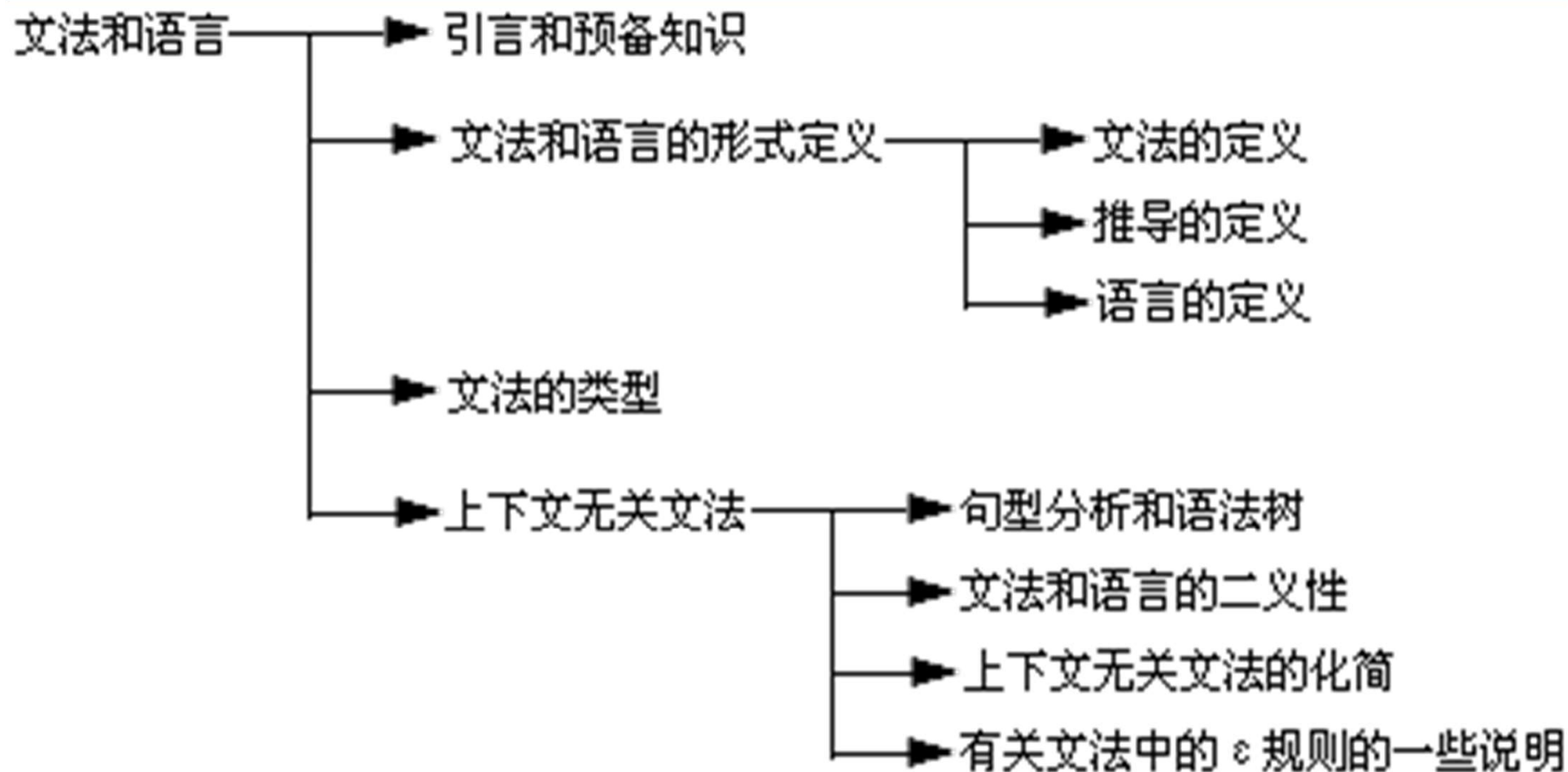
- 一般而言，可视不同情况，采用如下三种方法来表示或定义一种语言
- (1) 枚举法
- (2) 文法（即采用生成方式）
- (3) 自动机（即采用识别方式）

# 本章目的



- 本章的目的
  - 掌握对源程序给出精确无二义（严谨、简洁、易读）的语法描述手段之一——文法，为以后的词法分析、语法分析、语义分析等做出准备。
  - 熟练使用文法定义程序设计语言的单词和语法成分
  - 对形式语言的理论有一个初步基础
- 本章将介绍文法和语言的概念，重点讨论上下文无关文法及其句型分析中的有关问题。

# 本章知识结构



# 本课内容



- 2.1 文法的直观概念
- 2.2 符号和字符串
- 2.3 文法和语言的形式定义



# 文法的直观概念



- 当我们表述一种语言时，是要说明这种语言的句子(语句)。
- 如果某种语言只含有有穷多个句子，则只需列出句子的有穷集，但对于含有无穷个句子的语言，存在着如何给出它的有穷表示的问题。
- 以自然语言为例，人们可以给出一些规则，用来说明(或者定义)句子的组成结构。例如可采用EBNF(P15)来表示汉语句子的构成规则：  

<句子>	::=	<主语> <谓语>
<主语>	::=	<代词>   <名词>
<代词>	::=	我   你   他
<名词>	::=	比尔盖茨   大学生   工人   英语
<谓语>	::=	<动词> <直接宾语>
<动词>	::=	是   学习
<直接宾语>	::=	<代词>   <名词>
- 则“我是比尔盖茨”的构成符合上述规则，而“我比尔盖茨是”不符合上述规则，我们说后者不是句子。
- 这些规则成为我们判别句子结构合法与否的依据，换句话说，这些规则看成是一种元语言，用它描述汉语，并且这里仅仅涉及汉语句子的结构描述。这样的语言描述称为文法。



# 规则推导



- 一旦有了一组规则以后，可以按照如下方式用它们去推导或产生句子：寻找  $::=$  左端的带有  $\langle \text{句子} \rangle$  的规则并把它表示成  $::=$  右端的符号串。
- 例如句子“我是比尔盖茨”的推导动作过程如下(对照P32):
 

$\langle \text{句子} \rangle \Rightarrow \langle \text{主语} \rangle \langle \text{谓语} \rangle$	$\langle \text{句子} \rangle ::= \langle \text{主语} \rangle \langle \text{谓语} \rangle$
$\Rightarrow \text{我} \langle \text{谓语} \rangle$	$\langle \text{主语} \rangle ::= \langle \text{代词} \rangle   \langle \text{名词} \rangle$
$\Rightarrow \text{我} \langle \text{动词} \rangle \langle \text{直接宾语} \rangle$	$\langle \text{代词} \rangle ::= \text{我}   \text{你}   \text{他}$
$\Rightarrow \text{我是} \langle \text{直接宾语} \rangle$	$\langle \text{名词} \rangle ::= \text{比尔盖茨}   \text{大学生}   \text{工人}   \text{英语}$
$\Rightarrow \text{我是} \langle \text{名词} \rangle$	$\langle \text{谓语} \rangle ::= \langle \text{动词} \rangle \langle \text{直接宾语} \rangle$
$\Rightarrow \text{我是} \langle \text{名词} \rangle$	$\langle \text{动词} \rangle ::= \text{是}   \text{学习}$
$\Rightarrow \text{我是比尔盖茨}$	$\langle \text{直接宾语} \rangle ::= \langle \text{代词} \rangle   \langle \text{名词} \rangle$
- 符号  $\Rightarrow$  的含义：使用一条规则，代替  $\Rightarrow$  左边的某个符号，产生  $\Rightarrow$  右端的符号串。
- 小练习：1. 写出句子“比尔盖茨学习英语”的推导过程。
- 2. 能否根据上面的规则推导出下列句子？
- “你是工人”
- “比尔盖茨是英语”

# 本课内容



- 2.1 文法的直观概念
- 2.2 符号和符号串
- 2.3 文法和语言的形式定义

# 1. 符号和符号串的相关定义



- 下面是与符号、符号串相关的一些基本概念：
- 符号：可以相互区别的记号(元素)。
- 字母表 $\Sigma$ ：符号(元素)的**非空有穷集合**。（也可以用 $V$ 表示）

例： $\Sigma = \{a, b, c\}$

$\Sigma_1 = \{a, b, c, \dots, z\}$  英语小写字母表

- 符号串：由字母表 $\Sigma$ 中的符号组成的任何有穷序列称为该字母表上的符号串。即：
  - ① 符号串 $\epsilon$ (没有符号的符号串)是 $\Sigma$ 上的符号串，称为**空串**。
  - ② 若 $x$ 是 $\Sigma$ 上的符号串， $a$ 是 $\Sigma$ 的元素，则 $xa$ 是 $\Sigma$ 上的符号串
  - ③  $y$ 是 $\Sigma$ 上的符号串，**当且仅当**它可以由①和②导出

例： $\Sigma = \{a, b\}$

$\epsilon, a, b, aa, ab, aabba \dots$  都是 $\Sigma$ 上的符号串

# 符号串的头尾，固有头和固有尾



- 符号串 $s$ 的头(前缀): 移走符号串 $s$ 尾部的零个或多个符号得到的符号串. 如:  $b$ 是符号串 $banana$ 的一个前缀.
- 符号串 $s$ 的尾(后缀): 删去符号串 $s$ 头部的零个或多个符号得到的符号串. 如:  $nana$ 是符号串 $banana$ 的一个后缀
- 符号串的固有头和固有尾: 令 $z = xy$ 是一符号串, 则 $x$ 是 $z$ 的头,  $y$ 是 $z$ 的尾. 如果 $x$ 是非空的, 则 $y$ 是固有尾; 如果 $y$ 是非空的, 在 $x$ 是固有头.
- 举例: 令字符串 $z = abc$ , 则
  - $z$ 的头是:  $\epsilon, a, ab, abc$
  - $z$ 的尾是  $\epsilon, c, bc, abc$
  - $z$ 的固有头是:  $\epsilon, a, ab$
  - $z$ 的固有尾是  $\epsilon, c, bc$

## 2. 符号串的运算



- 常见的字符串运算有：
- **1. 符号串的长度：**符号串中符号的个数。符号串 $s$ 的长度记为 $|s|$ 。特别地， $\epsilon$ 的长度为0。
- **2. 连接：**设 $x$ 和 $y$ 是符号串，则它们的连接 $xy$ 是把 $y$ 的符号写在 $x$ 的符号之后得到的符号串。如 $x = ab$ ， $y = cd$ 则  $xy = abcd$ 。
  - 另外，有 $\epsilon a = a\epsilon$ 。
- **3. 方幂：**符号串自身连接 $n$ 次得到的符号串 $a^n$ 定义为 $aa...aa$ ，共 $n$ 个 $a$ 。 $a^1 = a$ ， $a^2 = aa$ ，而 $a^0 = \epsilon$ 。(凡 $A$ 是符号串集合，有  $A^0 = \{\epsilon\}$ ， $A^1 = A$ ， $A^2 = AA$ ， $...$ ， $A^n = AA^{n-1}$  ( $n > 0$ ))

# 符号串的运算(续)



- 常见的字符串运算有(续):
- **4. 符号串集合**: 若集合**A**中所有元素都是基于某字母表 $\Sigma$ 上的符号串, 则称**A**为字母表 $\Sigma$ 上的符号串集合。

例:  $\Sigma=\{0,1\}$

–  $A=\{0,1,00,01,10\dots, 10001,\dots\}$  是

–  $B=\{10,11,101\}$  是

–  $C=\{1a,11011,b11\}$  不是

- **5. 两个符号串集合A和B的乘积**定义为:

$$AB = \{xy \mid x \in A \text{ 且 } y \in B\}$$

- **例如**: 集合  $A = \{ab, cde\}$ ,  $B = \{0, 1\}$ , 则  $AB = \{ab1, ab0, cde0, cde1\}$

## 符号串的运算(续)



- **6. 闭包：** 符号串集合的闭包和正闭包
- 设**A**是符号串集合， 则
- **A**的正（传递）闭包定义为：  $A^+ = A^1 \cup A^2 \cup \dots \cup A^n \cup \dots$
- **A**的（自反）闭包定义为：  $A^* = \{\epsilon\} \cup A^+ = A^0 \cup A^+$
- **举例：** 设**A** = { a } 则  $A^+ = \{ a, aa, aaa, \dots \} = \{ a^n \mid n > 0 \}$
- $A^* = \{\epsilon, a, aa, aaa, \dots\} = \{ a^n \mid n \geq 0 \}$
- 设**B** = { a, b } 则  $B^* = \{\epsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, \dots\}$



## 符号串的运算(续)



- 当我们把字母表视为由长度为1的符号串构成的符号串集时，就可定义字母表上的连接、积、方幂、闭包等运算。
- 字母表 $\Sigma$  的闭包和正闭包
- $\Sigma^*$ 表示字母表 $\Sigma$ 上的一切符号串（包括 $\epsilon$ ）组成的集合， $\Sigma^*$ 称为 $\Sigma$ 的闭包。
- $\Sigma$ 上的除 $\epsilon$ 外的所有符号串组成的集合记为 $\Sigma^+$ ， $\Sigma^+$ 称为 $\Sigma$ 的正闭包。



- 思考：为什么对符号、符号串、符号串集合以及它们的运算感兴趣？

例：若 $A$ 为某语言的字母表 $A = \{a, b, \dots, 0, 1, \dots, 9, +, -, \times, /, (, ), =, \dots, \text{if}, \text{else}, \text{for}, \dots\}$ ， $B$ 为单词集 $B = \{\text{if}, \text{else}, \text{for}, \dots, \langle \text{标识符} \rangle, \langle \text{常量} \rangle, \dots\}$ ，则 $B \subset A^*$ 。

- 语言的句子是定义在 $B$ 上的符号串。
- 若令 $C$ 为句子集合，则 $C \subset B^*$ ，程序 $\subset C$ 。

# 语言



- 语言 (language)

某个字母表 $\Sigma$ 上的一些字符串的集合，是 $\Sigma^*$ 的一个子集。

例如：字母表

$\Sigma = \{a, b\}$  ,  $\Sigma^* = \{ \varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \dots \}$

集合  $\{ab, aabb, aaabbb, \dots, a^n b^n, \dots\}$

或表示为  $\{w | w \in \Sigma^* \text{ 且 } w = a^n b^n, n \geq 1\}$  为字母表 $\Sigma$ 上的一个语言。

$\{\varepsilon\}$  是一个语言。

$\Phi$  即  $\{\}$  是一个语言。

# 本课内容



- 2.1 文法的直观概念
- 2.2 符号和字符串
- 2.3 文法和语言的形式定义

# 文法与语言的形式定义



- 文法的定义
- 推导的概念
- 句型、句子的定义
- 语言的定义
- 文法的等价

# 1. 文法的定义



- 我们要介绍的文法即是生成方式描述语言的：即语言中的每个句子可以用严格定义的规则来构造。
- 文法G定义为四元组( $V_N$ ,  $V_T$ , P, S)。其中：
  - $V_N$ 为非终结符号(或语法实体，或变量)集；
  - $V_T$ 为终结符号集；
  - P为产生式(也称规则)的集合；
  - S称作识别符号或开始符号，它是一个非终结符，至少要在一条产生式中作为左部出现。
- 注意：
- 1.  $V_N$ ,  $V_T$ 和P是非空有穷集， $V_N$ 和 $V_T$ 不含公共的元素，即 $V_N \cap V_T = \emptyset$
- 2. 通常用V表示 $V_N \cup V_T$ ，V称为文法G的字母表或字母表。
- 3. 其中规则，也称重写规则、产生式或生成式，是形如 $\alpha \rightarrow \beta$ 或 $\alpha ::= \beta$ 的( $\alpha, \beta$ )有序对，其中 $\alpha$ 是字母表V的正闭包 $V^+$ 中的一个符号， $\beta$ 是 $V^*$ 中的一个符号。 $\alpha$ 称为规则的左部， $\beta$ 称为规则的右部。

# 文法举例



- 例2.1: 文法  $G = (V_N, V_T, P, S)$ , 其中  $V_N = \{S\}$ ,  $V_T = \{0, 1\}$ ,  $P = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\}$ 。这里, 非终结符集  $V_N$  中只含一个元素  $S$ ; 终结符集  $V_T$  由两个元素  $0$  和  $1$  组成; 有两条产生式; 开始符号是  $S$ 。

问题: 例2.1所表示的语言? (用集合形式描述)

- 例2.2: 文法  $G = (V_N, V_T, P, S)$ , 其中  $V_N = \{\text{标识符}, \text{字母}, \text{数字}\}$ ,  $V_T = \{a, b, c, \dots, x, y, z, 0, 1, \dots, 9\}$

$P = \{ \begin{aligned} &\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{字母} \rangle \\ &\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{字母} \rangle \\ &\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle \\ &\langle \text{字母} \rangle \rightarrow a \\ &\langle \text{字母} \rangle \rightarrow b \end{aligned}$

$\dots$   
 $\langle \text{字母} \rangle \rightarrow z$   
 $\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0$   
 $\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 1$

$\dots$   
 $\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 9 \}$

$S = \langle \text{标识符} \rangle$

这里, 使用尖括号 "<" 和 ">" 括起非终结符。

问题1:  $S$  究竟是一个什么样的集合?

Answer:  $S = \{\text{以字母开头的字符串}\}$

问题2: 下列哪些字符串是可由文法  $G$  产生的合法句子?

beijing2008 ✓

202.116.128.1 ✗



# 文法的产生式表示



- 很多时候，不用将文法G的四元组显式地表示出来，而只将产生式写出。一般约定：
  - 第一条产生式的左部是识别符号；
  - 用尖括号<>括起来的是非终结符号，不用尖括号括起来的是终结符号
  - 或者用大写字母表示非终结符号，小写字母表示终结符号。
  - 另外也有一种习惯写法，将G写成G[S]，其中S是识别符号。

- 例如上页中的例3.1还可以写成：

G:  $S \rightarrow 0S1$   
 $S \rightarrow 01$

或G[S]:  $S \rightarrow 0S1$   
 $S \rightarrow 01$

- 有时为书写简洁，常把左部相同的产生式合并起来，形如：

$A \rightarrow \alpha_1$

$A \rightarrow \alpha_2$

$\dots$   
 $A \rightarrow \alpha_n$

- 缩写为:  $A \rightarrow \alpha_1 | \alpha_2 | \dots | \alpha_n$   
这里的元符号"|"读做"或"。

# 一个文法的几种写法



- 对于同一个文法，可以有几种写法：

- ①  $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$

其中  $P$ :  $S \rightarrow aAb$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow aAb$

$A \rightarrow \varepsilon$

$V_N = ?$

$V_T = ?$

- ②  $G[S]: A \rightarrow ab \quad A \rightarrow aAb \quad A \rightarrow \varepsilon \quad S \rightarrow aAb$

- ③  $G:$   
 $S \rightarrow aAb$   
 $A \rightarrow ab$   
 $A \rightarrow aAb$   
 $A \rightarrow \varepsilon$

不需要写成  $G[S]$ ,  
默认  $S$  是开始符

- ④  $G[S]: A \rightarrow ab \mid aAb \mid \varepsilon \quad S \rightarrow aAb$

## 2. 推导的概念



- 为定义文法所产生的语言，我们还需要引入推导的概念，即定义 $V^*$ (即 $V$ 的闭包)中的符号之间的关系。
- 设 $\alpha \rightarrow \beta$ 是文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 的规则(或说是 $P$ 中的一条产生式)，若有符号串 $v, w$ 满足：  
$$v = \gamma \alpha \delta, w = \gamma \beta \delta$$
其中， $\gamma$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 是 $V^*$ 中的任意符号， $\alpha \in V^+$
- 则说 $v$ (应用规则 $\alpha \rightarrow \beta$ )直接产生 $w$ ，或者说， $w$ 是 $v$ 的直接推导，也可以说， $w$ 直接归约到 $v$ ，记作 $v \Rightarrow w$ 。
- 以下式几种常见的推导：
  - $\Rightarrow$ ：直接推导
  - $\Rightarrow^+$ ：长度为 $n(n \geq 1)$ 的推导
  - $\Rightarrow^*$ ：长度为 $n(n \geq 0)$ 的推导

# 推导举例



- 推导的概念：若有符号串 $v$ ， $w$ 满足： $v = \gamma\alpha\delta$ ， $w = \gamma\beta\delta$ ，则记作 $v \Rightarrow w$

- 对于例3.1的文法G： $S \rightarrow 0S1$                        $S \rightarrow 01$
- 可以给出直接推导的一些例子如下：
- (1)  $v = 0S1$ ， $w = 0011$ ，可有直接推导： $0S1 \Rightarrow 0011$ ，使用的规则是： $S \rightarrow 01$ ，这里 $\gamma = 0$ ， $\delta = 1$ 。
- (2)  $v = S$ ， $w = 0S1$ ，可有直接推导： $S \Rightarrow 0S1$ ，使用的规则： $S \rightarrow 0S1$ ，这里 $\gamma = \varepsilon$ ， $\delta = \varepsilon$
- (3)  $v = 0S1$ ， $w = 00S11$ ，可有直接推导： $\underline{0S1} \Rightarrow \underline{00S11}$ ，使用的规则： $?$ ，这里 $\gamma = ?$ ， $\delta = ?$ 。
- 使用的规则： $S \rightarrow 0S1$
- 这里 $\gamma = 0$ ， $\delta = 1$ 。

### 3. 句型与句子



- 设 $G[S]$ 是一个文法，如果符号串 $x$ 是从识别符号（开始符号）推导出来的，即有 $S \xRightarrow{*} x$ ，则称 $x$ 是文法 $G[S]$ 的句型。
- 若 $x$ 仅由终结符号组成，即 $S \xRightarrow{*} x$ ， $x \in V_T^*$ ，则称 $x$ 为 $G[S]$ 的句子。
- 例如：对例3.1的文法，存在直接推导序列 $v = 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow 000S111 \Rightarrow 00001111 = w$ ，即 $0S1 \xRightarrow{+} 00001111$ ，也可\*记作 $0S1 \Rightarrow 00001111$
- 句型： $0S1$ ， $00S11$ ， $000S111$ ， $00001111$
- 句子： $00001111$
- 对例3.2的文法，存在直接推导序列：
- $v = \langle \text{标识符} \rangle \Rightarrow \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle \Rightarrow \langle \text{字母} \rangle \langle \text{数字} \rangle \Rightarrow a \langle \text{数字} \rangle \Rightarrow a1 = w$ 。即 $\langle \text{标识符} \rangle \xRightarrow{+} a1$ ，也可记作 $\langle \text{标识符} \rangle \xRightarrow{*} a1$
- 句型： $\langle \text{标识符} \rangle$ ， $\langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle$ ，……， $a \langle \text{数字} \rangle$ ， $a1$
- 句子： $a1$

$G[S]: S \rightarrow 0S1$   
 $S \rightarrow 01$

## 4. 语言的定义



- 语言：文法G所产生的语言定义为集合 $\{x \mid S \xRightarrow{*} x, \text{ 其中 } S \text{ 为文法识别符号, 且 } x \in V_T^*\}$ 。可用 $L(G)$ 表示该集合。
- 从定义看出两点：
  - 第一，符号串 $x$ 可从识别符号推出，也即 $x$ 是句型。
  - 第二， $x$ 仅由终结符号组成，即 $x$ 是文法G的句子。
- 也就是说，“文法描述的语言”是该文法一切句子的集合。
- 例如例3.1的文法G(P35)，有两条产生式(规则)：(1)  $S \rightarrow 0S1$ 和(2)  $S \rightarrow 01$ ，通过对产生式(1)使用 $n-1$ 次，然后使用产生式(2)一次，得到：
$$S \Rightarrow 0S1 \Rightarrow 00S11 \Rightarrow \dots \Rightarrow 0^{n-1}S1^{n-1} \Rightarrow 0^n1^n$$
- 则 $L(G)$ 中的元素(句子)都是这样的串( $0^n1^n$ )，即 $L(G) = \{0^n1^n \mid n \geq 1\}$ 。
- 又如例3.2(P35)的文法G的句子就是字母字符打头的、字母字符和数字字符构成的串。即程序设计语言中用于表示名字的标识符。

## 单选题 2分



此题未设置答案，请点击右侧设置按钮

文法G产生的\_\_\_\_\_全体构成该文法描述的语言

- ☐ A 句型
- ☐ B 终结符集
- ☐ C 非终结符
- ☐ D 句子

提交



# 语言举例



- 一般说来，确定文法产生什么样的语言可能是很困难的。  
例如下列文法产生的语言是什么？(即该语言的句子是？)
- (课本P24) 设  $G = (V_N, V_T, P, S)$ ,  $V_N = \{S, B, E\}$ ,  $V_T = \{a, b, e\}$ ,  $P$  由下列产生式组成:
  - (1)  $S \rightarrow aSBE$     (2)  $S \rightarrow aBE$     (3)  $EB \rightarrow BE$
  - (4)  $aB \rightarrow ab$     (5)  $bB \rightarrow bb$     (6)  $bE \rightarrow be$     (7)  $eE \rightarrow ee$
- 尝试以下步骤，以推出该文法表示的语言的句子:
- ① 使用产生式(1) $n - 1$ 次，得到推导序列  $S \xRightarrow{*} a^{n-1}S(BE)^{n-1}$ , (为什么首先尝试产生式(1)，而不是其它产生式(2)?)
- ② 使用产生式(2) 1次，得到  $S \xRightarrow{*} a^n(BE)^n$ ,
- ③ 从  $a^n(BE)^n$  中继续推导，总是对  $EB$  使用产生式(3) 的右部进行替换，而在最终得到的串中，所有  $B$  总是先于  $E$ 。
- 例如：若  $n = 3$ ，则  $a^3(BE)^3 = aaaBEBEBE \xRightarrow{*} aaaBBEBEE \xRightarrow{*} aaaBBBEEE, \dots, \text{即 } S \xRightarrow{*} a^nB^nE^n$

# 文法产生的语言举例(续)



- 设  $G = (V_n, V_T, P, S)$ ,  $V_n = \{S, B, E\}$ ,  $V_T = \{a, b, e\}$ ,  $P$  由下列产生式组成:
- (1)  $S \rightarrow aSBE$  (2)  $S \rightarrow aBE$  (3)  $EB \rightarrow BE$
- (4)  $aB \rightarrow ab$  (5)  $bB \rightarrow bb$  (6)  $bE \rightarrow be$  (7)  $eE \rightarrow ee$
- 尝试以下步骤(由步骤③已得  $S \xRightarrow{*} a^n B^n E^n$ ):
- ④ 使用产生式(4) 1次, 得到推导序列  $S \xRightarrow{*} a^n b B^{n-1} E^n$
- ⑤ 使用产生式(5)  $n-1$ 次, 得到  $S \xRightarrow{*} a^n b^n E^n$ ,
- ⑥ 使用产生式(6) 1次, 得到  $S \xRightarrow{*} a^n b^n e E^{n-1}$ 。
- ⑦ 使用产生式(7)  $n-1$ 次, 得到  $S \xRightarrow{*} a^n b^n e^n$
- 最终也能证明对于  $n \geq 1$ , 串  $a^n b^n e^n$  是文法  $G$  产生的语言中唯一形式的终结符号串。
- 因此  $L(G) = \{ a^n b^n e^n \mid n \geq 1 \}$ 。



## 语言和文法

- 已知文法，写出语言描述

例：  $G[E]: E \rightarrow E+T \mid T$   
 $T \rightarrow T * F \mid F$   
 $F \rightarrow (E) \mid a$

表示文法  $G[E]$  能推导出用符号  $a$ 、 $+$ 、 $*$ 、  
‘(’ 和 ‘)’ 构成的所有算术表达式。

检查：

$G[E]$  能推导出的任何句子都是包含在由符号  $a$ 、 $+$ 、  
 $*$ 、‘(’ 和 ‘)’ 构成的算术表达式中；

$G[E]$  推导不出不是由符号  $a$ 、 $+$ 、 $*$ 、‘(’ 和 ‘)’  
构成的算术表达式，也不包含在算术表达式中。



- 已知  $G = (V_N, V_T, P, S)$ , 其中
- $V_N = \{ S \}$ ,  $V_T = \{ 0, 1 \}$ ,  $P = \{ S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01 \}$
- 该文法定义的语言是:  $L(G[S]) = \{ 0^n 1^n \mid n > 0 \}$

## 单选题 2分



此题未设置答案，请点击右侧设置按钮

$G[S]: S \rightarrow AB, A \rightarrow abA \mid \varepsilon, B \rightarrow c$ , 所定义的语言是

- ☐ A  $\{(ab)^n c \mid n \geq 0\}$
- ☐ B  $\{a^n b^n c \mid n \geq 0\}$
- ☐ C  $\{(ab)^n c \mid n > 0\}$
- ☐ D  $\{a^n b^n c \mid n > 0\}$

提交

单选题 2分



此题未设置答案，请点击右侧设置按钮

文法G:  $S \rightarrow aaSb|b$  所识别的语言是\_\_\_\_\_

- A  $\{a^{2n}b^n \mid n > 0\}$
- B  $\{a^{2n}b^n \mid n \geq 0\}$
- C  $\{a^{2n}b^{n+1} \mid n > 0\}$
- D  $\{a^{2n}b^{n+1} \mid n \geq 0\}$

提交



## 语言 and 文法

- 已知语言描述，写出文法  
应满足：

- (1) 所描述语言的任何句子都能由该文法产生；
- (2) 该文法推导不出不是已知语言的任何句子。

- 已知文法，写出语言描述  
应满足：

- (1) 该文法能推导出的任何句子都包含在所描述的语言中；
- (2) 所描述的语言中不包含任何该文法推导不出的句子。



# 文法与语言



- 举例：已知语言写文法

例1:  $L = \{a^n b^n a^m b^m \mid m, n \geq 0\}$

$G: S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$

$B \rightarrow aBb \mid \varepsilon$



语言  $L(G)=L(G')$

文法  $G$

文法  $G'$

$\{b^n \mid n > 0\}$

$B \rightarrow bB \mid b$

$B \rightarrow Bb \mid b$

$\{b^n \mid n \geq 0\}$

$P \rightarrow bP \mid \varepsilon$

$P \rightarrow Pb \mid \varepsilon$

$\{ab^n \mid n > 0\}$

$S \rightarrow DB$   
 $D \rightarrow a$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$S \rightarrow aB$   
 $B \rightarrow Bb \mid b$

$\{b^na \mid n \geq 0\}$

$T \rightarrow PD$   
 $D \rightarrow a$   
 $P \rightarrow bP \mid \varepsilon$

$T \rightarrow Pa$   
 $P \rightarrow Pb \mid \varepsilon$

$\{(ab)^n \mid n > 0\}$

$U \rightarrow EU \mid E$   
 $E \rightarrow ab$

$U \rightarrow Uab \mid ab$

$\{a^mb^n \mid m > 0, n > 0\}$

$V \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aA \mid a$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$V \rightarrow aV \mid aB$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$\{a^mb^n \mid m \geq 0, n > 0\}$

$W \rightarrow AB$   
 $A \rightarrow aA \mid \varepsilon$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$W \rightarrow aW \mid B$   
 $B \rightarrow bB \mid b$

$\{a^n b^n \mid n > 0\}$

$X \rightarrow aXb \mid ab$

$\{(a^kcd)^nb^n \mid k, n > 0\}$

$X \rightarrow DXH \mid DH$   
 $D \rightarrow Acd$   
 $A \rightarrow aA \mid a$   
 $H \rightarrow b$

$\{a^{2n+1}b^n \mid n \geq 0\}$

$Y \rightarrow aaYb \mid a$

$Y \rightarrow KYH \mid a$   
 $K \rightarrow aa$   
 $H \rightarrow b$



构造一个文法G，使其语言为  
 $L(G)=\{a^n b^n c^m \mid m, n \geq 1, \text{ 且 } n \text{ 为奇数, } m \text{ 为偶数}\}$

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

作答

设有语言 $\{a^m b^n c \mid m \geq 1, n \geq 0\}$ ，写出与其相应的文法为 $G[S]$ ：  
 $S \rightarrow ABc, A \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}, B \rightarrow bB \mid \varepsilon$

## 5. 文法的等价



- 若 $L(G_1) = L(G_2)$ , 则称文法 $G_1$ 和 $G_2$ 是等价的。
- 也就是说, 如果两个文法定义的语言一样, 则称这两个文法是等价的。 例如
- 例3.1
- $G: S \rightarrow 0S1$   
 $S \rightarrow 01$
- 文法 $G[A]$ :  
 $A \rightarrow 0R$   
 $A \rightarrow 01$   
 $R \rightarrow A1$
- 这两个文法就是等价的。因为它们产生的语言都是 $L(G)$   
 $= \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$

# 作业



- P33-34
- 1
- 2
- 5
- **提示：**完成文法的设计后，列举一些典型的句型（句子）来检查产生式是否存在缺陷。
- 作业格式：
  - (1) 在每一次的作业开头，需要写上日期和页码：
  - 开学后统一上交(P33-34)
  - (2) 每道题目的题号要写清楚