TIPE - $\boxed{\Phi(p \to q) \stackrel{?}{=} \Phi(p) \Rightarrow \Phi(q)}$

il va falloir rapidement trouver un titre

Victor R

1. Le λ-calcul

1.1. Cadre et géneralités

TODO: mettre une phrase d'introduction/de motivation sur le lambda calcul

Définition 1. L'ensemble Λ

Soit $\mathcal{V}$ un ensemble de variables. On définit l'ensemble Λ par induction:

(i) $\forall v \in \mathcal{V},\ v \in \Lambda$

(ii) $\forall (x, s) \in \mathcal{V} \times \Lambda,\ (\lambda x\ .\ s) \in \Lambda$ *(λ-abstraction)*

(iii) $\forall (s, t) \in \Lambda^2,\ (s\ t) \in \Lambda$ *(application)*

Les élements de Λ sont appelés λ-*termes*.

Remarques.

La notation $\lambda x\ .\ X$ (ii) est l'équivalent en langage mathématiques de $x \mapsto X$ avec X qui dépend de x

La notation $(s\ t)$ (iii) correspond à la composition de s par t

1.2. α-équivalence

Rappels. (Relation binaire)

Une *relation binaire* sur Λ est la donnée d'une partie $\mathcal{R} \subseteq \Lambda \times \Lambda$.
Pour tout $(s, t) \in \mathcal{R}$, on dit que s *est en relation avec* t et on note $s\mathcal{R}t$.

Définition 2.

On définit une relation $\mathcal{R}_\alpha$ sur l'ensemble Λ par:

$$\lambda x.\ u\ \mathcal{R}_\alpha\ \lambda y.\ u[x \leftarrow y] \iff x \neq y \text{ et } x,\ y \text{ ne sont pas liées à } u$$

Définition 3. α-équivalence

On définit $\equiv_\alpha$ la plus petite relation qui contient $\mathcal{R}_\alpha$ et telle que:

(i) $\equiv_\alpha$ est conservée par multiplication à gauche/droite par un élement de Λ

(ii) $\equiv_\alpha$ est conservée par passage à la λ-abstraction, i.e.

$$\forall (s, t) \in \Lambda^2,\ s \equiv_\alpha t \implies \lambda x.\ u\ \equiv_\alpha\ \lambda x.\ v$$

1.3. β-réduction

Définition k. β-réduction

TODO

2. Les assistants de preuves

2.1. Contexte et cadre

2.2. Exemples

3. Le lien entre 1. et 2.

3.1.

3.2.

3.3. Présentation de mon travail