



**САНХҮҮ ЭДИЙН ЗАСГИЙН ИХ СУРГУУЛЬ**  
**ЭКОНОМИКСИЙН ТЭНХИМ**



**Боржгин**  
**Мэндбаярын БЯМБАДОРЖ**

**ШҮҮЛТҮҮР, ТҮҮНИЙ БИЗНЕСИЙН МӨЧЛӨГИЙН**  
**ШИНЖИЛГЭЭ ДЭХ ХЭРЭГЛЭЭ**



Мэргэжлийн индекс  
031101

Эдийн засгийн ухааны бакалаврын  
зэрэг горилсон  
**Дипломын төсөл**

Удирдсан  
Д.Гансүлд /МА/

Улаанбаатар. 2019



**САНХҮҮ ЭДИЙН ЗАСГИЙН ИХ СУРГУУЛЬ**  
**ЭКОНОМИКСИЙН ТЭНХИМ**



**Боржгин**  
**Мэндбаярын БЯМБАДОРЖ**

**ШҮҮЛТҮҮР, ТҮҮНИЙ БИЗНЕСИЙН МӨЧЛӨГИЙН**  
**ШИНЖИЛГЭЭ ДЭХ ХЭРЭГЛЭЭ**



Мэргэжлийн индекс  
031101

Эдийн засгийн ухааны бакалаврын зэрэг  
**Горилсон дипломын төсөл**

Удирдагч: ..... Д.Гансүлд /МА/

Шүүмжлэгч ..... Б.Лхагважаргал /МА/

Улаанбаатар. 2019

## УДИРТГАЛ

**Сэдвийн нэр:** Шүүлтүүр, түүний бизнесийн мөчлөгийн шинжилгээ дэх хэрэглээ

**Товч танилцуулга:** Эдийн засгийн мөчлөгийн оновчтой тогтоох нь макро эдийн засгийн бодлого боловсруулагчид, хувийн компануудын хувьд аль алинд нь чухал зүйл билээ. Бизнесийн мөчлөгийн оновчтой тодорхойлсноор бизнес эрхлэгчид зах зээлийн идэвх, өрсөлдөөн, үйлдвэрлэлээ тохируулах боломжтой болно. Харин бодлого боловсруулагчид эдийн засгийн тэлэлт, агшилт нь мөчлөгөөс үүдэж байна уу, урт хугацааны чиг хандлагд өөрчлөлт гарснаас үүдэж байна уу гэдгийг мэдэх сонирхолтой байх бөгөөд манайх шиг эрдэс бүтээгдэхүүний үнийн шоконд өртөмтгий орнуудын засгийн газрын хувьд мөчлөг сөрсөн бодлого хэрэгжүүлэхэд дөхөмтэй болгоно. Энэхүү дипломын хүрээнд Монгол улсын бизнесийн мөчлөгийг ХП,  $l_1$  трендийн, КФ, тригнометрик регрессийн шүүлтүүр, загварт суурилсан шүүлтүүрүүд болох ТБОЗ-ын нэг хэмжээст ҮАБХ загвар, Бланчард-Куа хэлбэрийн задаргааны ашиглан үнэлэн, харьцуулалт хийлээ. Шинжилгээний үр дүнгээр КФ шүүлтүүр Монголын улсын бизнесийн мөчлөгийг тогтооход хамгийн үр ашигтай байна.

**Эдийн засгийн бүтээлийн сэтгүүлийн ангиллын индекс:** E32, C18

**Түлхүүр үгс:** Бизнесийн мөчлөг, Статистик шүүлтүүр, Төлөв байдлын огторгуйн загвар, Калманы шүүлтүүр, Бланчард-Куа хэлбэрийн задаргаа.

# Агуулга

<b>1 Оршил</b>	<b>1</b>
<b>2 Судлагдсан байдал</b>	<b>2</b>
2.1 Шүүлтүүрийн онолын үүсэл, хөгжил	2
2.2 Эмпирик судалгаа	6
<b>3 Онол, арга зүй</b>	<b>8</b>
3.1 Шугаман шүүлтүүрийн онол	8
3.2 Статистик шүүлтүүрүүд	10
3.3 Blanchard-Quah хэлбэрийн задаргаа	12
3.4 Төлөв байдлын огторгуйн загвар ба Калманы шүүлтүүр	16
<b>4 Шинжилгээний үр дүн</b>	<b>17</b>
4.1 Өгөгдөл ба алгоритм ашиглан тооцсон мөчлөг	17
4.2 Статистик шүүлтүүрүүд ба тэдгээрийн харьцуулалт	19
4.3 Калманы шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг	22
4.4 Blanchard-Quah хэлбэрийн задаргаа	23
<b>5 Дүгнэлт</b>	<b>25</b>
<b>Номзүй</b>	<b>26</b>
<b>6 Хавсралт</b>	<b>27</b>

## Хүснэгтийн жагсаалт

1 Бүтцийн загварууд	5
2 Өгөгдлийн тодорхойлогч статистик	17
3 Улирлын нөлөөг засварласан өгөгдлийн тодорхойлогч статистик	17
4 Бизнесийн мөчлөгийн эргэлтийн цэг	18
5 Шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг хоорондын корреляц	23

## Зургийн жагсаалт

1 Ялгаатай давтамж бүхий цувааны нийлбэр	8
2 Улирлын нөлөөг засварласан өгөгдлийн дүрслэл	18
3 Эргэлтийн цэгүүд ба түүний шалтгаан	19
4 ХП шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг	20
5 $I_1$ трендийн шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг	20
6 Тригнометрик регрессийн шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг	21
7 КФ шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг	21
8 Калманы шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг	22
9 Blanchard Quah хэлбэрийн задаргаа ашиглан тооцсон мөчлөг	24
10 Бодит ДНБ 2010 оны зэрэгцүүлсэн үнээр	27
11 БДНБ-ий өгөгдөлд улиралын нөлөө буй эсэхийг шалгав	27
12 ХҮИ, 2010 онтой харьцуулсан	28

13 ХҮИ-ийн өгөгдөлд улиралын нөлөө буй эсэхийг шалгав . . . . .	28
---	----

## Хавсралтын жагсаалт

Өгөгдөл, улирлын нөлөө . . . . .	27
BBQ шүүлтүүрийн үр дүн . . . . .	28
VAR болон SVAR загварын үнэлгээ, тестүүд . . . . .	29

## Товчилсон үгс, нэр томъёоны тайлбар

ХП	Ходрик Прескотт шүүлтүүр
КФ	Кристиано Фитцджеральд шүүлтүүр
ТР	Тригнометрик регрессийн шүүлтүүр
$l_1$	$l_1$ трендийн шүүлтүүр
ТБОЗ	Төлөв байдлын огторгуйн загвар
ХХШД	Хоёр хэмжээст шүлжүүлэн дундажлах
ВАЗ	Вектор авторерессийн загвар
БВАЗ	Бүтцийн вектор авторерессийн загвар
ҮАБХ	Үл ажиглагдах бүрэлдэхүүн хэсэг
БК задаргаа	Бланчард-Куа хэлбэрийн задаргаа

# 1 Оршил

Бизнесийн мөчлөгийг оновчтой тодорхойлох нь хувийн хэвшил болон эдийн засгийн бодлого боловсруулагчдын нэгэн чухал зорилт юм. Бизнесийн мөчлөг нь эдийн засгийн ерөнхий төлөвийг илэрхийлнэ. Эдийн засгийн идэвх, нийт үйлдвэрлэл урт хугацааны хандлагаасаа өсөж, буурахыг бизнесийн мөчлөг гэнэ. Бизнесийн мөчлөгийн оновчтой тодорхойлсноор бизнес эрхлэгчид зах зээлийн идэвх, өрсөлдөөн, үйлдвэрлэлээ тохируулах боломжтой болно. Харин бодлого боловсруулагчид эдийн засгийн тэлэлт, агшилт нь мөчлөгөөс үүдэж байна уу, урт хугацааны чиг хандлагд өөрчлөлт гарснаас үүдэж байна уу гэдгийг мэдэх сонирхолтой байх бөгөөд манайх шиг эрдэс бүтээгдэхүүний үнийн шоконд өртөмтгий орнуудын засгийн газрын хувьд мөчлөг сөрсөн бодлого хэрэгжүүлэхэд дөхөмтэй болгоно. Тиймээс бизнесийн мөчлөгийг нарийвчлалтай тогтоож чадах шүүлтүүр олох нь маш чухал билээ.

Бизнесийн мөчлөгийг хэмжих түгээмэл арга нь шүүлтүүр юм. Шүүлтүүрийг инженер, эдийн засгийн олон салбарт ашиглана. Статистик шүүлтүүрийг эдийн засагт эдийн засгийн мөчлөг, урт хугацааны чиг хандлага, улирлын нөлөө, гарцын зөрөөг үнэлэхэд өргөн ашиглана. Нөгөө талаас, эмпирик судалгааны чанар тухайн судалгаанд ашиглаж буй өгөгдлийн чанараас хамаарна. Өгөгдлийг ажиглалтаар бий болгох учир тухайн өгөгдлийг цуглуулж буй аргазүйгээс үүдэлтэй алдаа үүсэж болно. Ийм төрлийн алдааг ажиглалт хийх аргазүйгээ сайжруулах замаар засварлаж болно. Гэвч ажиглалтаар цуглуулсан өгөгдөл шуугианаас ангид байна гэж үгүй. Шүүлтүүрийн зорилго нь ажиглалтаар тогтоогдсон цуваанаас шуугианыг салган, бодит утгыг үнэлэхэд оршино. Өгөгдлийг шүүлтүүр ашиглан дохио буюу бидний хэмжихийг зорьж буй хэмжигдэхүүн болон шуугиан болгон задлахад тухайн бүрэлдэхүүн хэсгүүд ялгаатай давтамжийн мужид харьяалагдах ёстой. Дохио нь ихэвчлэн нам давтамжийн мужид, шуугиан нь өндөр давтамжийн мужид харьяалагдана. Тиймээс ихэнх статистик шүүлтүүр өгөгдлийн давтамжийн чанарт тулгуурлана.

Энэхүү дипломын зорилго нь Монгол улсын бизнесийн мөчлөгийг янз бүрийн шүүлтүүрүүдийн тусламжтай үнэлэн, харьцуулалт хийн, хамгийн тохиромжтойг нь тогтоох явдал юм. Шинжилгээндээ бид 6 төрлийн шүүлтүүр ашиглах бөгөөд үүнд: бага давтамжийн шүүлтүүр болох ХП,  $l_1$  трендийн шүүлтүүр, тодорхой давтамжийн мужийн шүүлтүүр болох КФ, тригнометрик регрессийн шүүлтүүр, загварт суурилсан шүүлтүүрүүд болох ТБОЗ-ын нэг хэмжээст УАБХ бүхий загвар, Бланчард-Куа хэлбэрийн задаргаа багтана.

## 2 Судлагдсан байдал

Судлагдсан байдлын эхний хэсэгт макро эдийн засагт түгээмэл хэрэглэгдэх шүүлтүүрийн онолын үүсэл, хөгжлийн талаар дурдана. Харин хоёрдугаар хэсэгт Монгол Улсын бизнесийн мөчлөгийн судалгааны тоймыг авч үзэх болно.

### 2.1 Шүүлтүүрийн онолын үүсэл, хөгжил

Макро эдийн засгийн мөчлөгийн шинжилгээ 19-р зууны төгсгөл үеэс эхтэй. Тухайлбал, (Hooker, 1901)-д Их Британи улсын экспорт, импортын чиг хандлага, мөчлөгийн судалсан байна. Энэ үеийн судлаачид ихэвчлэн энгийн шилжүүлэн дундажлах арга болон шугаман интерполяцын аргыг ашигладаг байжээ (Mills, 2013). Техник, технологи, эдийн засгийн шинжлэх ухааны хөгжлөөс үүдэлтэй хэрэгцээний улмаас 20-р зууны эхний хагаст шүүлтүүрийн онолд олон ололт бий болсон. Тухайлбал, Weiner (1941) болон Kolmogorov (1941) ажлуудаар шугаман шүүлтүүрийн сонгодог онолууд боловсруулагдсан. Тэд хоёул радарын тусламжтай агаарын дайралтын эсрэг бууны оновчтой байдлыг хэрхэн сайжруулах талаар сонирхож байжээ. Радарын тусламжтай тогтоосон нисэх хөлгийн байршил шуугиан агуулна. Тиймээс, В-К шүүлтүүр нь ажиглагдсан цуваа  $y_t$ -ээс түүний бодит утга  $\xi_t$  ялган авахад байна.

$$y_t = \xi_t + \eta_t \quad (1)$$

Энд  $\eta_t$  болон  $\xi_t$  нь тэг дундажтай стационар стохастик, нэгнээсээ үл хамаарах процесс байна. Энэхүү урьдач нөхцөлөөс өгөгдлийн автоковариаци үүсгэх функц хоёр бүрэлдэхүүн хэсгийн автоковариаци үүсгэх функцийг нийлбэр байна. Тиймээс, автоковариацийн функц нь:

$$\gamma^{yy}(z) = \gamma^{\xi\xi}(z) + \gamma^{\eta\eta}(z), \quad \gamma^{\xi\xi}(z) = \gamma^{y\xi}(z) \quad (2)$$

байна. (2) тэгшитгэлд Крамер-Волдын факторчлалыг ашиглавал (3) гарна.

$$\gamma^{yy}(z) = \phi(z^{-1})\phi(z), \quad \gamma^{\xi\xi}(z) = \theta(z^{-1})\theta(z), \quad \gamma^{\eta\eta}(z) = \theta_\eta(z^{-1})\theta_\eta(z) \quad (3)$$

Эндээс  $\xi_t$ -ийн хугацааны хувьд инвариант шугаман үнэлэгч  $x_t$  нь ажиглалтын цувааны элементүүдийн шугаман комбинац байх бөгөөд (4) тэгшитгэлээр тодорхойлогдоно (Kolmogorov, 1941).

В-К шүүлтүүр нь эдийн засгийн өгөгдөлд ашиглахад тохиромжгүй урьдач нөхцөлүүдтэй байсан бөгөөд 20-р зууны хоёрдугаар хагаст хөгжсөн шүүлтүүрүүд нь дээрх загварын урьдач нөхцөлүүдийг сулруулан чиг хандлага, мөчлөгийн загварчлалд хувьсгал авчирчээ. 1961 оныг урт хугацааны чиг хандлага болон мөчлөгийн загварчлалын гайхамшигт жил гэж нэрлэдэг. Учир нь энэ жил (Klein & Kosobud, 1961), (Cox, 1961), (Leser, 1961) болон (Kalman & Bucy, 1961) ажлууд хэвлэгдэн өнөө цагт хэрэглэж буй хамгийн түгээмэл шүүлтүүрүүдийн онол, практикийн үндсийг тавьсан байна. Эдгээр ажлуудын сүүлийн хоёр нь өдгөө улам хөгжөөд байна. Тухайлбал (Leser, 1961) ажлаас өнөө цагт өргөн хэрэглэгддэг НР шүүлтүүр болон түүний янз бүрийн өргөтгөлүүд үүссэн. Харин (Kalman & Bucy, 1961) болон (Kalman, 1960) ажлаар өнөөгийн бүтцийн шүүлтүүрүүдийн тооцооны нэгэн чухал элемент болох Калманы шүүлтүүрийн алгоритм бий болсон.

(Leser, 1961)-д нийлбэр бүтэцтэй, үл ажиглагдах бүрэлдэхүүн хэсэгтэй ажиглалт  $x_t$  цувааг чиг хандлага  $\mu_t$  болон мөчлөг  $\psi_t$  хэсэгт хэрхэн задлах буюу  $x_t = \mu_t + \psi_t$  загварыг авч үзсэн. Уг шүүлтүүр торгуультай хамгийн бага квадратын зарчим ашиглан (4)-ийг  $\mu_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  -ээр минималчлана.

$$\sum_{t=1}^T (x_t - \mu_t)^2 + \lambda \sum_{t=3}^T (\Delta^2 \mu_t)^2 \quad (4)$$

(4)-ийн эхний хэсэг урт хугацааны чиг хандлагадаа хэр тохирч байгааг хэмжих бол хоёрдох хэсэг урт хугацааны чиг хандлагаас хоёр удаа ялгавар авсан утгын вариацийн торгуул учир энэ нь өгөгдөл хэр гөлгөр байгааг хэмжинэ.  $\lambda$ -г гөлгөржүүлэлтийн параметр гэнэ. Дээрх тэгшитгэлээс  $\mu_t$ -ээр авсан тухайн уламжлал (5) нэгдүгээр эрэмбийн нөхцөлийг өгнө.

$$\Delta^2 \mu_{t+2} - 2\Delta^2 \mu_{t+1} + \Delta^2 \mu_t = (\lambda - 1)(x_t - \mu_t) \quad (5)$$

$T$ ,  $\lambda$ ,  $\mu_t$  өгөгдсөн нөхцөлд мөчлөг, урт хугацааны хандлагыг  $x_t$ -ийн хугацааны хувьд хувьсах жин ашигласан шилжүүлэн дундаж ашиглан тооцно. (Leser, 1961) шилжилтийн функц (Transfer function), конволюцын теорем (Convolution theorem), болон спектрийн шинжилгээ (spectral analysis) ашиглан эдгээр жинг тооцох аргачлал боловсруулан бөгөөд хэд хэдэн жишээ тооцоо хийсэн байна. Хэдийгээр энэ нь том дэвшил байсан боловч эдийн засагт энэхүү арга өргөн хэрэглээнд ороогүй шалтгаан нь уг ажил хэт детальчилсан математик тооцоо агуулсан байсантай холбоотой гэж үздэг (Mills, 2013). Энэхүү судалгааны ажлаас 20 жилийн дараа (Hodrick & Prescott, 1997) (4)-ийн шийдийг өөр аргаар олох арга боловсруулсан байна. Уг ажилд (4)-ийг матриц хэлбэрт  $(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})'(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) + \lambda \boldsymbol{\mu}' \mathbf{D}^2 \mathbf{D}^2 \boldsymbol{\mu}$  хэлбэрт бичжээ. Энд  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_T)'$ ,  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_T)'$  бөгөөд  $\mathbf{D}$  нь  $d_{t,t} = 1$ ,  $d_{t-1,t} = -1$  бусад хэсэгтээ тэг  $T \times T$  ялгаврын матриц байна. Тиймээс  $\mathbf{D}\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2 - \mu_1, \dots, \mu_T - \mu_{T-1})'$  байх бөгөөд  $\mu$ -ээр уламжлал авах үед нэгдүгээр эрэмбийн нөхцөл нь (6) гарна.

$$\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{I} + \lambda \mathbf{D}^2 \mathbf{D}^2)^{-1} \mathbf{x} \quad (6)$$

(6)-р тэгшитгэлийн урвуу матриц хэлбэрт бичигдсэн хэсэн нь жин нь бөгөөд энэ нь хугацааны агшин бүрд  $\mu_t$  тооцно. (Hodrick & Prescott, 1997) гөлгөржүүлэлтийн параметрийг утгыг дараах байдлаар өгөх нь зүйтэй гэж үзсэн.

$$\lambda = \begin{cases} 100, & \text{жилийн өгөгдөл} \\ 1,600, & \text{улирлын өгөгдөл} \\ 14,400, & \text{сарын өгөгдөл} \end{cases}$$

Энэ нь өнөө цагт хамгийн өргөн хэрэглэгддэг НР шүүлтүүр юм. НР шүүлтүүр нь ийнхүү өргөн хэрэглэгдэх болсон шалтгаан нь түүний хэрэглэхэд хялбар чанартай холбоотой гэж үздэг. НР шүүлтүүрүүдийн дутагдалтай талийг судлаачид мэддэг байсан боловч тэрхүү дутагдлуудыг нэгтгэн харуулж, засварласан өөр арга санал болгосон судалгаа нь (Hamilton, 2018) юм. (Hamilton, 2018) ажилд НР шүүлтүүр нь i) эх олонлогийн үүсгэвэрт байхгүй динамик хуурмаг хамаарал бий болгох, ii) түүврийн сүүл хэсэг дэх шүүгдсэн утга нь дунд хэсэг дэх утгаасаа чанарын хувьд ялгаатай бөгөөд хуурмаг хамаарал агуулсан, iii) практик хэрэглэж буй давтамжийн параметр



нь статистикийн үндэслэл муутай байгаа учир НР шүүлтүүрийг ашиглахгүй байхыг сануулжээ.

Судлаачид НР шүүлтүүрийн дутагдлыг засах оролдлого хийсээр байсан бөгөөд тэдгээрийн нэг нь (Kim et al, 2009)  $l_1$  трендийн шүүлтүүр юм. Энэхүү шүүлтүүр нь НР шүүлтүүртэй маш төстэй бөгөөд (4) тэгшитгэлийн хоёрдугаар элемент болох вариацийг абсолют хазайлтаар сольдог. Тиймээс,  $l_1$  трендийн шүүлтүүрийн үнэлгээ нь тасралттай шугаман хэлбэртэй (piecewise liner) байх бөгөөд энэ нь тасралттай шугаман хэлбэрийн урт хугацааны чиг хандлагатай хугацааны цувааг шинжихэд тохиромжтой бөгөөд гэнэтийн өөрчлөлт, налалтын коэффицентийн хувьсал зэргийг уг цувааны динамик нөлөө хэлбэрээр нь хадгалдаг гэж үзжээ (Kim et al, 2009). W-K шүүлтүүрийн талаар дээр дурдсан билээ. W-K шүүлтүүрийн дутагдлуудыг засварлан, зарим урьдач нөхцөлүүдийг сулруулсан, эдийн засгийн өгөгдөлд ашиглах боломжтой шүүлтүүрүүд хэд хэд бий. Тэдгээр шүүлтүүдийн үндсэн зарчим нь бүгд ижил бөгөөд бүгд спектрийн шинжилгээ, шилжилтийн функц ашиглана. Эдгээрээс дурдвал Baxter-King шүүлтүүр (Baxter & King, 1995), Christiano-Fitzgerald шүүлтүүр (Christiano & Fitzgerald, 2003) байна. Тухайлбал, W-K шүүлтүүр нь хоёр талт жинлэн шилжүүлэн дундажлах арга ашигладаг бөгөөд хоёр талт шүүлтүүр нь эдийн засгийн өгөгдөлд тохиромжгүй. Учир нь эдийн засгийн өгөгдөл нь хугацааны хувьд богино бөгөөд төгсгөлийн цэгийн ач холбогдол өндөр байдаг. Үүнийг шийдвэрлэх нэгэн арга нь C-F шүүлтүүр юм. C-F шүүлтүүр нь стационар бус, тэгш хэмт бус, нэг талт шүүлтүүр билээ.

Бид энэ хэсэг хүртэл зөвхөн нэг хугацааны цуваанд ашиглах статистик шүүлтүүрүүдийн талаар дурдаж ирлээ. Нэг хэмжээст статистик шүүлтүүрүүдээс гадна загварт суурилсан бүтцийн шүүлтүүрүүд, мөн параметргүй, шугаман бус шүүлтүүрүүд байна. Бүтцийн загвараар тодорхойлогдох шүүлтүүрийг үнэлэх үр ашигтай арга нь Калманы шүүлтүүр болох талаар дурдсан билээ. (Kalman, 1960), (Kalman & Bucy, 1961) ажлуудаар төлөв байдлыг огторгуйд тодорхойлогдсон загварууд буюу бүтцийн загварын үнэлэх оновчтой алгоритмыг боловсруулсан байна. Калманы шүүлтүүрийн гол давуу тал нь түүний уян хатан байдал юм. Хугацааны цувааны эконометрикийн ямар ч загварыг төлөв байдлын огторгуйд хувирган бичиж болох бөгөөд тэгсээр уг загварыг Калманы алгоритм ашиглан үнэлэх боломжтой болно. Тухайлбал хүснэгт 1-д урт хугацааны чиг хандлага, мөчлөг, улирлын нөлөөллийн зарим загваруудыг төлөв байдлын огторгуйд хэрхэн хувиргаж бичиж болох талаар харууллаа. Үүнээс гадна шугаман бус, параметрт бус Марков дэглэмийн шилжилтийн загвар ашиглан мөчлөгийн тодорхойлох боломжтой. Энэхүү үнэлгээг хийх аргийг (Hamilton, 1989) боловсруулсан байна. (Hamilton, 1989) дэхь загварыг ч мөн адил төлөв байдлын огторгуйн загвар хэлбэрт бичин Калманы шүүлтүүр ашиглан үнэлэх боломжтой.

Хүснэгт 1: Бүтцийн загварууд

Бүрэлдхүүн	Загвар	Тодорхойлолт
Тренд ( $\mu_t$ )	Санамсаргүй тэнүүчлэл	$\mu_{t+1} = \mu_t + \eta_t$
	Стохастик тренд	$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \beta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \end{bmatrix}$
	Даялалттай санамсаргүй тэнүүчлэл	$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \beta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t \\ 0 \end{bmatrix}$
	Интеграцчилсан санамсаргүй тэнүүчлэл	$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \beta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_t \end{bmatrix}$
Мөчлөг( $\psi_t$ )	Стохастик мөчлөг	$\rho \begin{bmatrix} \psi_{t+1} \\ \psi_{t+1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix}$
	Стационар бус мөчлөг	$\begin{bmatrix} \psi_{t+1} \\ \psi_{t+1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix}$
Улирлын нөлөө ( $\gamma_t$ )	Улирлын дамми	$\gamma_{t+1} = \sum_{j=0}^{S-2} \gamma_{t-j} + \omega_t$
	Тригнометр функц	$\gamma_{t+1} = \sum_{j=1}^{\lfloor S/2 \rfloor} (\alpha_j \cos \lambda_j t + \beta_j \sin \lambda_j t) + \omega_t$ $\lambda_j = 2\pi j/S$

Тэмдэглэл: Бүтцийн загварыг ТБОЗ ашиглан тодорхойлсон байдал. Мөчлөгийн параметрууд  $0 < \rho < 1$  болон  $0 \leq \gamma_c < 1$  байна. Санамсаргүй алдаанууд болох  $\eta_t, \zeta_t, \kappa_t, \kappa_t^*$ , болон  $\omega_t$ -үүд цаашан шуугийн процесс байх бөгөөд үл хамаарах байна. (Mills, 2013)

Олон хэмжээст шүүлтүүрүүдийн хамгийн чухал төлөөлөгч нь (Blanchard & Quah, 1989) юм. Энэхүү судалгааны ажлаар бодит үндэсний нийт бүтээгдхүүнийг урт болон богино хугацааны хэсгүүдэд задлахыг зорьжээ. Үүний тулд тэд макро эдийн засгийн загвар боловсруулжээ. Уг загварт үйлдвэрлэлийн хэлбэлзэл нь эрэлт болон нийлүүлэлтийн шокоос үүсэх бөгөөд хэвийн түвшний таамаглал ёсоор эрэлтийн шок урт хугацааны нөлөөгүй, нийлүүлэлт талаасаа бүтээмжийн шок гарцад үл арилах нөлөө үзүүлнэ гэж үзжээ. Дээрх таамаглалуудыг тавин хоёр хэмжээст VAR загвар үнэлэн бодит ҮНБ-ийн задлан, дээр дурдагдсан хоёр төрлийн шокиг ялган авчээ. (Blanchard & Quah, 1989)-д 1950 оны хоёрдугаар улирлаас 1970 оны дөрөвдүгээр улирлын бодит ҮНБ-ий логарифмоос ялгавар авсан утга болон ажилгүйдлийн түвшний утгыг ашиглажээ. Тэд ажилгүйдэл урт хугацааны хандлагатай, мөн 1970-аад оны дунд үеэс эхлэн бодит өсөлт удааширсан байгааг ажиглажээ. Энэхүү асуудлыг шийдвэрлэх нь төвөгтэй тул тэд дөрвөн төрлийн VAR загвар үнэлжээ. Хоёр нь гарцын өсөлтийн өөрчлөлтийн асуудлыг шийдвэрлэх зорилгоор дамми хувьсагч оруулсан байсан бол, хоёр нь ажилгүйдэлд ажиглагдаж буй чиг хандлагын асуудлыг шийдвэрлэх зорилгоор детерминистик хугацааны тренд агуулжээ. Тэд найман үеийн хожимдолтой загварыг эрэлтийн талын шок гарцад урт хугацааны нөлөө үзүүлэхгүй гэсэн хязгаарлалт тавин үнэлжээ. Энэхүү үнэлгээнээс тэд дараах шокуудыг тогтоожээ:

- Эрэлтийн талын шокийн гарц болон ажилгүйдэлд үзүүлэх нөлөөний хугацаанаас хамаарах график урвуу харсан парабол хэлбэртэй байх бөгөөд хариу үйлдлийн функц нь нэгнийхээ толин байна. Эхэндээ гарц нэмэгдэж ажилгүйдэл буурах бөгөөд дөрвөн үеийн дараа анхны утгадаа нийлнэ.
- Нийлүүлэлтийн талын шокийн нөлөө хуримтлагдах бөгөөд нийлүүлэлтийн шок гарцад эерэг нөлөөтэй, ажилгүйдэлд эхэндээ эерэг нөлөөтэй бөгөөд нөлөө нь буурсан дөрвөн улирлын дараа хуримтлагдсан нөлөө нь сөрөг болж урт хугацааны тэнцвэрээсээ доогуур тав орчим жил байна.

Өсөлтийн удаашрал болон ажилгүйдлийн трендийн асуудлыг хэрхэн шийдэж байгаагаас хамаарч вариацийн задаргаа ялгаатай гарч байжээ. Богино хугацаанд гарцын вариаци өндөр байгаа нь эрэлтийн талын шокоос үүдэлтэй бөгөөд эрэлтийн шокууд нь ҮНБ-ий богино хугацааны хэлбэлзлийн ихэнх хувийг тайлбарладаг байна. Тиймээс урт хугацаанд эрэлтийн шокын нөлөө буурах бөгөөд нийлүүлэлтийн талын шокоор тайлбарлагдаж эхэлдэг байна. Харин ажилгүйдлийн хувьд энэ нь эсрэгээрээ бөгөөд эрэлтийн шок нь урт хугацаандаа ажилгүйдлийн вариацийн ихэнх хэсгийг тайлбарладаг байна.

## 2.2 Эмпирик судалгаа

Бизнесийн мөчлөгийн тодорхойлон зарлах нь тухайн улсын эдийн засгийн судалгаа, шинжилгээ байгууллагын нэгэн функц нь билээ. Тухайлбал АНУ-ын Үндэсний эдийн засгийн судалгааны бюргын эдийн засгийн мөчлөгийн тодорхойлох хороо эдийн засгийн мөчлөгийг хугацааны хоцрогдолтой ч байнга зарлан мэдэгддэг. Үүний адилаар Монголбанк монгол улсын бизнесийн мөчлөгийг тооцдог. Монголбанк бизнесийн мөчлөгийг инфляцад суурилсан Blanchard-Quah хэлбэрийн (Blanchard & Quah, 1989) арга ашигладаг. Хэдийгээр дэлхий улс орнууд болон бүс нутгуудын хувьд хийгдсэн бизнесийн мөчлөгийн эмпирик судалгаа, олон шүүлтүүрүүдийн харьцуулсан судалгаа байдаг боловч Монгол улсын хувьд ийм төрлийн судалгаа дутмаг байна. Өнөөгийн байдлаар Монгол улсын эдийн засгийн мөчлөгийн шүүлтүүр ашиглан судалсан (Bersch & Sinclair, 2011), (Gan-Ochir, Tsenguunjav, D.Tsenddorj, & Munkhbayar, 2017), (Davaajargal & Khuslen, 2018) тохиолдлууд байна.

(Gan-Ochir et al., 2017) -д БДНБ-ний 2000.Q1 2017.Q1 өгөгдөлд НР шүүлтүүр ашиглан Монгол улсын бизнесийн мөчлөгийг үнэлжээ. Судалгааны зорилго ямар шүүлтүүр Монголын бизнесийн мөчлөгийн хэмжиж байгааг тогтоох биш байсан бөгөөд гол зорилго нь бизнесийн мөчлөгт юу нөлөөлж буйг тогтооход байлаа. Судалгааны үр дүнгээр 2000 оноос хойш Монголд хоёр удаагийн бүтэн бизнесийн мөчлөг тохиолдсон бөгөөд мөчлөгт нөлөөлж буй гол хүчин зүйл нь дэлхийн зах зээл дээрх эрдэс бүтээгдэхүүний үнэ, мөчлөг дасган сангийн бодлого байна гэж дүгнэжээ. Харин (Davaajargal & Khuslen, 2018)-д БДНБ-ний 2000.Q1 2017.Q1 өгөгдөлд Bry and Boschan(BBQ) алгоритм, BN шүүлтүүр, НР шүүлтүүр,  $l_1$  трендийн шүүлтүүр, болов Марков дэглэмийн шилжилтийн шүүлтүүрийг (Hamilton, 1989)-д тодорхойлогдсон хэлбэрээр ашиглан Монголын бизнесийн мөчлөгийг үнэлэн, харьцуулалт хийжээ. Үнэлгээг хийхдээ  $X_{12}$  аргаар улирлын нөлөөг арилгасан өгөгдлөөс логарифм аван хувиргажээ. Шүүлтүүрүүдийг харьцуулахдаа BBQ алгоритмын үнэлгээг суурь болгон авсан бөгөөд уг үнэлгээтэй харьцуулахад  $l_1$  трендийн шүүлтүүр Монголын эдийн засагт харьцангуй тохиромжтой байна гэж дүгнэжээ. Уг судалгаанд мөн адил Монголын бизнесийн мөчлөгт гадаадын зах зээл дээрх эрдэс бүтээгдэхүүний үнийн, мөчлөг дагсан сангийн бодлогын нөлөө хүчтэй байна гэж дүгнэжээ.  $l_1$  трендийн шүүлтүүр хамгийн үр ашигтай байгаа шалтгаан нь манай орон шиг хөгжиж буй орнуудын эдийн засаг хэт хэлбэлзэлтэй байх бөгөөд гадаад зах зээлийн бүтцийн шоконд өртөмтгий байдагтай холбоотой байж болно. Учир нь, урд дурдсанчлан  $l_1$  трендийн нь хэсэгчилсэн шугаман хэлбэртэй учир бүтцийн өөрчлөлттэй хугацааны цуваанаас мөчлөгийг илүү найдвартай салгаж чадна гэж үздэг билээ.

(Bersch & Sinclair, 2011)-д дээрхтэй төстэй санаа гарсан байна. Уг судалгаанд 1998.Q1-2010.Q4 өгөгдөлд шугаман трендийн загвар, HP шүүлтүүр, CF шүүлтүүр, болон Blanchard-Quah хэлбэрийн инфляц агуулах загварт суурилсан шүүлтүүр ашиглан бизнесийн мөчлөгийн тодорхойлжээ. Энэхүү судалгааны дээрх хоёр судалгаанаас ялгарах гол онцлог нь үнэлгээгээ нийт БДНБ болон уул уурхайн бус БДНБ-д хийжээ. Үүний шалтгаан нь Монголын уул, уур уурхайн салбар нь капитал түлхүү ашигладаг бөгөөд бараг бүх олборлолтоо экспортлох учир дотоодын нийт эрэлтэд үзүүлэх нөлөө нь хязгааргадмал байна. Тиймээс уул, уурхайн ДНБ-ийн өөрчлөлтийг богино хугацааны өөрчлөлт бус бүтцийн өөрчлөлт гэж үзэх нь зүйтэй гэжээ. Шүүлтүүрүүдийг харьцуулахдаа дараах шинжүүрүүдийг тавьжээ: i) төгсгөлийн цэгийн асуудалгүй байх, ii) өнөөгийн болон өнгөрсөн үеийн эдийн засгийн нөхцөлийг төв таньж байх, iii) өгөгдлийн тоог нэмэхэд үнэлгээ бага өөрчлөгдөх, iv) нийт болон уул, уурхайн бус ДНБ-ээс үнэлсэн мөчлөг төстэй байх. Үнэлгээний үр дүнгээр Blanchard-Quah хэлбэрийн загварт суурилсан арга нь хамгийн тохиромжтой байна гэж үзжээ.

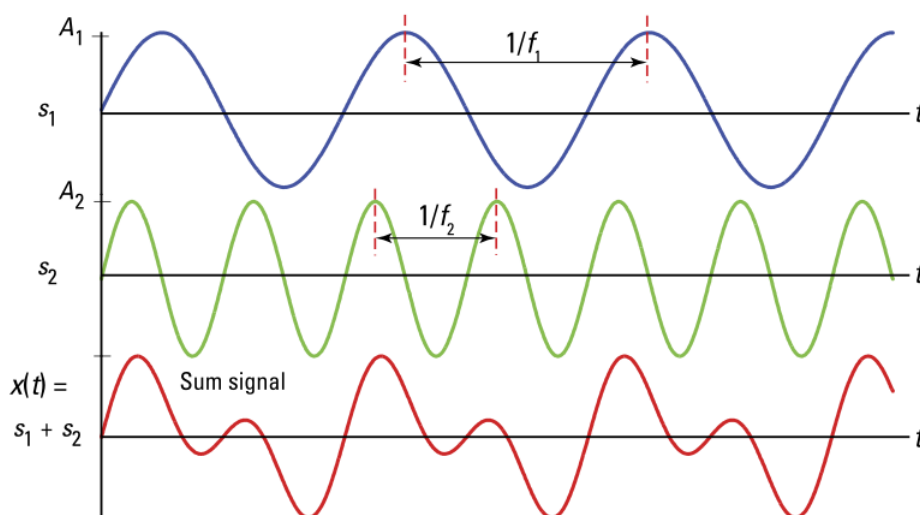
### 3 Онол, арга зүй

Энэ хэсэгт уг дипломд ашиглаж буй статистик шүүлтүүрүүдийн үндсэн санаа, үнэлгээний арга, дарааллыг бичлээ.

#### 3.1 Шугаман шүүлтүүрийн онол

Шүүлтүүр ашиглан тухайн цувааны бүрэлдэхүүн хэсгийг задлах үндсэн нөхцөл нь тухайн бүрдэл хэсгүүд ялгаатай давтамжийн мужид оршино гэж үзэх явдал юм. Тухайлбал, ДНБ-ий цуваа бага давтамжтай урт хугацааны чиг хандлага, өндөр давтамжтай улирлын хэлбэлзэл, санамсаргүй шок болон тэдгээрийн дунд орших мөчлөг хэсгээс бүрдэнэ гэж үзнэ. Доорх зурагт шүүлтүүрийн үндсэн зорилгыг дүрсэллээ. Уг зурагт хоёр цувааны нийлбэр харуулсан боловч бодит байдал дээр тухайн цуваа хэд хэдэн цувааны нийлбэр хэлбэртэй, эсвэл бүр тодорхой давтамжтай цуваанд ялгах боломжгүй байна. Энэ тохиолдолд шүүлтүүр ашиглах боломжгүй.

Зураг 1: Ялгаатай давтамж бүхий цувааны нийлбэр



Тэмдэглэл: Зурагт  $f_1$  давтамжтай  $s_1$  болон  $f_2$  давтамжтай  $s_2$  цувааг, тэдгээрийн нийлбэр  $x_t$  цувааг харууллаа. Давтамжийн аль нэг мужийг салгах шүүлтүүр ашигласнаар  $x_t$  цуваанаас  $s_1$  цувааг, эсвэл  $s_2$  цувааг ялган авах нь статистик шүүлтүүрийн үндсэн зорилго билээ.

Стационар өгөгдлийг шүүх хамгийн энгийн арга нь шилжүүлэн дундажлах юм. Гэвч энгийн шилжүүлэн дундажлах арга нь тухайн өгөгдлийн давтамжийн чанарыг харгалзан үздэггүй. Хэрэв бид тухайн өгөгдлийн давтамжийн талаар тодорхой зүйл мэдэж буй бол илүү нарийвчлалтай арга боловсруулж чадна. Тухайлбал, бид  $y_t$  цуваанд шилжүүлэн дундажлах арга ашиглалаа гэж үзвэл  $y_t^*$  гэх шинэ цуваа үүснэ.

$$y_t^* = \sum_{k=-K}^K a_k y_{t-k}$$

Энэ нь тэгш хэмт шилжүүлэн дундажлах аргын хэлбэр бөгөөд жин нь  $a_k = a_{-k}$  байна. Хялбарчлах үүднээс цаашид, шилжүүлсэн дунджийг хожимдлын оператор  $L$ -ийн

олон гишүүнт,  $a(L) = \sum_{k=-K}^K a_k L^k$  хэлбэрээр бичих бөгөөд  $L^x x_t = x_{t-k}$  байна. Шүүлтүүрийн жингийн нийлбэр,  $\sum_{k=-K}^K a_k = 0$ , тэгтэй тэнцүү үед шүүлтүүр урт хугацааны хандлагыг шүүх боломжтой байна гэдгийг баталж болно. Энэ нь  $a(L)$ -ийг

$$a(L) = (1 - L)(1 - L^{-1})\psi(L)$$

байдлаар заралж болно гэсэн үг юм. Энд  $\psi(L)$  нь урд хойноо  $k$  үетэй тэгш хэмж шилжүүлэн дундажлалт болно.

Цувааны давтамжийн мужийн шинжилгээ хийж буй үед тэг дундажтай, стационар  $y_t$  цувааг Cramer-ийн илэрхийллээр:

$$y_t = \int_{-\pi}^{\pi} \xi(\omega) d\omega$$

байх буюу тухайн цуваа санамсаргүй үе бүхий бүрэлдэхүүн хэсгүүдийн интеграл,  $\xi(\omega)$  нь нэг нэгэнтэйгээ ортогонал буюу  $\omega_1 \neq \omega_2$  үед  $E[\xi(\omega_1)\xi(\omega_2)]' = 0$  байна. Тиймээс шүүлтүүрээс гарч ирэх цуваа нь:

$$y_t^* = \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\omega)\xi(\omega)d\omega$$

байна. Энд  $\alpha(\omega) = \sum_{h=-K}^K a_h e^{-i\omega h}$  буюу давтамжийн хариу үйлдлийн функц болно. Өөр өөр хэлбэл  $\alpha(\omega)$  нь  $y_t^*$  нь  $\omega$  давтамжтай үед  $y_t$  ямар хариу үйлдэл үзүүлж буйг илэрхийлнэ. Тиймээс  $\alpha(\omega)$  нь  $\xi(\omega)$  жин болно. Үетэй элемент болох  $\xi(\omega)$ -ууд ортогонал тул тухайн шүүлтүүрийн вариацийг

$$\text{var}(y_t^*) = \int_{-\pi}^{\pi} |\alpha(\omega)|^2 f_y(\omega) d\omega$$

хэлбэртэй байна. Энд  $|\alpha(\omega)|^2$  нь тухайн шугаман шүүлтүүрийн  $\omega$  давтамж дахь шилжүүлэх функц,  $f_y(\omega) = \text{var}(\xi(\omega))$  нь у цувааны  $\omega$  давтамж дахь спектрийн нягт болно.

Эндээс бага давтамжийг нэвтрүүлэх буюу трендийг үнэлэх шүүлтүүр нь зөвхөн  $-\omega \leq \omega \leq \underline{\omega}$  давтамжийн мужийг нэвтрүүлэх бөгөөд давтамжийн хариу үйлдлийн функц нь  $|\omega| \leq \underline{\omega}$  үед  $\beta(\omega) = 1$  байх бөгөөд бусад үед  $\beta(\omega) = 0$  байна. Үүнийг хугацааны мужид бичвэл  $b(L) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h L^h$  болох бөгөөд шүүлтүүрийн жин  $b_h$  нь давтамжийн хариу үйлдлийн функцийг Fourier-ийн урвуу хувиргалтаар тогтооно. Энэ нь

$$b_h = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \beta(\omega) e^{i\omega h} d\omega$$

байх бөгөөд энэхүү интегралыг тооцсон үед идеал шүүлтүүрийн жин нь  $b_0 = \underline{\omega}/\pi$  ба  $b_h = \sin(h\underline{\omega})/h\pi$  for  $h = 1, 2, \dots$  байна. Энд  $h$ -ийн хэмжээ нэмэгдэх тусам жингийн нийлбэр тэг рүү тэмүүлж байгаа бөгөөд үүнд төгсгөлгүй өгөгдөл хэрэгтэй тул бид үүнийг төгсгөлөг өгөгдлөөр ойролцоолох шаардлагатай. Практикт хэрэглэгдэж буй шүүлтүүрүүд нь энэхүү ойролцооллын янз бүрийн хэлбэрүүд юм. Дараах хэсэгт бид тэдгээр шүүлтүүрүүдийн ерөнхий зарчмыг авч үзэх болно.

## 3.2 Статистик шүүлтүүрүүд

### BBQ алгоритм

Бид өнгөрсөн үед тохиолдсон эдийн засгийн мөчлөгийн эргэлтийн цэгийг BBQ алгоритм ашиглан тооцож байгаа. Ийнхүү тооцсоноор бусад шүүлтүүрүүдээр тодорхойлогдсон эргэлтийн цэгүүд нь хэр оновчтой байгааг харьцуулах боломжтой болно. BBQ алгоритм нь нийт өгөгдлийг хооронд нь харьцуулж эдийн засаг аль мужид унаж, аль мужид өсөж байгааг тогтооно. Уг алгоритмыг ашиглахдаа мөчлөгийн нэг фаз хэр хугацаанд үргэлжлэх, бүрэн мөчлөг хэр хугацаанд үргэлжлэх ёстойг оноох хэрэг гардаг. Бид уг шинжилгээнд бусад судлаачдын жишгийг даган нэг фаз доод тал нь хоёр улирал, бүтэн мөчлөг дор хаяж таван улирал үргэлжилнэ хэмээн тодорхойллоо. Үүнийг математик хэлбэрт бичвэл

$$y_{t-k} < y_t > y_{t+k}, \quad k = 1, \dots, K$$

$$x_{t-k} > x_t < x_{t+k}, \quad k = 1, \dots, K$$

хэлбэртэй байх бөгөөд энд  $y_t$  нь дээ цэг,  $x_t$  нь доод цэг байна. Сарын өгөгдөл ашиглаж буй үед  $K = 6$ , улирлын өгөгдөл ашиглаж буй үед  $K = 2$  байна.

### Hodrick-Prescott болон $l_1$ трендийн шүүлтүүр

Hodrick-Prescott шүүлтүүр дараах байдлаар тодорхойлогдоно.  $t = 1, 2, \dots, T$  хугацааны  $y_t$  цуваа нэгэн хувьсагчийн логарифм авсан утга гэж үзье. Энэхүү цуваа урт хугацааны хандлага  $\tau_t$ , мөчлөг  $c_t$ , болон алдаа  $\epsilon_t$ -ээс бүрдэх бөгөөд нэгтгэн бичвэл  $y_t = \tau_t + c_t + \epsilon_t$  бүтэцтэй байна (Mills, 2013). Тодорхой шалгуурын дагуу сонгосон, эерэг  $\lambda$ -ийн хувьд

$$\min_{\tau} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right).$$

тэгшитгэлийг хангах урт хугацааны хандлага  $\tau_t$  олдоно. Тэгшитгэлийн эхний хэсэг  $d_t = y_t - \tau_t$  нь мөчлөгийн торгуул болно. Хоёрдох хэсэг нь  $\lambda$ -р үржсэн урт хугацааны хандлагын хоёр ялгаврын квадратын нийлбэр болно. Энэ нь урт хугацааны хандлагын өсөлтийн вариацийн торгуул болно. (Hodrick & Prescott, 1997) улирлын өгөгдөл ашиглаж буй үед  $\lambda$ -ийн утга 1600 байх ёстой гэж үзсэн байдаг гэвч энэ утга нь АНУ-ын өгөгдөлд л тохиромжтой хөгжиж буй орнуудын хувьд бага байх ёстой гэх нь бий (Bersch & Sinclair, 2011). Тиймээс бид үнэлгээг хийхдээ (Bersch & Sinclair, 2011)-г даган  $\lambda = 8, 40, 1600$  гэх утгууд авч үзэх болно.

Харин (Kim et al, 2009) нар дээрх тэгшитгэлийг өөрчлөн  $l_1$  трендийн шүүлтүүрийг бий болгожээ. Энэхүү шүүлтүүр нь HP шүүлтүүртэй маш төстэй бөгөөд дээрх тэгшитгэлийн хоёрдугаар элемент болох вариацийг абсолют хазайлтаар сольдог. Тиймээс,  $l_1$  трендийн шүүлтүүрийн үнэлгээ нь тасралттай шугаман хэлбэртэй (piecewise liner) байх бөгөөд энэ нь тасралттай шугаман хэлбэрийн урт хугацааны чиг хандлагатай хугацааны цувааг шинжлэхэд тохиромжтой буюу бүтцийн өөрчлөлттэй, налалтын коэффициентын өөрчлөлт зэргийг уг цувааны динамикт оруулан загварчилдаг байна



(Kim et al, 2009). Энэ тэгшитгэл хэлбэрт

$$\min_{\tau} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} |(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})| \right),$$

байна. Энд буй хувьсагч, параметрууд нь НР шүүлтүүртэй ижил билээ. Энэхүү хоёр шүүлтүүр нь бага давтамжийг нэвтрүүлэх шүүлтүүрийн тухайн тохиолдол билээ.

### Тригонометрик регрессийн шүүлтүүр

Тригонометрик регрессийн шүүлтүүр нь трендтэй, трендгүй хугацааны цуваа  $x_t$ -г тригонометр функц ашиглан загварчлахад оршино. Тухайлбал, шугаман тренд, мөчлөг бүхий цувааг  $\hat{x} = A_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_1 t) + A_2$  хэлбэртэй загварчилж болно. Уг загварт мөчлөг хэсгийг тогтмол үетэй, далайцтай гэж үзэж байна. Ерөнхий тохиолдолд  $x_t$ -ийн трендийг

$$\hat{y}_t = B_t(L)x_t, t = 1, \dots, T$$

байдлаар загварчлах бөгөөд энд  $B_t(L)x_t$  нь

$$\begin{aligned} B_t(L)x_t &= \sum_{l=t-T}^{t-1} \left\{ \frac{2}{T} \sum_{j \in J} \cos(\omega_j l) \right\} x_{t-l}, \text{ if } \frac{T}{2} \notin J \\ &= \sum_{l=t-T}^{t-1} \left\{ \frac{2}{T} \sum_{j \in J, j \neq \frac{T}{2}} \cos(\omega_j l) + \frac{1}{T} \cos(\pi(t-l)) \cos(\pi t) \right\} x_{t-l}, \text{ if } \frac{T}{2} \in J \\ t &= 1, \dots, T, \omega_j = \frac{2\pi}{T} j \end{aligned}$$

байна. Энд  $J$  индекс нь бидний салган авахыг хүсэж буй давтамжийн олонлог бөгөөд энэ нь  $1, \dots, T/2$ -ийн дэд олонлог байна. Тригонометрик регрессийн шүүлтүүр нь тодорхой давтамжийн мужид харьяалагдах давтамжтай хэсгийг нэвтрүүлэх (band pass filter) шүүлтүүрийн хэлбэр болно. Энэхүү шүүлтүүрийн ашиглахдаа улирлын өгөгдлийн хувьд давтамжийн доод утгыг  $p_l = 6$ , дээд утгыг  $p_u = 40$ -өөр авах нь тохиромжтой (D. S. G. Pollock, 2013).

### Christiano Fitzgerald шүүлтүүр

Дээр дурдсанчлан band pass шүүлтүүр нь өгөгдлөөс нам болон хэт өндөр давтамжтай хэсгийг салган мөчлөгийг загварчлах зорилготой. Хоёр талт, тэгш хэмт шүүлтүүрүүд нь эдийн засгийн өнөөгийн нөхцөл байдлыг тогтооход хэрэгтэй болов нэмэлт бодлогын судалгаа явуулахад тохиромжгүй байдаг. Band pass шүүлтүүрийн энэхүү сул талийг шийдвэрлэсэн нэгэн шүүлтүүр Christiano Fitzgerald шүүлтүүр юм. (Christiano & Fitzgerald, 2003)-д тэгш хэмгүй, стационар бус, өгөгдлийн хувийн чанараас хамааран өөрчлөгдөх шүүлтүүр зохиосон байна.

Дээр шүүлтүүрүүдийг үнэлэхдээ бид R програмын mFilter package-ийг ашиглах болно. Уг package дээрх шүүлтүүрүүдийн функцийг ашиглахад нам давтамжийн шүүлтүүрүүдийн хувьд давтамжийн доод утга, band pass шүүлтүүрүүдийн хувьд давтамжийн цонх утгыг оруулах шаардлагатай болдог. Уг давтамжуудыг өгөхдөө Монгол,



болон олон улсын хувьд хийгдсэн эмпирик судалгаанд улирлын өгөгдлийн хувьд давтамжийн утгыг хэрхэн сонгож байгааг дагах болно. Мөн шүүлтүүрүүдийн нийцтэй байдлыг харьцуулахдаа бусад эмпирик судалгааны жишгийг дагасан бөгөөд дараах хүчин зүйлсийг авч үзнэ.

- BBQ алгоритмтай харьцуулах
- Төгсгөлийн цэгийн асуудалгүй байх
- Өнөөгийн болон өнгөрсөн үеийн эдийн засгийн нөхцөлийг төв таньж байх
- Өгөгдлийн тоог нэмэхэд үнэлгээ бага өөрчлөгдөх
- Нийт болон уул, уурхайн бус ДНБ-ийн мөчлөг төстэй байх

### 3.3 Blanchard-Quah хэлбэрийн задаргаа

Blanchard-Quah хэлбэрийн хязгаарлалттай VAR загварын үнэлгээг ерөнхий жишээн дээр авч үзвэл. Бид  $l(1)$  цуваа  $y_t$ -г урт болон богино хугацааны хэсэгт нь задлах гэж буй гэж үзье. Мөн бидэнд  $z_t$  гэх өөр нэгэн хувьсагч байгаа бөгөөд энэ нь  $y_t$ -тэй ижил хоёр шоконд өртдөг гэж үзье. Тогтмол коэффициентийг орхин бичвэл  $y_t$ ,  $z_t$ -ийн хоёр хэмжээс шилжүүлэн дундаж (ВМА) илэрхийлэл нь:

$$\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \epsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \epsilon_{2t-k} \quad (7)$$

$$z_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{21}(k) \epsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{22}(k) \epsilon_{2t-k} \quad (8)$$

хэлбэртэй болно. Үүний хураангуй хэлбэрт бичвэл:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(L) & c_{12}(L) \\ c_{21}(L) & c_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Энд  $\epsilon_{1t}$ ,  $\epsilon_{2t}$ -н тогтмол вариацитай, үл хамаарах цагаан шуугиан процесс,  $c_{ij}$ -ууд нь хожимдлын операторын олон гишүүнт бөгөөд  $c_{ij}(L)$ -ийн тус бүрийн коэффициент нь  $c_{ij}(k)$  байна. Тухайлбал,  $c_{12}(L)$ -ийн гуравдах коэффициент  $c_{12}(3)$  байна. Шокуудыг нормчилсон бөгөөд  $var(\epsilon_1) = 1$ ,  $var(\epsilon_2) = 1$  байна. Эндээс шокын вариаци/ковариацийн матриц нь:

$$\sum_{\epsilon} = \begin{bmatrix} var(\epsilon_1) & cov(\epsilon_1, \epsilon_2) \\ cov(\epsilon_2, \epsilon_1) & var(\epsilon_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

гарна. БК арга  $\epsilon_{1t}$ ,  $\epsilon_{2t}$  шокуудыг  $y_t$  болон  $z_t$ -тай шууд хамааруулдаггүй. Үүний оронд,  $y_t$  болон  $z_t$ -г эндоген хувьсагч,  $\epsilon_{1t}$ ,  $\epsilon_{2t}$ -ууд нь экзоген хувьсагч байна гэж үздэг. (Blanchard & Quah, 1989)-д  $y_t$  нь ҮНБ,  $z_t$  нь ажилгүйдэл,  $\epsilon_{1t}$  нь нийт эрэлтийн шок,  $\epsilon_{2t}$  нь нийт нийлүүлэлтийн шок тус тус байсан. Тухайлбал,  $c_{11}(L)$  коэффициент нь логарифм авсан бодит ҮНБ-ий өөрчлөлтийн нийт эрэлтийн шоконд үзүүлэх хариу үйлдлийг илэрхийлнэ.  $y_t$ -г урт хугацааны хандлага, богино хугацааны зөрүү хэлбэрт задлахын тулд  $y_t$ -ийн хоёр шокын нэг нь урт хугацааны нөлөө байхгүй гэх нөхцөл тавина. Энэхүү нөхцөлийг тавьснаар VAR загварын үнэлгээний бүтцийн шокыг бүрэн

тодорхойлох боломжтой болно. Тухайлбал, (Blanchard & Quah, 1989) нийт нийлүүлэлтийн шок нь ҮНБ-д урт хугацааны нөлөөгүй гэж үзсэн. Энэ нөхцөл биелнэ гэж үзвэл  $\epsilon_{1t}$  шокын  $\Delta y_t$ -д үзүүлэх хуримтлагдсан нөлөө нь тэг байх учиртай. Тиймээс (7) дахь коэффициент  $c_{11}(k)$  нь

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \epsilon_{1t-k} = 0$$

байна. Энэ нь  $\epsilon_{1t}$ -ийн хувьд биелэх тул дараах тэнцэтгэл биелнэ.

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) = 0 \quad (9)$$

Нийт эрэлт, нийт нийлүүлэлтийн шок шууд хэмжигдэхгүй тул VAR загварын үнэлгээнээс тооцох шаардлагатай болно. Загварын хувьсагч стационар тулд уг загварын VAR тодорхойлолт нь удаах хэлбэртэй бичнэ.

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \quad (10)$$

эсвэл илүү компакт хэлбэрт бичвэл

$$x_t = A(L)x_{t-1} + e_t$$

энд  $x_t$  нь  $(\Delta y_t, z_t)^T$  баганын вектор,  $e_t$  нь  $(e_{1t}, e_{2t})^T$  вектор,  $A(L)$  нь  $2 \times 2$  матриц байх бөгөөд элементүүд нь  $A_{ij}(L)$  олон гишүүнт байна.

Гол зүйл нь VAR загварын үлдэгдлүүд нь цэвэр шокын шугаман комбинац хэлбэртэй байна. Жишээлбэл,  $e_{1t}$  нь нэг алхмын дараах таамаглалын алдаа буюу  $e_{1t} = \Delta y_t - E_{t-1}(\Delta y_t)$  байна. Эндээс ХТХД-аас нэг алхмын дараах таамаглалын алдаа нь  $c_{11}(0)\epsilon_{1t} + c_{12}(0)\epsilon_{2t}$  байна. Энэхүү хоёр илэрхийлэл нь ижил тул:

$$e_{1t} = c_{11}(0)\epsilon_{1t} + c_{12}(0)\epsilon_{2t} \quad (11)$$

байх бөгөөд үүнтэй адилаар  $z_t$ -ийн нэг алхмын дараах таамаглалын алдаа:

$$e_{2t} = c_{21}(0)\epsilon_{1t} + c_{22}(0)\epsilon_{2t} \quad (12)$$

байна. Дээрх хоёр тэгшитгэлийг хамтатган бичвэл.

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(0) & c_{12}(0) \\ c_{21}(0) & c_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Хэрвээ  $c_{11}(0), c_{12}(0), c_{21}(0), c_{22}(0)$  мэдэгдэж байсан бол  $\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ -г регрессийн үлдэгдэл  $e_{1t}, e_{2t}$ -ээс гарган авах боломжтой. (Blanchard & Quah, 1989)-д (10)-р хамаарал болон (9) хязгаарлалттай хоёр талт хөдөлгөөнт дундаж илэрхийлэл биелж байх юм бол дөрвөн коэффициентийг илэрхийлэх дөрвөн хязгаарлалт гарахыг харуулсан. VAR загварын үлдэгдлээс  $var(e_1), var(e_2)$  болон  $cov(e_1, e_2)$ -ийн үнэлэх боломжтой. Тиймээс энд дараах хязгаарлалтуудыг тавина.

1. **Хязгаарлалт 1:** (11) болон  $E(\epsilon_{1t}\epsilon_{2t})$  бөгөөд вариацийг нормчилсон буюу  $var(\epsilon_1) = var(\epsilon_2) = 1$  гэж үзвэл  $e_{1t}$  нь

$$var(e_1) = c_{11}(0)^2 + c_{12}(0)^2 \quad (13)$$

2. **Хязгаарлалт 2:** Дээрхтэй адилаар  $e_{2t}$ -ийн вариаци  $c_{21}(0)$  болон  $c_{22}(0)$ -тай дараах тэгшитгэлээр холбогдоно

$$var(e^2) = c_{21}(0)^2 + c_{22}(0)^2 \quad (14)$$

3. **Хязгаарлалт 3:**  $e_{1t}$  болон  $e_{2t}$ -ийн үржвэр

$$e_{1t}e_{2t} = [c_{11}(0)\epsilon_{1t} + c_{12}(0)\epsilon_{2t}][c_{21}(0)\epsilon_{1t} + c_{22}(0)\epsilon_{2t}]$$

гарах бөгөөд үүний хоёр талаас хүлээлт авбал VAR загварын үлдэгдлийн вариаци

$$E(e_{1t}e_{2t}) = c_{11}(0)c_{21}(0) + c_{12}(0)c_{22}(0) \quad (15)$$

болно. Тиймээс 13-15 нь 4 үл мэдэгдэгчтэй 3 системийн тэгшитгэл болно. Дөрөв дэх хязгаарлалт нь  $\epsilon_{1t}$  нь  $y_t$ -д урт хугацааны нөлөөгүй гэх таамаглалаас гарч ирнэ. Гэвч (9) хязгаарлалтыг VAR загвараар илэрхийлэх нь төвөгтэй хэлбэрт байдаг. Үүнийг хэрэгжүүлэхдээ (10) тэгшитгэлийг

$$x_t = A(L)Lx_t + e_t$$

хэлбэрт бичин.

$$[1 - A(L)L]x_t = e_t$$

гэж хувирган тэгшитгэлийн хоёр талыг  $[1 - A(L)L]^{-1}$ -аар үржүүлэн дэлгэрэнгүй хэлбэрт бичвэл

$$x_t = [1 - A(L)L]^{-1}e_t = \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 - A_{22}(L)L & A_{12}(L) \\ A_{21}(L)L & 1 - A_{11}(L)L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$$

болно. Энд  $D = [1 - A(L)L]$ -ийн тодорхойлогч бөгөөд  $A_{ij}(L)$ -ийн тодорхойлолтыг санавал

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 - \sum a_{22}(k)L^{k+1} & \sum a_{12}(k)L^{k+1} \\ \sum a_{21}(k)L^{k+1} & 1 - \sum a_{11}(k)L^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$$

дээрх тэгшитгэл гарах бөгөөд энд нийлбэр нь тэгээс хязгааргүй рүү тэмүүлж байна. Тиймээс  $\Delta y_t$ -г  $e_{1t}$  болон  $e_{2t}$ -ийн өнөөгийн утга болон хожимдолтой утга хэлбэрт бичвэл

$$\Delta y_t = \frac{1}{D} \left( [1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k)L^{k+1}]e_{1t} + \sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k)L^{k+1}e_{2t} \right) \quad (16)$$

(16) тэгшитгэл дэх  $e_{1t}$  болон  $e_{2t}$ -ийг (10), (11)-ээр соливол  $\epsilon_{1t}$  нь  $y_t$ -д урт хугацааны нөлөөгүй гэх хязгаарлалт нь:

$$[1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k)L^{k+1}]c_{11}(0)\epsilon_{1t} + \sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k)L^{k+1}c_{21}(0)\epsilon_{1t} = 0$$

болно.

4. **Хязгаарлалт 4:** Боломжит бүх  $\epsilon_{1t}$ -ийн хувьд шок  $\epsilon_{1t}$  нь  $y_t$ -д богино хугацааны нөлөө үзүүлнэ.

$$\left[1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k)\right]c_{11}(0) + \sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k)c_{21}(0) = 0$$

Дээрх дөрвөн хязгаарлалтаас гарах дөрвөн тэгшитгэлийн ашиглан  $c_{11}(0)$ ,  $c_{21}(0)$ ,  $c_{12}(0)$ , болон  $c_{22}(0)$ -үүдийн утгыг олох боломжтой болно. Нэгтгэн дүгнэвэл Blanchard-Quah хэлбэрийн задаргааг дараах алхмуудын дагуу үнэлнэ.

1. Хоёр хувьсагчаа хугацааны трендтэй байна уу, нэгж язгууртай байна гэдгийг нь шалгана.  $y_t$  цуваа нэгж язгуургүй бол задаргааг хийж болохгүй. Боломжтой хувиргалт хийсний дараа дараах бүх хувьсагч стационар болсон байх ёстой. VAR загвараа үнэлэн оновчтой хожимдлын утгыг тодорхойлно, шаардлагатай диагностик тестүүдийг хийнэ.
2. 1-р алхамд үнэлсэн ВАЗ загварын үлдэгдлийг ашиглан вариаци-ковариацийн матрицыг буюу  $var(e_1)$ ,  $var(e_2)$ ,  $cov(e_1, e_2)$  болон  $1 - \sum_{k=0}^p a_{22}(k)$ ,  $\sum_{k=0}^p a_{21}(k)$  нийлбэрүүдийн тооцно. Энд  $p$  нь оновчтой хожимдлын хэмжээ юм. Энэхүү тооцсон утгуудаа ашиглан дараах тэгшитгэлүүдийн бодон  $c_{11}(0)$ ,  $c_{12}(0)$ ,  $c_{21}(0)$ , болон  $c_{22}(0)$ -ийн утгыг олно.

$$var(e_1) = c_{11}(0)^2 + c_{12}(0)^2$$

$$var(e_2) = c_{21}(0)^2 + c_{22}(0)^2$$

$$E(e_{1t}e_{2t}) = c_{11}(0)c_{21}(0) + c_{12}(0)c_{22}(0)$$

$$\left[1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k)\right]c_{11}(0) + \sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k)c_{21}(0) = 0$$

$c_{ij}$ -ийн дөрвөн утгыг тооцсоны дараа VAR загварын үлдэгдэл  $\epsilon_{1t}$  болон  $\epsilon_{2t}$ -ийг дараах томъёоны тусламжтай тооцож болно.

$$e_{1,t-i} = c_{11}(0)\epsilon_{1,t-i} + c_{12}(0)\epsilon_{2,t-i}$$

$$e_{2,t-i} = c_{21}(0)\epsilon_{1,t-i} + c_{22}(0)\epsilon_{2,t-i}$$

3. Уламжлалт VAR загварын нэгэн адил, дээр тодорхойлсон  $\epsilon_{1t}$  болон  $\epsilon_{2t}$  ашиглан вариацийн задаргаа, хариу үйлдлийн функцийг тооцож болно. Гэвч уламжлалт ВАЗ загвараас ялгарах нэгэн онцлог нь инфулсын нөлөөг тайлбарлахад хялбар байдагт оршино. Тухайлбал, (Blanchard & Quah, 1989)-д тодорхой нийлүүлэлтийн шокын бодит ҮНБ логарифм утгын өөрчлөлтөд үзүүлэх нөлөөг тооцсон байдаг. Түүнчлэн, энэхүү загварыг ашиглан загварт буй хувьсагчдын түүхэн задаргааг хийх боломжтой байдаг. Жишээлбэл,  $\epsilon_{1t} = 0$  гэж үзэн  $\epsilon_{2t}$ -ийн тодорхойлогдсон утгыг ашиглан  $y_t$ -дахь байнгын өөрчлөлтийг

$$\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k)\epsilon_{2,t-k}$$

### 3.4 Төлөв байдлын огторгуйн загвар ба Калманы шүүлтүүр

Төлөв байдлын огторгуйн загварт үл ажиглагдах төлөвийн хувьсагч  $\alpha_t$  болон ажиглалт  $y_t$  байна.  $\mathcal{Y}_{t-1}$ -г  $(t-1)$  үе хүртэлх бүх ашиглалтын олонлог гэж үзвэл төлөв байдлын огторгуйн загвар нь:

1. Төлөвийн өөрчлөлтийг илэрхийлэх төлөвийн тэгшитгэл:

$$F(\alpha_t | \alpha_{t-1}, \mathcal{Y}_{t-1})$$

2. Ажиглалт нь төлөвтэй ямар хамааралтайг илэрхийлэх ажиглалтын тэгшитгэл

$$f(y_t | \alpha_t, \mathcal{Y}_{t-1})$$

-уудаар тодорхойлогдоно. Энэхүү хоёр тэгшитгэлийг ашиглан ажиглалт  $(y_1, y_2, \dots, y_T)$ -ийн хамтын хамгийн их үнэний функцийг (joint likelihood function) бичих боломжтой бөгөөд энэ нь:

$$f(y_1, \dots, y_T; \theta) = f(y_1; \theta) \prod_{t=2}^T f(y_t | y_{t-1}, \dots, y_1; \theta) = f(y_1; \theta) \prod_{t=2}^T f(y_t | \mathcal{Y}_{t-1}; \theta)$$

байна. Энэхүү тэгшитгэлийг үнэлэхийн тулд  $f(y_t | \mathcal{Y}_{t-1})$ -г олох шаардлагатай. Үүнийг дараах гурван алхмын дагуу олох бөгөөд үүнийг шүүлтүүр гэнэ. (Гэвч энэхүү шүүлтүүр нь бидний дээр дурдсан статистик шүүлтүүрээс ялгаатай ойлголт болохыг анхаарна уу.)

- 1.

$$f(y_t | y_{t-1}) = \int f(y_t | \alpha_t, y_{t-1}) f(\alpha_t | y_{t-1}) d\alpha_t$$

2. Таамаглалын тэгшитгэл

$$f(\alpha_t | \mathcal{Y}_{t-1}) = \int F(\alpha_t | \alpha_{t-1}, y_{t-1}) f(\alpha_{t-1} | \mathcal{Y}_{t-1}) d\alpha_{t-1}$$

3. Засварлалтын тэгшитгэл

$$f(\alpha_t | \mathcal{Y}_t) = \frac{f(y_t | \alpha_t, y_{t-1}) f(\alpha_t | y_{t-1})}{f(y_t | \mathcal{Y}_{t-1})}$$

Дээрх гурван алхам нь онолын хувьд хялбар зүйл билээ. Тухайлбал, бид  $f(\alpha_1 | \mathcal{Y}_0)$ -аас  $f(y_1 | \mathcal{Y}_0)$ -г,  $f(\alpha_1 | \mathcal{Y}_1)$ -аас  $f(\alpha_2 | \mathcal{Y}_1)$ -г тус тус олсоор эцэст нь нөхцөлт үнэний хувийн функц  $f(y_2 | y_1)$ -г олно. Гэвч эхний хоёр алхмын интеграл авах шаардлага үүсэх бөгөөд практикт энэ нь хэт төвөгтэй байдаг. Хоёр нөхцөлд уг интеграл нь харьцангуй хялбар байдаг. Эхний тохиолдолд дискрет тархалттай үед уг функц нь нийлбэр хэлбэртэй бичигдэх учир олоход хялбар байна. Удаах тохиолдолд хэвийн тархалттай гэж үзнэ. Энэ тохиолдолд нөхцөлт функцүүд нь ч хэвийн тархалттай байна. Хэвийн тархалттай үнэлгээ хийх прецессийг Калманы шүүлтүүр гэнэ. Энд Калманы шүүлтүүрийн тэгшитгэлийн шаардлагагүй гэж үзэн орхилоо. Бусад тохиолдолд интергалийг бодох боломжгүй шахуу байна. Гэвч уг интегралын утгыг ойролцоолох хэд хэдэн төрлийн арга бий.

## 4 Шинжилгээний үр дүн

### 4.1 Өгөгдөл ба алгоритм ашиглан тооцсон мөчлөг

Шинжилгээнд бид Монгол улсын бодит ДНБ 2000 оны 1-р улирлаас 2018 оны 4-р улирал хүртэлх өгөгдөл болон инфляцын 2006 оны 1-р улирлаас 2018 оны 4-р улирал хүртэлх өгөгдлийг ҮСХ-ний веб хуудаснаас авч ашиглалаа. ДНБ-ий бодит утгыг тооцохдоо 2010 оны зэрэгцүүлсэн үнээр тооцсон бөгөөд инфляцыг 2010 он суурьтай улсын хэрэглээний үнийн индексийн өөрчлөлтөөр авлаа.

Хүснэгт 2: Өгөгдлийн тодорхойлогч статистик

Хувьсагч	$\log(\text{rgdp})$	$\log(\text{cpi})$
Ажиглалтын тоо	76	52
Дундаж	14.69	4.729
Медиан	14.71	4.795
Хамгийн их	15.47	5.211
Хамгийн бага	13.67	4.038
Стандарт хазайлт	0.457	0.360

Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачийн тооцоолол. Энэхүү хүснэгтэд БДНБ, инфляцын улирлын нөлөөг засварлаагүй утгаас логарифм авсан утгыг харууллаа.

Шүүлтүүр ашиглахын тулд өгөгдлийн улирлын нөлөөг засварлах шаардлагатай. Ямар аргаар улирлын нөлөөг загварчилж байгаагаас хамаар ч үнэлгээний үр дүн ялгаатай гарах нь бий. Тиймээс бид улирлын нөлөөг өргөн хэрэглэгддэг хэд хэдэн аргаар загварчилж харьцуулалт хийх болно.

Хүснэгт 3: Улирлын нөлөөг засварласан өгөгдлийн тодорхойлогч статистик

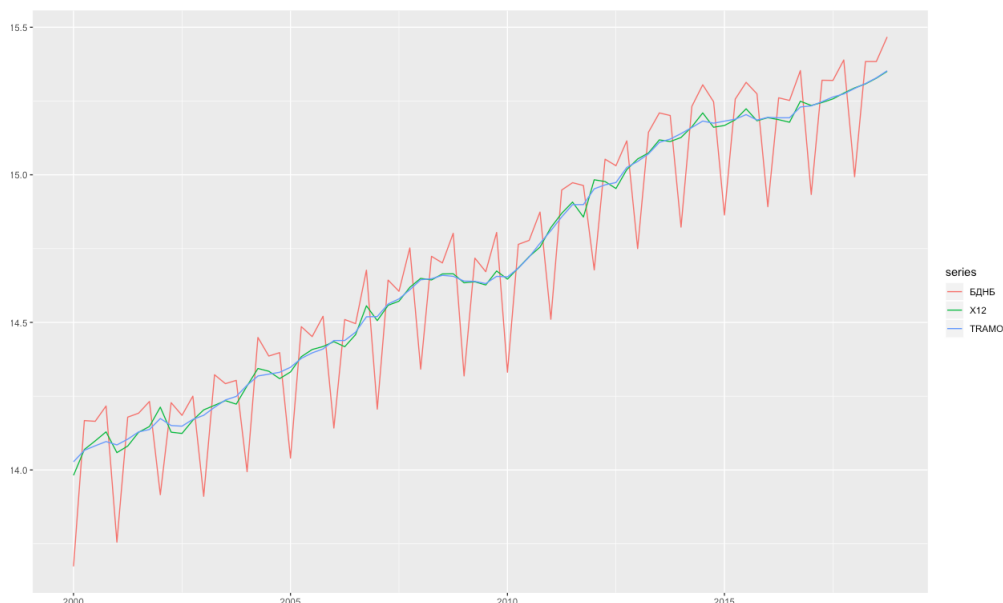
Хувьсагч	$\log(\text{rgdp})_{X12}$	$\log(\text{cpi})_{X12}$	$\log(\text{rgdp})_{\text{Tramo}}$	$\log(\text{cpi})_{\text{tramo}}$
Ажиглалтын тоо	76	52	76	52
Дундаж	14.70	4.729	14.70	4.729
Медиан	14.66	4.795	14.66	4.794
Хамгийн их	15.35	5.214	15.35	5.217
Хамгийн бага	13.98	4.040	14.03	4.024
Стандарт хазайлт	0.420	0.360	0.416	0.360

Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачийн тооцоолол. Энэхүү хүснэгтэд БДНБ, инфляцын улирлын нөлөөг X12 болон Tramo аргаар засварлан өгөгдлийн тодорхойлогч статистикийг харууллаа.

Хавсралт 1-д шинжилгээн ашиглаж буй өгөгдөл, улирлын нөлөө буй эсэх болон уг нөлөө тогтвортой эсэхийг шалгах тестийн үр дүнг харууллаа. Уг үнэлгээнээс үзэхэд БДНБ болон ХҮИ-д улирлын нөлөө байгаа бөгөөд энэ нь тогтворгүй байх магадал өндөр байна. Улирлын нөлөө нь хугацаа өнгөрөх тусам бага хэмжээгээр нэмэгдэх хандлагатай байгаа тул бид БДНБ, ХҮИ-ийг үржвэр бүтэцтэй гэж үзэн логарифм утга аван нийлбэр бүтэцэд шилжүүлэн шинжилгээг хийлээ.

Мөчлөгийг тодорхойлохдоо аргагүй хэсэгт дурдсан BVQ алгоритмыг X12 болон Tramo-гоор улирлын нөлөөг засварласан өгөгдөлд ашиглалаа. Хавсралт 2-т уг алгоритмын үр дүнг дэлгэрэнгүй харуулсан болно.

Зураг 2: Улирлын нөлөөг засварласан өгөгдлийн дүрслэл



Тэмдэглэл: Зурагт улаанаар улирлын нөлөөг засварлаагүй, ногооноор X12-оор, цэнхэр өнгөөр Tramo ашиглан улирлын нөлөөг засварласан БДНБ-ийг дүрсэллээ. Зургаас харагдаж байгааг Tramo нь өгөгдлийг хэт гөлгөр болгож байна.

Tramo-гоор улирлын нөлөөг засварласан өгөгдөлд ашигласан BVQ алгоритм өнгөрсөн үед тохиолдсон эдийн засгийн уналтын үеүдийн буруу таньж байгааг хавсралт 2-оос харна уу. Үүний шалтгаан нь, дээрх зурагт харагдаж байгааг Tramo арга нь өгөгдлийг хэт гөлгөр болгож мөчлөгийн далайцыг багасгаж байгаатай холбоотой гэж үзэж байна.

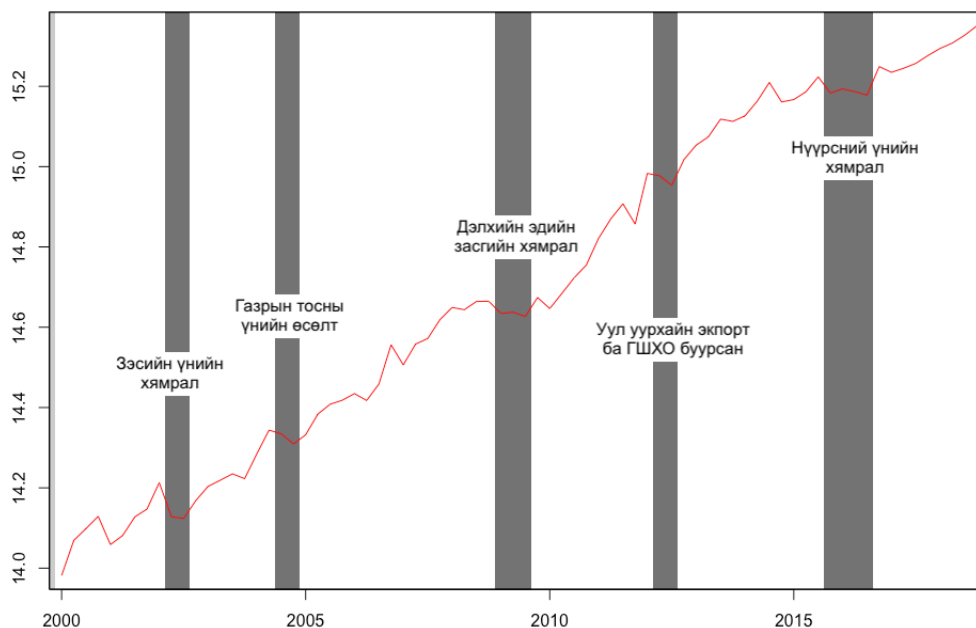
Хүснэгт 4: Бизнесийн мөчлөгийн эргэлтийн цэг

	Дээд цэг	Доод цэг	Үргэлжлэх хугацаа
1	2002Q1	2002Q3	2
2	2004Q2	2004Q4	2
3	2008Q4	2009Q3	3
4	2012Q1	2012Q3	2
5	2015Q3	2016Q3	4

Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачийн тооцоолол. X12-оор улирлын нөлөөг засварласан БДНБ-ий өгөгдөлд BVQ алгоритм ашиглан тооцсон бизнесийн мөчлөгийн эргэлтийн цэг

Тиймээс X12 аргаар улирлын нөлөөг засварласан өгөгдлийг цааших шинжилгээндээ ашиглалаа. Дээрх хүснэгтэд бизнесийн мөчлөгийн эргэлтийн цэгүүдийн харуулалаа. Энэ нь өмнөх үеийн эдийн засгийн нөхцөл байдлыг оновчтой тооцож байгаа бөгөөд (Davaajargal & Khuslen, 2018)-д тооцсонтой ижил байна. Энд тооцсон бизнесийн мөчлөгийн эргэлтийн цэгүүдийн статистик шүүлтүүрийн оновчтой байдлыг шалгахдаа ашиглах болно. Дээрх эргэлтийн цэгүүдийн улирлын нөлөөг засварласан БДНБ-тэй давхцуулан зурвал дараах зураг гарч байна.

Зураг 3: Эргэлтийн цэгүүд ба түүний шалтгаан



Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачдын дүрслэл. Зурагт BBQ алгоритмаар тооцсон эргэлтийн цэгүүд болон тэдгээрийн шалтгааныг харууллаа.

## 4.2 Статистик шүүлтүүрүүд ба тэдгээрийн харьцуулалт

Бид энэхүү шинжилгээнд дөрвөн төрлийн статистик шүүлтүүр ашиглаж байна. Эдгээр нь Ходрик Прескотт-ийн шүүлтүүр,  $l_1$  трендийн шүүлтүүр, тригометрик регрессийн шүүлтүүр, болон Кристиано Фитцджералд шүүлтүүр тус тус болно. Эдгээрийн эхний хоёр нь бага давтамжийн ялгах (low pass) шүүлтүүр, сүүлийн хоёр нь тодорхой муж дахь давтамжийг нэвтрүүлэх (band pass) шүүлтүүр болохыг дурдсан билээ. Шүүлтүүрүүдийн гүйцэтгэлийг шалгахдаа тавих нөхцөлүүдийг арга зүй хэсэгт дурдсан билээ.

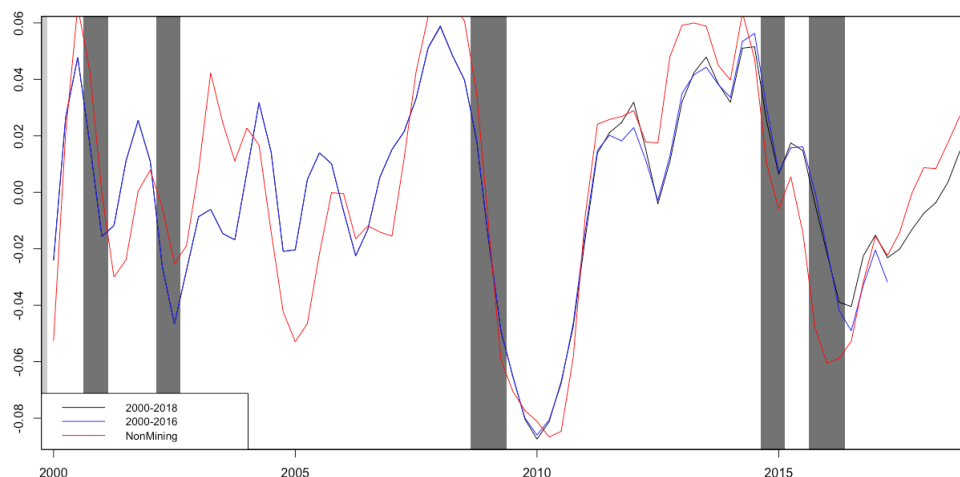
Зураг 3, 4, 5, 6-д ХП шүүлтүүр,  $l_1$  трендийн шүүлтүүр, тригометрик регрессийн шүүлтүүр, болон CF шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөгийг харууллаа. Энд дурдсанчлан НР болон  $l_1$  трендийн шүүлтүүрүүд нь хоорондоо төстэй байдаг бөгөөд тухайн өгөгдөл бүтцийн өөрчлөлттэй үед  $l_1$  трендийн шүүлтүүр харьцангуй сайн үр дүн өгнө. Зургаас харвал энэхүү хоёр шүүлтүүр эдийн засгийн уналтын үеүдийг оновчтой тодорхойлж байна. Гэвч  $l_1$  трендийн шүүлтүүрийн урт болон богино өгөгдлийн давхацсан хугацааны мөчлөг зөрүүтэйн дээр  $l_1$  трендийн шүүлтүүр нь төгсгөлийн цэгийн асуудалтай байгаа нь харагдаж байна. Тухайлбал, 2018 оны дөрөвдүгээр улиралд Монгол улсын эдийн засаг өсөх фаз дээр байна гэж BBQ алгоритм тогтоосон боловч  $l_1$  трендийн шүүлтүүрийн үр дүнгээс үзвэл уналтын үедээ явж байна.

Тригометрик регрессийн шүүлтүүр, болон КФ шүүлтүүрийн хувьд эдийн засгийн уналтын үеийг мөн адил оновчтой зааж байна. Гэвч Тригометрик регрессийн шүүлтүүрийг 2000-2016 оны өгөгдөлд ашиглахад 2000-2018 оны өгөгдөлд ашигласан үр дүнгээс зөрүүтэй үр дүн өгч байна. Харин КФ шүүлтүүрийн хувьд 2000-2016 болон



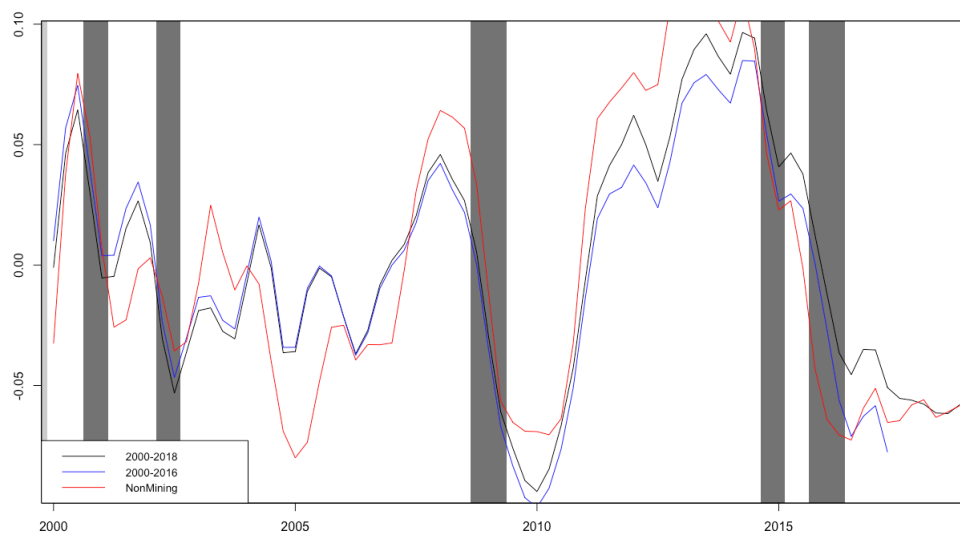
2000-2018 оны үр дүн хоорондоо маш төстэй байна. Мөн КФ шүүлтүүр нь төгсгөлийн цэгийн асуудалгүй буюу 2018 оны дөрөвдүгээр улирлын эдийн засгийн нөхцөл байдлыг оновчтой таамаглаж байна. Бүх шүүлтүүрүүдийн хувьд нийт БДНБ болон уул, уурхайн бус БДНБ-ий мөчлөг 2006 оноос өмнө ялгаатай байж байгаад энэ оноос хойш нэн төстэй болжээ. Энэ нь 2006 оноос хойш Монгол улсын эдийн засаг уул, уурхайн салбараас илүү хамааралтай болсонтой холбоотой байх боломжтой.

Зураг 4: ХП шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг



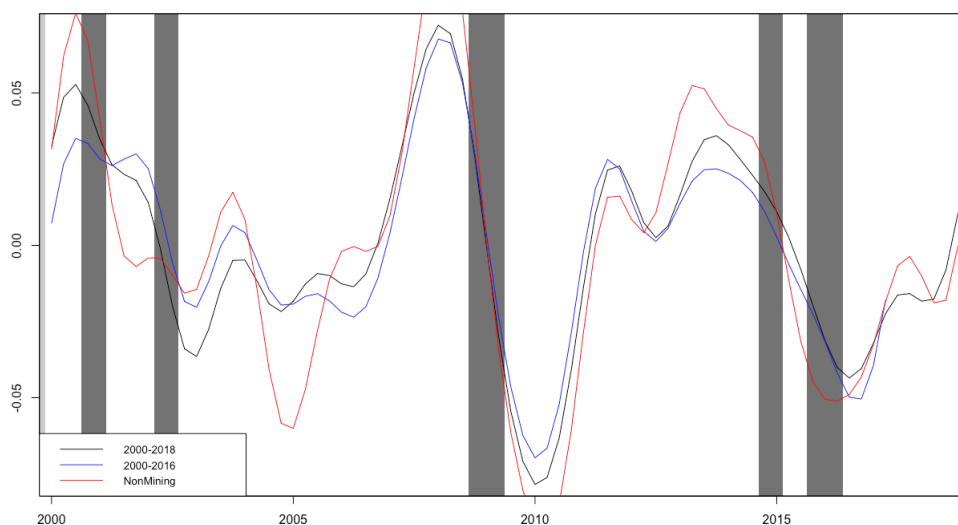
Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачын дүрслэл. Хар өнгөөр 2000-2018 оны, цэнхэр өнгөөр 2000-2016 оны, улаан өнгөөр уул уурхайн бус БДНБ-ий өгөгдөлд уг шүүлтүүрийг ашигласан үр дүнг дүрсэллээ.

Зураг 5:  $l_1$  трендийн шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг



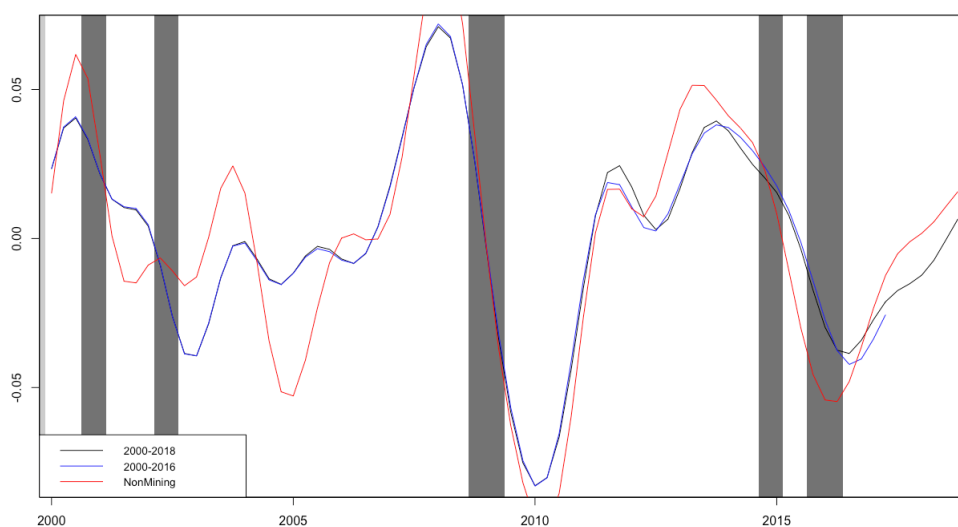
Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачын дүрслэл. Хар өнгөөр 2000-2018 оны, цэнхэр өнгөөр 2000-2016 оны, улаан өнгөөр уул уурхайн бус БДНБ-ий өгөгдөлд уг шүүлтүүрийг ашигласан үр дүнг дүрсэллээ.

Зураг 6: Тригнометрик регрессийн шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг



Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачын дүрслэл. Хар өнгөөр 2000-2018 оны, цэнхэр өнгөөр 2000-2016 оны, улаан өнгөөр уул уурхайн бус БДНБ-ий өгөгдөлд уг шүүлтүүрийг ашигласан үр дүнг дүрсэллээ.

Зураг 7: КФ шүүлтүүр ашиглан тооцсон эдийн засгийн мөчлөг



Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачын дүрслэл. Хар өнгөөр 2000-2018 оны, цэнхэр өнгөөр 2000-2016 оны, улаан өнгөөр уул уурхайн бус БДНБ-ий өгөгдөлд уг шүүлтүүрийг ашигласан үр дүнг дүрсэллээ.

Дээрх үр дүнгүүдээс дүгнэвэл Монголын улсын бизнесийн мөчлөгийг КФ шүүлтүүр хамгийн оновчтой тайлбарлаж байгаа бөгөөд ХП шүүлтүүр түүний дараа орж байна. Энэ нь (Bersch & Sinclair, 2011)-ийн үр дүнтэй ижил байна. Харин  $l_1$  трендийн шүүлтүүр нь хамгийн муу тайлбарлаж байна. Энэ нь (Davaajargal & Khuslen, 2018)-ийн үр дүнгийн эсрэг үр дүн юм. Статистик шүүлтүүр хэдийгээр эдийн засгийн өнөөгийн нөхцөл байдлыг оновчтой таньж болох ч түүнийг ашиглан таамаглал хийх, хэлбэлзлийг юу, хэрхэн үүсгэж байгааг тайлбарлаж чаддаггүй.

### 4.3 Калманы шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг

Бид энэ хэсэгт нэг хэмжээст үл ажиглагдах бүрэлдэхүүн хэсэгтэй төлөв байдлыг загвар үүсгэн Калманы шүүлтүүр ашиглан үнэллээ. Уг загварт  $y_t$ -г тренд, мөчлөг, санамсаргүй шок гэсэн хэсгээс бүрдэнэ гэж үзэн загварчиллаа. Энэ нь:  $y_t = \mu_t + \psi_t + \epsilon_t$  бүтэцтэй байна гэсэн үг бөгөөд тренд буюу  $\mu_t$  дараах төлөвийн болон ажиглалтын тэгшитгэлээр тодорхойлогдоно.

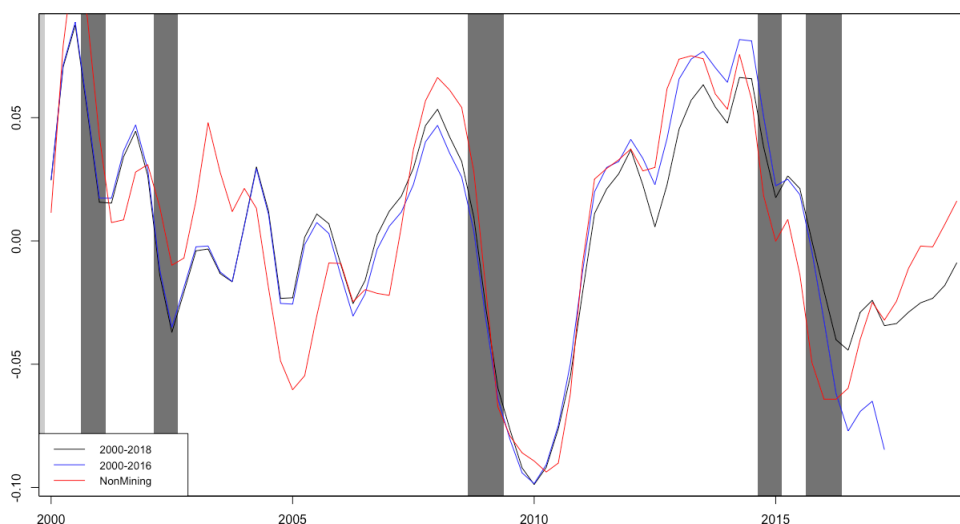
$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \beta_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_t \\ \zeta_t \end{bmatrix}$$

Энд  $\eta_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_\eta^2)$ ,  $\zeta_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_\zeta^2)$  байх бөгөөд үл хамаарах байна. Энэхүү тэгшитгэлийн алдааны вариаци  $\sigma_\eta^2$ ,  $\sigma_\zeta^2$ -г тэгтэй тэнцүүлснээр трендын уламжлалт загварыг тухайн нөхцөл хэлбэрээр гаргах боломжтой. Тухайлбал, хэрвээ  $\sigma_\eta^2 = 0$  гэж үзвэл тогтмол налалттай, стохастик, шугаман загвар үүсэх бөгөөд  $\sigma_\eta^2 = 0$   $\sigma_\zeta^2 = 0$  гэж үзвэл детерминистик шугаман трендийн загвар,  $\mu_t = \mu_0 + \beta_0 t$ , үүснэ Харин мөчлөг нь дараах тэгшитгэлээр тодорхойлогдоно.

$$\rho \begin{bmatrix} \psi_{t+1} \\ \psi_{t+1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \lambda_c & \sin \lambda_c \\ -\sin \lambda_c & \cos \lambda_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_t \\ \psi_t^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_t \\ \kappa_t^* \end{bmatrix}$$

Энд  $0 \leq \rho \leq 1$ , санамсаргүй шок  $\kappa_t$   $\kappa_t^*$  нь үл хамаарах  $N(0, \sigma_\kappa^2)$  байна. Энэхүү стохастик мөчлөг нь тогтмол үетэй боловч хугацааны хувьд өөрчлөгдөх далайц, фазтай байна. Мөчлөгийн стационар байх эсэх нь тогтворжуулалтын коэффициент  $\rho$ -оос хамаарна. Хэрвээ  $\rho < 0$  бол мөчлөг нь стационар байх бөгөөд тэг дундажтай,  $\sigma_\kappa^2/(1 - \rho^2)$  вариацитай байна. Үнэлгээг улирлын нөлөөг засварласан өгөгдөл ашиглаж хийж байгаа учир улирлын нөлөөг загварт оруулаагүй болно. Үнэлгээг R програмын gsum багцыг ашиглан үнэлсэн бөгөөд мөчлөгийн тогтмол үеийг BBQ алгоритмаар тооцсон дундаж үе болох 14-өөр авлаа.

Зураг 8: Калманы шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг



Тэмдэглэл: Эх сурвалж: Судлаачын дүрслэл. Хар өнгөөр 2000-2018 оны, цэнхэр өнгөөр 2000-2016 оны, улаан өнгөөр уул уурхайн бус БДНБ-ий өгөгдөлд уг шүүлтүүрийг ашигласан үр дүнг дүрсэллээ.

Зураг 7-оос үзэхэд ҮАБХ загвар нь мөчлөгийн эргэлтийн цэгүүдийн оновчтой таамаглаж буй бөгөөд бусад шүүлтүүрээс ялгарах зүйлгүй байна. Мөн өгөгдлийн хэмжээг нэмэхэд мөчлөгийн утга бага өөрчлөгдөж байгаа бөгөөд уул, уурхайн бус дотоодын нийт бүтээгдэхүүний мөчлөг нийт дотоодын нийт бүтээгдэхүүний мөчлөгтэй, бусад шүүлтүүрүүдийн нэгэн адил, 2006 оноос хойш нийцтэй байна.

Hodrick-Prescott-ийн шүүлтүүр (HP),  $l_1$  трендийн шүүлтүүр( $l_1$  трендийн), тригометрик регрессийн шүүлтүүр(ТР), Кристиано-Фитцджералд шүүлтүүр (КФ), үл ажиглагдах бүрэлдэхүүн хэсэг бүхий загварыг төлөв байдлын огторгуйн загвар хэлбэрт тавин Калманы шүүлтүүр ашиглан үнэлсэн загварын (ҮАБХ) мөчлөгийн тооцоололтуудын корреляцын матрицыг доорх хүснэгтэд харууллаа.

Хүснэгт 5: Шүүлтүүр ашиглан тооцсон мөчлөг хоорондын корреляц

	CF	$l_1$ тренд	HP	TR	UC
CF	1				
$l_1$ тренд	0.776	1			
HP	0.901	0.856	1		
TR	0.986	0.759	0.860	1	
UC	0.891	0.916	0.940	0.886	1

Эх сурвалж: Судлаачийн тооцоолол.

Хүснэгтээс харагдаж байгааг ижил зарчмаар ажилладаг шүүлтүүрүүдийн мөчлөгийн корреляц хамгийн өндөр байна. Бусад шинжүүрүүдээр авч үзвэл Кристиано-Фитцджералд шүүлтүүр хамгийн оновчтой байгааг дээр дурдсан билээ. Мөн үнэлэгдсэн мөчлөгийн утгаас ялгавар аван мөчлөгийн уналтын үед хамрагдах утгуудын хэд нь сөрөг тэмдэгтэй байгааг шалгахад дээрх бүх шүүлтүүрүүд уналтын үеийн оновчтой таамаглаж байна.

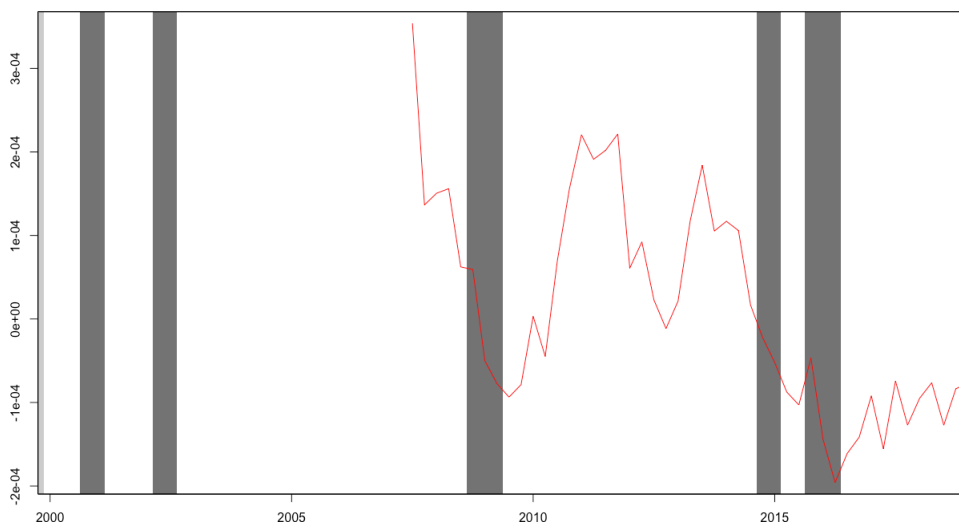
#### 4.4 Balnchard-Quah хэлбэрийн задаргаа

(Blanchard & Quah, 1989)-д бодит үндэсний нийт бүтээгдэхүүний байнгын буюу урт хугацааны болон түр зуурын буюу богино хугацааны хэсгүүдэд задлах аргыг боловсруулан байдаг. Уг аргын үндсэн санаа нь гарцын хэлбэлзэл эрэлтийн шокоос үүдэлтэй богино хугацааны хэлбэлзэл, нийлүүлэлтийн шокоос үүдэлтэй байнгын өөрчлөлт бүрдэнэ гэх санаа юм. Бид Монголын улсын өгөгдөлд уг загварыг үнэлэхийн тулд (Bersch & Sinclair, 2011)-д даган БДНБ болон инфляцыг хувьсагчдаа болгон сонгон авлаа. Үнэлгээг хийхдээ улирлын нөлөөг засварласан БДНБ өсөлт болон улирлын нөлөөг засварласан ХҮИ-ийн өсөлтийг ашиглалаа. Үнэлгээг арга зүй хэсэгт харуулсан алхмын дагуу хийлээ. Бид эхлээд инфляц болон БДНБ-ийн өсөлт стационар эсэхийг ADF тест, PP тест, болон KPSS тестүүдийг ашиглан шалгалаа. Үр дүнг хавсралт 3-аас харна уу. Тестүүдийн үр дүнгээс үзвэл энэхүү хоёр хувьсагч нь хоёул стационар байна. AIC, SIC гэх мэт мэдээллийн шинжүүрүүдэд суурилан хожимдлын оновчтой утгыг сонсон. Үнэлгээ хийсний дараах диагностик тестийн үр дүнг Хавсралт 3-аас харна уу. Үнэлсэн VAR загвартаа BQ-ийн урт хугацааны хязгаарлалт тавин урт хугацааны хамаарлын матрицыг тооцлоо. Уг үнэлгээнээс НДНБ-ийн эрэлтийн шокын хариу үйлдлийн функцийн утгыг тооцох боломжтой. Уг хариу үйлдлийн функцийн утга болон тооцоологдсон эрэлтийн шокийг ашиглан мөчлөгийг тооцох боломжтой. Эрэлтийн шокийг тооцохдоо: арга зүй хэсэгт гарган авсан

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}(0) & c_{12}(0) \\ c_{21}(0) & c_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

тэгшитгэлээс  $\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}$ -г тооцох тооцон  $\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \epsilon_{2,t-k}$  хэлбэрээр тогтооно. Энд  $c_{12}$  нь  $\epsilon_{1t}$ -тэй ижил урттай хариу үйлдлийн функцийн утга болно. Ийнхүү тооцсон мөчлөгийн дүрслэлийг доорх зурагт харуулав.

Зураг 9: Blanchard Quah хэлбэрийн задаргаа ашиглан тооцсон мөчлөг



Эх сурвалж: Судлаачийн дүрслэл.

Бланчард-Куа хэлбэрийн задаргаа ашиглан тооцсон мөчлөг өмнө үеийн эдийн засгийн уналтын үеүдийг амжилттай тодорхойлж буй болов ч хэт хэлбэлзэлтэй байна. Мөн өгөгдлийн төгсгөл хэсэгт эдийн засаг тэлэлтийн үедээ явааг харуулж буй болов ч дээр дурдсанчлан бодлого боловсруулагчид өнгөрсөнд юу болсон бэ гэдгийг бус өдгөө ямар байна гэдгийг мэдэхийг зорьдог, тиймээс хэт хэлбэлзэлтэй үр дүнгээс найдвартай дүгнэлт хийхэд төвөгтэй буюу практикт ач холбогдол багтай байна. Нөгөө талаас БК аргийг мөчлөгийг тогтоох гэхээсээ илүү эрэлт, нийлүүлэлтийн шокийн нөлөөг вариацийн задаргаа ашиглан тооцоход ашиглах нь илүү үр ашигтай байж болох бөгөөд олон улсад хийгдсэн судалгаануудад тийм байдлаар ашигласан байна (Enders, 2014).

## 5 Дүгнэлт

Эдийн засгийн мөчлөгийн оновчтой тогтоох нь макро эдийн засгийн бодлого боловсруулагчид, хувийн компануудын хувьд аль алинд нь чухал зүйл билээ. Энэхүү дипломын хүрээнд Монгол улсын бизнесийн мөчлөгийг тодорхойлох оновчтой шүүлтүүрийг тогтоохийг зорьсон. Ингэхдээ ХФ шүүлтүүр,  $l_1$  трендийн шүүлтүүр, тригнометрик регрессийн шүүлтүүр, CF шүүлтүүр, үл ажиглагдах бүрэлдэхүүн хэсэг бүхий загварыг шүүлтүүр болон Blanchard Quah хэлбэрийн задаргааны арга ашиглан Монгол улсын эдийн засгийн мөчлөгийг тогтоон харьцуулалт хийлээ. Үр дүнгүүдээс дүгнэвэл Монголын улсын бизнесийн мөчлөгийг КФ шүүлтүүр хамгийн оновчтой тайлбарлаж байгаа бөгөөд ХФ шүүлтүүр түүний дараа орж байна. Энэ нь (Bersch & Sinclair, 2011)-ийн үр дүнтэй ижил байна. Харин  $l_1$  трендийн шүүлтүүр нь хамгийн муу тайлбарлаж байна. Энэ нь (Davaajargal & Khuslen, 2018)-ийн үр дүнгийн эсрэг үр дүн юм. Мөн үнэлэгдсэн мөчлөгийн утгаас ялгавар аван мөчлөгийн уналтын үед хамрагдах утгуудын хэд нь сөрөг тэмдэгтэй байгааг шалгахад дээрх бүх шүүлтүүрүүд уналтын үеийн оновчтой таамаглаж байна. Харин Blanchard-Quah хэлбэрийн задаргаа ашиглан тооцсон мөчлөг өмнө үеийн эдийн засгийн уналтын үеүдийг амжилттай тодорхойлж буй болов ч хэт хэлбэлзэлтэй байна. Ялангуяа өгөгдлийн төгсгөл хэсэгт эдийн засаг тэлэлтийн үедээ явааг харуулж буй болов ч хэт хэлбэлзэлтэй үр дүнгээс найдвартай дүгнэлт хийхэд төвөгтэй буюу практикт ач холбогдол багтай байна.

2000 оноос хойш Монголын эдийн засагт 5 удаагийн бүрэн эдийн засгийн мөчлөг явагджээ. Тэлэлтийн үргэлжлэх дундаж хугацаа нь 13 улирал, уналтын үргэлжлэх дундаж хугацаа нь 2.5 улирал байна. Шинжилгээнээс ажиглагдсан нэгэн сонирхолтой зүйл нь бүх шүүлтүүрүүдийн хувьд нийт БДНБ болон уул, уурхан бус БДНБ-ий мөчлөг 2006 оноос өмнө ялгаатай байж байгаад энэ оноос хойш нэн төстэй болжээ. Энэ нь 2006 оноос хойш Монгол улсын эдийн засаг уул, уурхайн салбараас илүү хамааралтай болсонтой холбоотой байх боломжтой.

## Номзүй

- Baxter, M., & King, R. (1999). Measuring business cycles: Approximate bandpass filters. *The Review of Economics and Statistics*, 81(4), 575-593.
- Bersch, J., & Sinclair, T. M. (2011). Mongolia: Measuring the output gap. *IMF Working Paper*, 11(79).
- Blanchard, O. J., & Quah, D. (1989). The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances. *American Economic Review*, 79(4), 655-673.
- Christiano, L., & Fitzgerald, T. (2003). The bandpass filter. *International Economic Review*, 44(2), 435-465.
- Cox, D. R. (1961). Prediction by exponentially weighted moving average and related methods. *Journal of the Royal Statistical Society*, 23(3), 365-373.
- Davaajargal, L., & Khuslen, B. (2018). Бизнесийн мөчлөгийг тодорхойлох нь. *Мөнгө, санхүү, баялаг*, 7, 65-77.
- Gan-Ochir, B., Tsenguunjav, B., D.Tsenddorj, & Munkhbayar, B. (2017). Монгол улсын эдийн засгийн мөчлөг, түүнд нөлөөлөгч хүчин зүйлс. *Монголбанкны судалгааны товхимол*, 12, 6-22.
- Hamilton, J. D. (2018). Why you should never use the hodrick-prescott filter. *Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831-843.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering, Transactions of the AMSE*, Vol. 82(No. 1), 35-45.
- Kalman, R. E., & Bucy, R. E. (1961). New results in linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering, Transactions of the AMSE*, Vol. 83(No. 4), 95-108.
- Klein, L. R., & Kosobud, R. F. (1961). Some econometrics of growth: great ratios in economics. *Quarterly Journal of Econometrics*, 75(2), 173-198.
- Leser, C. (1961). A simple method of trend construction. *Journal of the Royal Statistical Society*, 23(1), 91-107.
- Mills, T. C. (2013). Trends, cycles and structural break. In N. Hashimzade & M. A. Thornton (Eds.), *Handbook of research methods and applications in empirical macroeconomics* (p. 45-59). Edward Elgar Publishing.
- Pollock, D. (2000). Trend estimation and de-trending via rational square-wave filters. *Journal of Econometrics*, 99, 317-334.
- Pollock, D. S. G. (2013). Filtering macroeconomic data. In N. Hashimzade & M. A. Thornton (Eds.), *Handbook of research methods and applications in empirical macroeconomics* (p. 95-136). Edward Elgar Publishing.
- Young, P. C. (2011). Gauss, kalman and advances in recursive parameter estimation. *Journal of Forecasting*, 30(1), 104-146.

## 6 Хавсралт

Хавсралт хэсэгт шинжилгээнд ашигласан өгөгдөл, статистик тооцооны хүснэгт, гол хэсэгт оруулах шаардлаггүй үр дүнгийн зарим хэсгийг орууллаа.

### Хавсралт 1: Өгөгдөл, улирлын нөлөө

Зураг 10: Бодит ДНБ 2010 оны зэрэгцүүлсэн үнээр

	1st Quarter	2nd Quarter	3rd Quarter	4th Quarter	TOTAL
2000	867430.40736	1421551.20008	1418142.91283	1493533.94594	5200658.46621
2001	941716.79023	1438339.12157	1457647.20930	1516515.53998	5354218.66108
2002	1105929.52135	1510369.15273	1447057.64208	1544276.46100	5607632.77716
2003	1099934.82160	1660382.01345	1611082.63650	1629027.40933	6000426.88088
2004	1195648.93788	1883948.33482	1768966.15947	1789432.97123	6637996.40340
2005	1251854.07597	1953994.02182	1889579.49953	2024067.79909	7119495.39641
2006	1386095.41515	2001986.73259	1974366.02889	2366206.93580	7728655.11243
2007	1477801.98487	2288112.68146	2203115.70910	2551658.72729	8520689.10272
2008	1692232.87917	2480071.11803	2425244.97859	2681513.06707	9279062.04286
2009	1653718.06280	2464823.94838	2354111.49552	2688694.58112	9161348.08782
2010	1674571.54000	2582693.25000	2617758.10000	2881565.55000	9756588.44000
2011	2003783.54000	3104481.57000	3182620.24000	3152693.07000	11443578.42000
2012	2368404.44000	3446312.82000	3371214.16000	3667475.22000	12853406.64000
2013	2545902.40000	3776533.30000	4031656.00000	3996597.50000	14350689.20000
2014	2738034.60000	4122442.50000	4434658.90000	4187137.40000	15482273.40000
2015	2852806.70000	4225586.50000	4471725.30000	4300607.70000	15850726.20000
2016	2934298.30000	4243445.10000	4205327.20000	4652854.40000	16035925.00000
2017	3058411.10000	4503673.70000	4500583.80000	4823427.80000	16886096.40000
2018	3247676.90000	4798403.10000	4797839.50000	5215564.60000	18059484.10000
AVGE	1899802.75876	2837218.42973	2850668.28799	3008571.08831	

Зураг 11: БДНБ-ий өгөгдөлд улиралын нөлөө буй эсэхийг шалгав

	Statistic	Probability level
F-test for stable seasonality from Table B 1.	559.863	0.00%
F-test for stable seasonality from Table D 8.	745.203	0.00%
Kruskal-Wallis Chi Squared test for stable seasonality from Table D 8.	52.763	0.00%
F-test for moving seasonality from Table D 8.	0.422	97.69%



Зураг 12: ХҮИ, 2010 онтой харьцуулсан

	1st Quarter	2nd Quarter	3rd Quarter	4th Quarter	TOTAL
2006	56.70000	58.80000	58.30000	59.10000	232.90000
2007	60.80000	62.30000	65.60000	69.60000	258.30000
2008	75.40000	83.20000	86.70000	84.90000	330.20000
2009	87.70000	88.50000	86.70000	88.50000	351.40000
2010	95.10000	98.60000	95.90000	100.00000	389.60000
2011	101.60000	104.30000	106.50000	108.90000	421.30000
2012	117.20000	119.60000	122.30000	124.20000	483.30000
2013	128.70000	130.10000	134.30000	139.70000	532.80000
2014	143.90000	148.40000	150.80000	154.30000	597.40000
2015	157.30000	159.30000	158.20000	157.20000	632.00000
2016	159.90000	161.80000	158.10000	159.00000	638.80000
2017	163.70000	165.60000	167.40000	169.20000	665.90000
2018	174.80000	177.80000	177.30000	183.30000	713.20000
AVGE	117.13846	119.86923	120.62308	122.91538	

Зураг 13: ХҮИ-ийн өгөгдөлд улиралын нөлөө буй эсэхийг шалгав

	Statistic	Probability level
F-test for stable seasonality from Table B 1.	9.764	0.00%
F-test for stable seasonality from Table D 8.	20.448	0.00%
Kruskal-Wallis Chi Squared test for stable seasonality from Table D 8.	31.674	0.00%
F-test for moving seasonality from Table D 8.	1.092	39.58%

**Хасвралт 2: BVQ алгоритмын үр дүн****X12 ашиглан улирлын нөлөөг засварласан БДНБ-ий мөчлөг(BVQ)**

```
> summary(datl)
      Phase | Start   ;End| Duration LevStart LevEnd Amplitude
1  Expansion <NA> 2000Q3      NA      NA     14         NA
2  Recession 2000Q3 2001Q1       2     14     14         0.0
3  Expansion 2001Q1 2002Q1       4     14     14         0.1
4  Recession 2002Q1 2002Q3       2     14     14         0.0
5  Expansion 2002Q3 2008Q3      24     14     15         0.5
6  Recession 2008Q3 2009Q2       3     15     15         0.0
7  Expansion 2009Q2 2014Q3      21     15     15         0.6
8  Recession 2014Q3 2015Q1       2     15     15         0.0
9  Expansion 2015Q1 2015Q3       2     15     15         0.0
10 Recession 2015Q3 2016Q2       3     15     15         0.0
11 Expansion 2016Q2 <NA>      NA     15     NA         NA
      Amplitude Duration
Exp=|T;P|      0.3      12.8
Rec=|P;T|      0.0       2.4
```

**Трамo ашигласан улирлын нөлөөг засварласан БДНБ-ий мөчлөг(BBQ)**

```
> summary(dat2)
      Phase |Start   ;End| Duration LevStart LevEnd Amplitude
1 Expansion <NA> 2002Q1      NA      NA     14      NA
2 Recession 2002Q1 2002Q3      2     14     14     0.0
3 Expansion 2002Q3 2008Q3     24     14     15     0.5
4 Recession 2008Q3 2009Q3      4     15     15     0.0
5 Expansion 2009Q3 <NA>      NA     15     NA      NA
      Amplitude Duration
Exp=|T;P|      0.5      24
Rec=|P;T|      0.0       3
```

**Уул уурхайн бүс ДНБ-ий мөчлөг (BBQ)**

```
> summary(dat5)
      Phase |Start   ;End| Duration LevStart LevEnd Amplitude
1 Expansion <NA> 2000Q3      NA      NA     14      NA
2 Recession 2000Q3 2001Q2      3     14     14     0.0
3 Expansion 2001Q2 2004Q2     12     14     14     0.2
4 Recession 2004Q2 2004Q4      2     14     14     0.0
5 Expansion 2004Q4 2008Q3     15     14     14     0.4
6 Recession 2008Q3 2009Q2      3     14     14     0.1
7 Expansion 2009Q2 2014Q2     20     14     15     0.5
8 Recession 2014Q2 2016Q1      7     15     15     0.0
9 Expansion 2016Q1 <NA>      NA     15     NA      NA
      Amplitude Duration
Exp=|T;P|      0.4     15.7
Rec=|P;T|      0.0      3.8
```

**BA3 болон BBA3 загварын үнэлгээ, тестүүд****Стационарь эсхийг шалгах ADF тест, PP, KPSS тестийн үр дүнг энд оруулагүй**

```
> adf.test(RGDPG)
Augmented Dickey-Fuller Test
alternative: stationary
Type 1: no drift no trend
      lag    ADF p.value
[1,]    0 -3.01  0.0100
[2,]    1 -1.61  0.0996
[3,]    2 -1.13  0.2722
[4,]    3 -1.60  0.1038
Type 2: with drift no trend
      lag    ADF p.value
[1,]    0 -5.03  0.0100
[2,]    1 -2.72  0.0811
[3,]    2 -1.77  0.4172
[4,]    3 -2.85  0.0625
Type 3: with drift and trend
```

---

	lag	ADF	p.value
[1 ,]	0	-5.10	0.010
[2 ,]	1	-2.74	0.271
[3 ,]	2	-1.72	0.679
[4 ,]	3	-2.88	0.219

---

Note: in fact , p.value = 0.01 means p.value <= 0.01

```
> adf.test(inflation)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

alternative: stationary

Type 1: no drift no trend

	lag	ADF	p.value
[1 ,]	0	-3.01	0.0100
[2 ,]	1	-2.16	0.0323
[3 ,]	2	-1.55	0.1215
[4 ,]	3	-1.53	0.1268

Type 2: with drift no trend

	lag	ADF	p.value
[1 ,]	0	-4.73	0.0100
[2 ,]	1	-3.69	0.0100
[3 ,]	2	-2.81	0.0689
[4 ,]	3	-3.27	0.0232

Type 3: with drift and trend

	lag	ADF	p.value
[1 ,]	0	-5.06	0.0100
[2 ,]	1	-4.12	0.0118
[3 ,]	2	-3.28	0.0843
[4 ,]	3	-4.38	0.0100

---

Note: in fact , p.value = 0.01 means p.value <= 0.01

**Оновчтой хожимдлын утгыг сонгох мэдээллийн шинжүүр**

```
> VARselect(BQ, lag.max = 5, type = "const")
```

```
$selection
```

AIC(n)	HQ(n)	SC(n)	FPE(n)
4	4	1	4

```
$criteria
```

	1	2	3	4	5
AIC(n)	-1.57e+01	-1.57e+01	-1.58e+01	-1.61e+01	-1.60e+01
HQ(n)	-1.57e+01	-1.56e+01	-1.56e+01	-1.58e+01	-1.56e+01
SC(n)	-1.55e+01	-1.54e+01	-1.52e+01	-1.53e+01	-1.51e+01
FPE(n)	1.38e-07	1.37e-07	1.35e-07	1.02e-07	1.13e-07

**Энгийн ВАЗ загварын үнэлгээний үр дүн**

```
> summary(var.4c)
```

VAR Estimation Results:

---

Endogenous variables: RGDPG, inflation

Deterministic variables: const  
 Sample size: 47  
 Log Likelihood: 263.6  
 Roots of the characteristic polynomial:  
 0.8778 0.8778 0.8624 0.8624 0.7826 0.7826 0.6466 0.6466  
 Call:  
 VAR(y = BQ, p = 4, type = "const")  
 Estimation results for equation RGDPG:

---



---

RGDPG = RGDPG.l1 + inflation.l1 + RGDPG.l2 + inflation.l2 + RGDPG.l3 + inflation.l3 + RGDPG.l4 + inflation.l4 + const					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
RGDPG.l1	0.228971	0.135713	1.687	0.099765	.
inflation.l1	-0.091167	0.089359	-1.020	0.314073	
RGDPG.l2	0.471781	0.124589	3.787	0.000529	***
inflation.l2	-0.037095	0.093460	-0.397	0.693660	
RGDPG.l3	0.384830	0.129132	2.980	0.005002	**
inflation.l3	0.094215	0.092510	1.018	0.314914	
RGDPG.l4	-0.426141	0.140797	-3.027	0.004423	**
inflation.l4	-0.188317	0.086020	-2.189	0.034793	*
const	0.011146	0.003771	2.956	0.005334	**

---

Residual standard error: 0.01243 on 38 degrees of freedom  
 Multiple R-Squared: 0.5646, Adjusted R-squared: 0.4729  
 F-statistic: 6.159 on 8 and 38 DF, p-value: 4.292e-05  
 Estimation results for equation inflation:

---



---

inflation = RGDPG.l1 + inflation.l1 + RGDPG.l2 + inflation.l2 + RGDPG.l3 + inflation.l3 + RGDPG.l4 + inflation.l4 + const					
	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
RGDPG.l1	0.187984	0.234469	0.802	0.4277	
inflation.l1	0.267324	0.154384	1.732	0.0915	.
RGDPG.l2	0.228590	0.215250	1.062	0.2949	
inflation.l2	-0.070111	0.161469	-0.434	0.6666	
RGDPG.l3	0.001449	0.223098	0.006	0.9949	
inflation.l3	0.199719	0.159827	1.250	0.2191	
RGDPG.l4	0.214427	0.243251	0.882	0.3836	
inflation.l4	-0.249658	0.148614	-1.680	0.1012	
const	0.009411	0.006515	1.445	0.1568	

---

Residual standard error: 0.02148 on 38 degrees of freedom  
 Multiple R-Squared: 0.3086, Adjusted R-squared: 0.1631  
 F-statistic: 2.12 on 8 and 38 DF, p-value: 0.05771  
 Covariance matrix of residuals:

	RGDPG	inflation
RGDPG	0.0001546	0.0000287
inflation	0.0000287	0.0004614

Correlation matrix of residuals:

	RGDPG	inflation
RGDPG	1.0000	0.1075
inflation	0.1075	1.0000

**Бланчард-Куа хэлбэрийн урт хугацааны хязгаарлалттай БВАЗ загварын үнэлгээний үр дүн**

```
> summary(var.4c.bq)
```

SVAR Estimation Results:

---

---

Call:

BQ(x = var.4c)

Type: Blanchard–Quah

Sample size: 47

Log Likelihood: 253.61

Estimated contemporaneous impact matrix:

	RGDPG	inflation
RGDPG	0.011249	0.005295
inflation	-0.007006	0.020305

Estimated identified long run impact matrix:

	RGDPG	inflation
RGDPG	0.02587	0.00000
inflation	0.01097	0.02381

Covariance matrix of reduced form residuals (\*100):

	RGDPG	inflation
RGDPG	0.01546	0.00287
inflation	0.00287	0.04614