Machine Learning CPS 863

Terceiro Trimestre de 2024

Professor: Edmundo de Souza e Silva

Lista de Exercícios 5

ATENÇÃO!

- Faça as listas de forma que TODAS AS RESPOSTAS sejam DEVIDAMENTE COMENTADAS (passos para se chegar a resposta).
- A entrega da lista deve ser feita em UM ÚNICO arquivo PDF. Não envie vários pedaços separadamente!
- ATENÇÃO! Faça as listas de forma que TODAS AS RESPOSTAS sejam DEVIDAMENTE COMENTADAS (passos para se chegar a resposta).
 - Não procure a solução na Internet ou em livros ou no chatGPT, pois o objetivo é que você mesmo avalie o que sabe. Obviamente, caso você já tenha conhecimento do problema, não leia a resposta (mesmo que já conheça o resultado final) e tente fazer sozinho. Só assim você poderá ter uma ideia melhor dos tópicos que você ainda não domina com desenvoltura.
- Anote as dúvidas encontradas para resolver **sozinho**. Em classe gostaria de saber quais as dúvidas que cada um teve para resolver o problema sem olhar a resposta.
- Qualquer referência a código é MUITO menos importante do que a EXPLICAÇÃO DOS PAS-SOS que foram realizados. O que mais importa é a explicação de como se chegou na solução.
- Para facilitar escrever a lista de forma clara, é possível traduzir equações a mão para LaTex: https://mathpix.com/, ver também https://www.overleaf.com/learn/latex/Questions/Are_there_any_tools_to_help_transcribe_mathematical_formulae_into_LaTeX%3F

Questão 1 HMM

Considere o robô da lista anterior, que pode se mover pelos quadrados da figura abaixo.

Para tentar melhorar a previsibilidade de se detectar a posição do robô da Figura 1, sensores são colocados no ambiente onde o robô circula. Há 4 tipos de sensores (**R**, **B**, **Y**, **G**), conforme mostrado na Figura 1. Quando o robô está em qualquer um dos quadrados o respectivo sensor emite um sinal (para um receptor) com a letra igual ao tipo do sensor. Entretanto, os sensores **não são perfeitos**, e podem emitir um sinal errado com probabilidade 0.1. Por exemplo, quando o robô está num dos quadrados azuis, emite um sinal **b** com probabilidade 0.9, ou um dos restantes sinais **r ou y ou g**, com probabilidade 0.1/3. Como outro exemplo, suponha que o robô esteja na posição inicial conforme mostrado na Figura 1. Em 3 unidades de tempo, uma possível sequência de sinais recebidos poderiam ser **r g b**, se o robô for para norte e depois para leste. Entretanto, mesmo com o mesmo movimento, os sinais recebidos poderiam ser também **r g g ou b b b**, etc.

Seu objetivo é determinar a posição do robô, a partir dos sinais recebidos dos sensores.

- Explique como você fará uma HMM que possa permitir prever a posição do robô a partir dos sinais recebidos.
- Suponha que o receptor de sinais tenha recebido a sequência rryryrbgbrygb. Qual a probabilidade desta sequência ocorrer? Explique e implemente o algoritmo necessário para responder a pergunta.

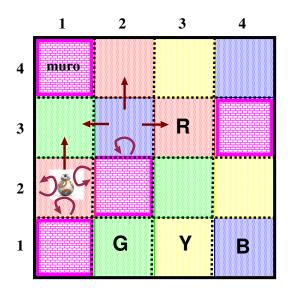


Figura 1: Robô andando por um ambiente

- Repita o item anterior para a sequência r b y r g r b g b r y y g b.
 - (Obviamente não precisa reimplementar o algoritmo!)
- Para a primeira sequência acima, qual o quadrado mais provável onde estará o robô na última posição (isto é, o quadrado de onde foi emitido o último sinal)?
 Explique e implemente o algoritmo necessário.
- Para a segunda sequência acima, qual o quadrado mais provável onde estará o robô?
- Para a primeira sequência acima, qual o caminho mais provável percorrido pelo robô?
 Explique o algoritmo usado, mas não precisa implementar. Use uma biblioteca de Python ou outra linguagem preferida.

Questão 2 Para exercitar o EM mais uma vez

Nesta tarefa, você usará o algoritmo Expectation-Maximization (EM) para inferir nota de filmes em um conjunto de dados. As notas são de 0.0-10.0 com uma casa decimal. O conjunto de dados contém as notas de clientes para quatro filmes de diferentes categorias (Sci-Fi e Romance). Os clientes são divididos em três classes com base em suas preferências, mas também é desconhecida a classe do cliente

- a) Explique as equações usadas para resolver o problema.
- Baseado no item anterior, explique a sua implementação, incluindo as suas escolhas para a inicialização do código.
- c) Quantas iterações foram necessárias para resolver o problema? Qual o teste de parada utilizado?
- d) Quais os valores dos parâmetros encontrados? Quantos usuários foram alocados a cada uma das duas classes?
- e) O resultado da clusterização fez algum sentido? Explique e justifique a sua resposta.
- f) Qual a probabilidade do *i*-ésimo cliente ser um cliente que gosta mais de Sci-Fi? Explique sua resposta de forma genérica e escolha um dos 1000 usuários para exemplificar.

Questão 3 Markov Reward models

Considere a Questão 1, e o seguinte problema. A Figura 1 é modificada, de forma que o muro no quadrado [3,4] é retirado, e dá lugar a um quadrado vermelho. Além disso, o robô ganha um prêmio de R\$100,00 ao atingir o quadrado [4,4] (azul), mas **perde**:

- R\$40,00 cada vez que passa por um quadrado verde;
- R\$30,00 cada vez que passa por um quadrado vermelho;
- R\$5,00 cada vez que passa por um quadrado azul;
- \bullet R\$10,00 cada vez que passa por um quadrado amarelo.

O robô perde R\$1,00 a cada movimento, mesmo que sendo para o mesmo quadrado. Suponha que o robô escolhe uma das 4 direções aleatoriamente e caso a direção seja uma parede ele permanece no mesmo quadrado, (exatamente como no problema da lista anterior) e perde dinheiro conforme explicado acima.

1. Ignore a indicação dos sensores e mostre os passos necessários para calcular o **valor médio** do valor recebido ao atingir o quadrado do prêmio.