## 相位一致性

### 相位一致性定性分析

方波信号 的时域波形如图1.1所示

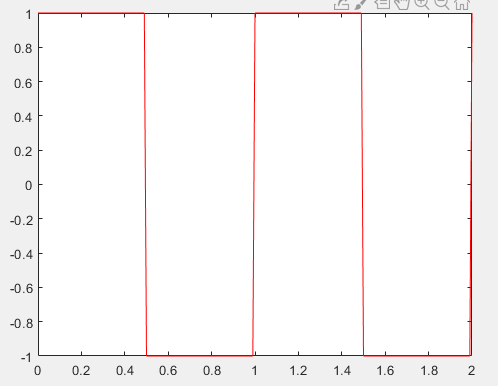


图1.1 方波信号 的时域波形

将方波信号进行傅里叶级数展开有：

绘制出前5个正弦波信号以及它们叠加后的信号，如图1.2所示。可以看到在和处，5个正弦波信号的相位均为0°，在和处，5个正弦波信号的相位均为180°，说明在这4个点，5个正弦波信号的相位具有一致性。

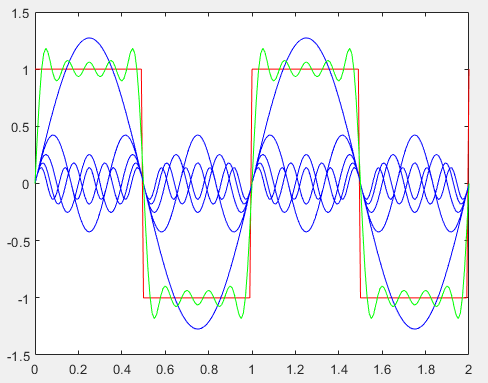


图1.2 正弦波叠加逼近方波

### 相位一致性定量分析

一维信号的相位一致性计算公式如下：

对前面的方波信号计算相位一致性函数，绘制出其波形如图2.1所示，可以看到在方波的边缘处，相位一致性函数取得最大值1，说明相位一致性函数的峰值点对应着原始信号的边缘，因此可以利用相位一致性函数来检测、提取边缘。

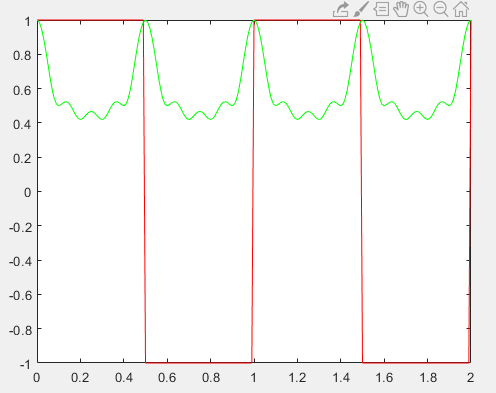


图2.1 相位一致性函数波形

测试代码如下：

1. %% phase\_consistency\_test.m
2. clear,clc;
3. close all;
5. %% 参数
6. T = 2;      % 时长
7. fs = 100;    % 采样频率
8. t = 0:1/fs:T;
9. n = length(t);
11. %% 方波信号
12. A = 1;      % 幅度
13. f0 = 1;     % 频率
14. squareSignal = square(2 \* pi \* f0 \* t);
15. figure;plot(t, squareSignal, 'r');
17. %% 分解为sin信号
18. N = 5;  % sin信号数量
19. sineSignals = zeros(N, n);
20. An = zeros(N, 1);   % 傅里叶级数
21. **for** i=1:N
22. k = 2 \* i - 1;
23. An(i) = 4 \* A / (k \* pi);
24. sineSignals(i,:) = An(i) \* sin(2 \* pi \* k \* f0 \* t);
25. end
26. sumSineSignals = sum(sineSignals);
27. figure;plot(t, squareSignal, 'r');
28. hold on;
29. **for** i=1:N
30. plot(t, sineSignals(i,:), 'b');
31. end
32. plot(t, sumSineSignals, 'g');
33. hold off;
35. %% 计算相位一致性
36. pc = zeros(1, n);
37. theta = 0:(2 \* pi / 100):2 \* pi;
38. denominator = sum(An);
39. **for** i=1:n
40. numerator = 0;
41. **for** j=1:N
42. numerator = numerator + An(j) \* sin(2 \* pi \* (2 \* j - 1) \* f0 \* t(i) - theta);
43. end
44. y = numerator / denominator;
45. pc(i) = max(y);
46. end
47. figure;plot(t, squareSignal, 'r');
48. hold on;
49. plot(t, pc, 'g');