

2024 矩阵分析与应用

作业一

1. 对于线性方程组：

$$\begin{cases} 0.835x + 0.667y = 0.168 \\ 0.333x + 0.266y = 0.067 \end{cases}$$

记矩阵 \mathbf{A} 和 $(\mathbf{A}|\mathbf{b})$ 为此线性方程组的系数矩阵和增广矩阵。分别使用 5 个和 6 个有效数字计算矩阵 \mathbf{A} 和 $(\mathbf{A}|\mathbf{b})$ 的 Rank，并判断方程组是否可解。

2. \mathbf{A} 为 $n \times n$ 的矩阵，分别计算 $\mathbf{A}\mathbf{e}_j$ 、 $\mathbf{e}_i^T \mathbf{A}\mathbf{e}_j$ ，这里 \mathbf{e}_i 和 \mathbf{e}_j 分别为单位矩阵 \mathbf{I} 的第 i 列和第 j 列。

3. 如果 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 都为 $n \times n$ 的矩阵，证明： $\text{trace}(\mathbf{ABC}) = \text{trace}(\mathbf{BCA})$ 。

4. 简要说明：两个上（下）三角矩阵相乘仍为上（下）三角矩阵。

5. 给出实现矩阵转置的算法。（选做）