

作业6

1. 简述CT 发明过程

- 起源：CT的发明可以追溯到20世纪70年代。由于X射线的发明，人们开始意识到X射线在医学诊断中的重要性，但传统的X射线成像技术存在着无法解决的问题，如组织重叠和分辨率不足等。
- 概念提出：英国的物理学家Godfrey Hounsfield和美国的电气工程师Allan Cormack几乎同时提出了CT的基本概念。他们独立地提出了使用X射线和计算机技术来创建人体内部的准确切片影像的想法。
- 原理：CT利用X射线透过人体的不同组织时的吸收程度的差异，通过多个方向上的X射线投影来获取体积数据。然后，利用计算机对这些投影数据进行处理，重建出体内结构的准确图像。
- 实现：Hounsfield和Cormack分别在1972年和1973年发表了相关的论文，阐述了CT的原理和实现方法。1974年，第一台商用CT扫描仪由Hounsfield所在的英国公司EMI生产出来，并于同年在伦敦的阿迪斯康医院投入使用。
- 影响：CT的问世彻底改变了医学诊断的方式。它为医生提供了非常清晰的内部器官图像，能够准确检测和诊断各种疾病和损伤，如肿瘤、骨折、出血等，大大提高了医学诊断的准确性和效率。

2. 试证明投影定理

证明：①. $\theta=0$ 时，即图像在 x 方向的投影：
$$g_y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy$$
$$G_y(u) = \int_{-\infty}^{\infty} g_y(x) \exp(-j2\pi ux) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi ux} dx dy$$
$$\therefore F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$
$$\therefore \text{令 } v=0, G_y(u) = F(u, 0)$$

②. θ 为任意值：
$$g(s, \theta) = \int_{(s, \theta)} f(x, y) dt$$
$$G(R, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} g(s, \theta) e^{-j2\pi Rs} ds = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi Rs} ds dt$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-j2\pi R(x\cos\theta + y\sin\theta)] dx dy$$
$$\therefore \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \therefore |J| = 1 \quad \therefore dx dy = ds dt$$
$$\therefore F(R\cos\theta, R\sin\theta) = \iint f(x, y) \exp[-j2\pi(R\cos\theta \cdot x + R\sin\theta \cdot y)] dx dy$$
$$\therefore G(R, \theta) = F(R\cos\theta, R\sin\theta)$$

