TIPE

Il va falloir trouver un titre

Victor R

1. Le λ-calcul

1.1. Géneralités

Définition 1. L'ensemble Λ

Soit $\mathcal{V}$ un ensemble de variables. On définit l'ensemble Λ par induction:

(i) $\forall v \in \mathcal{V},\ v \in \Lambda$

(ii) $\forall (x, s) \in \mathcal{V} \times \Lambda,\ (\lambda x\ .\ s) \in \Lambda$ *(λ-abstraction)*

(iii) $\forall (s, t) \in \Lambda^2,\ (s\ t) \in \Lambda$ *(application)*

Les élements de Λ sont appelés λ-*termes*.

Remarque.

La notation $\lambda x\ .\ X$ est l'équivalent de $x \mapsto X$ avec X qui dépend de x.

Remarque.

La notation $(s\ t)$ correspond à la composition de s par t

1.2. α-équivalence

Définition 2.

On définit une relation $\mathcal{R}_\alpha$ sur l'ensemble Λ par:

$$\lambda x.\ u\ \mathcal{R}_\alpha\ \lambda y.\ u[x := y] \iff x \neq y \textit{ et } x, y \textit{ ne sont pas liées à } u$$

i.e. changer le nom d'une variable liée sans capturer de variable libre ne modifie pas le sens de l'expression.

Définition 3. α-équivalence

On définit $\equiv_\alpha$ par

(i) $\equiv_\alpha$ est conservée par multiplication à gauche/droite par un élement de Λ

(ii) $\equiv_\alpha$ est conservée par passage à la λ-abstraction, i.e.

$$\forall (s,t) \in \Lambda^2,\ s \equiv_\alpha t \implies \lambda x.\ u \ \equiv_\alpha\ \lambda x.\ v$$

1.3. β-réduction

Définition k. β-réduction

TODO

2. Les assistants de preuves

2.1. Contexte et cadre

2.2. Exemples

3. $\mathcal{P} \leftrightarrow \Lambda$