Árvores de pesquisa

Nos exercícios seguintes considere a definição do tipo de árvores de pesquisa apresentada na aulas teórica:

$$data \ Arv \ a = Vazia \mid \ No \ a \ (Arv \ a) \ (Arv \ a)$$

- **4.1** Escreva uma definição recursiva da função $sumArv: Num\ a \Rightarrow Arv\ a \rightarrow a$ que soma todos os valores duma árvore binária de números.
- **4.2** Baseado-se na função $listar:: Arv \ a \to [a]$ apresentada na aula teórica, escreva a definição duma função para listar os elementos duma árvore de pesquisa por $ordem\ decrescente$.
- **4.3** Escreva uma definição da função *nivel* :: $Int \rightarrow Arv \ a \rightarrow [a]$ tal que *nivel* $n \ arv$ é a lista ordenada dos valores da árvore no nível n, isto é, a uma altura n (considerando que a raiz tem altura 0).
- **4.4** Experimente usar o interpretador de Haskell para calcular a altura de árvores de pesquisa com n valores.
 - (a) usando o método de partições binárias, e.g. construir [1..n];
 - (b) usando inserções simples, e.g. $foldr\ inserir\ Vazia\ [1..n];$

Experimente com $n=10,\,100$ e 1000 e compare a altura obtida com o minorante teórico: uma árvore binária com n nós tem altura $\geq \log_2 n$.

- **4.5** Escreva uma definição da função de ordem superior $mapArv :: (a \rightarrow b) \rightarrow Arv \ a \rightarrow Arv \ b$ tal que ' $mapArv \ f$ t' aplica uma função f a cada valor duma árvore t.
- **4.6** Neste exercício pretende-se implementar uma variante da remoção de um valor duma árvore de pesquisa simples.
 - (a) Baseando-se na função $mais_esq :: Arv \ a \to a$ apresentada na aula teórica, escreva uma definição da função $mais_dir :: Arv \ a \to a$ que obtém o valor mais à direita numa árvore (i.e., o maior valor).
 - (b) Usando a função da alínea anterior, escreva uma definição alternativa da função $remover: Ord\ a \Rightarrow a \rightarrow Arv\ a \rightarrow Arv\ a$ que use o valor mais à direita da sub-árvore esquerda no caso de um nó com dois descentes não-vazios.

```
? a
-a-a-a
? e
Não ocorre
-a-a-a
? b
ba-a-a
? n
banana
Adivinhou em 4 tentativas
```

Figura 1: Exemplo de interacção do jogo de adivinha.

Programas interactivos

- 4.7 Escreva um programa completo que lê linhas de texto da entrada-padrão e imprime cada linha invertida.
- **4.8** Escreva uma função interactiva *adivinha* :: $String \rightarrow IO$ () que implemente um jogo de advinha duma palavra secreta dada como argumento pelo utilizador; um outro jogador vai tentar adivinhá-la.

O programa deve mostrar a palavra, substituindo as letras desconhecidas por traços e pedir uma nova letra; todas as ocorrências dessa letra na palavra devem então ser reveladas. O jogo termina quando o jogador adivinha a palavra; o programa deve então imprimir o número de tentativas (ver Figura 1).

4.9 Escreva uma função elefantes :: $Int \to ()$ tal que, por exemplo, elefantes 5 imprime os seguintes versos:

```
Se 2 elefantes incomodam muita gente, 3 elefantes incomodam muito mais!
Se 3 elefantes incomodam muita gente, 4 elefantes incomodam muito mais!
Se 4 elefantes incomodam muita gente, 5 elefantes incomodam muito mais!
```

Sugestão: utilize a função show :: Show $a\Rightarrow a\to String$ para converter um inteiro numa cadeia de caracteres; pode ainda re-utilizar a função sequence _ :: [a] \to () para executar uma lista de ações.

 $\bf 4.10~$ O jogo Nim desenrola-se com cinco filas de peças idênticas (representadas por estrelas), cujo estado inicial é o seguinte:

```
1: *****
2: ****
3: ***
4: **
```

Dois jogadores vão alternadamente retirar uma ou mais estrelas de uma das filas; ganha o jogador que remover a última estrela ou grupo de estrelas.

Implemente este jogo um programa em Haskell que pergunte as jogadas de cada jogador e actualize o tabuleiro. Sugestão: represente estado do jogo como uma lista com o número de estrelas em cada fila; o estado inicial será então [5,4,3,2,1].

4.11 Escreva um programa completo que codifique a entrada-padrão usando a cifra de César de 13 posições (ver https://en.wikipedia.org/wiki/ROT13 e http://www.rot13.com). Exemplo:

\$ echo "a maria tinha um cordeirinho" | ./rot13
n znevn gvaun hz pbeqrvevaub