

TIPE - $\boxed{\Phi(p \rightarrow q) \stackrel{?}{=} \Phi(p) \Rightarrow \Phi(q)}$

il va falloir rapidement trouver un titre

Victor R

1. Le λ -calcul

1.1. Cadre et généralités

TODO: mettre une phrase d'introduction/de motivation sur le lambda calcul

Définition 1. L'ensemble Λ

Soit \mathcal{V} un ensemble de variables. On définit l'ensemble Λ par induction:

- (i) $\forall v \in \mathcal{V}, v \in \Lambda$
- (ii) $\forall (x, s) \in \mathcal{V} \times \Lambda, (\lambda x. s) \in \Lambda$ (λ -abstraction)
- (iii) $\forall (s, t) \in \Lambda^2, (s \ t) \in \Lambda$ (application)

Les éléments de Λ sont appelés λ -termes.

Remarques.

La notation $\lambda x. X$ (ii) est l'équivalent en langage mathématiques de $x \mapsto X$ avec X qui dépend de x

La notation $(s \ t)$ (iii) correspond à la composition de s par t

1.2. α -équivalence

Rappels. (Relation binaire)

Une *relation binaire* sur Λ est la donnée d'une partie $\mathcal{R} \subseteq \Lambda \times \Lambda$.
Pour tout $(s, t) \in \mathcal{R}$, on dit que s est en relation avec t et on note $s \mathcal{R} t$.

Définition 2.

On définit une relation \mathcal{R}_α sur l'ensemble Λ par:

$$\lambda x. u \ \mathcal{R}_\alpha \ \lambda y. u[x \leftarrow y] \iff x \neq y \text{ et } x, y \text{ ne sont pas liées à } u$$

Définition 3. α -équivalence

On définit \equiv_α la plus petite relation qui contient \mathcal{R}_α et telle que:

- (i) \equiv_α est conservée par multiplication à gauche/droite par un élément de Λ
- (ii) \equiv_α est conservée par passage à la λ -abstraction, i.e.

$$\forall (s, t) \in \Lambda^2, s \equiv_\alpha t \implies \lambda x. u \equiv_\alpha \lambda x. v$$

1.3. β -réduction

Définition k. β -réduction

TODO

2. Les assistants de preuves

2.1. Contexte et cadre

2.2. Exemples

3. Le lien entre 1. et 2.

3.1.

3.2.

3.3. Présentation de mon travail