

准稳态法测不良导体的导热系数和比热

实验报告

软件 91 李金鹏 2019013254

一. 实验目的

1. 了解准稳态法测量不良导体的导热系数和比热原理，并通过快速测量学习掌握该方法。
2. 掌握使用热电偶测量温度的方法。

二. 实验原理

1. 热传导

对于如图 1 所示的两表面均匀恒温的平板，根据傅里叶定律，对于任意 x 方向的厚度 dx 的微元层，单位时间内通过该层的导热热量 Q 有如下关系式：

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx}$$

其中 λ 为材料的导热系数， F 为平板面积， $\frac{dt}{dx}$ 为温度梯度，负号表明热流与温度梯度方向相反。

2. 一维导热模型、热传导方程及方程解

对于如图 2 所示，厚度为 $2R$ 的无限大平板，原始温度 t_0 ，表面热流密度恒为 q_c 。由对称性可得，其内温度必沿 x 轴对称分布。这时，令 τ 为时间变量，我们有如下二维方向传热方程：

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (0 < x < r, \tau > 0)$$

该方程满足如下初值条件与边界条件：

$$t(x, \tau)_{\tau=0} = t_0$$

$$q_c = \lambda \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=R}$$

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

式中 $a = \lambda / (c\rho)$ 为热扩散率，单位 m^2/s ， c 为比热，单位为 $J/(kg \cdot K)$ ， ρ 为密度，单位 kg/m^3 。

可解得：

$$t(x, \tau) - t_0 = \frac{q_c}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \exp(-\mu_n^2 F_0) \right]$$

式中 $\mu_n = n\pi$, $n = 1, 2, 3 \dots$, $F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$ 为傅里叶数， t_0 为初始温度。

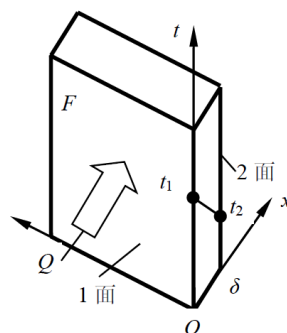


图 1. 通过平板的一维导热

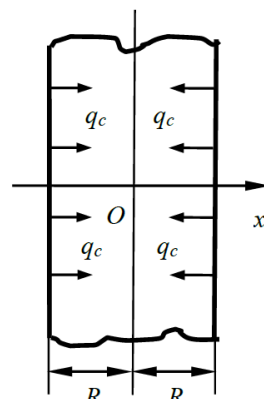


图 2. 无限大平板导热模型

经过一段时间, $F_0 = \frac{a\tau}{R^2} > 0.5$ 时, 该式可近似为:

$$t(x, \tau) - t_0 = \frac{q_c R}{\lambda} \left(\frac{a\tau}{R^2} + \frac{x^2}{2R^2} - \frac{1}{6} \right)$$

此时, 样品各点温度随 x 沿抛物线变化, 样品内各点的温升速率相同且不变, 两点间温差恒定, 这种状态称为准稳态。此时样品表面与中心面温差可表示为:

$$\Delta t = t(R, \tau) - t(0, \tau) = \frac{q_c R}{2\lambda}$$

由此可得:

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t}$$

当样品横向尺寸为厚度的 6 倍以上时, 非无限大平板导致的误差可忽略。

由比热的定义, 当样品横向截面积为 F 时, 有以下关系:

$$q_c F = c \rho R F \frac{dt}{d\tau}$$

可得比热为:

$$c = \frac{q_c}{\rho R \frac{dt}{d\tau}}$$

式中 ρ 为样品密度, $\frac{dt}{d\tau}$ 为准稳态下样品的温升速率, 可由中心面上 $t(0, \tau) \sim \tau$ 关系求得。

3. q_c 的计算

在如图 3 的样品架中, 由对称性, 向样品中心传导的热流密度为加热器电功率的一半, 即

$$q_c = \frac{U_{\text{加热}}^2}{2Fr}$$

$U_{\text{加热}}$ 为加热器所加的电压, r 为单个加热器的电阻。

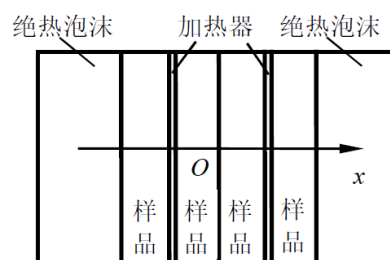


图 3 四块样品对称放置示意图

4. 热电偶温度计

本实验采用热电偶温度计测量温度, 其满足:

$$U(TT_0) = k_1(T - T_0) + k_2(T - T_0)^2$$

因为温差较小, 所以可忽略二次项。本实验 $k_1 = 40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ 。

三. 实验仪器

万用表的使用: 交流信号发生器、数字万用表、电阻、电容、二极管;

测量导热系数和比热容: 样品台装置、有机玻璃、加热薄膜、热电偶温度计、直流稳压电源、数字万用表、换向开关、保温杯、水、秒表、导线。

四. 实验任务及步骤

1. 阅读仪器说明书, 学习数字万用表的使用, 完成测量及数据处理任务:

(1). 交流电压及频率测量;

(2). 电阻直接测量: 二端法测量电阻 R 大小;

- (3). 二极管测量：测量二极管的正向导通电压；
- (4). 电容测量
2. 装好样品、加热器、热电偶并旋紧螺杆旋钮使间隙尽量小。
3. 打开并预热直流稳压电源，数字万用表，预设加热电压到 15-20V，并用万用表测量实验前的加热电压。
4. 用万用表检查四只热电偶与加热器是否完好，测量并记录加热器电阻值。
5. 电路连线：按图 5 所示连接电路。
6. 测量初始温度 t_0 及初始温差 $U_1(t_2t_1)$ ，初始面中心温度 $U_2(t_1t_c)$ 。
7. 接通加热电源与加热器，同时开始计时。每隔 1 分钟测一次 $U_1(t_2t_1)$ 及 $U_2(t_1t_c)$ ，共测 30 分钟。

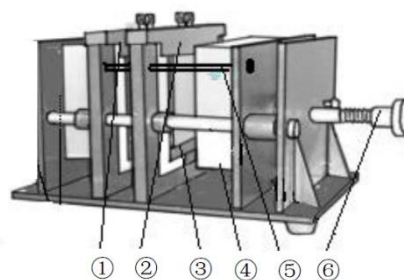


图 4 样品台装置

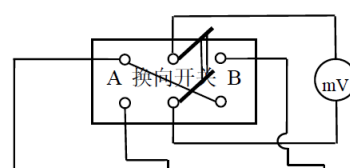
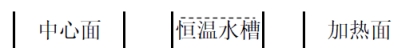


图 5 热电偶测温系统

（各热电偶正端由粗线示意）



五. 数据处理

1. 数字万用表的使用

小数点后位数一致

测量任务	测量值	精度/公式 (读数%+量程%)	不确定度	完整测量结果
测交流电压有效	1.35366V	2V/0.2+0.05	0.0037	$(1.4 \pm 0.0037)V$
测交流信号的频率	3.1999KHz	20kHz//0.01+0.003	0.0009	$(3.2 \pm 0.00090)kHz$
电阻	11.1169kΩ	20kΩ/0.020+0.004	0.0030	$(11 \pm 0.0030)kΩ$
电容	1.036μF	2μF/1+0.5	0.020	$(1.0 \pm 0.020)μF$
二极管正向导通电压	1.9920V			$(2.0 \pm 0.0050)V$

交流电压有效值完整测量结果的计算方法：

例：量程为2V，读数为1.35366V。

读表格可知，不确定度为0.2% + 0.05%。

$$\Delta_U = 1.35366V \times 0.2\% + 2V \times 0.05\% = 3.71 \times 10^{-3}V \approx 0.0037V$$

因此完整测量结果

$$U = U_0 \pm \Delta_U = (1.4 \pm 0.0037)V$$

2. 测量导热系数和比热容：

学生序号：18；

材料：有机玻璃；室温 $t_0 = 24.2^\circ\text{C}$ ；

并联加热薄膜电阻 $r/2 = 55.154\Omega$ ；

加热电压： $U = 17.00\text{V}$ ；

样品：长宽 $L = W = 90\text{mm}$ ；厚度 $R = 10\text{mm}$ ；密度 $\rho = 1196\text{kg/m}^3$ ；

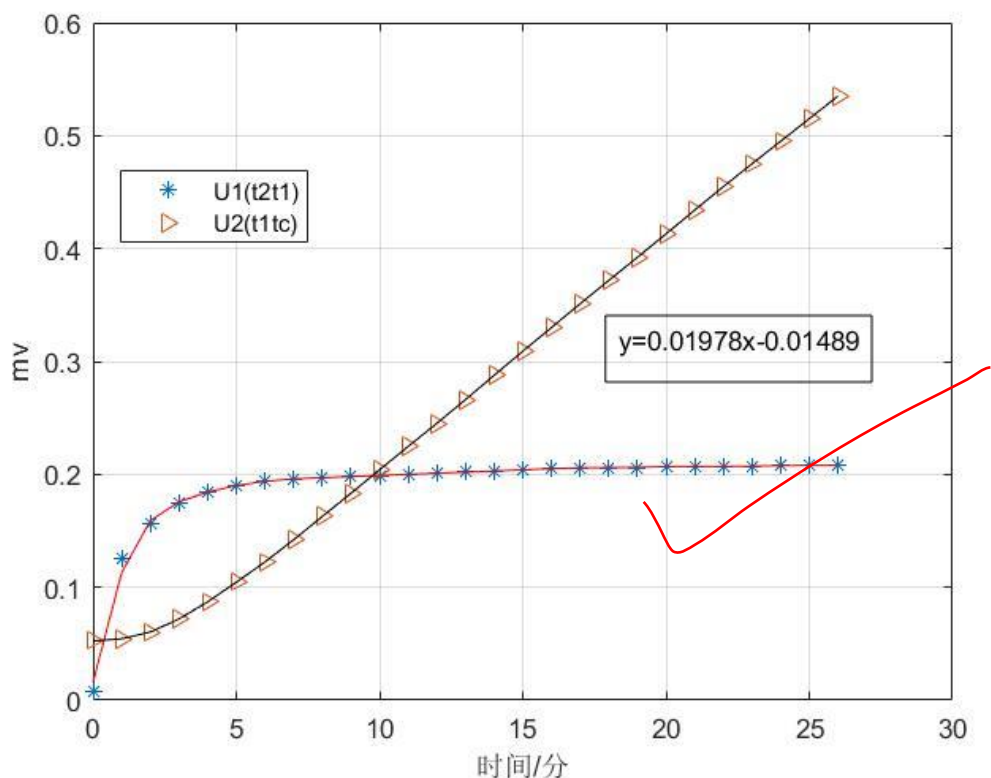
热电偶电阻：中心面： $(3.020 \pm 0.011)\Omega$ ；加热面： $(3.291 \pm 0.011)\Omega$ ；

中心面冷端热电偶： $(3.963 \pm 0.012)\Omega$ ；加热面冷端热电偶： $(4.011 \pm 0.012)\Omega$ 。

$\tau(\text{min})$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)(\text{mV})$	0.008	0.126	0.156	0.174	0.184	0.190	0.194	0.196	0.197
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)(\text{mV})$	0.053	0.054	0.060	0.072	0.087	0.105	0.122	0.142	0.163
$\tau(\text{min})$	9	10	11	12	13	14	15	16	17
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)(\text{mV})$	0.198	0.199	0.200	0.201	0.202	0.203	0.204	0.205	0.206
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)(\text{mV})$	0.183	0.204	0.225	0.245	0.266	0.288	0.309	0.330	0.351
$\tau(\text{min})$	18	19	20	21	22	23	24	25	26
热面和中心面温差 $U(t_2t_1)(\text{mV})$	0.206	0.206	0.207	0.207	0.207	0.207	0.208	0.208	0.208
中心面和冷面温差 $U(t_1t_c)(\text{mV})$	0.372	0.392	0.413	0.434	0.455	0.475	0.495	0.515	0.535

反思：由于螺杆旋钮没有拧足够紧，绝热性不好，散热过大，导致热面与中心面温差没有能够达到一个理想的准稳态状态。这让我意识到，之后再做实验时，一定要做好实验前准备工作，深入理解实验原理，这样才能避免实验中出现的人为因素导致的误差。

作出 $U(t_1 t_c) \sim \tau$ 与 $U(t_2 t_1) \sim \tau$ 图像:



从图表中可以看出, 在 $\tau = 17 \sim 23 \text{min}$ 时, $U(t_2 t_1)$ 基本保持不变, 即温差基本恒定。因此可以认为: 准稳态出现在 $\tau = 17 \sim 23 \text{min}$ 。

下面进行计算:

(1) 中心面的温度:

由于可以忽略热电偶温差电动势计算公式中的二次项, 所以 $U_2(t_1 t_c) = k_1(t_1 - t_c)$, 得:

$$t_1 - t_c = \frac{U_2(t_1 t_c)}{k_1}$$

当 $\tau = 0$ 时, $t_1 = t_0 = 24.2^\circ\text{C}$, $U_2(t_1 t_c) = 0.053 \text{mV}$, 得:

$$t_c = 24.2^\circ\text{C} - \frac{0.053 \text{mV}}{40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}} = 21.875^\circ\text{C}$$

达到准稳态的时刻为 $\tau = 17 \text{min}$ 。此时 $U_2(t_1 t_c) = 0.207 \text{mV}$, 得:

$$t_1 = \frac{0.207 \text{mV}}{40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}} + t_c = 27.05^\circ\text{C}$$

(2) 加热面和中心面的温差

对进入准稳态的 $U_1(t_2 t_1)$ 求平均值, 再除以 k_1 , 即得加热面与中心面的温差:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{k_1} \text{average}(U_1(t_2 t_1))$$

$$= \frac{(0.206 \times 3 + 0.207 \times 4) \text{mV}}{40 \mu\text{V}/^\circ\text{C} \times 7}$$

$$= 5.16^\circ\text{C}$$

(3) 温升速率

温升速率即为 $U_2(t_1 t_c) \sim \tau$ 线性拟合得到直线的斜率除以 k_1 ，得：

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{dU_2(t_1 t_c)}{k_1 d\tau} = \frac{0.01978(\text{mV}/\text{min})}{40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}} = 0.4945^\circ\text{C}/\text{min}$$

(4) 导热系数

由公式：

$$q_c = \frac{U_{\text{加热}}^2}{2Fr}$$

代入数据： $U_{\text{加热}} = 17.00\text{V}$ ， $F = LW = 81\text{cm}^2$ ， $\frac{r}{2} = 55.154\Omega$ ，得：

$$q_c = \frac{(17.00\text{V})^2}{2 \times 81\text{cm}^2 \times 55.154\Omega \times 2} = 161.725\text{W}/\text{m}^2$$

而对于导热系数 λ ，由公式：

$$\lambda = \frac{q_c R}{2\Delta t}$$

代入数据： $q_c = 161.725\text{W}/\text{m}^2$ ， $\Delta t = 5.16^\circ\text{C} = 5.16\text{K}$ ， $R = 10\text{mm}$ ，得：

$$\lambda = \frac{161.725 \times 10 \times 10^{-3}}{2 \times 5.16} \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

$$= 0.157\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

(5) 比热

由公式：

$$c = \frac{q_c}{\rho R \frac{dt}{d\tau}}$$

代入数据： $q_c = 161.725\text{W}/\text{m}^2$ ， $\frac{dt}{d\tau} = 0.4945^\circ\text{C}/\text{min} = 0.4945\text{K}/\text{min}$ ， $\rho = 1196\text{kg}/\text{m}^3$ ， $R = 10\text{mm}$ ，得：

$$c = \frac{161.725}{1196 \times (0.4945 \div 60) \times 10 \times 10^{-3}} \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$= 1.64 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

(6) 修正后的计算

热流密度 $q'_c = 0.85q_c = 137.466\text{W}/\text{m}^2$ 。由公式：

$$\lambda = \frac{q'_c R}{2\Delta t}$$

当 $q'_c = 0.85q_c$ 时，导热系数 $\lambda' = 0.85\lambda = 0.133\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

又由于如下公式：

$$c = \frac{q_c}{\rho R \frac{dt}{d\tau}}$$

当 $q'_c = 0.85q_c$ 时, 比热 $c' = 0.85c = 1.39 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

3. 实验结果

(1)修正前:

$$\lambda = 0.157 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

$$c = 1.64 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

(2)修正后:

$$\lambda = 0.133 \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$$

$$c = 1.39 \times 10^3 \text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

从理论模型近似、绝热条件及测量误差等分析

六. 问题探讨

1 一般量热学实验的测量精度

一般保留四位或三位有效数字, 采用科学计数法一般保留三位有效数字。

2 本实验中准稳态会无限保持下去吗?

不会。从理论上分析, 热面温度要高于中心面温度, 即热面与外界温差大于中心面的, 所以热面向外界散热的速率比中心面要高, 当时间无限长时, 热面中心面的温差就会缩小, 即温升速率不一致, 脱离了准稳态, 即将进入稳态。从实验数据来看, 在 26 分钟以后, $U(t_2 t_1)$ 就开始衰减, 但由于该设备保温性能较好, 所以仅衰减了 0.002mV, 但这也是很明显的要脱离准稳态的趋势。

3 热电偶冷端温度对实验的影响是怎样的?

冷端温度起参照作用, 为中心面的温度提供一个相对恒定的参考点。由于在计算 $U_2(t_1 t_c) \sim \tau$ 线性拟合得到直线的斜率时, 冷端温度会作为相同项被消掉 (由于 $U_2(t_1 t_c) = U_2(t_1 t_0) - U_2(t_c t_0)$, 其中 t_0 为 0°C 点), 因此冷端温度的大小本身, 不管是室温还是在 0°C , 均不影响实验结果, 只需要它保持恒定。但是, 如果冷端温度不恒定, 将会使得上式中 $U_2(t_c t_0)$ 不恒定, 导致实验结果出现误差。

如 T_c 增大 --> 温升速率减小 --> C增大

七. 实验小结

本次实验的不完美之处在于实验开始时, 旋杆未拧足够紧, 导致实验测量的数据与实际数据偏差增大, 这或许可以通过进一步减小修正系数来弥补, 但这也让我意识到, 做实验该有的严谨精神: 实验开始前准备应充分, 实验原理理解应深刻, 实验开始时各器件调整应到位, 实验过程中应当专注而认真, 读数以及处理数据时要细心而且耐心, 这些经验和教训是我在这次实验中最大的收获, 相信这些 lessons 会使我之后的物理实验水平更上一个台阶, 我应当牢牢记在心中。

八. 附件

准稳态法测量不良导体的导热系数和比热

班级 软件91 姓名 李金朋 学号 2019013254

座位号 18

测量任务	测量值	量程与精度公式	不确定度	完整测量结果
测交流电压有效值	1.35366V	2V / (0.2% + 0.05%)	0.00371	$(1.4 \pm 0.00371)V$ $(1.35366 \pm 0.00371)V$ $(1.4 \pm 0.0)V$
测交流信号的频率	3.1999 kHz	20 kHz / (0.1% + 0.003%)	0.0009	$(3.2 \pm 0.0009) kHz$ $(3.1999 \pm 0.0009) kHz$ $(3.2 \pm 0.0) kHz$
二端法测电阻	11.1160 kΩ	20 kΩ / (0.020% + 0.004%)	0.0030	$(11 \pm 0.0030) kΩ$ $(11.1160 \pm 0.0030) kΩ$ $(11 \pm 0) kΩ$
电容	1.036 μF	2 μF / (1% + 0.5%)	0.020	$(1.0 \pm 0.020) μF$ $(1.036 \pm 0.020) μF$
二极管	正向导通电压 = 1.9920 V \approx 2.0 V			

(%读数 + %量程)

一、检测热电偶是否完好：

中心面热电偶阻值= (应小于 10 欧)

$(3.020 \pm 0.017) \Omega$

加热面热电偶阻值= (应小于 10 欧)

$(3.291 \pm 0.017) \Omega$

中心面冷端热电偶阻值= (应小于 10 欧)

$(3.963 \pm 0.012) \Omega$

加热面冷端热电偶阻值= (应小于 10 欧)

$(4.011 \pm 0.012) \Omega$

二、两个相同电加热薄膜并联后的阻值= 55.154Ω

三、冷端水温 (可以室温替代) $t_c = 24.2^\circ\text{C}$

四、直流加热电压= (15~20V) 17.00V

五、准稳态测量数据：通电加热起开始计时 ($\tau=0$ 时 U_1 应小于 10 微伏)

τ (分钟)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_2(t_1, t_c)$	0.053	0.054	0.060	0.072	0.087	0.105	0.122	0.142	0.163
$U_1(t_2, t_1)$	0.008	0.126	0.156	0.174	0.184	0.190	0.194	0.196	0.197
τ (分钟)	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$U_2(t_1, t_c)$	0.183	0.204	0.225	0.245	0.266	0.288	0.309	0.330	0.351
$U_1(t_2, t_1)$	0.198	0.199	0.200	0.201	0.202	0.203	0.204	0.205	0.206
τ (分钟)	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$U_2(t_1, t_c)$	0.372	0.392	0.413	0.434	0.455	0.475	0.495	0.515	0.535
$U_1(t_2, t_1)$	0.206	0.206	0.207	0.207	0.207	0.208	0.208	0.208	0.208

六、数据处理、结果：

第 11.12

没有扭紧，绝^热性能不好。
散热导致 U_1 升。