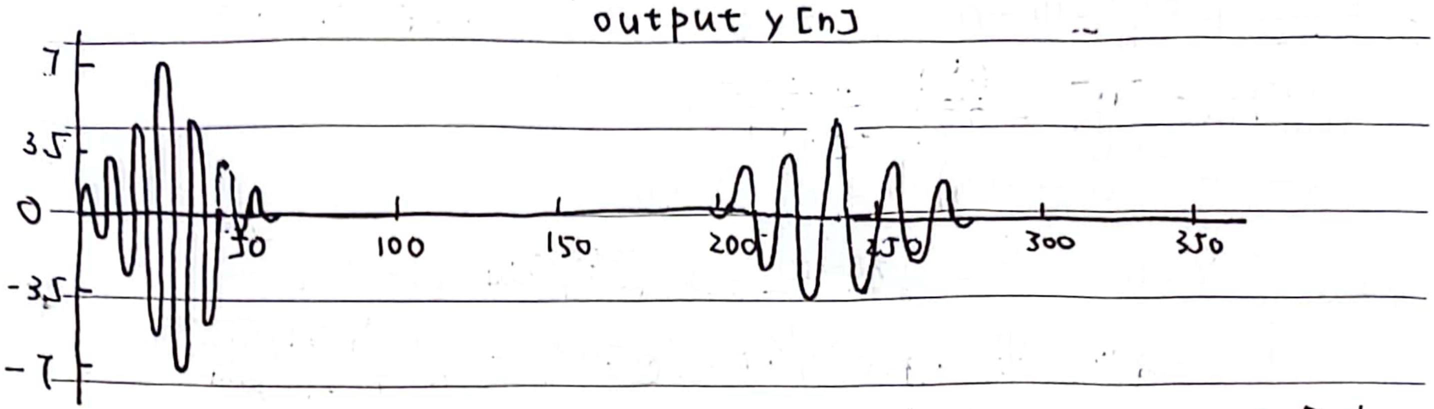
Q1.



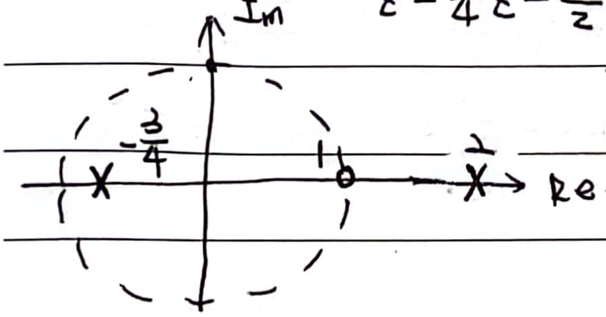
从magnitude上看，在ω从2~3段的$|H(e^{j\omega})|$为0，所以频率最高的频段信号被过滤，故没有125~175段的信号，在中间段频率的$|H(e^{j\omega})|$为6 低频段的$|H(e^{j\omega})|$为4 故在y[n]上分别获得6和4的增益。

从群延迟上看，中频部分的群延迟为0，低频部分则获得了150的群延迟，所以在y[n]上分别获得0，150的时延。

而群延迟是相位延迟对ω的负导数，可以体现在群延迟上

Q2. (a) $y[n]-\frac{5}{4}y[n-1]-\frac{3}{2}y[n-2]=x[n]-x[n-1]$

(b) $H(z)=\dfrac{z^2-z}{z^2-\frac{5}{4}z-\frac{3}{2}}$，零点：1 ；极点 2，$-\frac{3}{4}$



$$|H(e^{j\omega})|=\frac{|1-e^{-j\omega}|}{|1-2e^{-j\omega}|\,|1+\frac{3}{4}e^{-j\omega}|}$$

$$\arg[H(e^{j\omega})]=\arg[1-e^{-j\omega}]-\arg[1-2e^{-j\omega}]-\arg[1+\frac{3}{4}e^{-j\omega}]$$

当$\omega=\frac{\pi}{2}$时，$|H(e^{j\omega})|=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}\cdot\frac{5}{4}}=\dfrac{4\sqrt{10}}{25}=A$

$$\arg[H(e^{j\omega})]=\frac{3}{4}\pi-\arctan\frac{4}{3}-\arctan(-\frac{1}{2})=(\omega n+\phi)$$

Q3.

(a) $H_a(e^{jw}) = a[1-(-\frac{b}{a})e^{-jw}] = a[1-(-\frac{b}{a})e^{j0}\cdot e^{-jw}]$

$$grd[H_a(e^{jw})] = \frac{(\frac{b}{a})^2+\frac{b}{a}\cos w}{|1+\frac{b}{a}e^{jw}|^2}$$

(b) $H_b(e^{jw}) = \frac{1}{1-(-c)e^{-jw}} = \frac{1}{1-(-c)e^{j0}\cdot e^{-jw}}$

$$grd[H_b(e^{jw})] = -grd[1-(-c)e^{-jw}] = -\frac{c^2+c\cos w}{|1+ce^{jw}|^2}$$

(c) $H_c(e^{jw}) = a\cdot\frac{1-(-\frac{b}{a})e^{-jw}}{1-(-c)e^{-jw}}$

$$grd[H_c(e^{jw})] = grd[1-(-\frac{b}{a})e^{-jw}] - grd[1-(-c)e^{-jw}]$$

$$= \frac{(\frac{b}{a})^2+(\frac{b}{a})\cos w}{|1+\frac{b}{a}e^{jw}|^2} - \frac{c^2+c\cdot\cos w}{|1+c\cdot e^{jw}|^2}$$

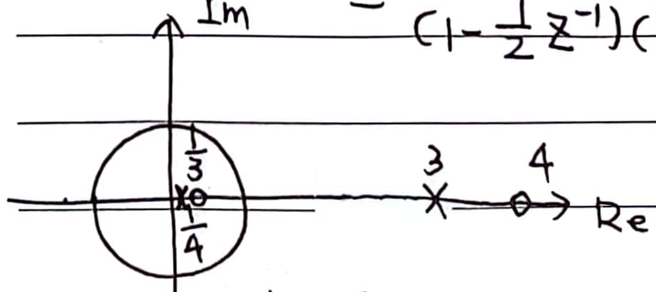
(d) $grd[H_d(e^{jw})] = -\frac{c^2+c\cdot\cos w}{|1+c\cdot e^{jw}|^2} - \frac{d^2+d\cdot\cos w}{|1+d\cdot e^{jw}|^2}$

Q4. $H(z) = \frac{1-4z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-3z^{-1})}$ Yes, unique

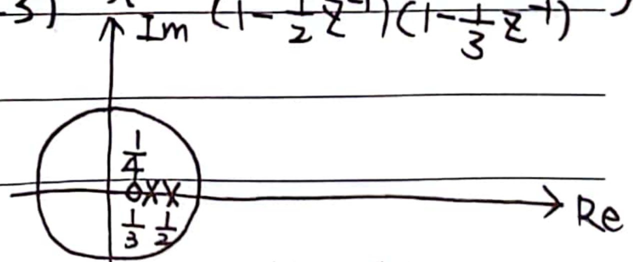
$$H_{ap}(z) = \frac{z^{-1}-\frac{1}{4}}{1-4z^{-1}}\cdot\frac{z^{-1}-3}{1-3z^{-1}}$$

$$H_{min}(z) = \frac{1-4z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-3z^{-1})}\cdot\frac{(1-\frac{1}{4}z^{-1})(1-3z^{-1})}{(z^{-1}-\frac{1}{4})(z^{-1}-3)}\cdot\lambda$$

$$= \frac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(z^{-1}-3)}\cdot\lambda = \frac{1-\frac{1}{4}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}\cdot\lambda$$



$H_{ap}(z)$



$H_{min}(z)$

Q5. 由 $\frac{|DZ|}{|DP|} = \frac{1}{\alpha}$ ，由 $C = (1,0)$ ，$E = (-1,0)$

$$
\begin{cases}
\frac{|DZ|}{|DP|} = \frac{|CZ|}{|CP|} = \frac{|OZ| - |OC|}{|OC| - |OP|} = \frac{|OZ| - |OD|}{|OD| - |OP|} = \frac{1}{\alpha} \\[2ex]
\frac{|DZ|}{|DP|} = \frac{|EZ|}{|EP|} = \frac{|OZ| + |OE|}{|OE| + |OP|} = \frac{|OZ| + |OD|}{|OD| + |OP|} = \frac{1}{\alpha}
\end{cases}
$$

$$\Rightarrow \frac{|ZO|}{|DO|} = \frac{|DO|}{|PO|} = \frac{1}{\alpha}$$

$$|OZ| \cdot |OP| = \frac{1}{\alpha} \cdot |DO| \cdot \alpha \cdot |DO| = 1$$