

用触发器实现同步时序电路

用触发器设计同步时序电路的一般过程



状态化简

前例：111序列检测器

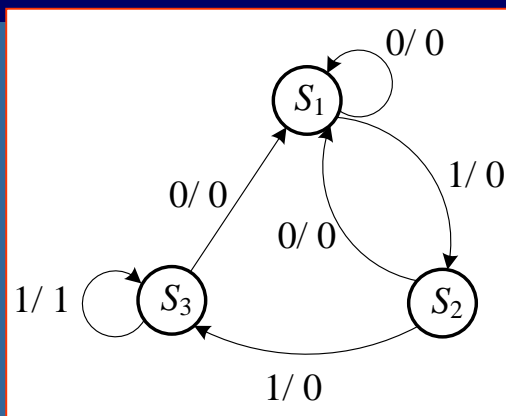
(1) 设电路所要记忆的状态：

初始状态 S_1 ：无1输入，即输入是0

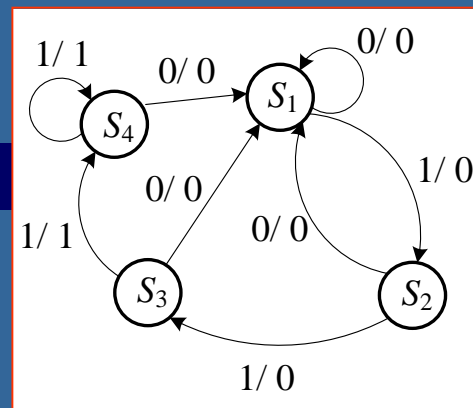
状态 S_2 ：输入1个1

状态 S_3 ：输入2个1

原始状态图：



(2) 如再设状态 S_4 ：输入3个1则原始状态图：



(3) 显然状态 S_4 与 S_3 功能一样， S_4 是多余的，称之 S_4 与 S_3 是等价的两个状态。

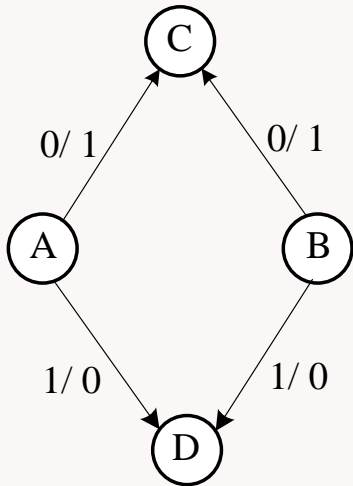
所谓**状态化简**就是对原始状态表中存在的若干等价状态进行合并。经状态化简后电路的状态数减少，可以在一定程度上减少所需触发器的数目。

对于有 q 状态的时序电路来说，所需的触发器的个数，其下限 r 可由下式决定：

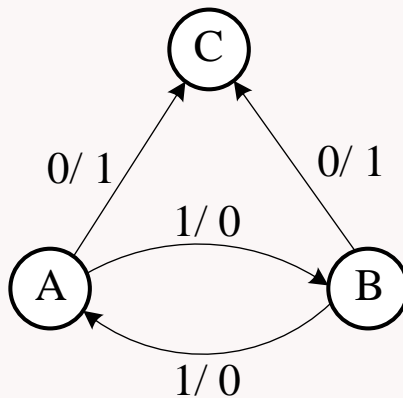
$$2^{r-1} < q \leq 2^r$$

两个状态等价的条件是：

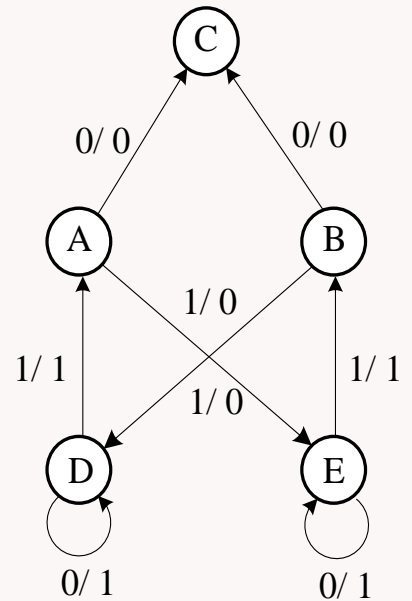
- (1) 在所有可能的输入条件下有完全相同的输出；
- (2) 在所有可能的输入条件下次态满足下列条件之一：
 - ① 次态相同；
 - ② 次态交错；
 - ③ 次态互为隐含条件。



①



②



③

例1 试化简原始状态表

用观察法



x	0	1
PS		
S_1	$S_2/1$	$S_4/0$
S_2	$S_1/0$	$S_7/1$
S_3	$S_2/1$	$S_4/0$
S_4	$S_2/1$	$S_1/0$
S_5	$S_1/0$	$S_6/1$
S_6	$S_6/1$	$S_2/0$
S_7	$S_7/1$	$S_5/0$

NS/z

x	0	1
PS		
S_1	$S_2/1$	$S_1/0$
S_2	$S_1/0$	$S_6/1$
S_6	$S_6/1$	$S_2/0$

NS/z

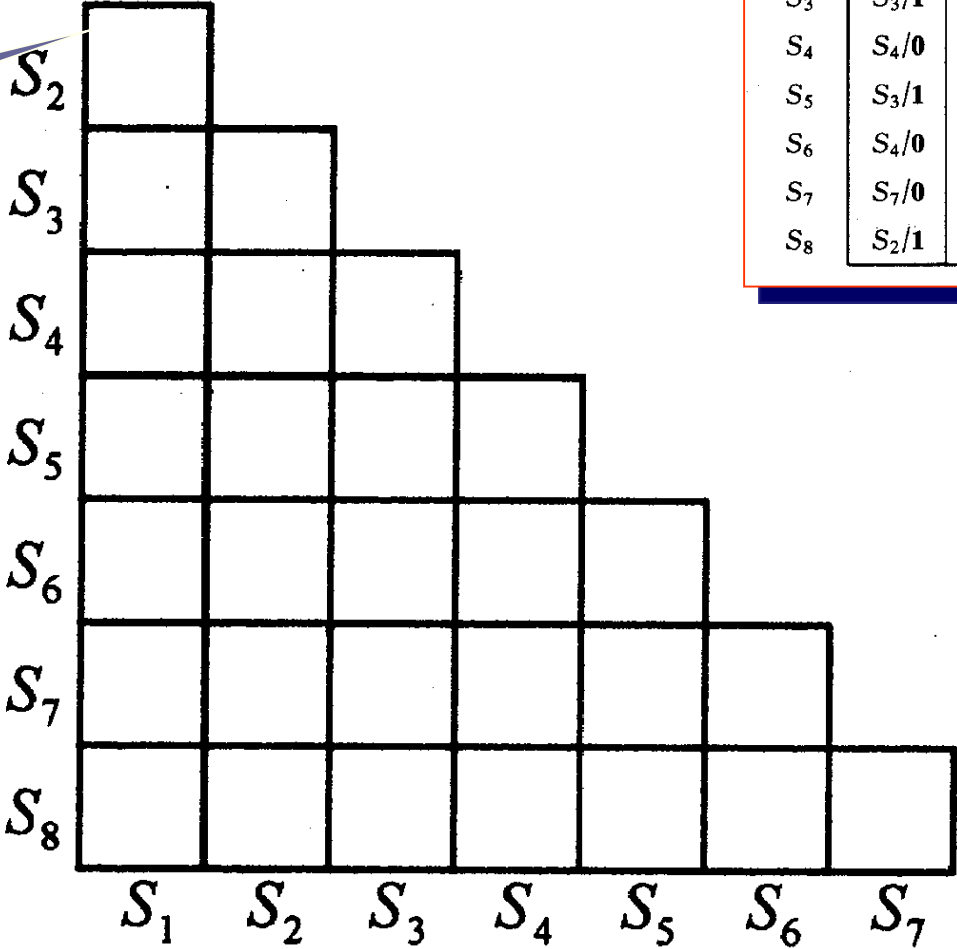
例2 试化简原始状态表

x_1x_2		00	01	11	10		
PS							
S_1		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_6/0$	$S_1/0$		
S_2		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_6/0$		
S_3		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$		
S_4		$S_4/0$	$S_2/0$	$S_1/0$	$S_6/0$		
S_5		$S_3/1$	$S_6/0$	$S_5/1$	$S_1/0$		
S_6		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_1/0$	$S_6/0$		
S_7		$S_7/0$	$S_7/0$	$S_1/0$	$S_1/0$		
S_8		$S_2/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$	NS/z	

用状态对图化简状态表

用状态对图化简状态表

缺头



x_1x_2		00	01	11	10
PS					
S_1		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_6/0$	$S_1/0$
S_2		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_6/0$
S_3		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_4		$S_4/0$	$S_2/0$	$S_1/0$	$S_6/0$
S_5		$S_3/1$	$S_6/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_6		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_1/0$	$S_6/0$
S_7		$S_7/0$	$S_7/0$	$S_1/0$	$S_1/0$
S_8		$S_2/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$

NS/z

状态对图结构

少尾

用状态对图化简状态表

x_1x_2		00	01	11	10
PS					
S_1		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_6/0$	$S_1/0$
S_2		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_6/0$
S_3		$S_3/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_4		$S_4/0$	$S_2/0$	$S_1/0$	$S_6/0$
S_5		$S_3/1$	$S_6/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_6		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_1/0$	$S_6/0$
S_7		$S_7/0$	$S_7/0$	$S_1/0$	$S_1/0$
S_8		$S_2/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$

NS/z

S_2	×						
S_3	×	1,6					
S_4	2,4 1,6	×	×				
S_5	×	4,6 1,6	4,6	×			
S_6	✓	×	×	2,4	×		
S_7	4,7 1,6	×	×	2,7 1,6	×	4,7 1,6	
S_8	×	2,3 1,6	2,3	×	2,3 4,6	×	×
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7

S_2	×						
S_3	×	1,6					
S_4	2,4 1,6	×	×				
S_5	×	4,6 1,6	4,6 ×	×			
S_6	✓	×	×	2,4 ×	×		
S_7	4,7 1,6	×	×	2,7 1,6	×	4,7 1,6	
S_8	×	2,3 1,6	2,3	×	2,3 4,6	×	×
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7

$\{S_1, S_6\}$

$\{S_2, S_3, S_8\}$

x_1x_2		00	01	11	10
PS					
S_1		$S_4/0$	$S_4/0$	$S_1/0$	$S_1/0$
S_2		$S_2/1$	$S_4/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_4		$S_4/0$	$S_2/0$	$S_1/0$	$S_1/0$
S_5		$S_2/1$	$S_1/0$	$S_5/1$	$S_1/0$
S_7		$S_7/0$	$S_7/0$	$S_1/0$	$S_1/0$

NS/z

例3 未完全规定状态表的化简

交通控制器状态表

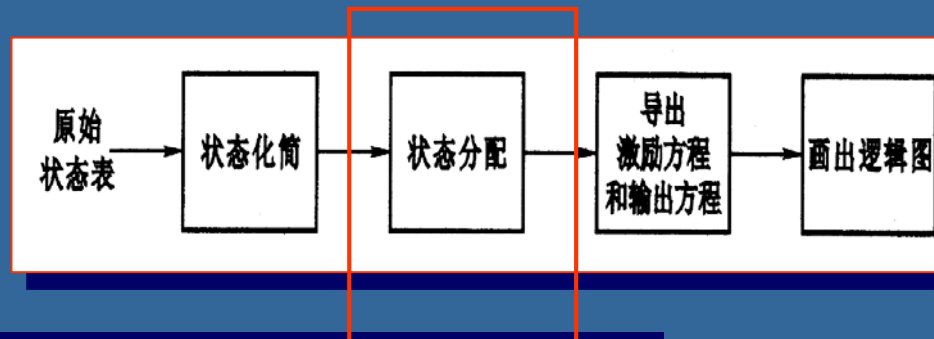
x_1x_2		00	01	11	10	
PS						
S_1		$S_1/0$	$S_5/1$	\times/\times	$S_2/1$	NS/z
S_2		$S_3/1$	\times/\times	\times/\times	$S_2/1$	
S_3		$S_3/1$	$S_4/1$	\times/\times	\times/\times	
S_4		$S_1/0$	$S_4/1$	\times/\times	\times/\times	
S_5		$S_6/1$	$S_5/1$	\times/\times	\times/\times	
S_6		$S_6/1$	\times/\times	\times/\times	$S_7/1$	
S_7		$S_1/0$	\times/\times	\times/\times	$S_7/1$	

x_1x_2		00	01	11	10	
PS						
S_1		$S_1/0$	$S_5/1$	\times/\times	$S_2/1$	NS/z
S_2		$S_3/1$	$S_4/1^*$	\times/\times	$S_2/1$	
S_3		$S_3/1$	$S_4/1$	\times/\times	$S_2/1^*$	
S_4		$S_1/0$	$S_4/1$	\times/\times	$S_7/1^*$	
S_5		$S_6/1$	$S_5/1$	\times/\times	$S_7/1^*$	
S_6		$S_6/1$	$S_5/1^*$	\times/\times	$S_7/1$	
S_7		$S_1/0$	$S_4/1^*$	\times/\times	$S_7/1$	

x_1x_2		00	01	11	10	
PS						
S_1		$S_1/0$	$S_5/1$	\times/\times	$S_2/1$	NS/z
S_2		$S_2/1$	$S_4/1$	\times/\times	$S_2/1$	
S_4		$S_1/0$	$S_4/1$	\times/\times	$S_4/1$	
S_5		$S_5/1$	$S_5/1$	\times/\times	$S_4/1$	

可以对任意项赋予一个适当的值，以便进行状态合并。

状态分配（编码）



把电路状态用时序器件状态端的不同状态值的组合加以表示，这称为**状态分配**或**状态编码**。

例：

设 $S_1=00$, $S_2=01$, $S_3=11$, $S_4=10$

		x		
		0	1	
PS				
S_1		$S_3/0$	$S_1/0$	
S_2		$S_1/0$	$S_1/1$	
S_3		$S_1/0$	$S_4/1$	
S_4		$S_2/1$	$S_3/0$	NS/z



		x		
		0	1	
$Q_1^n Q_2^n$				
00		11/0	00/0	
01		00/0	00/1	
11		00/0	10/1	
10		01/1	11/0	$Q_1^{n+1} Q_2^{n+1}/z$

状态分配的原则

对于有 q 个状态同步时序电路，至少需要用 r 个触发器的状态组合来记忆，其 r 由式 $2^{r-1} < q \leq 2^r$ 决定。而将 r 个触发器的状态组合分配到 q 个状态上，则有种 $N = 2^r / (2^r - q)!$ 分配方案。

对于不同的状态分配方案，得到的电路的复杂程度会大不相同。

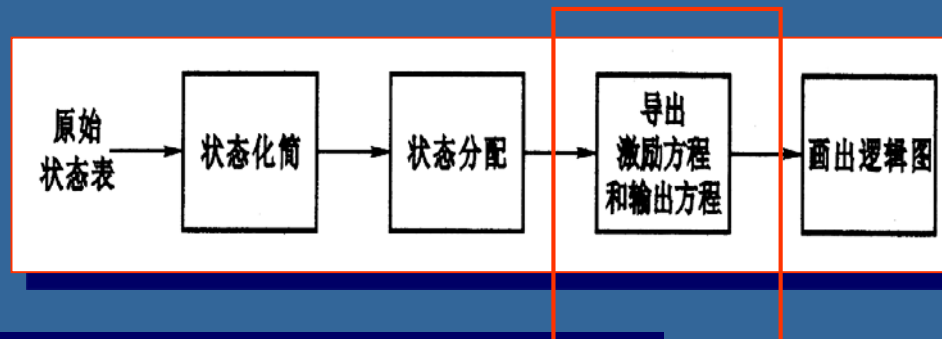
状态相邻法就是常用的一种状态分配方法，其基本思想是：在状态分配时，为了得到较简的次态方程和输出方程，尽可能使将产生次态和输出方程的卡诺图上的“1”方格相邻分布，并形成最大的卡诺圈。它的**主要规则**为：

- ① 在同一输入条件下，具有相同次态的现态应尽可能地分配相邻的二进制代码。
- ② 在相邻输入条件下，同一个现态的次态应尽可能地分配相邻的二进制代码。
- ③ 在所有输入条件下，具有相同输出的现态应尽可能地分配相邻的二进制代码。

次态方程与输出方程的推导

$x \backslash Q_1^n Q_2^n$		0	1
00		11/0	00/0
01		00/0	00/1
11		00/0	10/1
10		01/1	11/0

$Q_1^{n+1} Q_2^{n+1} / z$



将编码状态表的次态变量 Q_1^{n+1} 、 Q_2^{n+1} 及输出变量 z 分别画成3张卡诺图，得次态方程和输出方程

$x \backslash Q_1^n Q_2^n$		0	1
00		1	0
01		0	0
11		0	1
10		0	1

Q_1^{n+1}

$$Q_1^{n+1} = \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n x$$

$x \backslash Q_1^n Q_2^n$		0	1
00		1	0
01		0	0
11		0	0
10		1	1

Q_2^{n+1}

$$Q_2^{n+1} = \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n \bar{Q}_2^n$$

$x \backslash Q_1^n Q_2^n$		0	1
00		0	0
01		0	1
11		0	1
10		1	0

z

$$z = Q_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_2^n x$$

求解触发器激励方程

(1) 用D触发器实现

D触发器特征方程为

$$Q^{n+1} = D$$

激励方程

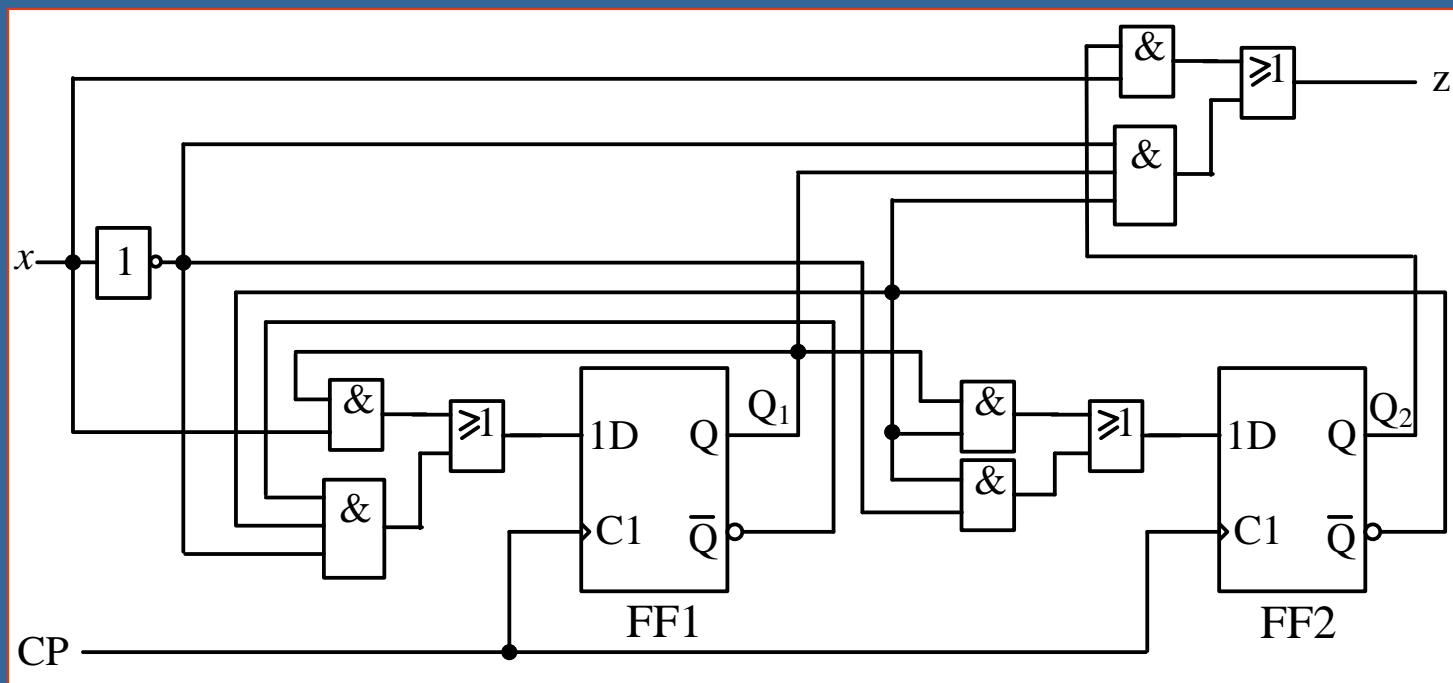
$$D_2 = \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n \bar{Q}_2^n$$

$$D_1 = \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n x$$

输出方程

$$z = Q_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_2^n x$$

逻辑图



求解触发器激励方程

(2) 用J-K触发器实现

由于JK触发器特征方程为 $Q^{n+1} = J\bar{Q}^n + \bar{K}Q^n$

改写 $Q_1^{n+1} = \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n x = \bar{x} \bar{Q}_2^n \bar{Q}_1^n + x Q_1^n$

$$Q_2^{n+1} = \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_1^n \bar{Q}_2^n = (Q_1^n + \bar{x}) \bar{Q}_2^n + 0 Q_2^n$$

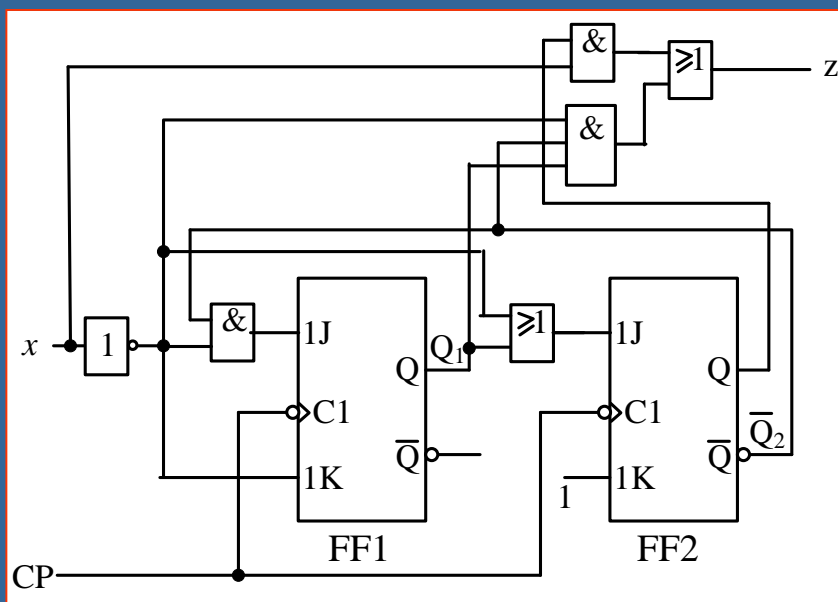
比较得

$$J_1 = \bar{Q}_2^n \bar{x}$$

$$J_2 = Q_1^n + \bar{x}$$

$$K_1 = \bar{x}$$

$$K_2 = 1$$



输出方程

$$z = Q_1^n \bar{Q}_2^n \bar{x} + Q_2^n x$$

例4 选用JK触发器，完成例5-1-2 8421BCD码误码检测器的设计。

$PS \backslash x$	0	1
S_0	$S_1/0$	$S_2/0$
S_1	$S_3/0$	$S_4/0$
S_2	$S_5/0$	$S_6/0$
S_3	$S_7/0$	$S_8/0$
S_4	$S_9/0$	$S_{10}/0$
S_5	$S_{11}/0$	$S_{12}/0$
S_6	$S_{13}/0$	$S_{14}/0$
S_7	$S_0/0$	$S_0/0$
S_8	$S_0/0$	$S_0/1$
S_9	$S_0/0$	$S_0/1$
S_{10}	$S_0/0$	$S_0/1$
S_{11}	$S_0/0$	$S_0/0$
S_{12}	$S_0/0$	$S_0/1$
S_{13}	$S_0/0$	$S_0/1$
S_{14}	$S_0/0$	$S_0/1$
NS/z		



$PS \backslash x$	0	1
S_0	$S_1/0$	$S_2/0$
S_1	$S_3/0$	$S_4/0$
S_2	$S_5/0$	$S_6/0$
S_3	$S_7/0$	$S_8/0$
S_4	$S_8/0$	$S_8/0$
S_5	$S_7/0$	$S_8/0$
S_6	$S_8/0$	$S_8/0$
S_7	$S_0/0$	$S_0/0$
S_8	$S_0/0$	$S_0/1$
NS/z		

$$S_7 \approx \{S_7, S_{11}\}$$

$$S_8 \approx \{S_8, S_9, S_{10}, S_{12}, S_{13}, S_{14}\}$$

用状态对图 化简状态表

S_1	1,3 2,4							
S_2	1,5 2,6	3,5 4,6						
S_3	1,7 2,8	3,7 4,8	5,7 6,8					
S_4	1,8 2,8	3,8 4,8	5,8 6,8	7,8				
S_5	1,7 2,8	3,7 4,8	5,7 4,8	✓	7,8			
S_6	1,8 2,8	3,8 4,8	5,8 6,8	7,8	✓	7,8		
S_7	1,0 2,0	3,0 4,0	5,0 6,0	7,0 8,0	8,0	7,0 8,0	8,0	
S_8	×	×	×	×	×	×	×	×
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7

$$\diamond S'_0=S_0, \quad S'_1=(S_1, S_2), \quad S'_2=(S_3, S_5),$$

$$S'_3=(S_4, S_6), \quad S'_4=S_7, \quad S'_5=S_8$$

$PS \backslash x$	0	1
S_0	$S_1/0$	$S_2/0$
S_1	$S_3/0$	$S_4/0$
S_2	$S_5/0$	$S_6/0$
S_3	$S_7/0$	$S_8/0$
S_4	$S_8/0$	$S_8/0$
S_5	$S_7/0$	$S_8/0$
S_6	$S_8/0$	$S_8/0$
S_7	$S_0/0$	$S_0/0$
S_8	$S_0/0$	$S_0/1$

NS/ z

S_1	1,3 2,4							
S_2	1,5 2,6	3,5 4,6						
S_3	1,7 2,8	3,7 4,8	5,7 6,8					
S_4	1,8 2,8	3,8 4,8	5,8 6,8	7,8				
S_5	1,7 2,8	3,7 4,8	5,7 4,8	✓	7,8			
S_6	1,8 2,8	3,8 4,8	5,8 6,8	7,8	✓	7,8		
S_7	1,0 2,0	3,0 4,0	5,0 6,0	7,0 8,0	8,0	7,0 8,0	8,0	
S_8	×	×	×	×	×	×	×	×
	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7

$PS \backslash x$	0	1
S'_0	$S'_1/0$	$S'_1/0$
S'_1	$S'_2/0$	$S'_3/0$
S'_2	$S'_4/0$	$S'_5/0$
S'_3	$S'_5/0$	$S'_5/0$
S'_4	$S'_0/0$	$S'_0/0$
S'_5	$S'_0/0$	$S'_0/1$

NS/ z

$$S_1 \approx S_2, \quad S_3 \approx S_5, \quad S_4 \approx S_6.$$

状态分配

状态分配图

		Q_1Q_0			
		00	01	11	10
Q_2	0	S'_0	S'_4	S'_2	S'_1
	1		S'_5	S'_3	

编码状态表

		x	
		0	1
$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	S'_0	010/ 0	010/ 0
	S'_4	000/ 0	000/ 0
	S'_2	001/ 0	101/ 0
	S'_1	011/ 0	111/ 0
	110	×××/×	×××/×
	S'_3	101/ 0	101/ 0
	S'_5	000/ 0	000/ 1
	100	×××/×	×××/×

$Q_2^{n+1} Q_1^{n+1} Q_0^{n+1} / z$

导出激励方程与输出方程

$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	x	
	0	1
000	0	0
001	0	0
011	0	1
010	0	1
110	×	×
111	1	1
101	0	0
100	×	×

Q_2^{n+1}

$$Q_2^{n+1} = Q_2^n Q_1^n + Q_1^n x$$

$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	x	
	0	1
000	1	1
001	0	0
011	0	0
010	1	1
110	×	×
111	0	0
101	0	0
100	×	×

Q_1^{n+1}

$$Q_1^{n+1} = \bar{Q}_0^n$$

$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	x	
	0	1
000	0	0
001	0	0
011	1	1
010	1	1
110	×	×
111	1	1
101	0	0
100	×	×

Q_0^{n+1}

$$Q_0^{n+1} = Q_1^n$$

$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	x	
	0	1
000	0	0
001	0	0
011	0	0
010	0	0
110	×	×
111	0	0
101	0	1
100	×	×

z

$$z = Q_2^n \bar{Q}_1^n x$$

$$Q_2^{n+1} = Q_2^n Q_1^n + Q_1^n x(\bar{Q}_2^n + Q_2^n) = Q_1^n x \bar{Q}_2^n + Q_1^n Q_2^n$$

$$Q_1^{n+1} = \bar{Q}_0^n (\bar{Q}_1^n + Q_1^n) = \bar{Q}_0^n \bar{Q}_1^n + \bar{Q}_0^n Q_1^n$$

$$Q_0^{n+1} = Q_1^n = Q_1^n (\bar{Q}_0^n + Q_0^n) = Q_1^n \bar{Q}_0^n + Q_1^n Q_0^n$$

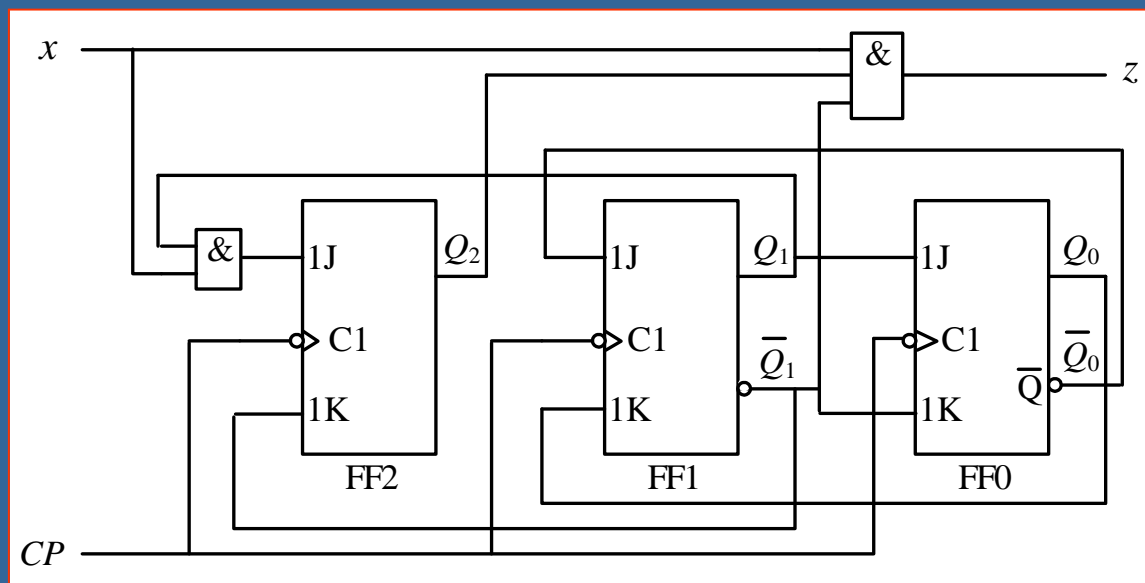
JK触发器的激励方程

$$J_2 = Q_1^n x \quad K_2 = \bar{Q}_1^n$$

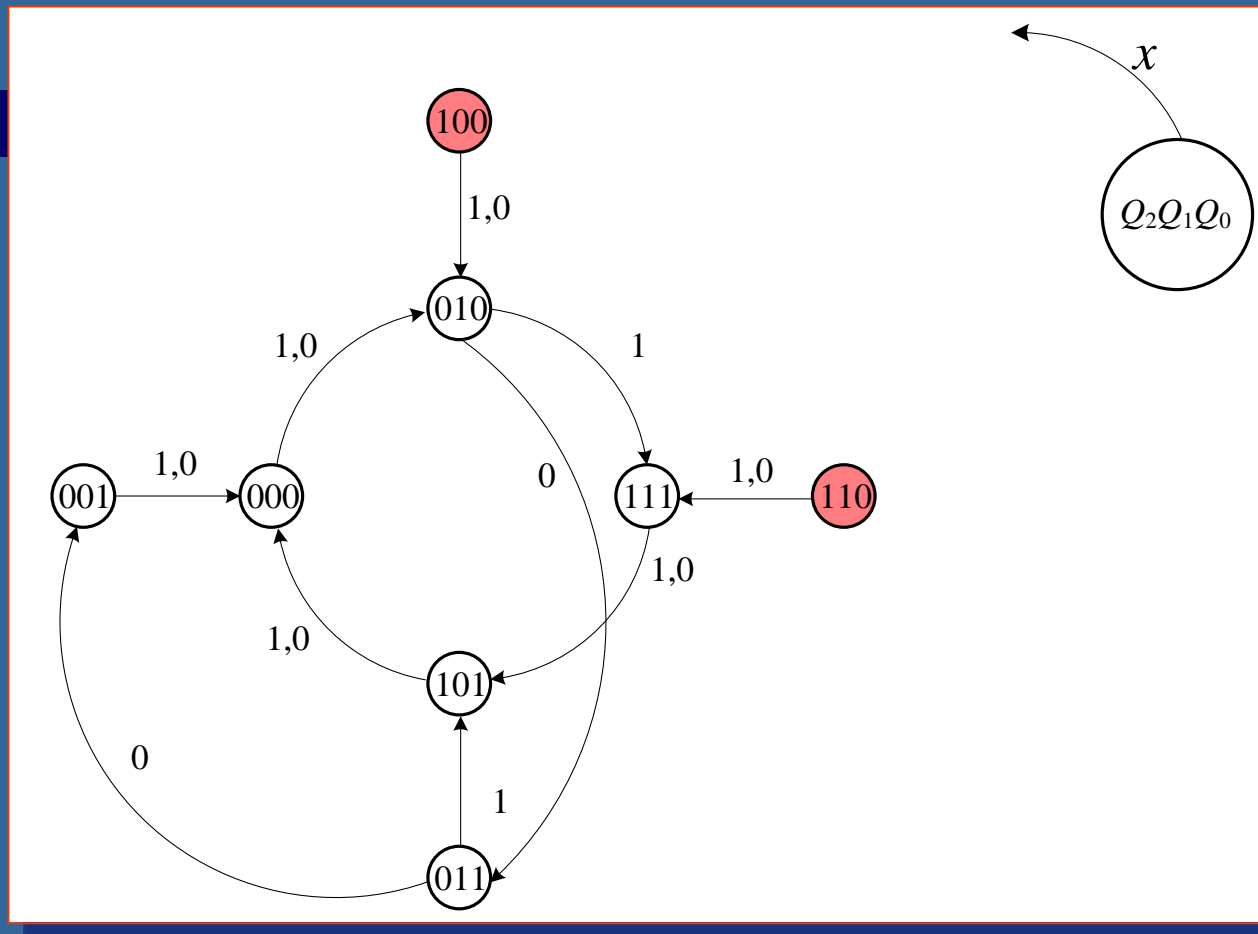
$$J_1 = \bar{Q}_0^n \quad K_1 = Q_0^n$$

$$J_0 = Q_1^n \quad K_0 = \bar{Q}_1^n$$

$$z = Q_2^n \bar{Q}_1^n x$$



电路自启动性验证



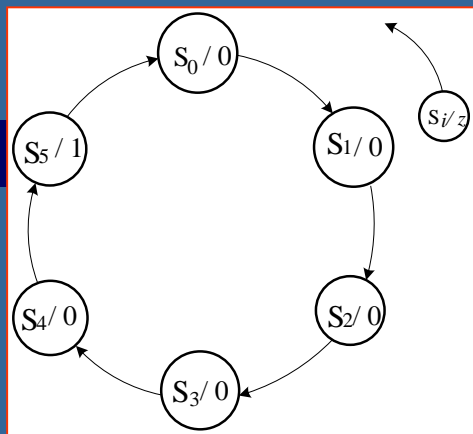
$$Q_2^{n+1} = Q_2^n Q_1^n + Q_1^n x$$

$$Q_1^{n+1} = \bar{Q}_0^n$$

$$Q_0^{n+1} = Q_1^n$$

例5 用D触发器设计一个模6同步计数器

模6计数器的状态图



设 $S_0=000$, $S_1=001$, $S_2=010$,

$S_3=011$, $S_4=100$, $S_5=101$

模6计数器的编码状态表

$Q_2^n Q_1^n Q_0^n$	Z
000	001 0
001	010 0
010	011 0
011	100 0
100	101 0
101	000 1

Q_2^n	$Q_1^n Q_0^n$	00	01	11	10
0		0	0	1	0
1		1	0	×	×

$$Q_2^{n+1} = Q_2^n \bar{Q}_0^n + Q_1^n Q_0^n$$

Q_2^n	$Q_1^n Q_0^n$	00	01	11	10
0		0	1	0	1
1		0	0	×	×

$$Q_1^{n+1} = \bar{Q}_2^n \bar{Q}_1^n Q_0^n + Q_1^n \bar{Q}_0^n$$

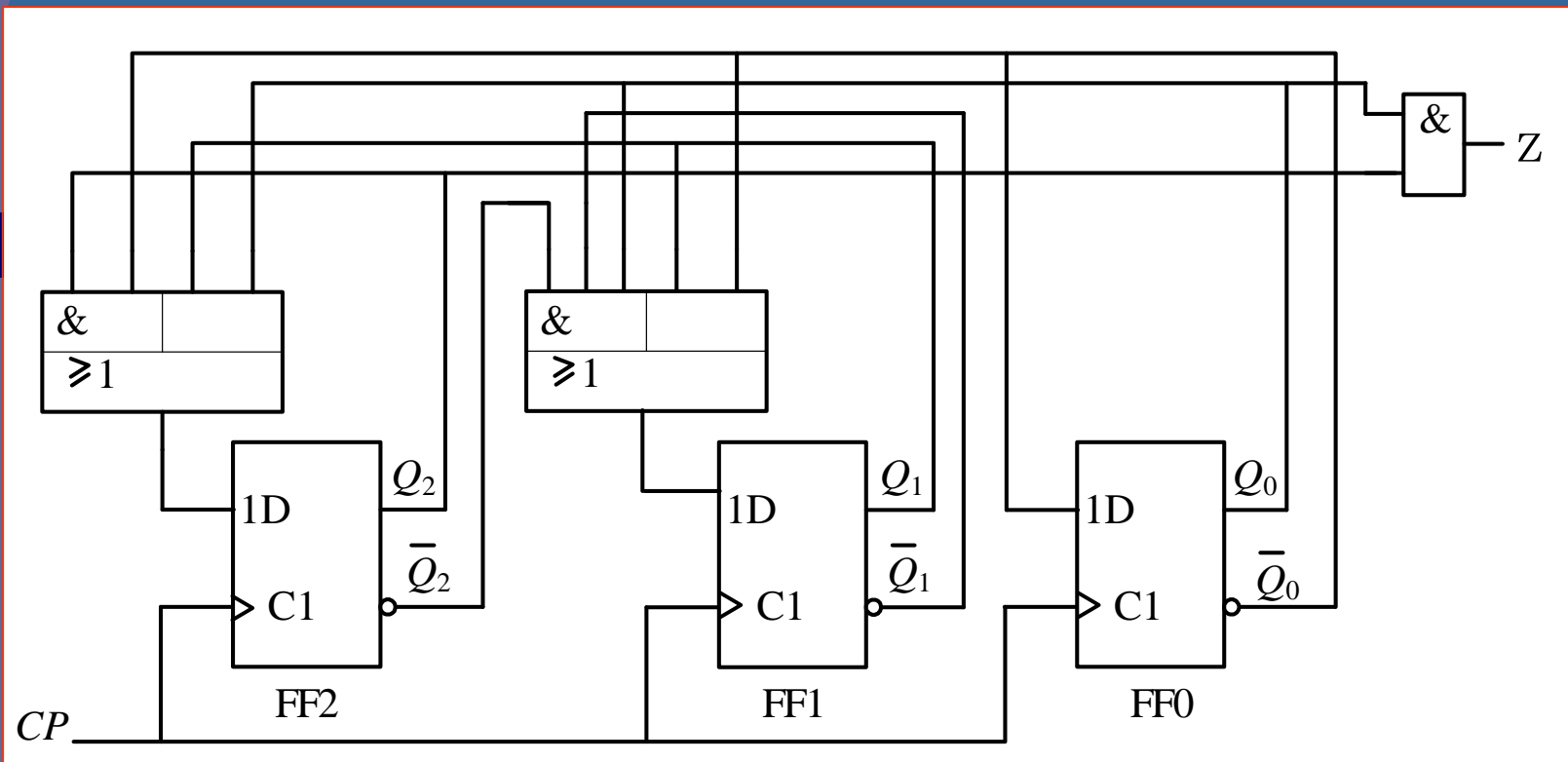
Q_2^n	$Q_1^n Q_0^n$	00	01	11	10
0		1	0	0	1
1		1	0	×	×

$$Q_0^{n+1} = \bar{Q}_0^n$$

Q_2^n	$Q_1^n Q_0^n$	00	01	11	10
0		0	0	0	0
1		0	1	×	×

$$Z = Q_2^n Q_0^n$$

模6计数器的逻辑图



$$D_2 = Q_2^{n+1} = Q_2^n \bar{Q}_0^n + Q_1^n Q_0^n$$

$$D_1 = Q_1^{n+1} = \bar{Q}_2^n \bar{Q}_1^n Q_0^n + Q_1^n \bar{Q}_0^n$$

$$z = Q_2^n Q_0^n$$

$$D_0 = Q_0^{n+1} = \bar{Q}_0^n$$

电路自启动性验证

$$D_2 = Q_2^{n+1} = Q_2^n \bar{Q}_0^n + Q_1^n Q_0^n$$

$$D_1 = Q_1^{n+1} = \bar{Q}_2^n \bar{Q}_1^n Q_0^n + Q_1^n \bar{Q}_0^n$$

$$D_0 = Q_0^{n+1} = \bar{Q}_0^n$$

$$z = Q_2^n Q_0^n$$

Q_2^n	Q_1^n	Q_0^n	Q_2^{n+1}	Q_1^{n+1}	Q_0^{n+1}	z
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1

