

2024 矩阵分析与应用

作业三

1. \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别为 $m \times n$ 和 $n \times p$ 的矩阵, 简要说明下面结论成立:

(1) $R(\mathbf{AB}) \subseteq R(\mathbf{A})$.

(2) $N(\mathbf{B}) \subseteq N(\mathbf{AB})$.

2. 已知集合:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

试判断该集合是否线性无关。

3. 对于矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -4 \\ -1 & -3 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 2 & -8 \end{pmatrix}$, 验证: $\text{rank}(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{A}) = \text{rank}(\mathbf{A} \mathbf{A}^T)$.