

# 拉伸法和动力学法测量弹性模量 实验报告

李金鹏

2019013254

实验日期：2020 年 10 月 15 日

# 第一部分 拉伸法测弹性模量

## 1.1 实验目的

- (1) 学习用拉伸法测量弹性模量的方法；
- (2) 掌握螺旋测微计和读数显微镜的使用；
- (3) 学习用逐差法处理数据。

## 1.2 数据处理

### 1. 测钢丝长度 $L$ 及其伸长量 $\delta L$

仪器编号 8；钢丝长度 $L =$  1000 mm

序号	$F_i (F_i = mg)/N$	$y_i/\text{mm}$		$l'_i (l'_i = y_{i+5} - y_i)/\text{mm}$		$l_i \left( l_i = \frac{l_+ + l_-}{2} \right) / \text{mm}$
		增砝码时	减砝码时	增砝码时 $l_+$	减砝码时 $l_-$	
1	0.200×1×9.80	0.155	0.195	1.310	1.455	1.3825
2	0.200×2×9.80	0.457	0.495	1.213	1.306	1.2595
3	0.200×3×9.80	0.711	0.802	1.199	1.248	1.2235
4	0.200×4×9.80	0.942	1.001	1.258	1.325	1.2915
5	0.200×5×9.80	1.230	1.259	1.335	1.212	1.2735
6	0.200×6×9.80	1.465	1.650			$\bar{l} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 l_i$ $= \underline{1.2861} \text{ mm}$ <p>标准偏差 <math>s_l = \underline{0.0572} \text{ mm}</math></p>
7	0.200×7×9.80	1.670	1.801			
8	0.200×8×9.80	1.910	2.050			
9	0.200×9×9.80	2.200	2.326			
10	0.200×10×9.80	2.565	2.471			

$$\therefore \delta L = \frac{1}{5} \bar{l} = \frac{1}{5} \times 1.2816 = 0.2563 \text{ mm}$$

不确定度计算：

$$\Delta_l = \sqrt{(\Delta_{l_{\text{仪}}})^2 + (s_l)^2}$$

本实验读数显微镜测某一位置 $y_i$ 的仪器误差为 0.01mm，因此用它测量一段伸长量 $l = y_{i+5} - y_i$ ，则 $l$

$$\text{的仪器误差为 } \Delta_{l_{\text{仪}}} = \sqrt{(\Delta_{y_{i+5 \text{ 仪}}})^2 + (\Delta_{y_{i \text{ 仪}}})^2} = \sqrt{2} \times 0.01 \text{ mm}$$

$$\text{所以 } \Delta_l = \sqrt{(\Delta_{l_{\text{仪}}})^2 + (s_l)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} \times 0.01)^2 + 0.0572^2} = 0.05892 \text{ mm}$$

$$\text{又因为 } \delta L = \frac{1}{5} l, \text{ 所以 } \Delta_{\delta L} = \frac{1}{5} \Delta_l = 0.01178 \text{ mm}$$

$$\therefore \delta L \pm \Delta_{\delta L} = (0.2563 \pm 0.0118)\text{mm}$$

## 2. 测钢丝直径 $D$

测定螺旋测微计的零点 $d$ （单位为 mm）

测量前 -0.018, -0.021, -0.026,

测量后 -0.026, -0.028, -0.027; 平均值  $\bar{d} = -0.0243\text{mm}$

序号	1	2	3	4	5	6
$D_i/\text{mm}$	0.200	0.199	0.198	0.199	0.201	0.200
$D_i - \bar{d}/\text{mm}$	0.224	0.223	0.222	0.223	0.225	0.224

钢丝的平均直径  $\bar{D} = \underline{0.2238}$  mm,  $s_D = \underline{0.001283}$  mm

$$\Delta_D = \sqrt{(\Delta_{\text{仪}})^2 + (s_D)^2} = \sqrt{0.004^2 + (0.001283)^2} = 0.0042\text{mm}$$

$$\therefore D \pm \Delta_D = (0.2238 \pm 0.0042)\text{mm}$$

$$\begin{aligned} \text{由以上数据可求出: } E &= \frac{4FL}{\pi D^2 \delta L} = \frac{4 \times 0.2 \times 9.8 \times 1.000}{\pi \times 0.0002238^2 \times 0.2563 \times 10^{-3}} = 1.9440 \times 10^{11} \text{Pa} \\ &= 194.40 \text{GPa} \end{aligned}$$

## 3. 总不确定度的计算

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial F} \ln E\right)^2 (\Delta_F)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial L} \ln E\right)^2 (\Delta_L)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial D} \ln E\right)^2 (\Delta_D)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial (\delta L)} \ln E\right)^2 (\Delta_{\delta L})^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\delta L}}{\delta L}\right)^2} \\ &= \sqrt{(0.5\%)^2 + \left(\frac{3}{1000}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.0042}{0.2238}\right)^2 + \left(\frac{0.0118}{0.2563}\right)^2} \\ &= 0.0596861 \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta_E = 0.0447935E = 0.1160 \times 10^{11} \text{Pa}$$

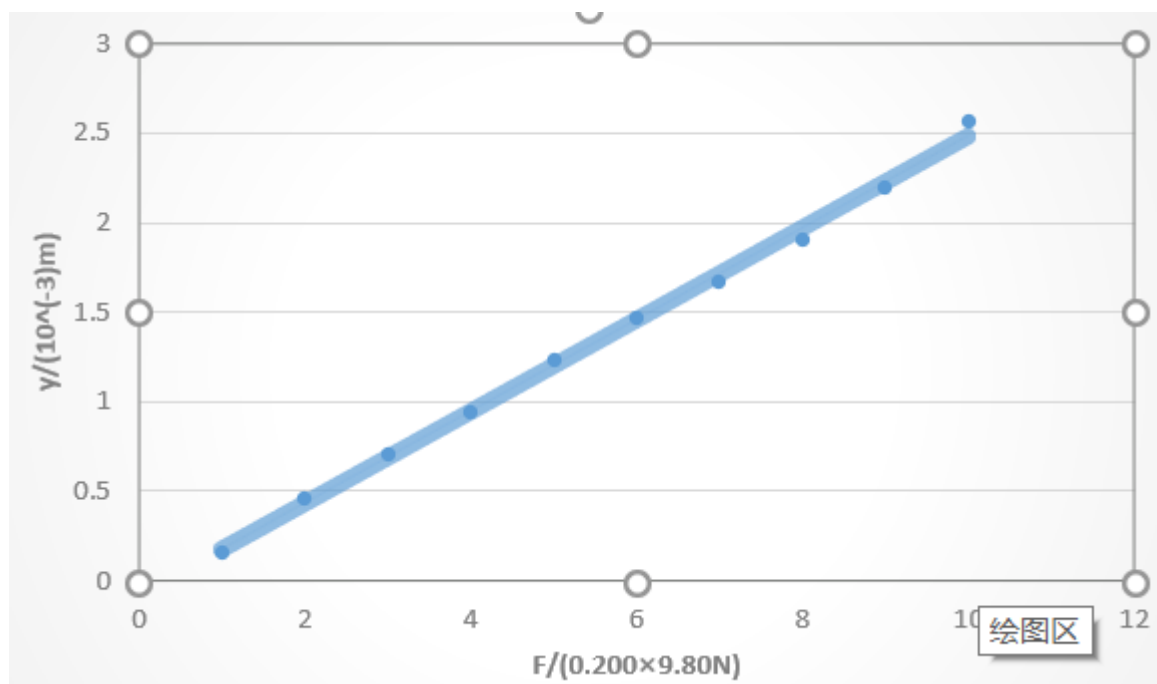
$$\therefore E \pm \Delta_E = (192.50 \pm 11.60) \text{GPa}$$

## 4. 采用最小二乘法直线拟合

由以上关系可知:  $\delta L = \frac{4FL}{\pi D^2 E}$ , 又  $\delta L = y_i - y_0$

$$\text{所以, } y = y_0 + \frac{4FL}{\pi D^2 E} = y_0 + \frac{4L}{\pi D^2 E} \times 0.200 \times 9.80 \times n$$

对增砝码的数据使用最小二乘法直线拟合如下



$R^2=0.9972$  说明线性拟合非常好，且  $b \times 0.001 = \frac{4L}{\pi D^2 E}$

所以  $E = \frac{4L \times 1000}{\pi D^2 b} = 1.9925 \times 10^{11} \text{Pa} = 199.25 \text{GPa}$

## 第二部分 动力学法测弹性模量

### 2.1 实验目的

- (1) 学习一种更实用，更准确的测量弹性模量的方法；
- (2) 学习用实验方法研究与修正系统误差。

### 2.5 数据记录及处理

#### 1. 被测样品的长度、直径和质量

长度  $l = \underline{19.982 \text{cm}}$ ，质量  $\underline{32.33 \text{g}}$

种类：黄铜

螺旋测微计零点位置  $d$ （单位为 mm）

测量前  $\underline{-0.325}$ ， $\underline{-0.344}$ ， $\underline{-0.341}$ ，

测量后  $\underline{-0.340}$ ， $\underline{-0.345}$ ， $\underline{-0.365}$ ；平均值  $\bar{d} = \underline{-0.343 \text{mm}}$

序号	1	2	3	4	5	6
$D_i/\text{mm}$	4.621	4.631	4.610	4.620	4.635	4.634
$D_i - \bar{d}/\text{mm}$	4.964	4.974	4.953	4.963	4.978	4.977

则黄铜棒的平均直径  $\bar{D} = \underline{4.968 \text{mm}}$ ， $s_D = \underline{0.010312 \text{mm}}$

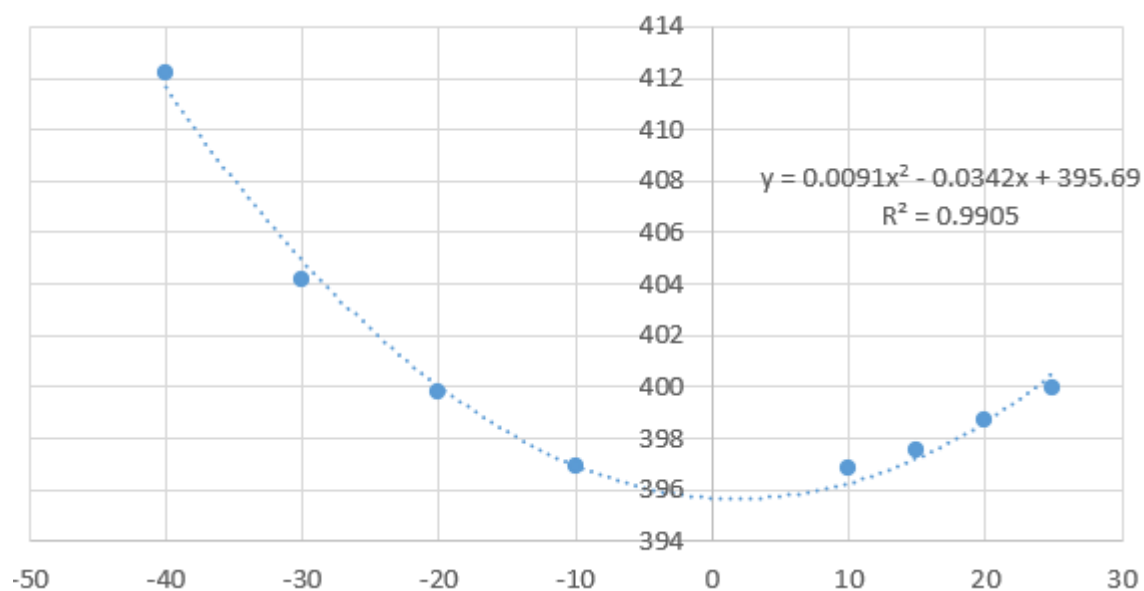
$$\Delta_D = \sqrt{(\Delta_{\text{仪}})^2 + (s_D)^2} = \sqrt{0.004^2 + (0.010312)^2} = 0.0110606\text{mm}$$

$$\therefore D \pm \Delta_D = (4.968 \pm 0.011)\text{mm}$$

## 2. 测基振频率

悬线位置 $x/\text{mm}$	-40	-30	-20	-10	10	15	20	25
共振频率 $f/\text{Hz}$	412.23	404.15	399.83	396.89	396.83	397.57	398.73	399.92

作出  $f$ - $x$  曲线如下图。



由图线上读出：在  $x=0$  处， $f=395.69\text{Hz}$ 。

由以上数据可求得

$$\begin{aligned}
 E &= 1.6067 \frac{l^3 m}{D^4} f^2 T_1 \\
 &= 1.6067 \times \frac{0.19982^3 \times 32.33 \times 10^{-3}}{(4.968 \times 10^{-3})^4} \times 395.69^2 \times 1.0035 \\
 &= 1.0689 \times 10^{11} \text{Pa} \\
 &= 106.89 \text{GPa}
 \end{aligned}$$

下面计算  $E$  的不确定度  $\Delta_E$

$$\frac{\Delta_E}{E} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial l} \ln E\right)^2 (\Delta_l)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial m} \ln E\right)^2 (\Delta_m)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial f} \ln E\right)^2 (\Delta_f)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial D} \ln E\right)^2 (\Delta_D)^2}$$

其中,

$$\ln E = \ln 1.6067 + \ln T_1 + 3 \ln l + \ln m + 2 \ln f - 4 \ln D$$

故

$$\frac{\partial \ln E}{\partial l} = \frac{3}{l}, \quad \frac{\partial \ln E}{\partial m} = \frac{1}{m}, \quad \frac{\partial \ln E}{\partial f} = \frac{2}{f}, \quad \frac{\partial \ln E}{\partial D} = -\frac{4}{D}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\Delta_E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{3\Delta_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{4\Delta_D}{D}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3 \times 0.002}{19.982}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{32.33}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.10}{395.69}\right)^2 + \left(\frac{4 \times 0.0110606}{4.968}\right)^2} \\ &= 0.00906 \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta_E = 0.00905E = 0.0097 \times 10^{11} \text{Pa}$$

$$\therefore E \pm \Delta_E = (116.83 \pm 0.97) \text{Gpa}$$

### 第三部分 课后题

(2) 在本实验中读数显微镜作测量时哪些情况下会产生空程误差? 应如何消除它?

手轮改变转动方向时会产生空程从而产生误差。消除方法: 在增(减)砝码过程中始终向着一个方向转动, 从增砝码转向减砝码时, 在开始读数前应该保证手轮已在这个方向上转了几圈。

(3) 从 E 的不确定度计算式分析哪个量的测量对 E 的结果影响最大? 测量时应注意哪些问题?

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial F} \ln E\right)^2 (\Delta_F)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial L} \ln E\right)^2 (\Delta_L)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial D} \ln E\right)^2 (\Delta_D)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial (\delta L)} \ln E\right)^2 (\Delta_{\delta L})^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\Delta_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{\delta L}}{\delta L}\right)^2} \end{aligned}$$

其中:  $\frac{\Delta_F}{F} = 0.005$ ,  $\frac{\Delta_L}{L} = 0.003$ ,  $\frac{2\Delta_D}{D} = 0.38$ ,  $\frac{\Delta_{\delta L}}{\delta L} = 0.046$ 。

钢丝直径以及  $\delta L$  对 E 的结果影响很大, 必须正确使用螺旋测微计, 耐心读数, 不可鲁莽, 避免钢丝弯曲, 使用读数显微镜时最好有一个参考线。

### 第三部分 实验总结

拉伸法和动力学法相比, 各有优缺点。拉伸法原理简单, 容易上手, 但是使用读数显微镜时要耐得住性子, 数据繁多不好处理, 而且容易眼花影响实验结果。动力法虽然原理复杂, 但搞清楚以后只需要耐心调节仪器, 不费眼, 而且更精准, 对我个人而言, 我更喜欢后者—动力法。

还有一点就是在用拉伸法时我的读数显微镜里出现的气泡影响读数, 再加上自己没有耐得住性子, 导致最终测的结果不确定度很大, 相对误差达到 5.9%。在以后的实验里我要努力做到更加细致,

毕竟做实验最起码要有严谨的精神和做风。

2020 年 10 月 15 日

（原始数据见下页）

# 1.测钢丝长度L及其伸长量 $\delta L$

仪器编号 8 ; 钢丝长度  $L = 1000$  mm

序号	$F_i (F_i = mg) / N$	$y_i / mm$		$l_i (l_i = y_{i+5} - y_i) / mm$		$l_i (l_i = \frac{l_+ + l_-}{2}) / mm$
		增砝码时	减砝码时	增砝码时 $l_+$	减砝码时 $l_-$	
1	0.200×1×9.80	0.155	0.195			
2	0.200×2×9.80	0.457	0.495			
3	0.200×3×9.80	0.711	0.802			
4	0.200×4×9.80	0.942	1.001			
5	0.200×5×9.80	1.230	1.259			
6	0.200×6×9.80	1.465	1.650			$\bar{l} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 l_i$ = _____ mm
7	0.200×7×9.80	1.670	1.801			
8	0.200×8×9.80	1.910	2.050			
9	0.200×9×9.80	2.200	2.326			
10	0.200×10×9.80	2.565	2.471			

## 2.测钢丝直径D

测定螺旋测微计的零点d (单位为 mm)

测量前 -0.018, -0.021, -0.026,

测量后 -0.026, -0.028, -0.027; 平均值  $\bar{d} =$  \_\_\_\_\_ mm

序号	1	2	3	4	5	6
$D_i / mm$	0.200	0.199	0.198	0.199	0.201	0.200

钢丝的平均直径  $\bar{D} =$  \_\_\_\_\_ mm,  $s_D =$  \_\_\_\_\_ mm

种类: 黄铜

3.被测样品的长度、直径和质量。

长度  $l = 19.982$  cm, 质量  $32.33$  g

序号	1	2	3	4	5	6
$D_i / mm$	4.621	4.631	4.610	4.620	4.635	4.634

零点  
测前 测后  
-0.325 mm -0.340 mm  
-0.344 mm -0.345 mm  
-0.344 mm -0.365 mm

## 4.测基振频率

悬线位置 $x / mm$	-40.0	-30.0	-20.0	-10.0	10.0	15.0
共振频率 $f / Hz$	412.23 <del>398.44</del>	404.15	399.83	396.89	396.83	397.57

20.0	25.0
398.73	399.92

测前  
10.15