

1.

$$\frac{0.333}{0.835} \approx 0.39880 \approx 0.398802$$

按照五位有效数字化简后：

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.83500 & 0.66700 & 0.16800 \\ 0.00000 & 0.00000 & 0.000002 \end{array} \right)$$

其无解

按照六位有效数字化简后：

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0.83500 & 0.66700 & 0.16800 \\ 0.00000 & -0.000001 & 0.0000013 \end{array} \right)$$

其有解

2.

$$Ae_j = a_j \{A \text{ 的第 } j \text{ 列}\}$$

$$e_i^T Ae_j = A_{ij}$$

3.

假设 $D = BC$ ， D 为 $n \times n$ 的矩阵

$$\begin{aligned} \text{trace}(AD) &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n A_{ij} D_{ji} \\ &= \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^n D_{ji} A_{ij} \\ &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n D_{ij} A_{ji} \\ &= \text{trace}(DA) \end{aligned}$$

4

假设 A ， B 是上三角矩阵

$$\because AB \text{ 的第 } i \text{ 列} = Ab_i = \sum_{j=1}^n a_j B_{ji} \{a_i = A \text{ 的第 } i \text{ 列 } b_i = B \text{ 的第 } i \text{ 列}\}$$

$\because B$ 矩阵的第 i 列 (b_i) 只有前 i 个元素不为零 A 的前 i 列的后 $n-i$ 个都为零

$\therefore Ab_i = A$ 的前 i 列的线性组合 $\Rightarrow Ab_i$ 的后 $n-i$ 个元素为 0

$\therefore AB$ 是上三角矩阵

假设 A , B 是下三角矩阵

$\therefore (AB)^T = B^T A^T$ B^T, A^T 都是上三角矩阵

$\therefore (AB)^T$ 是上三角矩阵

$\therefore AB$ 是下三角矩阵

5.

内存足够的情况下

```
#define Type int
const int N = 1e4, M = 1e4;
Type a[N][M], b[M][N];
for(int i = 0; i < n; i++)
    for(int j = m; j++)
        b[j][i] = a[i][j]
```

存储字长一样时直接对文件操作

```
#define Type int
// 假设矩阵中数字都占4B
for(int i = 0; i < n; i++)
    for(int j = 0; j < m; j++)
    {
        Type a = read();
        int position = j*m+i;
        write(position*4, a);
    }
```

存储字长不一样时

```
for(int i = 0;i < n;i ++)  
    for(int j = 0;j < m;j ++)  
        write_file(tmp_file, j, i, a[i][j]);  
// 外部排序  
sort(tmp_file);  
for(int i = 0;i < n;i ++)  
{  
    for(int j = 0;j < m;j ++)  
    {  
        Data [row, col, data] = tmp_file.read();  
        write_file(ans_file, data);  
    }  
    write_file(ans_file, "\n");  
}
```