

$$\text{TIPÉ} - \boxed{\Phi(p \rightarrow q) \stackrel{?}{=} \Phi(p) \Rightarrow \Phi(q)}$$

*il va falloir rapidement trouver un titre*

Victor R

# 1. Le $\lambda$ -calcul

## 1.1. Cadre et généralités

**TODO:** mettre une phrase d'introduction/de motivation sur le lambda calcul

### Définition 1. L'ensemble $\Lambda$

Soit  $\mathcal{V}$  un ensemble de variables. On définit l'ensemble  $\Lambda$  par induction:

- (i)  $\forall v \in \mathcal{V}, v \in \Lambda$
- (ii)  $\forall (x, s) \in \mathcal{V} \times \Lambda, (\lambda x. s) \in \Lambda$  ( $\lambda$ -abstraction)
- (iii)  $\forall (s, t) \in \Lambda^2, (s t) \in \Lambda$  (application)

Les éléments de  $\Lambda$  sont appelés  $\lambda$ -termes.

### Remarques.

La notation  $\lambda x. X$  (ii) est l'équivalent en langage mathématiques de  $x \mapsto X$  avec  $X$  qui dépend de  $x$

La notation  $(s t)$  (iii) correspond à la composition de  $s$  par  $t$

## 1.2. $\alpha$ -équivalence

### Rappels. (Relation binaire)

Une *relation binaire* sur  $\Lambda$  est la donnée d'une partie  $\mathcal{R} \subseteq \Lambda \times \Lambda$ .

Pour tout  $(s, t) \in \mathcal{R}$ , on dit que  $s$  est en *relation* avec  $t$  et on note  $s \mathcal{R} t$ .

### Définition 2.

On définit une relation  $\mathcal{R}_\alpha$  sur l'ensemble  $\Lambda$  par:

$$\lambda x. u \mathcal{R}_\alpha \lambda y. u[x \leftarrow y] \iff x \neq y \text{ et } x, y \text{ ne sont pas liées à } u$$

### Définition 3. $\alpha$ -équivalence

On définit  $\equiv_\alpha$  la plus petite relation qui contient  $\mathcal{R}_\alpha$  et telle que:

- (i)  $\equiv_\alpha$  est conservée par multiplication à gauche/droite par un élément de  $\Lambda$
- (ii)  $\equiv_\alpha$  est conservée par passage à la  $\lambda$ -abstraction, i.e.

$$\forall (s, t) \in \Lambda^2, s \equiv_\alpha t \implies \lambda x. u \equiv_\alpha \lambda x. v$$

### **1.3. $\beta$ -réduction**

Définition k.  $\beta$ -réduction

TODO

## **2. Les assistants de preuves**

### **2.1. Contexte et cadre**

### **2.2. Exemples**

### **3. Le lien entre 1. et 2.**

#### **3.1.**

#### **3.2.**

### **3.3. Présentation de mon travail**