

## 基于微分博弈的政企救灾合作策略研究

赵黎明<sup>1</sup>, 李 聪<sup>1</sup>, 郭 祥<sup>2</sup>

(1. 天津大学 管理与经济学部, 天津 300072; 2. 天津大学 环境科学与工程学院, 天津 300072)

**摘 要** 为应对灾害事故频发, 政府和企业合作救灾已经受到人们的广泛关注, 但企业救灾过程中慈善行为的动机并不单纯. 文章首先假设在政府和救灾企业组成的简单系统中, 政府处于主导地位, 政府和企业的救灾投入会产生慈善商誉, 企业的救灾投入还会产生广告效应, 消费者需求受到二者的共同影响; 然后利用微分博弈理论, 构建了政府和企业的 3 种微分博弈模型. 研究发现, 在一定条件下, 成本分担契约可以实现政府、企业和系统整体效益的帕累托改善; 在协同合作契约下, 政府、企业和系统整体效益都是最优的. 最后, 通过算例分析证明了结论的有效性, 并对相关参数进行了灵敏度分析, 为政企合作协同救灾提供理论依据.

**关键词** 救灾努力; 慈善商誉; 微分博弈; 成本分担; 反馈均衡

## Research of cooperative relief strategy between government and enterprise based on differential game

ZHAO Liming<sup>1</sup>, LI Cong<sup>1</sup>, GUO Xiang<sup>2</sup>

(1. College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. School of Environmental Science and Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract** In response to frequent disasters, the cooperation in disaster relief between government and enterprises has caused wide public concern. But in the process of disaster relief, the motivation of enterprise charity is not simple. Considering a disaster relief system consisted of the government and one enterprise. Assuming that the government plays a dominant role, the relief efforts of the government and enterprise can increase the charity goodwill. The enterprises' relief efforts can also generate advertising effect, the consumer demand is effected by the two factors above. Then we established three differential game models. And it is founded that under the cost-sharing contract profits can achieve Pareto improvement for the government, the enterprise and the whole system under certain conditions; under the cooperation contract, profits can achieve optimum for both the government, the enterprise and the whole system. Finally, we verified the validity of conclusion through a numeral analysis.

**Keywords** relief effort; charity goodwill; differential game; cost sharing; feedback equilibrium

### 1 引言

中国是世界上自然灾害最严重的国家之一, 频发的自然灾害给社会造成了巨大的生命和财产损失, 在一定程度上制约了我国的经济的发展<sup>[1]</sup>. 如何应对自然灾害的挑战已经成为我国政府和社会各界共同关注的难题. 当前我国的救灾行动均在政府的主导下进行<sup>[2]</sup>, 在救灾过程中政府发挥了统筹领导、协调社会救灾活动和加强国际合作等重要作用<sup>[3]</sup>. 但是过去救灾的经验和教训表明, 政府虽然在救灾过程中发挥着主导作

收稿日期: 2016-10-31

**作者简介:** 赵黎明 (1951–), 男, 汉, 北京人, 教授, 博士, 研究方向: 区域经济发展、技术经济及管理, E-mail: zhaolm@tju.edu.cn; 李聪 (1990–), 男, 汉, 山东泰安人, 博士研究生, 研究方向: 区域经济发展、技术经济及管理, E-mail: lysion@tju.edu.cn; 郭祥 (1989–), 女, 汉, 山东泰安人, 博士研究生, 研究方向: 环境修复、环境治理, E-mail: guoxiang@tju.edu.cn.

**基金项目:** 国家社会科学基金重大项目 (13&ZD162)

**Foundation item:** National Social Science Foundation of China (13&ZD162)

**中文引用格式:** 赵黎明, 李聪, 郭祥. 基于微分博弈的政企救灾合作策略研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2018, 38(4): 885–898.

**英文引用格式:** Zhao L M, Li C, Guo X. Research of cooperative relief strategy between government and enterprise based on differential game[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2018, 38(4): 885–898.

用<sup>[4]</sup>, 自然灾害的频发和救灾过程中物资调配、赈灾款的拨付、人员安置等众多问题仅靠政府的力量无法应对<sup>[5]</sup>. 大量的研究表明, 非政府组织 (NGO) 在灾害响应和灾后救援过程中发挥的作用越来越大<sup>[6]</sup>, 媒体可以有效地将公众的视线集中在灾害的发生和救灾活动上<sup>[7]</sup>, 企业通过现金和物资捐赠、设置救灾基金等活动也在救灾中发挥着关键作用<sup>[8]</sup>. 人们逐渐开始意识到, 灾后的救援和重建工作需要依靠政府、企业、非政府组织和媒体等多元社会主体的共同努力才能顺利完成<sup>[9]</sup>.

近年来, 慈善捐赠成为社会广泛关注的话题, 在经历了 2008 年的汶川地震之后, 中国企业的慈善捐赠行为发生了深刻的变化, 越来越多的企业热衷于慈善. 企业凭借其人力、物力、技术和资源配置等方面的优势在救灾过程中发挥的作用越来越大<sup>[3]</sup>. 2003 年的“非典”期间, 各慈善组织收到的中国企业捐款仅为 770 万元. 而 2008 年汶川地震之后, 一周内就有超过 100 家企业捐款数额在千万以上. 2013 年雅安地震发生的当天, 企业界就纷纷展开行动, 短期内捐款、捐物超过 10 亿元. 这庞大的数字背后让人不禁想到, 企业捐款的动机是什么? 是单纯意义上的“慈善”, 还是另有所图.

毋庸置疑, 承担社会责任已经成为全世界企业发展的潮流, 而作为社会责任最高表现形式的慈善捐赠受到越来越多企业的追捧<sup>[10]</sup>. 在我国, 企业的捐赠已经成为慈善的重要力量<sup>[11]</sup>. 灾害发生之后, 媒体的广泛宣传将企业履行社会责任的影响作用发挥的淋漓尽致, 极大地提高了企业的曝光率, 甚至成为部分消费者选择消费企业产品的前提<sup>[12]</sup>. 特别地, “加多宝”集团在汶川、玉树、雅安三次地震之后, 连续三次捐款“1 个亿”, 让其成为我国企业慈善事业的领军者, 也使其站在了媒体的风口浪尖, 给企业带来了巨大的经营便利. Virvilaite 等认为企业履行社会责任有利于提升企业形象<sup>[13]</sup>. 类似地, Jia 等<sup>[14]</sup>和 Bartkus 等<sup>[15]</sup>的研究发现企业可以通过捐赠提高声誉. Brown, Helland 等的研究发现, 企业慈善捐款的动机是为了实现广告效果<sup>[16]</sup>. Godfrey 等一些学者支持战略性慈善的观点, 认为企业捐赠可以提升企业的战略地位, 改善企业的竞争环境, 提升企业绩效<sup>[17]</sup>. Liket 等将战略性慈善看作是是企业社会责任与企业财务绩效的“幸福婚姻”<sup>[18]</sup>. 此外, Sánchez 认为企业通过慈善捐赠来与政府建立或维持政治关系, 博取政府的好感和信任<sup>[19]</sup>. 国内学者也对企业捐赠行为进行了大量的研究, 山立威对汶川地震后 A 股上市公司的捐款数据进行分析, 发现公司捐赠的动机是提高声誉以获取广告效用<sup>[20]</sup>; 李姝等发现企业社会责任的履行有助于企业建立政治联系, 企业的捐赠行为是建立和维持与政府之间关系的一种重要手段<sup>[21]</sup>. 总之, 企业慈善捐赠的动机有很多种<sup>[22]</sup>, 但可以肯定的是企业捐赠不再是单纯的从公益性慈善的角度出发, 更多的是企业在工具性地利用慈善捐赠为企业利益服务<sup>[11]</sup>.

救灾过程中政府主导, 企业参与的模式已经逐渐被人们所认同. 而企业作为参与方却不仅仅是被动的接受安排, 企业会对慈善捐赠的成本与收益进行衡量, 来选择是否为政府“分担压力”<sup>[23]</sup>. 而政府为了鼓励企业积极履行社会责任, 通常会采取税收优惠等政策. 综上所述, 企业参与救灾活动的问题已经引起了学者的广泛关注, 但是现有的文献大都是通过实证研究的方法讨论企业慈善活动对于企业形象、企业绩效等的影响<sup>[24]</sup>, 针对灾后企业捐赠行为的研究较少, 对灾后政企救灾活动的博弈关系缺乏深入的讨论, 多是给出一些政策上建议<sup>[25,26]</sup>. 为此, 本文试图通过数理建模来丰富该领域定量研究的内容, 更精确地描述救灾过程中政府与企业之间的决策过程. 本文从动态的角度对灾后政府和企业的救灾努力进行研究, 建立了政府和企业的微分博弈模型, 分析了动态环境中非合作契约、成本分担契约、协同合作契约三种情形下的动态优化问题, 试图为政企合作协同救灾提供理论依据.

## 2 问题描述与模型假设

### 2.1 问题描述

文章选择灾害发生后, 政府和单个救灾企业组成的简单系统为研究对象, 研究政企双方努力救灾的问题. 政府对于救灾工作的宣传、协调等投入会在全社会形成一种全民救灾的氛围, 引起人们对救灾工作和救灾企业的关注. 本文假设政府的救灾努力 (政府在救灾过程付出的努力, 如划拨应急救灾资金、救援人员和物资的筹集分配、救灾工作的宣传与协调等<sup>[27,28]</sup>) 会引起社会对救灾企业的关注, 进而提升救灾企业的企业形象, 在这里将其称为“慈善商誉”, 消费者会倾向于选择具有“慈善商誉”的企业<sup>[29]</sup>. 企业的救灾努力 (企业在救灾活动中的慈善投入, 如捐款捐物、提供相关服务支持、协助建立救灾基金等<sup>[30,31]</sup>) 在短期内会引起社

会的大量关注, 形成广告效应, 同时对其“慈善商誉”产生影响. 考虑到政府在救灾过程承担着主要责任, 本文选择政府作为微分博弈的主导方, 与救灾企业构成 Stackelberg 微分博弈. 为了激励救灾企业的慈善投入, 政府会给予救灾企业一定的成本补贴. 决策过程为: 首先, 政府决定自身的救灾努力水平和为救灾企业分担的救灾投入的补贴比例; 其次, 企业根据政府的策略决策自身的救灾努力水平. 在此过程中, 政府的效益函数应该包括两部分, 一部分是救灾企业直接投入的救灾努力带来的直接收益 (政府的社会效益), 另一部分是救灾企业通过救灾投入的广告效应和慈善商誉的影响引起的消费者需求的变化, 进而对政府的税收等产生的间接收益 (政府的经济效益). 图 1 描述了这一决策过程.

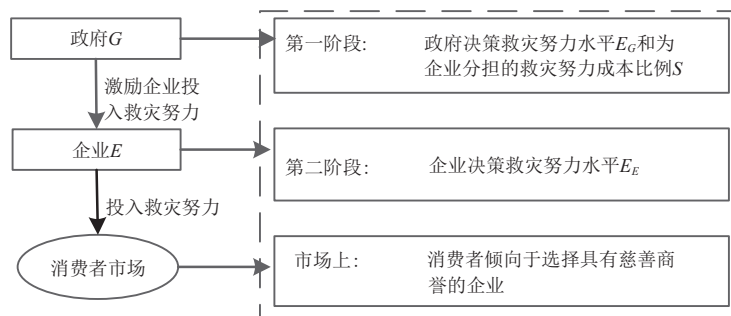


图 1 政府和企业救灾博弈决策示意图

## 2.2 模型假设

**假设 1** 政府和企业救灾投入的努力成本与其努力水平相关, 考虑努力成本的凸性特征, 借鉴文献 [32] 对努力成本的假设,  $t$  时刻政府和企业的救灾努力成本分别为

$$C_G(t) = \frac{1}{2}k_G E_G^2(t), C_E(t) = \frac{1}{2}k_E E_E^2(t).$$

其中  $E_G(t), E_E(t) \geq 0$  分别表示  $t$  时刻政府和企业的救灾努力水平;  $C_G(t)$  和  $C_E(t)$  分别表示  $t$  时刻政府和企业的救灾努力成本, 随各自救灾努力水平的增加而增加, 且增加的幅度呈上升趋势, 以二次函数来描述投入或者成本是文献中常用的形式 [32,33];  $k_G, k_E > 0$  分别表示政府和企业的救灾努力成本系数.

**假设 2** 为鼓励企业进行救灾投入, 政府对救灾企业的救灾成本给予补贴 (如现行的税收优惠政策), 补贴比例为  $S(t)$ , 且  $0 \leq S(t) < 1$ , 即政府只承担企业的部分救灾成本.

**假设 3** 正如文献 [13] 和 [14] 等所述, 企业的救灾努力会提升企业形象 (慈善商誉), 而政府的救灾努力会调动社会各界“全民救灾”的氛围, 增强社会各界对救灾企业的关注. 企业的慈善商誉与政府、企业的救灾努力水平相关, 且是个动态变化的过程, 参考文献 [34] 和 [35] 的思想, 采用 Nerlove-Arrow 商誉模型的变形来表示企业慈善商誉受救灾努力的影响和随时间衰减的变化, 则企业慈善商誉的变化过程可用如下随机微分方程描述

$$\dot{G}(t) = \lambda_G E_G(t) + \lambda_E E_E(t) - \delta G(t) \quad (1)$$

文献 [34] 和 [35] 均用式 (1) 所示的微分方程来表示系统内成员的努力对企业商誉的影响, 其中  $G(t)$  表示  $t$  时刻企业的慈善商誉,  $\lambda_G, \lambda_E > 0$  分别表示政府、企业的救灾努力对企业慈善商誉的影响系数,  $\delta > 0$  表示慈善商誉的衰减率或消费者遗忘对商誉造成的影响,  $\dot{G}(t)$  表示企业慈善商誉随时间的变化率, 受政府和企业的救灾努力水平和消费者遗忘的影响.

**假设 4** 假设消费者的购买行为受企业救灾努力水平 (企业救灾努力产生的广告效应) 和慈善商誉的共同影响, 通过对文献 [36] 需求函数的变形, 假定救灾企业的需求函数形式如下

$$Q(t) = \alpha E_E(t) + \theta G(t) \quad (2)$$

其中  $\alpha$  表示救灾企业的慈善投入带来的广告效应对市场需求的影响系数,  $\theta$  表示慈善商誉对需求函数的影响系数.

**假设 5** 假设政府和企业有相同的正贴现率  $\rho$ , 他们都在无限的区间内寻求自身效益的最大化. 政府由于其职能的特殊性, 其追求的效益包括经济效益和社会效益两个方面, 企业的救灾努力被直接用于救灾活动, 增加了政府的社会效益, 而消费者需求的增加提高了政府和企业的经济效益. 则政府和企业的目标函数分别

是

$$\max_{E_G, S} J_G = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [\pi_1 E_E(t) + \pi_2 Q(t) - C_G(t) - S(t) C_E(t)] dt \quad (3)$$

$$\max_{E_E} J_E = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [\pi_E Q(t) - (1 - S(t)) C_E(t)] dt \quad (4)$$

其中  $\pi_1 > 0$  表示企业救灾努力对政府社会效益的影响系数;  $\pi_2, \pi_E > 0$  分别表示政府和企业的边际收益, 表现为对经济效益的影响.

本文定义了一个包括政府和单个救灾企业的两个参与者的微分博弈, 共有 3 个控制变量  $E_E(t) \geq 0$ ,  $E_G(t) \geq 0$ ,  $0 \leq S(t) < 1$  以及 1 个状态变量  $G(t) \geq 0$ . 而在非合作契约下, 只有两个控制变量  $E_E(t)$  和  $E_G(t)$ , 且  $S(t) = 0$ . 由于存在动态参数的情形下, 求解会变得十分困难, 本文参考文献 [37] 的处理方式, 将模型中的参数假设为与时间无关的常数. 此外, 为方便书写, 后文中将略去时间单位  $t$ .

### 3 模型分析

基于上一节关于问题的描述和假设, 本节进一步分析成本分担契约能否使政府和企业的最优决策达到协同合作契约时的最优水平; 如果不能达到协同合作契约时的最优水平, 则分析成本分担契约能否使政府和企业的最优决策实现帕累托改善以及改善的程度, 以便为政企合作协同救灾提供决策依据.

#### 3.1 无成本分担的非合作契约

在该契约中政府和企业的决策次序为: 政府首先制定自己的救灾策略, 决定其最优的救灾努力水平; 企业在政府决策的基础上制定其救灾策略, 决策其最优救灾努力水平. 研究发现在此契约中, Nash 非合作博弈和 Stackelberg 非合作博弈的均衡策略是相同的. 如果说协同合作博弈时的最优水平是契约协调的上限, 那么无成本分担的非合作博弈的最优水平可以看作契约协调时各方收益的下限. 用上标  $N$  表示无成本分担的非合作契约. 此时政府不分担企业的救灾努力, 即  $S(t) = 0$ , 在此情形下, 政府和企业的目标函数分别是

$$\max_{E_G} J_G^N = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [\pi_1 E_E + \pi_2 Q - C_G] dt \quad (5)$$

$$\max_{E_E} J_E^N = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} [\pi_E Q - C_E] dt \quad (6)$$

**定理 1** 在非合作契约下, 政府和企业的静态反馈均衡策略分别为

$$E_G^{N*} = \frac{\lambda_G \pi_2 \theta}{(\rho + \delta) k_G} \quad (7)$$

$$E_E^{N*} = \frac{\alpha \pi_E (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta}{(\rho + \delta) k_E} \quad (8)$$

**证明** 由静态反馈均衡的充分条件可以假设, 连续有界的微分效益函数  $V_i(G)$ ,  $i \in (G, E)$  对于任意的  $G \geq 0$ , 存在着汉密尔顿 - 雅可比 - 贝尔曼 (Hamilton-Jacobi-Bellman) 方程, 简称 HJB 方程, 即

$$\rho V_G^N = \max_{E_G} \left\{ \pi_1 E_E + \pi_2 Q - C_G + \frac{\partial V_G^N}{\partial G} (\lambda_G E_G + \lambda_E E_E - \delta G) \right\} \quad (9)$$

$$\rho V_E^N = \max_{E_E} \left\{ \pi_E Q - C_E + \frac{\partial V_E^N}{\partial G} (\lambda_G E_G + \lambda_E E_E - \delta G) \right\} \quad (10)$$

式 (9) 关于决策变量政府的努力水平  $E_G$  的一阶条件为  $-k_G E_G + V_G^{N'} \lambda_G = 0$ , 可得

$$E_G = \frac{\lambda_G V_G^{N'}}{k_G} \quad (11)$$

通过求解式 (10) 关于企业的努力水平  $E_E$  的一阶条件可得

$$E_E = \frac{\alpha \pi_E + \lambda_E V_E^{N'}}{k_E} \quad (12)$$

其中  $V_G^{N'} = \frac{\partial V_G^N}{\partial G}$ ,  $V_E^{N'} = \frac{\partial V_E^N}{\partial G}$ .

将式 (11) 和 (12) 分别代入式 (9) 和式 (10), 可得

$$\rho V_G^N = (\pi_2 \theta - \delta V_G^{N'}) G + \frac{(\lambda_G V_G^{N'})^2}{2k_G} + \frac{(\pi_1 + \alpha \pi_2 + \lambda_E V_E^{N'}) (\alpha \pi_E + \lambda_E V_E^{N'})}{k_E} \quad (13)$$

$$\rho V_E^N = (\pi_E \theta - \delta V_E^{N'}) G + \frac{(\alpha \pi_E + \lambda_E V_E^{N'})^2}{2k_E} + \frac{\lambda_G^2 V_G^{N'} V_E^{N'}}{k_G} \quad (14)$$

根据式 (13) 和式 (14) 微分方程的结构特点, 可知关于  $G$  的线性最优效益函数是 HJB 方程的解.

设函数  $V_G^N(G)$  和  $V_E^N(G)$  的具体表达式为

$$V_G^N(G) = c_1 G + c_2, V_E^N(G) = l_1 G + l_2 \quad (15)$$

其中  $c_1$ 、 $c_2$  和  $l_1$ 、 $l_2$  是常数, 将 (15) 式对于  $G$  的导数代入式 (13) 和式 (14), 可得

$$\rho V_G^N = (\pi_2 \theta - \delta c_1) G + \frac{(\lambda_G c_1)^2}{2k_G} + \frac{(\pi_1 + \alpha \pi_2 + \lambda_E c_1)(\alpha \pi_E + \lambda_E l_1)}{k_E} \quad (16)$$

$$\rho V_E^N = (\pi_E \theta - \delta l_1) G + \frac{(\alpha \pi_E + \lambda_E l_1)^2}{2k_E} + \frac{\lambda_G^2 c_1 l_1}{k_G} \quad (17)$$

式 (16) 和式 (17) 对于所有的  $G \geq 0$  都满足, 通过计算可以得到最优效益函数的参数分别为

$$\begin{cases} c_1 = \frac{\pi_2 \theta}{\rho + \delta}; \\ c_2 = \frac{(\pi_2 \theta \lambda_G)^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[(\pi_1 + \alpha \pi_2)(\rho + \delta) + \lambda_E \pi_2 \theta][\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]}{k_E \rho (\rho + \delta)^2} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} l_1 = \frac{\pi_E \theta}{\rho + \delta}; \\ l_2 = \frac{\pi_2 \pi_E \theta^2 \lambda_G^2}{k_G \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]^2}{2k_E \rho (\rho + \delta)^2} \end{cases} \quad (19)$$

把  $c_1$ 、 $c_2$  和  $l_1$ 、 $l_2$  代入式 (13) 和式 (14), 可得政府和企业的最优效益函数分别是

$$V_G^{N*} = \frac{\pi_2 \theta}{\rho + \delta} G + \frac{(\pi_2 \theta \lambda_G)^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[(\pi_1 + \alpha \pi_2)(\rho + \delta) + \lambda_E \pi_2 \theta][\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]}{k_E \rho (\rho + \delta)^2} \quad (20)$$

$$V_E^{N*} = \frac{\pi_E \theta}{\rho + \delta} G + \frac{\pi_2 \pi_E \theta^2 \lambda_G^2}{k_G \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]^2}{2k_E \rho (\rho + \delta)^2} \quad (21)$$

对式 (20) 和式 (21) 中的  $G$  求导, 并代入式 (11) 和式 (12) 可分别得到政府和企业的最优努力水平, 见式 (7) 和式 (8).

**推论 1** 在不合作契约中, 政府的最优救灾努力水平  $E_G$  与贴现率  $\rho$ 、政府救灾的努力成本系数  $k_G$  以及慈善商誉的衰减程度  $\delta$  负相关, 与政府救灾努力对慈善商誉的影响系数  $\lambda_G$ 、政府的边际收益  $\pi_2$  以及慈善商誉对需求函数的影响系数  $\theta$  正相关.

**推论 2** 在不合作契约中, 企业的最优救灾努力水平  $E_E$  与贴现率  $\rho$ 、企业救灾的努力成本系数  $k_E$  以及慈善商誉的衰减程度  $\delta$  负相关, 与企业救灾努力对需求函数的影响系数  $\alpha$ 、企业的边际收益  $\pi_E$ 、企业救灾努力对慈善商誉的影响系数  $\lambda_E$  以及慈善商誉对需求函数的影响系数  $\theta$  正相关.

该结论与实际情况相符, 例如, 当灾害严重时, 社会对救灾的关注度较高, 慈善商誉就显得越为重要, 企业救灾所带来的广告效应会增大, 即  $\theta$  和  $\alpha$  都会变大, 企业为追逐利益, 获得广告效应和商誉, 会主动地提高救灾的努力水平, 这也在一定程度上解释了当特大灾害发生时 (如汶川地震、雅安地震等), 企业往往会有巨大的救灾投入.

由定理 1 可知, 政府的最优努力水平和企业的最优努力水平都与其自身的边际收益正相关, 这说明双方都从自身利益最大化的角度来进行决策, 没有考虑系统的整体效益. 当系统内的双方从系统整体的效益最大化来制定自身策略时, 政府和企业的收益状况都会有所改善. 从推论 2 中可以看到, 企业的救灾努力决策受到其救灾努力成本系数的负影响, 企业的救灾成本的降低可以提高其救灾的努力水平, 政府可以考虑通过分担企业一定比例的救灾成本以激励企业尽可能多地进行救灾投入.

### 3.2 成本分担契约

在考虑成本分担的问题时, 由于政府在救灾过程中的主导作用, 为激励企业进行救灾努力, 政府会对企业的救灾成本提供一定比例的补贴 (例如我国现行的一些慈善捐款和救灾过程中税收优惠等政策). 从长期、动态的角度看, 政府与企业之间关于救灾投入的决策构成了政府主导的 Stackelberg 微分对策模型, 用上标

$D$  表示考虑成本分担的情形.

政府和企业各自决策以实现自身效益的最大化, 决策过程分为两个阶段. 第一阶段, 政府决定自身的救灾努力水平和为企业分担的成本比例; 第二阶段, 根据政府决定的努力水平和成本分担比例, 企业决定自身的救灾努力水平. 在此情形下, 政府和企业目标函数分别为

$$\max_{E_G, S} J_G^D = \int_0^\infty e^{-\rho t} [\pi_1 E_E + \pi_2 Q - C_G - SC_E] dt \quad (22)$$

$$\max_{E_E} J_E^D = \int_0^\infty e^{-\rho t} [\pi_E Q - (1 - S) C_E] dt \quad (23)$$

**定理 2** 在政府分担救灾企业的一部分救灾努力成本时, 政府与企业的静态反馈均衡策略为

$$E_G^{D*} = \frac{\lambda_G \pi_2 \theta}{(\rho + \delta) k_G} \quad (24)$$

$$E_E^{D*} = \begin{cases} \frac{[2(\pi_1 + \pi_2 \alpha) + \pi_E \alpha] (\rho + \delta) + \lambda_E \theta (\pi_E + 2\pi_2)}{2(\rho + \delta) k_E}, & 2B > A \\ \frac{\alpha \pi_E (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta}{(\rho + \delta) k_E}, & 2B \leq A \end{cases} \quad (25)$$

$$S^* = \begin{cases} \frac{2\pi_1 + (2\pi_2 - \pi_E)(\alpha + \frac{\theta \lambda_E}{\rho + \delta})}{2\pi_1 + (2\pi_2 + \pi_E)(\alpha + \frac{\theta \lambda_E}{\rho + \delta})}, & 2B > A \\ 0, & 2B \leq A \end{cases} \quad (26)$$

其中,  $A = \pi_E \alpha + \frac{\lambda_E \pi_E \theta}{\rho + \delta}$ ,  $B = \pi_1 + \pi_2 \alpha + \frac{\lambda_E \pi_2 \theta}{\rho + \delta}$ .

**证明** 为得到 Stackelberg 博弈的均衡解, 运用逆向求解法, 首先对企业的最优控制问题进行求解, 其最优效益函数的 HJB 方程为

$$\rho V_E^D = \max_{E_E} \left\{ \pi_E Q - (1 - S) C_E + \frac{\partial V_E^D}{\partial G} (\lambda_G E_G + \lambda_E E_E - \delta G) \right\} \quad (27)$$

类似地, 式 (27) 关于企业努力水平  $E_E$  的一阶条件为

$$E_E = \frac{\alpha \pi_E + \lambda_E V_E^{D'}}{(1 - S) k_E} \quad (28)$$

为追求自身效用的最大化, 理性的政府会预测到企业根据式 (28) 确定自身的救灾努力水平, 此时政府的 HJB 方程为

$$\rho V_G^D = \max_{E_G, S} \left\{ \pi_1 E_E + \pi_2 Q - C_G - SC_E + \frac{\partial V_G^D}{\partial G} (\lambda_G E_G + \lambda_E E_E - \delta G) \right\} \quad (29)$$

将式 (28) 代入式 (29), 并分别求关于政府努力水平  $E_G$  和成本分担比例  $S$  的一阶条件, 可得

$$E_G = \frac{\lambda_G V_G^{D'}}{k_G} \quad (30)$$

$$S = \begin{cases} \frac{2(\pi_1 + \pi_2 \alpha + V_G^{D'} \lambda_E) - (\pi_E \alpha + V_E^{D'} \lambda_E)}{2(\pi_1 + \pi_2 \alpha + V_G^{D'} \lambda_E) + (\pi_E \alpha + V_E^{D'} \lambda_E)}, & 2B > A \\ 0, & 2B \leq A \end{cases} \quad (31)$$

其中  $V_G^{D'} = \frac{\partial V_G^D}{\partial G}$ ,  $V_E^{D'} = \frac{\partial V_E^D}{\partial G}$ .

令  $A = \pi_E \alpha + V_E^{D'} \lambda_E$ ,  $B = \pi_1 + \pi_2 \alpha + V_G^{D'} \lambda_E$ . 把式 (30) 和式 (31) 代入式 (27) 和式 (29), 经化简可得

$$\rho V_E^D = (\pi_E \theta - \delta V_E^{D'}) G + \frac{A(2B + A)}{4k_E} + \frac{\lambda_G^2 V_G^{D'} V_E^{D'}}{k_G} \quad (32)$$

$$\rho V_G^D = (\pi_2 \theta - \delta V_G^{D'}) G + \frac{(2B + A)^2}{8k_E} + \frac{(\lambda_G V_G^{D'})^2}{2k_G} \quad (33)$$

由式 (32) 和式 (33) 的结构可知,  $G$  的线性最优效益函数是 HJB 方程的解, 令

$$V_G^D(G) = p_1 G + p_2, \quad V_E^D(G) = q_1 G + q_2 \quad (34)$$

其中:  $p_1$ 、 $p_2$  和  $q_1$ 、 $q_2$  是常数, 把式 (34) 中关于  $G$  的导数分别代入式 (32) 和式 (33), 可以得到最优效益函数的参数如下

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\pi_2 \theta}{\rho + \delta} \\ p_2 = \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (2\pi_2 \theta + \pi_E \theta)]^2}{8k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{(\pi_2 \theta \lambda_G)^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} q_1 = \frac{\pi_E \theta}{\rho + \delta} \\ q_2 = \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (2\pi_2 \theta + \pi_E \theta)] [\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]}{4k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{\pi_2 \pi_E \theta^2 \lambda_G^2}{k_G \rho (\rho + \delta)^2} \end{cases} \quad (36)$$

将  $p_1$ 、 $p_2$  和  $q_1$ 、 $q_2$  代入式 (32) 和式 (33), 可得企业和政府的最优效益函数分别为

$$V_G^{D*}(G) = \frac{\pi_2 \theta}{\rho + \delta} G + \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (2\pi_2 \theta + \pi_E \theta)]^2}{8k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{(\pi_2 \theta \lambda_G)^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} \quad (37)$$

$$V_E^{D*}(G) = \frac{\pi_E \theta}{\rho + \delta} G + \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (2\pi_2 \theta + \pi_E \theta)] [\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta]}{4k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{\pi_2 \pi_E \theta^2 \lambda_G^2}{k_G \rho (\rho + \delta)^2} \quad (38)$$

将式 (37) 和式 (38) 关于  $G$  的导数代入式 (28)、式 (30) 和式 (31), 可以得到政府、企业的最优努力水平

和政府最优的成本分担比例分别为式 (24)、式 (25) 和式 (26).

**推论 3** 由定理 2 知, 只有当  $2B > A$  时, 政府才会对企业的救灾成本进行分担, 政府的最优分担比例与  $\pi_1$ 、 $\pi_2$  成正比, 与  $\pi_E$  成反比 (对  $S$  中的各系数求偏导即可, 证明略).

这意味着, 当政府的边际收益较高、企业救灾努力对政府的社会效益影响较大时, 政府倾向于为企业承担较高比例的成本. 而企业的边际收益越高时, 政府倾向于向企业分担较低比例的成本. 二者的边际收益对  $S$  的影响恰好是相反的. 相对于同行业规模较小的企业, 大规模企业 (如沃尔玛等) 销售同一件产品的售价相对较低, 其边际收益也相对较低, 政府应当适当提高对该类企业的救灾成本补贴比例. 这主要是考虑大型企业较大的社会影响力和行业地位, 其救灾行为可以引起社会各界的广泛关注, 更有助力提升全社会的救灾氛围.

**推论 4** 在政府分担企业一定比例的救灾成本时, 企业的最优救灾努力水平不仅与自身的边际收益  $\pi_E$  正相关, 还与政府的边际收益  $\pi_2$ 、企业救灾投入对政府社会效益的影响系数  $\pi_1$  正相关, 并且政府的边际收益对企业救灾努力水平的影响大于企业自身边际收益对救灾努力水平的影响.

**推论 5** 在政府分担企业一定比例的救灾成本时, 企业的最优救灾努力水平大于无分担时的最优努力水平.

由推论 5 可知, 政府分担了企业部分比例的救灾成本, 降低了企业的救灾压力, 使其最优的救灾努力水平向右移动, 提升了其救灾努力水平, 这与前文的预期是一致的.

与推论 1 类似, 政府的最优救灾努力水平  $E_G$  与贴现率  $\rho$ 、政府救灾的努力成本系数  $k_G$  以及慈善商誉的衰减程度  $\delta$  负相关, 与政府救灾努力对慈善商誉的影响系数  $\lambda_G$ 、政府的边际收益  $\pi_2$  以及慈善商誉对需求的影响系数  $\theta$  正相关.

### 3.3 协同合作契约

政府为了维持社会秩序稳定和社会的健康有序发展, 企业为承担自己的企业社会责任, 也为提高自身的声誉和收益, 从任何一个角度讲, 政府和企业都希望能够竭力完成救灾活动. 本部分讨论政府和企业之间的协同合作, 考虑政企双方构成的整个救灾系统, 假设存在以最大化系统整体效益为目标为中心决策者, 该决策者以系统的整体效益最大化为目标, 通过确定最优的救灾努力水平, 使整个系统达到最优的状态. 虽然在实际运行过程中很实现以系统整体效益最大化为目标, 但是, 可以以协同合作决策时的最优决策为标杆研究契约的协调效果. 用上标  $C$  表示协同合作契约.

**定理 3** 在合作博弈情形下, 政企双方的静态反馈均衡策略分别为

$$E_G^{C*} = \frac{\lambda_G (\pi_2 + \pi_E) \theta}{(\rho + \delta) k_G} \quad (39)$$

$$E_E^{C*} = \frac{(\pi_1 + \pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E \theta (\pi_E + \pi_2)}{(\rho + \delta) k_E} \quad (40)$$

**证明** 当政府和企业合作时, 双方将以两者构成的救灾系统效益最大化为目标, 共同确定各自救灾努力的最优水平, 其目标函数为

$$\max_{E_G, E_E} J_S^C = \int_0^\infty e^{-\rho t} [\pi_1 E_E + (\pi_2 + \pi_E) Q - C_G - C_E] dt \quad (41)$$

其最优效益函数  $V_S^C$  满足如下的 HJB 方程

$$\rho V_S^C = \max_{E_G, E_E} \left\{ \pi_1 E_E + (\pi_2 + \pi_E) Q - C_G - C_E + \frac{\partial V_S^C}{\partial G} (\lambda_G E_G + \lambda_E E_E - \delta G) \right\} \quad (42)$$

分别求上式关于  $E_G$ 、 $E_E$  的一阶条件, 可得

$$E_G = \frac{\lambda_G V_S^{C'}}{k_G} \quad (43)$$

$$E_E = \frac{\pi_1 + \pi_2 \alpha + \pi_E \alpha + \lambda_E V_S^{C'}}{k_E} \quad (44)$$

其中  $V_S^{C'} = \frac{\partial V_S^C}{\partial G}$ , 将式 (43) 和式 (44) 代入式 (42) 并化简得

$$\rho V_S^C = (\pi_2 \theta + \pi_E \theta - \delta V_S^{C'}) G + \frac{(\lambda_G V_S^{C'})^2}{2k_G} + \frac{(\pi_1 + \pi_2 \alpha + \pi_E \alpha + \lambda_E V_S^{C'})^2}{2k_E} \quad (45)$$

类似地, 关于  $G$  的线性最优效益函数是此 HJB 方程的解, 令

$$V_S^C(G) = m_1 G + m_2 \quad (46)$$

其中  $m_1$  和  $m_2$  是常数, 将式 (46) 关于  $G$  的导数代入式 (45), 可得最优效益函数的参数值为

$$\begin{cases} m_1 = \frac{\pi_2 \theta + \pi_E \theta}{\rho + \delta} \\ m_2 = \frac{[(\pi_1 + \pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (\pi_2 \theta + \pi_E \theta)]^2}{2k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[(\pi_2 + \pi_E) \theta \lambda_G]^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} \end{cases} \quad (47)$$

将  $m_1$ 、 $m_2$  代入式 (45), 得到系统的最优效益函数为

$$V_S^{C*} = \frac{\pi_2 \theta + \pi_E \theta}{\rho + \delta} G + \frac{[(\pi_1 + \pi_2 \alpha + \pi_E \alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E (\pi_2 \theta + \pi_E \theta)]^2}{2k_E \rho (\rho + \delta)^2} + \frac{[(\pi_2 + \pi_E) \theta \lambda_G]^2}{2k_G \rho (\rho + \delta)^2} \quad (48)$$

对式 (48) 关于  $G$  求导并代入式 (43) 和式 (44) 即可得到政府和企业的最优努力水平分别为式 (39) 和式 (40).

**推论 6** 在协同合作博弈中, 政府的最优救灾努力水平  $E_G^{C*}$ 、企业的最优救灾努力水平  $E_E^{C*}$  和系统的整体效益  $V_S^{C*}$  都与两者的边际收益之和  $(\pi_2 + \pi_E)$  成正比.

由推论 6 可以看出, 在合作博弈情形下, 政府的边际收益越高, 政府、企业的救灾努力水平以及系统整体效益都越高. 即政府边际效益的增加会增加系统内成员的救灾投入, 进而增加系统的效益. 这表明了系统整体效益的提升在于系统内各成员提高自身救灾效率, 降低救灾成本. 就政府而言, 合理的救灾物资、人员分配, 救灾线路的规划, 健全灾前预警和灾后响应政策等都可以很好地降低救灾成本. 当系统内各成员的各项成本较低时, 才能更好地提高系统整体效益.

## 4 比较分析

对不合作契约、成本分担契约和协同合作契约三种情形下政府和企业的最优努力策略及最优效益进行比较, 可以得到下列一些相关结论.

**定理 4** 在合作契约中, 政府和企业的救灾努力水平都是最高的.

**证明** 对政府来说, 由式 (7)、式 (24) 和式 (39) 可得  $E_G^{N*} = E_G^{D*} = \frac{\lambda_G \pi_2 \theta}{(\rho + \delta) k_G}$ ,  $E_G^{C*} = \frac{\lambda_G (\pi_2 + \pi_E) \theta}{(\rho + \delta) k_G}$ . 因此有  $E_G^{N*} = E_G^{D*} < E_G^{C*}$ .

对于企业来说, 由式 (8)、式 (25) 和式 (40) 可得, 当  $2B > A$  时, 有

$$E_E^{D*} - E_E^{N*} = \frac{[2(\pi_1 + \pi_2 \alpha) - \pi_E \alpha](\rho + \delta) + \lambda_E (2\pi_2 \theta - \pi_E \theta)}{2(\rho + \delta) k_E} = \frac{2B - A}{2(\rho + \delta) k_E} > 0 \quad (49)$$



$$E_E^{C*} - E_E^{D*} = \frac{\pi_E \alpha (\rho + \delta) + \lambda_E \pi_E \theta}{2(\rho + \delta) k_E} > 0 \quad (50)$$

所以当  $2B > A$  时, 有  $E_E^{C*} > E_E^{D*} > E_E^{N*}$ .

由定理 4 可知, 当  $2B > A$  时, 与不合作契约相比, 在有成本分担的情形下, 政府的救灾努力水平没有变化, 企业的救灾努力水平有所提高, 在协同合作决策的情形下, 政府和企业的救灾努力水平都是最高的.

**定理 5** 与不合作契约相比, 在政府分担企业部分救灾成本的情形下, 政府和企业双方均实现了帕累托改善.

**证明** 对政府而言, 由式 (20) 和式 (37) 可得

$$\begin{aligned} & V_G^{D*} - V_G^{N*} \\ &= \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2\alpha + \pi_E\alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E(2\pi_2\theta + \pi_E\theta)]^2}{8k_E\rho(\rho + \delta)^2} - \frac{[(\pi_1 + \alpha\pi_2)(\rho + \delta) + \lambda_E\pi_2\theta][\pi_E\alpha(\rho + \delta) + \lambda_E\pi_E\theta]}{k_E\rho(\rho + \delta)^2} \\ &= \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2\alpha - \pi_E\alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E(2\pi_2\theta - \pi_E\theta)]^2}{8k_E\rho(\rho + \delta)^2} = \frac{(2B - A)^2}{8k_E\rho} \end{aligned} \quad (51)$$

当  $2B > A$  时, 有  $V_G^{D*} - V_G^{N*} > 0$ , 即  $V_G^{D*} > V_G^{N*}$ .

对企业而言, 由式 (21) 和式 (38) 同理可以计算得

$$\begin{aligned} & V_E^{D*} - V_E^{N*} \\ &= \frac{[(2\pi_1 + 2\pi_2\alpha + \pi_E\alpha)(\rho + \delta) + \lambda_E(2\pi_2\theta + \pi_E\theta)][\pi_E\alpha(\rho + \delta) + \lambda_E\pi_E\theta]}{4k_E\rho(\rho + \delta)^2} - \frac{[\pi_E\alpha(\rho + \delta) + \lambda_E\pi_E\theta]^2}{2k_E\rho(\rho + \delta)^2} \\ &= \frac{(2B - A)A}{4k_E\rho} \end{aligned} \quad (52)$$

当  $2B > A$  时, 有  $V_E^{D*} - V_E^{N*} > 0$ , 即  $V_E^{D*} > V_E^{N*}$ .

由定理 5 可知, 当  $2B > A$  时, 在成本分担契约中, 政府和企业的效益均大于无成本分担时的效益, 这说明在成本分担契约中, 通过政府分担企业一定比例的救灾成本实现了系统的帕累托改善, 政企双方的效益状况都得到了改善.

**推论 7** 成本分担契约对政府和企业效益的帕累托改善效果, 与企业的救灾努力成本系数  $k_E$  成反比, 与企业救灾对社会效益的影响系数  $\pi_1$ 、边际收益的差值  $(2\pi_2 - \pi_E)$  成正比.

证明略. 部分参数的影响关系将在算例中进行分析.

**定理 6** 在协同合作的情形下, 系统的最优效益大于其他两种情形下的最优效益.

**证明** 由定理 5 可知  $V_E^{D*} + V_G^{D*} > V_E^{N*} + V_G^{N*}$ .

由式 (37)、式 (38) 和式 (48) 可得,

$$V_S^{C*} - (V_E^{D*} + V_G^{D*}) = \frac{(\pi_E\theta\lambda_G)^2}{2k_G\rho(\rho + \delta)^2} + \frac{[\pi_E\alpha(\rho + \delta) + \lambda_E\pi_E\theta]^2}{8k_E\rho(\rho + \delta)^2} > 0 \quad (53)$$

所以有  $V_S^{C*} > V_E^{D*} + V_G^{D*} > V_E^{N*} + V_G^{N*}$  ( $2B > A$ ).

由定理 5、定理 6 可知, 当  $2B > A$  时, 与非合作契约相比, 成本分担契约实现了系统内双方成员的帕累托改善, 成本分担契约情形下整个系统的最优效益是大于非合作契约的. 而协同合作情形下的系统最优效益又大于成本分担契约. 但是值得注意的是, 只有使政府和企业协同合作时各自效益大于非协同合作时各自效益的最优策略才能被政企双方所接受, 至于政府和企业各自所占系统效益的增量份额中, 则取决于双方的谈判能力. 即如果最终的收益分配方案合理可行, 那么对于政府和企业来说, 协同合作契约是帕累托最优的.

## 5 算例分析

政府和企业 在合作与非合作情形下的微分博弈中, 各自的最优决策和效益以及系统的总效益依赖于模型中参数的选择. 根据文献 [38] 和 [39] 等的研究成果并考虑实际情况, 将基准参数设为:  $\rho = 0.2$ 、 $\delta = 0.7$ 、 $\pi_1 = 1$ 、 $\pi_2 = 1$ 、 $\pi_E = 1.5$ 、 $\alpha = 1$ 、 $\theta = 0.5$ 、 $\lambda_E = 2$ 、 $\lambda_G = 1$ 、 $k_E = 6$ 、 $k_G = 5$ .

首先, 根据基准参数, 研究成本分担契约对非合作契约的改善作用, 绘制出成本分担前后政府和企业效

益对比关系图(图 2)、参数  $\pi_1$  对分担比例  $S$  的影响(图 3)、参数  $k_E$  对成本分担契约帕累托改善效果的影响(图 4);其次,对三种契约下系统整体效益进行比较(图 5);最后,按照  $-50\%$ ,  $-25\%$ ,  $+25\%$ ,  $+50\%$  的方式依次变动每一个参数,进行敏感性分析(表 1)。

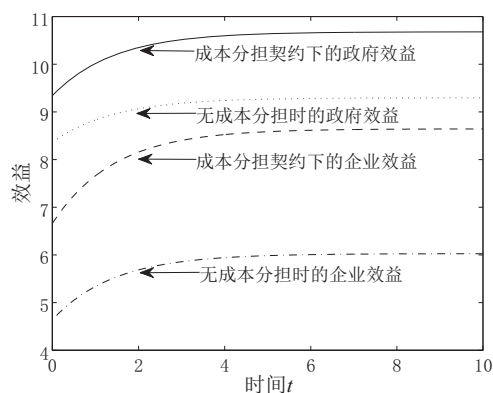


图 2 成本分担前后政府和企业各自的效益对比

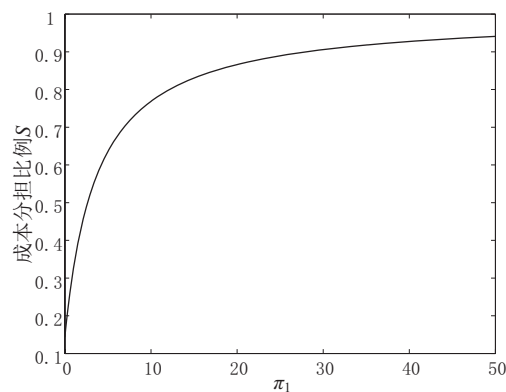


图 3 参数  $\pi_1$  对分担比例  $S$  的影响

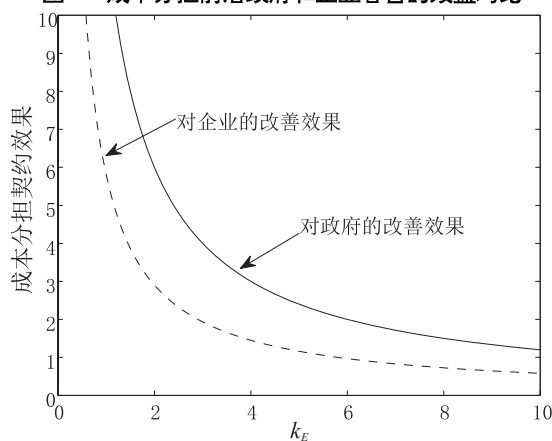


图 4 参数  $k_E$  对成本分担契约帕累托改善效果的影响

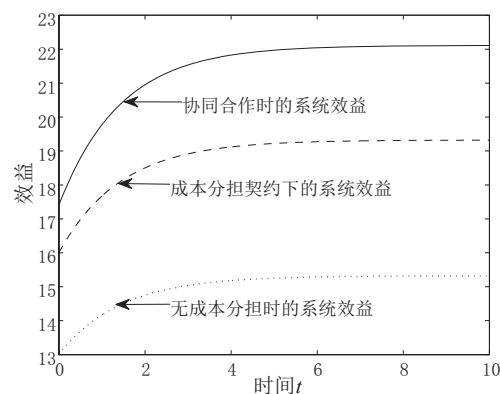


图 5 三种契约下系统整体效益的对比

1) 从图 2 可以看出, 利用成本分担契约可以实现政府和企业效益的帕累托改善, 并且对企业效益的改善效果优于对政府效益的改善效果。由于政府分担了企业的部分救灾成本, 企业会付出更大的努力进行救灾投入以提升自身的广告效应和慈善商誉, 而由此带来的销量的增加最终可以影响企业和政府的效益, 从而使双方的效益都能达到帕累托改善。

2) 从图 3 可以看出, 随着系数  $\pi_1$  的增大, 即企业救灾投入对政府社会效益的影响越重要, 政府承担的企业救灾成本的分担比例也就越大, 且分担比例的增长速度逐渐减缓。  $\pi_1$  的大小可以作为衡量灾害严重程度的一个指标, 即当  $\pi_1$  较大时, 说明灾害较为严重, 政府对于企业直接投入努力(金钱、物资等资源)需求较大, 较为重视, 为鼓励企业捐款捐物以减缓灾情压力、实现灾区重建, 政府愿意分担较大比例的企业救灾成本; 当灾害不严重, 或没有发生灾害时,  $\pi_1$  较小, 且趋近于 0, 政府对于企业的救灾投入没有那么大的需求, 也就倾向于较低比例的成本分担。这与我国现行的税收优惠政策一致, 当重大灾害发生时, 如汶川地震、玉树地震等, 政府会紧急出台旨在灾后紧急救助的公益性捐款税收减免政策。

3) 从图 4 可以看出, 成本分担契约对政府和企业效益的帕累托改善效果, 随企业的救灾努力成本系数的降低而提高。企业的救灾努力成本系数越大, 企业进行救灾所付出的成本越多, 政府的激励效果越不明显, 因此政府进行决策时也要考虑企业的救灾成本问题, 对于企业的救灾努力给予尽可能多的支持, 例如救灾物资运输的协调、救灾捐款流程税收减免流程的简化等。

4) 从图 5 可以看出, 3 种情形下系统的整体最优效益情况是: 协同合作契约时最大, 无成本分担的情形下最小, 有成本分担契约时可以实现系统整体效益的帕累托改善。政府和企业协同合作情形下系统的总效益远大于两种非协同合作时系统的总效益, 验证了理论推导的结果, 这充分说明协同合作的决策优于非协同合

作的决策,可以为政企合作协同救灾提供参考。

表1 相关参数对均衡结果的敏感性分析

参数	$E_G^{N*}/E_G^{D*}/E_G^{C*}$			$E_E^{N*}/E_E^{D*}/E_E^{C*}$			$V_G^{N*}/V_G^{D*}$		$V_E^{N*}/V_E^{D*}$		$V_S^{N*}/V_S^{D*}/V_S^{C*}$		
$\rho = (0.5 \rightarrow 0.15)$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\delta = (0.3 \rightarrow 0.9)$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$\pi_1 = (0.1 \rightarrow 0.3)$	○	○	○	○	○	○	+	+	○	+	+	+	+
$\pi_2 = (0.8 \rightarrow 2.4)$	+	+	+	○	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\pi_E = (1.5 \rightarrow 4.5)$	○	○	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\alpha = (1 \rightarrow 3)$	○	○	○	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\theta = (0.5 \rightarrow 1.5)$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\lambda_E = (1 \rightarrow 3)$	○	○	○	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\lambda_G = (1.5 \rightarrow 4.5)$	+	+	+	○	○	○	+	+	+	+	+	+	+
$k_E = (6 \rightarrow 18)$	○	○	○	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$k_G = (7.5 \rightarrow 22.5)$	—	—	—	○	○	○	—	—	—	—	—	—	—

表1是各参数变化对文中相关均衡结果的敏感性分析,其中“+”表示增加,“—”表示减少,“○”表示不变。由于合作情形下政府和企业各自的效益取决于双方的谈判能力和系统效益的分配,所以在这里不做考虑。在上述算例给定模型参数的取值范围内,由表1可以看出,除 $\pi_1$ 、 $\pi_2$ 、 $\pi_E$ 三个参数外,其余参数对三种决策情形下同一变量的变化趋势的影响相同。不同参数的影响情况具体如下:

1) 企业救灾努力对需求函数的影响系数 $\alpha$ 、企业救灾努力对慈善商誉的影响系数 $\lambda_E$ 对表1中同一变量变化趋势的影响相同,对企业最优的努力水平、政府和企业的效益以及系统效益有正向影响。这是因为,在相同的企业救灾努力水平下, $\lambda_E$ 越大,企业慈善商誉的提升效果越明显,消费者对救灾企业的关注度也随之增加;随着消费者对救灾企业的关注, $\alpha$ 越大,企业救灾产生的广告效应对市场需求的影响就越大,企业会加大对救灾的投入以获取更多的收益,而企业的救灾投入会直接影响政府的社会效益,市场需求的增加会提高政府的经济效益,因此政府也因此获得了更大的效益,系统的整体效益也进一步提高。然而上述两个参数对政府最优的救灾努力水平却不产生影响,这是由于理性的政府会预测到上述两个参数会促使企业增加救灾投入,在其它参数保持不变的情形下,政府将会选择维持原有的救灾努力水平以避免增加不必要的成本,保证自身效益的最大化。政府救灾努力对慈善商誉的影响系数 $\lambda_G$ 对表中同一变量的影响趋势与 $\lambda_E$ 相似,并且两者均对自身的最优努力水平正向影响,对对方的最优努力水平无影响。

2) 政府的边际收益 $\pi_2$ 和企业的边际收益 $\pi_E$ 对表中的同一变量变化趋势的影响较为相似,对政府、企业和系统的效益以及合作情形下政府和企业的最优努力水平均有正向影响。不同的是在非合作和成本分担两种情形下,政府的最优努力水平均与自身边际收益正相关,与企业的边际收益无关;企业的最优努力水平在两种情形下均与自身边际收益正相关,但成本分担情形下的努力水平却与政府的边际收益正相关。这是由于在成本分担情形下,考虑到政府会分担企业的部分救灾成本,企业需要增加对政府边际收益的关注程度。

3) 企业救灾努力对政府社会效益的影响系数 $\pi_1$ 对政府和企业的最优救灾努力水平的选择均不产生影响,除了不影响非合作情形下的企业效益之外,对表中其他各项政府、企业以及系统的效益均有正向影响。

4) 企业慈善商誉对需求函数的影响系数 $\theta$ 对表中所有变量均有正向影响,贴现率 $\rho$ 和慈善商誉的衰减率 $\delta$ 则对表中所有变量均有负向影响。此外,政府和企业的救灾成本系数 $k_G$ 、 $k_E$ 对表中所有变量的影响相似,均为负影响或无影响,这里就不再赘述。

## 6 结论

近年来,我国灾害事故频发,每一次的灾害发生都会造成巨大的生命和财产损失,严重威胁到人们的生存和经济的发展。在灾害发生后的救灾过程中,毫无疑问政府处于主导地位,但是政府的力量毕竟是有限的,而企业的参与可以在很大程度上缓解政府的救灾压力。但是一些学者发现,企业的救灾慈善投入并不是纯公益性的,企业在工具性的利用慈善投入为自身利益服务。在2008年汶川地震后,王老吉的生产商——广药加多宝集团率先捐出1亿元的巨额救灾款,成为众多消费者心目中的偶像企业,众多消费者大赞其具备高度

的社会责任感,自发支持、购买王老吉,形成轰动一时的“王老吉现象”。借助于此,加多宝集团下的王老吉凉茶在全国掀起了“要捐就捐一个亿,要喝就喝王老吉”的巨大的口碑效应,借助合理的营销手段,偏居一隅的王老吉凉茶从区域性饮料的替代品一跃成为国民主要饮品。王老吉因此不仅赢得了良好的声誉,而且还实现了品牌推广,2008年销售额近120亿元,超出2007年30亿。加多宝集团捐款1个亿(救灾努力)在短时间内产生了巨大的广告效应,在履行其企业社会责任的同时极大地提高了自身的声誉(慈善商誉),也为自己带来了巨大的利益,政府也为救灾企业提供了一系列的政策倾向和税收优惠(成本补贴)。此外,加多宝集团还积极参加各种公益事业,践行“发展型助学”和“建设型扶贫”两大可持续性公益模式,并在雅安、玉树两次地震中再次捐款2个亿。加多宝集团通过不断地公益营销活动,赢得了政府和媒体的认可与支持,荣获“人民大会堂宴会用凉茶饮品”、“中国食品产业成长领袖品牌”、“最畅销民族饮料品牌”等称号和奖项,获得了极大的经营便利。对加多宝集团而言,通过参与救灾等慈善活动,极大地提高了自身的声誉和收入;对政府而言,通过提供便利条件和政策倾向可以促进企业的慈善投入,政企合作的救灾和慈善事业是“双赢”的。

在此背景下,本文研究了政府主导,企业参与的简单救灾系统。首先假设政府和企业的救灾努力会影响企业的“慈善商誉”,而企业的救灾努力又会在短期内产生广告效应,并假设消费者的需求受“慈善商誉”和企业救灾投入产生的广告效应二者的共同影响。然后用微分博弈理论,比较了不合作、成本分担以及协同合作3个契约对政府和企业的的影响,通过模型求解与分析可以得到以下结论。

首先,政府分担企业的救灾成本的成本分担契约可以实现政府和企业效益的帕累托改善,但是成本分担契约是有条件的( $2B > A$ )。并解释了重大灾害时企业倾向于主动捐款的动机,同时验证了我国重大灾害发生时税收优惠政策的合理性。其次,当政府和企业由无成本分担的情形过渡到成本分担契约时,政府和企业的救灾努力水平的变化是不同的,企业会因为政府分担一定比例的救灾成本而增加自身的努力水平,而政府的努力水平将保持不变。最后,当政府和企业进行协同合作时,双方的效益和系统的整体效益都将达到最优,这也为政企协同救灾提供了参考。此外,文章通过数值算例对3种情形下的微分博弈均衡结果进行了对比分析,并对一些典型参数的敏感性进行了分析。

本文摆脱了原有学者从定性角度研究救灾过程中政府和企业博弈问题的套路,试图从定量的角度对政企双方的决策有一个更好的阐释,为得到博弈问题的解析解,对相关参数进行了简化处理,在后续研究中,针对非退化问题寻求微分方程的数值解法将成为重要的方向。此外,本文仅考虑了企业救灾努力对救灾活动的正面影响,而没有考虑救灾过程中竞争企业救灾努力水平的高低可能带来问题,以及救灾过程中出现的企业不诚信行为(如诈捐等)对其慈善商誉等的负面影响。后续的研究可以从以上几点来展开。

## 参考文献

- [1] 中华人民共和国国务院办公厅. 中国的减灾行动 [N]. 人民日报, 2009-5-12.  
State Council Information Office of the People's Republic of China. China's actions for disaster prevention and reduction[N]. People's Daily, 2009-5-12.
- [2] 钟永光, 毛中根, 翁文国, 等. 非常规突发事件应急管理研究进展 [J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(5): 911-918.  
Zhong Y G, Mao Z G, Weng W G, et al. Progress of "study on unconventional emergencies management"[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2012, 32(5): 911-918.
- [3] Shi P. On the role of government in integrated disaster risk governance — Based on practices in China[J]. International Journal of Disaster Risk Science, 2012, 3(3): 139-146.
- [4] Waugh W L. Living with hazards, dealing with disasters: An introduction to emergency management[M]. New York: ME Sharpe, 1999.
- [5] Burby R J. Hurricane Katrina and the paradoxes of government disaster policy: Bringing about wise governmental decisions for hazardous areas[J]. The Annals of the American Academy of Political and Social Science, 2006, 604(1): 171-191.
- [6] Waugh W L, Streib G. Collaboration and leadership for effective emergency management[J]. Public Administration Review, 2006, 66(s1): 131-140.
- [7] Kodrich K, Laituri M. The formation of a disaster community in cyberspace: The role of online news media after the 2001 Gujarat earthquake[J]. Convergence: The International Journal of Research into New Media Technologies, 2005, 11(3): 40-56.
- [8] Caunhye A M, Nie X, Pokharel S. Optimization models in emergency logistics: A literature review[J]. Socio-

- Economic Planning Sciences, 2012, 46(1): 4-13.
- [9] 徐玖平, 卢毅. 地震灾后重建系统工程的综合集成模式 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(7): 1-16.  
Xu J P, Lu Y. Meta-synthesis pattern of systems engineering of post-earthquake reconstructions[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(7): 1-16.
- [10] Carroll A B. The pyramid of corporate social responsibility: Toward the moral management of organizational stakeholders[J]. Business Horizons, 1991, 34(4): 39-48.
- [11] 高勇强, 陈亚静, 张云均. “红领巾”还是“绿领巾”: 民营企业慈善捐赠动机研究 [J]. 管理世界, 2012(8): 106-114.  
Gao Y Q, Chen Y J, Zhang Y J. Is it a red scarf or a green scarf? A study on the motivation of private firms philanthropic giving[J]. Management World, 2012(8): 106-114.
- [12] 徐莉萍, 辛宇, 祝继高. 媒体关注与上市公司社会责任之履行 —— 基于汶川地震捐款的实证研究 [J]. 管理世界, 2011(3): 135-143.  
Xu L P, Xin Y, Zhu J G. The close attention given by media, and listed companies' performance of social responsibility[J]. Management World, 2011(3): 135-143.
- [13] Virvilaite R, Daubaraite U. Corporate social responsibility in forming corporate image[J]. Inzinerine Ekonomika Engineering Economics, 2011, 22(5): 534-543.
- [14] Jia M, Zhang Z. News visibility and corporate philanthropic response: Evidence from privately owned Chinese firms following the Wenchuan earthquake[J]. Journal of Business Ethics, 2014, 129(1): 1-22.
- [15] Bartkus B R, Morris S A. Look who's talking: Corporate philanthropy and firm disclosure[J]. International Journal of Business & Social Research, 2014, 5(1): 1-14.
- [16] Brown W O, Helland E, Smith J K. Corporate philanthropic practices[J]. Journal of Corporate Finance, 2006, 12(5): 855-877.
- [17] Godfrey P C. The relationship between corporate philanthropy and shareholder wealth: A risk management perspective[J]. Academy of Management Review, 2005, 30(4): 777-798.
- [18] Liket K, Maas K. Strategic philanthropy corporate measurement of philanthropic impacts as a requirement for a “Happy Marriage” of business and society[J]. Business & Society, 2016, 55(6): 889-921.
- [19] Sánchez C M. Motives for corporate philanthropy in El Salvador: Altruism and political legitimacy[J]. Journal of Business Ethics, 2000, 27(4): 363-375.
- [20] 山立威, 甘犁, 郑涛. 公司捐款与经济动机 —— 汶川地震后中国上市公司捐款的实证研究 [J]. 经济研究, 2008, 43(11): 51-60.  
Shan L W, Gan L, Zheng T. Corporate donations and economic incentives: An empirical study based on corporate donations following the 5.12 earthquake in China[J]. Economic Research Journal, 2008, 43(11): 51-60.
- [21] 李姝, 谢晓嫣. 民营企业的社会责任、政治关联与债务融资 —— 来自中国资本市场的经验证据 [J]. 南开管理评论, 2014, 17(6): 30-40.  
Li S, Xie X Y. Corporate social responsibility, political relationship and debt financing of private enterprises: Evidence from Chinese capital market[J]. Naikai Business Review, 2014, 17(6): 30-40.
- [22] Gautier A, Pache A C. Research on corporate philanthropy: A review and assessment[J]. Journal of Business Ethics, 2013, 126(3): 343-369.
- [23] 张敏, 马黎珺, 张雯. 企业慈善捐赠的政企纽带效应 —— 基于我国上市公司的经验证据 [J]. 管理世界, 2013(7): 163-171.  
Zhang M, Ma L J, Zhang W. The effect of enterprise charitable donations of link between the government and the enterprise[J]. Management World, 2013(7): 163-171.
- [24] Wang H, Tong L, Takeuchi R, et al. Corporate social responsibility: An overview and new research directions[J]. Academy of Management Journal, 2016, 59(2): 534-544.
- [25] Iatridis G E. Corporate philanthropy in the US stock market: Evidence on corporate governance, value relevance and earnings manipulation[J]. International Review of Financial Analysis, 2015, 39: 113-126.
- [26] 李维安, 王鹏程, 徐业坤. 慈善捐赠, 政治关联与债务融资 —— 民营企业与政府的资源交换行为 [J]. 南开管理评论, 2015, 18(1): 4-14.  
Li W A, Wang P C, Xu Y K. Philanthropy, political connection and debt finance: Reciprocal behavior of governments and private enterprises[J]. Nankai Business Review, 2015, 18(1): 4-14.
- [27] 吴勇刚, 王熹徽, 梁樑. 灾害应对策略的评估模型及分类框架研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2015, 35(5): 1144-1154.  
Wu Y G, Wang X H, Liang L. Research of evaluation model and classification framework on disaster response strategy[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2015, 35(5): 1144-1154.
- [28] 林闽钢, 战建华. 灾害救助中的 NGO 参与及其管理 —— 以汶川地震和台湾 9·21 大地震为例 [J]. 中国行政管理, 2010(3): 98-103.  
Lin M G, Zhan J H. NGOs participation in disaster relief and relevant management — Case study of Wenchuan earthquake and Taiwan 9·21 earthquake[J]. Chinese Public Administration, 2010(3): 98-103.
- [29] Morris S A, Bartkus B R, Glassman M, et al. Philanthropy and corporate reputation: An empirical investigation[J]. Corporate Reputation Review, 2013, 16(4): 285-299.

- [30] Navarro P. Why do corporations give to charity?[J]. Journal of Business, 1988, 61(1): 65–93.
- [31] 梁志杰, 韩文佳. 应急救灾物资储备制度的创新研究 [J]. 管理世界, 2010(6): 175–176.  
Liang Z J, Han W J. A study on the innovation of the reserve system of emergency disaster relief[J]. Management World, 2010(6): 175–176.
- [32] 赵黎明, 宋瑶, 殷建立. 战略性新兴产业、传统产业与政府合作策略研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2017, 37(3): 642–663.  
Zhao L M, Song Y, Yin J L. Cooperation among strategic emerging industries, traditional industries and the government based on differential game[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2017, 37(3): 642–663.
- [33] 赵道致, 原白云, 徐春明. 低碳供应链纵向合作减排的动态优化 [J]. 控制与决策, 2014, 29(7): 1340–1344.  
Zhao D Z, Yuan B Y, Xu C M. Dynamic optimization about vertical cooperation on carbon emissions reduction in low-carbon supply chain[J]. Control and Decision, 2014, 29(7): 1340–1344.
- [34] Zhang J, Gou Q, Liang L, et al. Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect[J]. Omega, 2013, 41(2): 345–353.
- [35] 赵黎明, 刘猛, 郝琳娜. 基于创业链声誉的风险投资与风险企业合作的微分对策模型研究 [J]. 管理工程学报, 2016, 30(1): 168–175.  
Zhao L M, Liu M, Hao L N. Differential game models of cooperation of venture capital and entrepreneur based on entrepreneurship chain reputation[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(1): 168–175.
- [36] 聂佳佳, 熊中楷. 基于随机微分对策的纵向合作广告模型 [J]. 管理工程学报, 2010, 24(3): 136–143.  
Nie J J, Xiong Z K. Vertical cooperative advertising model with stochastic differential game[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2010, 24(3): 136–143.
- [37] 傅强, 曾顺秋. 纵向合作广告的微分对策模型研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2007, 27(11): 26–33.  
Fu Q, Zeng S Q. Differential game models of the vertical cooperative advertising[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2007, 27(11): 26–33.
- [38] 赵道致, 原白云, 徐春秋. 低碳环境下供应链纵向减排合作的动态协调策略 [J]. 管理工程学报, 2016, 30(1): 147–154.  
Zhao D Z, Yuan B Y, Xu C Q. Dynamic coordination strategy of vertical cooperative on carbon emission reduction in supply chain under low-carbon era[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2016, 30(1): 147–154.
- [39] 徐春秋, 赵道致, 原白云, 等. 上下游联合减排与低碳宣传的微分博弈模型 [J]. 管理科学学报, 2016, 19(2): 53–65.  
Xu C Q, Zhao D Z, Yuan B Y, et al. Differential game model on joint carbon emission reduction and low-carbon promotion in supply chains[J]. Journal of Management Sciences in China, 2016, 19(2): 53–65.