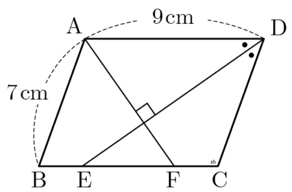
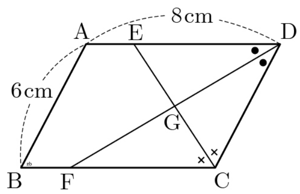
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선이고, $\overline{AF}\perp\overline{DE}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하면?



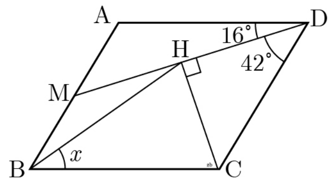
① $\dfrac{23}{5}$ cm
② $\dfrac{24}{5}$ cm
③ 5 cm
④ $\dfrac{26}{5}$ cm
⑤ $\dfrac{27}{5}$ cm

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=6\text{ cm}$, $\overline{AD}=8\text{ cm}$인 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{CE}$와 $\overline{DF}$는 각각 $\angle C$와 $\angle D$의 이등분선이다. $\overline{CE}$와 $\overline{DF}$의 교점을 G라 할 때, $\triangle GFC$와 $\square ABCD$의 넓이의 비는?



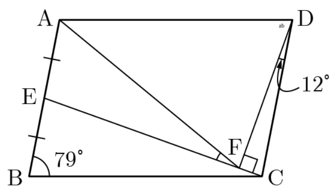
① $1:4$
② $1:5$
③ $2:11$
④ $3:16$
⑤ $3:20$

3. 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle ADH=16^\circ$, $\angle CDH=42^\circ$이고 점 M은 $\overline{AB}$의 중점이다. 점 C에서 $\overline{DM}$에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\angle HBC$의 크기는?



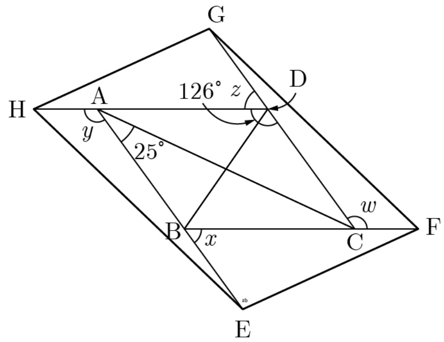
① 24°
② 26°
③ 28°
④ 32°
⑤ 34°

4. 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 변 AB의 중점이고, 점 D에서 선분 EC에서 내린 수선의 발을 F라 고 하자. $\angle FDC=12^\circ$, $\angle B=79^\circ$일 때, $\angle AFE$의 크기는?



① 22°
② 23°
③ 27°
④ 28°
⑤ 29°

5. 평행사변형 $ABCD$에서 점 A, 점 B, 점 C, 점 D는 각각 $\overline{HD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ 위의 점이다. $\frac{y}{x}\times\frac{w}{z}$의 값은?

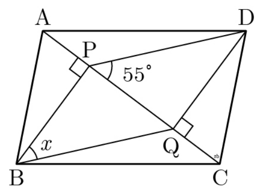


① $\frac{49}{9}$ ② $\frac{9}{49}$

③ 1 ④ $\frac{63}{25}$

⑤ $\frac{25}{63}$

6. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$의 두 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. $\angle DPC=55^\circ$일 때, 설명이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\angle x=35^\circ$

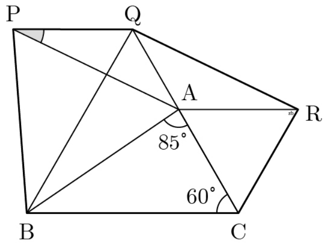
② $\overline{PD}//\overline{BQ}$

③ $\overline{BP}=\overline{DP}$

④ $\triangle ABP\equiv\triangle PDQ$

⑤ 사각형 $PBQD$는 마름모이다.

7. 그림에서 $\triangle PBA$, $\triangle QBC$, $\triangle RAC$는 $\triangle ABC$의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\angle ACB=60^\circ$, $\angle BAC=85^\circ$일 때, $\angle APQ$의 크기는?

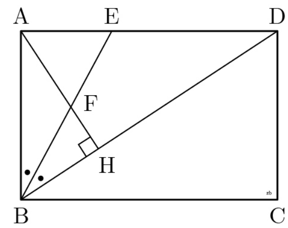


① 35° ② 30°

③ 25° ④ 20°

⑤ 15°

8. 다음 그림과 같이 직사각형 $ABCD$의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle ABD$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{AH}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. 이때 $\overline{AF}$와 길이가 같은 선분은?

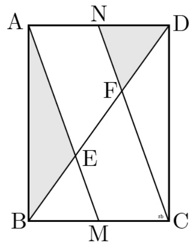


① $\overline{BF}$ ② $\overline{AE}$

③ $\overline{BH}$ ④ $\overline{EF}$

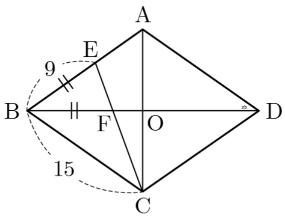
⑤ $\overline{FH}$

9. $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{AD}=4\,\text{cm}$인 직사각형 $ABCD$에서 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AM}$, $\overline{NC}$, $\overline{BD}$의 교점을 각각 E, F라고 할 때, $\triangle ABE+\triangle NFD$의 넓이는?



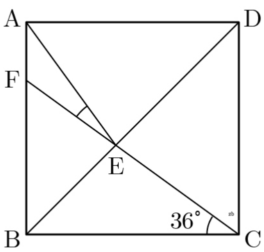
① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

10. 다음 그림과 같은 마름모 $ABCD$에서 점 O가 두 대각선의 교점, $\overline{BC}=15$, $\overline{BE}=\overline{BF}=9$일 때, $\overline{OF}$의 길이는?



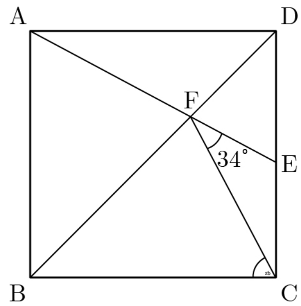
① 1.5 ② 2
③ 2.5 ④ 3
⑤ 3.5

11. 그림과 같은 정사각형 $ABCD$에서 대각선 BD 위의 한 점을 E라 하고, 두 점 C, E를 이은 연장선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 F라 하자. $\angle BCE=36^\circ$일 때, $\angle AEF$의 크기는?



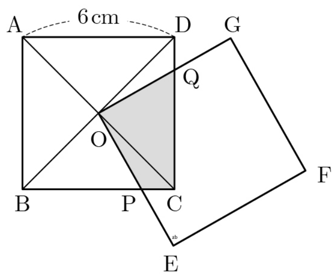
① 16° ② 18°
③ 20° ④ 22°
⑤ 24°

12. 그림에서 □$ABCD$는 정사각형이고, $\overline{CD}$위의 점 E에 대하여 $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 F라 하자. $\angle EFC=34^\circ$일 때, $\angle FCB$의 크기는?



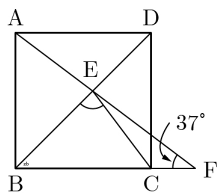
① 62° ② 63°
③ 64° ④ 65°
⑤ 66°

13. 한 변의 길이가 $6\,\text{cm}$인 정사각형 $ABCD$의 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 정사각형 $OEFG$와 정사각형 $ABCD$가 합동일 때, 두 정사각형이 겹쳐진 부분인 □$OPCQ$의 넓이는?



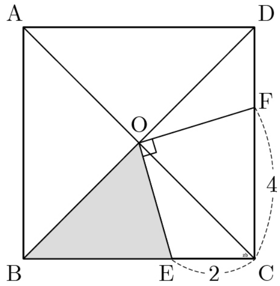
① $6\,\text{cm}^2$ ② $9\,\text{cm}^2$
③ $12\,\text{cm}^2$ ④ $18\,\text{cm}^2$
⑤ $21\,\text{cm}^2$

14. 정사각형 $ABCD$의 대각선 BD 위의 한 점 E에 대하여 $\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{AE}$의 연장선의 교점을 F라 하자. $\angle AFC=37^\circ$일 때, $\angle BEC$의 크기는?



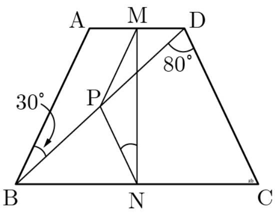
① 65° ② 70°
③ 73° ④ 80°
⑤ 82°

15. 정사각형 $ABCD$에서 점 O는 두 대각선의 교점이고, $\angle EOF=90^\circ$이다. 이 때, $\triangle OBE$의 넓이는?



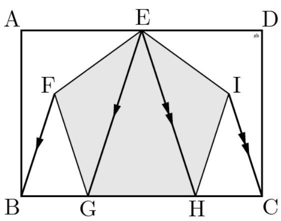
① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 12

16. 그림의 등변사다리꼴 $ABCD$에서 세 점 M, N, P는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$의 중점이다. $\angle ABD=30^\circ$, $\angle BDC=80^\circ$일 때, $\angle PNM$의 크기는?



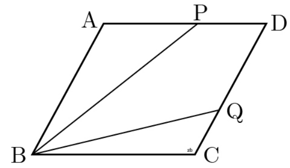
① 25°　② 30°　③ 35°　④ 36°　⑤ 38°

17. 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{FB}//\overline{EG}$, $\overline{EH}//\overline{IC}$이고 $\square ABCD$의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$일 때, 오각형 $EFGHI$의 넓이는?



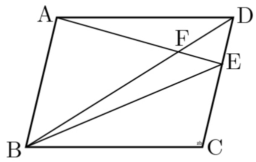
① $50\,\text{cm}^2$　② $55\,\text{cm}^2$　③ $60\,\text{cm}^2$　④ $65\,\text{cm}^2$　⑤ $70\,\text{cm}^2$

18. 다음 그림에서 $\square ABCD$는 평행사변형이고, $\overline{AP}:\overline{PD}=3:2$, $\overline{DQ}:\overline{QC}=2:1$이다. $\square PBQD$의 넓이가 $80\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABP$의 넓이를 구하면?



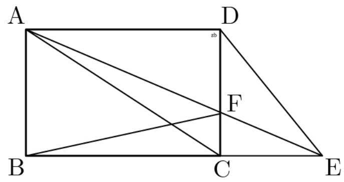
① 41　② 43　③ 45　④ 47　⑤ 49

19. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{CD}$ 위의 점 E에 대하여 $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 F라고 하자. $\triangle ABF$의 넓이는 $40\,\text{cm}^2$이고, $\triangle BCE$의 넓이는 $32\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle DFE$의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$　② $10\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$　④ $14\,\text{cm}^2$　⑤ $16\,\text{cm}^2$

20. 직사각형 $ABCD$의 한 변 DC 위에 $\overline{DF}=2\overline{FC}$가 되도록 점 F를 잡고 $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 할 때, $\triangle DFE$의 넓이는 $\square ABCD$의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{8}$배　② $\frac{1}{6}$배　③ $\frac{5}{24}$배　④ $\frac{1}{4}$배　⑤ $\frac{7}{24}$배

정답 및 해설

1) 정답 ③

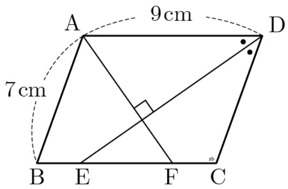
1등급 공략 Tip

평행사변형의 이웃한 두 각의 합은 180°이라는 점을 활용한다.

문제 분석

다음 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{DE}$는 $\angle D$의 이등분선이고, $\overline{AF}\perp\overline{DE}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하면?

단서 $\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle ADE=\angle CED$ (엇각)이다. 그러므로 $\triangle CDE$는 $\overline{CD}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.



THE 깊은 해설

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle ADE=\angle CED$

즉, $\angle CDE=\angle CED$이므로 $\overline{CD}=\overline{CE}=7\,\text{cm}$

$\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$인데

↳ 평행사변형은 두 쌍의 대변이 서로 평행하므로 이웃하는 두 내각의 합은 180°이다.

$\angle DAF+\angle ADE=90^\circ$이므로

$\angle BAF=\angle DAF$

$\angle DAF=\angle BFA$(엇각)이므로

$\angle BAF=\angle BFA$

즉, $\overline{BA}=\overline{BF}=7\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{EF}=7+7-9=5\,(\text{cm})$

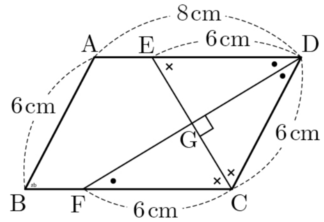
↳ $\overline{EF}=\overline{BF}+\overline{CE}-\overline{BC}$

2) 정답 ④

1등급 공략 Tip

높이가 같은 삼각형의 넓이 비는 밑변 길이의 비와 같다는 점을 활용한다.

그림 분석



↳ $\angle C+\angle D=180^\circ$이므로 $\angle CGD+\angle CGD=90^\circ$이다. 그러므로 $\overline{CF}\perp\overline{DF}$이다.

THE 깊은 해설

$\angle ADC+\angle BCD=180^\circ$이므로 $\bullet+\times=90^\circ$

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle EDF=\angle CFG=\bullet$

즉, $\angle CFG=\angle CDG=\bullet$이므로 $\overline{CF}=\overline{CD}=6\text{cm}$

$\therefore\ \triangle GFC\equiv\triangle GDC$ (SAS합동)

↳ $\overline{CF}=\overline{CD}$, $\overline{CG}$는 공통, $\angle FCG=\angle DCG$

한편, $\square ABCD$의 높이를 h라 하면

$\square ABCD=8h$, $\triangle CDF=\dfrac{1}{2}\times6\times h=3h$

↳ 평행사변형 넓이는 '밑변 × 높이'이다.

$\triangle GFC=\dfrac{1}{2}\triangle CDF=\dfrac{1}{2}\times3h=\dfrac{3}{2}h$

따라서 $\triangle GFC$와 $\square ABCD$의 넓이의 비는

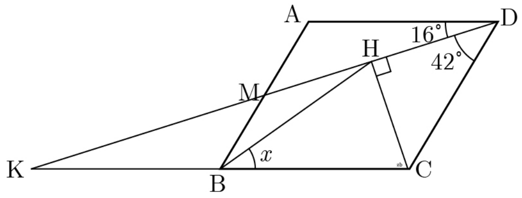
$\dfrac{3}{2}h:8h=3:16$

3) 정답 ④

1등급 공략 Tip

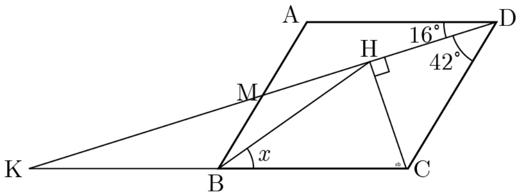
$\overline{MD}$와 $\overline{BC}$의 연장선을 그리고 합동인 삼각형을 찾는다.

전략 분석



↳ $\overline{MD}$ 연장선과 $\overline{BC}$ 연장선의 교점을 K라 하자.
$\triangle AMD \equiv \triangle BMK$ (ASA 합동)이다.

THE 깊은 해설



$\overline{DM}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 K라고 하자. $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle DMA=\angle KMB$,

↳ 맞꼭지각

↱ $\overline{AD}//\overline{CK}$이므로 $\angle MAD=\angle MBK$ (엇각)

$\angle MAD=\angle MBK$이므로 $\triangle AMD \equiv \triangle BMK$ (ASA 합동)이다. 그러므로 $\overline{BK}=\overline{BC}$이다.

$\triangle CHK$는 $\angle CHK=90^\circ$인 직각삼각형이므로 $\overline{BH}=\overline{BK}=\overline{BC}$이다.

근거 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다. 점 B는 $\overline{CK}$의 중점이므로 점 B는 $\triangle CHK$의 외심이다. 그러므로 $\overline{BH}=\overline{BK}=\overline{BC}$이다.

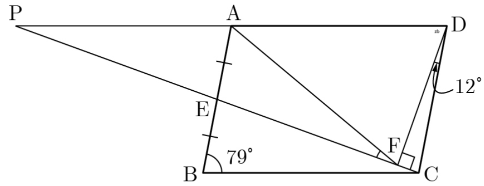
그러므로 $\triangle BCH$는 $\overline{BC}=\overline{BH}$인 이등변삼각형이다.
$\angle D=58^\circ$, $\angle C=122^\circ$, $\angle DCH=48^\circ$이므로 $\angle BCH=\angle BHC=74^\circ$이다. 그러므로 $\angle HBC=32^\circ$이다.

4) 정답 ②

1등급 공략 Tip

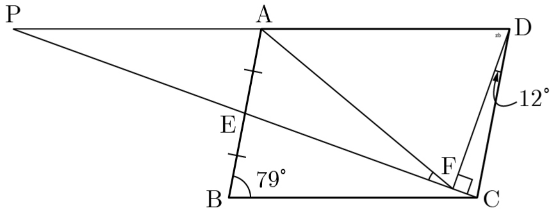
$\overline{EC}$와 $\overline{AD}$의 연장선을 그리고 합동인 삼각형을 찾는다.

전략 분석



↳ $\overline{EC}$ 연장선과 $\overline{AD}$ 연장선의 교점을 P라 하자.
$\triangle PAE \equiv \triangle CBE$ (ASA 합동)이다.

풀이과정



$\overline{AD}$와 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 P라 하자.
$\triangle APE$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle AEP=\angle BEC$ (맞꼭지각),
$\angle PAE=\angle CBE$ (엇각)이므로
$\triangle APE \equiv \triangle BCE$ (ASA합동)
$\therefore \overline{AP}=\overline{BC}$
$\overline{AP}=\overline{AD}$, $\angle DFP=90^\circ$이므로
점 A는 $\triangle DPF$의 외심이다.
$\angle ADC=\angle ABC=79^\circ$,
$\angle ADF=79^\circ-12^\circ=67^\circ$
$\triangle AEF$에서 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로
$\angle AFD=\angle ADF=67^\circ$
$\therefore \angle AFE=90^\circ-67^\circ=23^\circ$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

5) 정답 ①

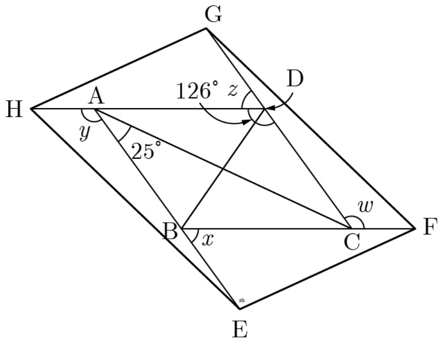
1등급 공략 Tip

평행사변형의 특징을 고려해 동위각과 엇각의 크기를 구한다.

문제 분석

단서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{BC}//\overline{AD}$

평행사변형 $ABCD$에서 점 A, 점 B, 점 C, 점 D는 각각 $\overline{HD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$ 위의 점이다. $\frac{y}{x}\times\frac{w}{z}$의 값은?



풀이과정

$\overline{AB}//\overline{DC}$이므로

$\angle y=\angle ADC=126^\circ$ (동위각)

$\angle z=180^\circ-126^\circ=54^\circ$ (엇각)

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로

$\angle x=\angle DAB=54^\circ$ (동위각)

$\angle w=\angle ADC=126^\circ$ (엇각)

$\therefore\ \frac{y}{x}\times\frac{w}{z}=\frac{126}{54}\times\frac{126}{54}=\frac{49}{9}$

6) 정답 ①, ②

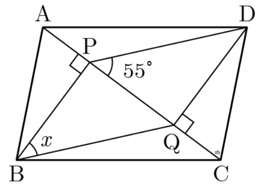
1등급 공략 Tip

평행사변형의 성질을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

문제 분석

단서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{BC}//\overline{AD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{AD}$

그림과 같이 평행사변형 $ABCD$의 두 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. $\angle DPC=55^\circ$일 때, 설명이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



풀이과정

$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$

$\angle BAP=\angle DCQ$ (엇각)

$\angle APB=\angle CQD=90^\circ$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA합동)

$\therefore\ \overline{BP}=\overline{DQ}$ $\cdots$ ㉠

$\triangle ADP$와 $\triangle CBQ$에서

$\overline{AP}=\overline{CQ}$, $\overline{AD}=\overline{CB}$,

$\angle DAP=\angle BCQ$ (엇각)이므로

$\triangle ADP\equiv\triangle CBQ$ (SAS합동)

$\therefore\ \overline{PD}=\overline{QB}$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\square PBQD$는 평행사변형이다.

① $\angle BPQ=90^\circ$,

$\angle BQP=\angle DPQ=55^\circ$ (엇각)이므로

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

② $\square PBQD$는 평행사변형이므로 $\overline{PD}//\overline{BQ}$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

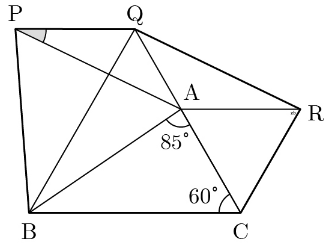
7) 정답 ③

1등급 공략 Tip

정삼각형은 세 변의 길이가 같다는 것을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

전략 분석

그림에서 $\triangle PBA$, $\triangle QBC$, $\triangle RAC$는 $\triangle ABC$의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\angle ACB=60^{\circ}$, $\angle BAC=85^{\circ}$일 때, $\angle APQ$의 크기는?



↳ 정삼각형의 성질을 고려해 $\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이과정

$\triangle PBQ$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{PB}=\overline{AB}$ ⋯ ㉠

$\overline{BQ}=\overline{BC}$ ⋯ ㉡

$\angle PBQ+\angle QBA=60^{\circ}$,

$\angle QBA+\angle ABC=60^{\circ}$ 이므로

$\angle PBQ=\angle ABC$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle PBQ\equiv\triangle ABC$ (SAS합동)

즉, $\angle BPQ=\angle BAC=85^{\circ}$

$\angle BPA=60^{\circ}$ 이므로

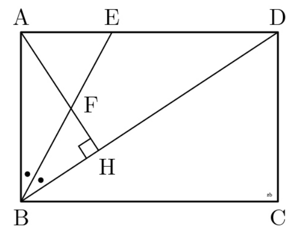
$\angle APQ=85^{\circ}-60^{\circ}=25^{\circ}$

8) 정답 ②

1등급 공략 Tip

직각삼각형에서 직각을 제외한 두 각의 합이 90°인 점을 고려한다.

그림 분석



↳ $\angle BAE=\angle BHF=90^{\circ}$, $\angle ABE=\angle HBF$이므로 $\angle BEA=\angle BFH$이다.

풀이과정

$\angle AFE=\angle BFH$ (맞꼭지각) ⋯ ㉠

$\triangle HBF+\angle BFH=90^{\circ}$, $\angle ABE+\angle AEB=90^{\circ}$,

$\angle ABE=\angle HBF$이므로

$\angle BFH=\angle AEB$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\angle AFE=\angle AEB$

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{AE}$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

9) 정답 ③

1등급 공략 Tip

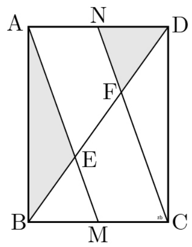
$\triangle ABE$, $\triangle DNF$와 합동인 삼각형을 찾는다.

문제 분석

$\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{AD}=4\,\text{cm}$인 직사각형 $ABCD$에서 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AM}$, $\overline{NC}$, $\overline{BD}$의 교점

단서 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AN}=\overline{DN}=\overline{BM}=\overline{CM}$이다.

을 각각 E, F라고 할 때, $\triangle ABE+\triangle NFD$의 넓이는?



단계별 풀이 전략

❶ $\triangle NFD$과 합동인 삼각형 찾기

$\triangle DFN$과 $\triangle BEM$에서

$\overline{BM}=\overline{DN}$ ⋯㉠

$\angle EBM=\angle FDN$ (엇각) ⋯㉡

$\angle DNF=\angle MCF$ (엇각),

$\angle MCF=\angle BME$ (동위각)이므로

$\angle DNF=\angle BME$ ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle DFN\equiv\triangle BEM$ (ASA합동)

❷ $\triangle ABE+\triangle NFD$ 구하기

즉, $\triangle DFN=\triangle BEM$

$\therefore\ \triangle ABE+\triangle NFD$

$=\triangle ABE+\triangle BEM=\triangle ABM$

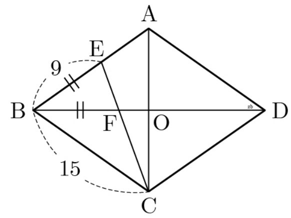
$=\frac{1}{2}\times 2\times 5=5$

10) 정답 ④

1등급 공략 Tip

대각선이 내각을 이등분하고, 두 쌍의 대변이 평행하다는 마름모의 성질을 고려한다.

그림 분석



↳ $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\angle BEF=\angle DCF$이다. 마름모는 대각선이 내각을 이등분하므로 $\angle EBF=\angle CDF$이다.

THE 깊은 해설

$\overline{BE}=\overline{BF}$이므로 $\angle BEF=\angle BFE$

$\overline{AB}//\overline{CD}$이므로

$\angle BEF=\angle DCF$ (엇각)

$\angle BFE=\angle DFC$ (맞꼭지각)

따라서 $\angle DCF=\angle DFC$

즉, $\triangle CDF$는 $\overline{DF}=\overline{DC}=15\text{cm}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{BD}=9+15=24\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\times 24=12\,(\text{cm})$

근거 마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분한다.

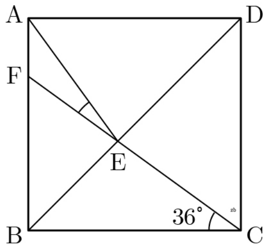
$\therefore\ \overline{OF}=12-9=3\,(\text{cm})$

11) 정답 ②

1등급 공략 Tip

정사각형의 성질을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

그림 분석



↳ $\overline{BC}=\overline{BA}$, $\angle CBE=\angle ABE=45^\circ$, $\overline{BE}$는 공통이므로 $\triangle BEC\equiv\triangle BEA$ (SAS 합동)이다.

단계별 풀이 전략

❶ $\triangle CBE$와 합동인 삼각형 찾기

$\triangle ABE$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\angle ABE=\angle CBE=45^\circ$,

$\overline{BE}$는 공통이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CBE$($SAS$합동)

❷ $\angle BAE$, $\angle BFC$ 구하기

$\angle BAE=\angle BCE=36^\circ$

$\triangle FBC$에서 $\angle BFC=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$

❸ $\angle AEF$ 구하기

$\triangle AEF$에서 $\angle AFE=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

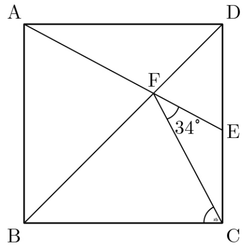
$\therefore\ \angle AEF=180^\circ-(126^\circ+36^\circ)=18^\circ$

12) 정답 ①

1등급 공략 Tip

정사각형의 성질을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

그림 분석



↳ $\overline{BC}=\overline{BA}$, $\angle CBF=\angle ABF=45^\circ$, $\overline{BF}$는 공통이므로 $\triangle BFC\equiv\triangle BFA$ (SAS 합동)이다.

THE 깊은 해설

$\angle BAF=a$, $\angle BFA=b$라 하면

$a+b=180^\circ-45^\circ=135^\circ$ $\cdots$ ㉠

↳ 정사각형의 대각선은 내각을 이등분한다. 그러므로 $\angle ABD=\angle CBD=45^\circ$이다. $\triangle BAF$에서 $a+b+45^\circ=180^\circ$이다.

$\triangle ABF$와 $\triangle CBF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$

$\angle ABF=\angle CBF=45^\circ$

$\overline{BF}$는 공통이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle CBF$($SAS$ 합동)

$\angle BFC=\angle BFA=b$, $\angle DEF=\angle BAF=a$(엇각)

↳ $\overline{AB}//\overline{CD}$이므로 엇각의 크기는 같다.

$\triangle DEF$에서 $\angle BFE$는 외각이므로

$34^\circ+b=45^\circ+a$ $\quad\therefore a=b-11$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $a=62^\circ$, $b=73^\circ$

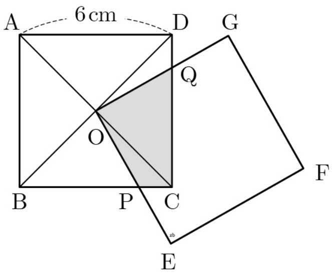
$\therefore\angle BCF=\angle BAF=a=62^\circ$

13) 정답 ②

1등급 공략 Tip

정사각형의 내각과 두 대각선으로 생기는 각이 90°라는 것을 고려한다.

그림 분석



↳ $\angle POQ=\angle POC+\angle COQ=90^\circ$,
$\angle COD=\angle COQ+\angle QOD=90^\circ$ 이므로
$\angle POC=\angle QOD$이다.

풀이과정

$\triangle DOQ$와 $\triangle COP$에서

$\overline{DO}=\overline{CO}$ ⋯ ㉠

$\angle ODQ=\angle OCP=45^\circ$ ⋯ ㉡

$\angle DOQ=90^\circ-\angle QOC$,

$\angle COP=90^\circ-\angle QOC$이므로

$\angle DOQ=\angle COP$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle DOQ\equiv\triangle COP$ (ASA합동)

$\therefore \square OPCQ=\triangle QOC+\triangle COP=\triangle QOC+\triangle DOQ$

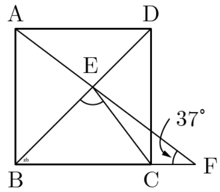
$=\triangle COD=\frac{1}{4}\times 6^2=9(\mathrm{cm}^2)$

14) 정답 ⑤

1등급 공략 Tip

정사각형의 성질을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

그림 분석



↳ $\overline{BC}=\overline{BA}$, $\angle CBE=\angle ABE=45^\circ$, $\overline{BE}$는 공통이므로 $\triangle BEC\equiv\triangle BEA$ (SAS 합동)이다.

풀이과정

$\triangle ABE$와 $\triangle CBE$에서

$\overline{AB}=\overline{CB}$, $\angle ABE=\angle CBE=45^\circ$,

$\overline{BE}$는 공통이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CBE$ (SAS합동)

$\therefore \angle BEA=\angle BEC$

$\triangle ABF$에서 $\angle BAF=180^\circ-(90^\circ+37^\circ)=53^\circ$

$\angle BCE=\angle BAF=53^\circ$

$\therefore \angle BEC=180^\circ-(45^\circ+53^\circ)=82^\circ$

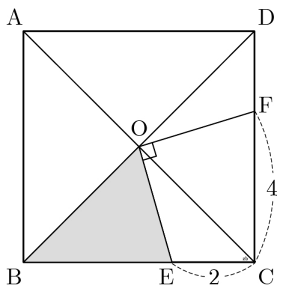
I410-ECN-0199-2023-001-000255121

15) 정답 ①

1등급 공략 Tip

정사각형의 두 대각선으로 생기는 각이 90°라는 것을 고려한다.

그림 분석



↳ $\angle EOF = \angle EOC + \angle COF = 90^\circ$,
$\angle COD = \angle COF + \angle FOD = 90^\circ$ 이므로
$\angle EOC = \angle FOD$이다.

풀이과정

$\triangle OBE$와 $\triangle OCF$에서

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle OBE = \angle OCF = 45^\circ$

$\angle BOE = 90^\circ - \angle COE = \angle COF$이므로

$\triangle OBE \equiv \triangle OCF$ (ASA합동)

$\overline{BE} = \overline{CF} = 4$, $\overline{BC} = 4 + 2 = 6$

$\triangle OBE$의 밑변을 $\overline{BE}$, 높이를 h라 하면

$h = \frac{1}{2} \times \overline{DC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$

$\therefore \triangle OBE = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$

16) 정답 ①

1등급 공략 Tip

한 쌍의 대변이 평행하고, 평행이 아닌 한 쌍의 대변 길이가 같다는 등변사다리꼴 성질을 고려한다.

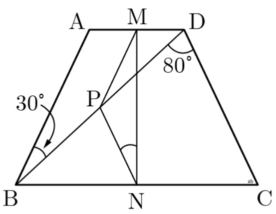
문제 분석

단서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

그림의 등변사다리꼴 $ABCD$에서 세 점 M, N, P는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$의 중점이다. $\angle ABD = 30^\circ$,

단서 $\overline{AB} // \overline{MP}$, $\overline{CD} // \overline{NP}$

$\angle BDC = 80^\circ$ **일 때, $\angle PNM$의 크기는?**



단계별 풀이 전략

❶ $\angle DCB$ 구하기

등변사다리꼴 $ABCD$에서

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$

$\angle A + \angle B = \angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$

$\angle ADB + 80^\circ + 30^\circ + \angle DBC = 180^\circ$

$\therefore \angle ADB = \angle DBC = 35^\circ$, $\angle ABC = 65^\circ$

$\angle DCB = \angle ABC = 65^\circ$ 이고

❷ $\angle PNM$ 구하기

$\triangle BCD$에서

$\overline{BP} = \overline{PD}$, $\overline{BN} = \overline{NC}$이므로

$\overline{PN} // \overline{CD}$이고 $\angle BNP = \angle BCD = 65^\circ$

$\angle MNB = 90^\circ$ 이므로

$\angle PNM = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

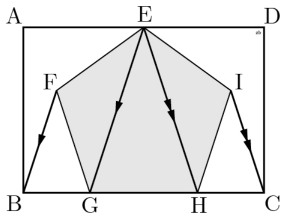
17) 정답 ①

1등급 공략 Tip

평행선 사이 사이에 있는 두 삼각형은 높이가 같다는 점을 활용한다.

전략 분석

직사각형 $ABCD$에서 $\overline{FB}//\overline{EG}$, $\overline{EH}//\overline{IC}$이고 $\square ABCD$의 넓이가 $100\,\text{cm}^2$일 때, 오각형 $EFGHI$의 넓이는?



↳ $\triangle FGE$, $\triangle EHI$와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

THE 깊은 해설

근거 $\triangle EGF$와 $\triangle EGB$의 높이가 같다.

$\overline{BF}//\overline{EG}$이므로 $\triangle EGF=\triangle EGB$

근거 $\triangle EHI$와 $\triangle EHC$의 높이가 같다.

$\overline{EH}//\overline{IC}$이므로 $\triangle EHI=\triangle EHC$

따라서 오각형 $EFGHI$의 넓이는

$\triangle EGF+\triangle EGH+\triangle EHI$

$=\triangle EGB+\triangle EGH+\triangle EHC$

$=\triangle EBC=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

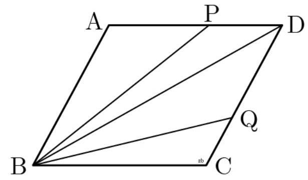
$=\dfrac{1}{2}\times 100=50\,(\text{cm}^2)$

18) 정답 ③

1등급 공략 Tip

높이가 같은 삼각형의 넓이 비는 밑변 길이 비와 같다는 점을 고려해 삼각형의 넓이를 문자 a, b로 나타낸다.

전략 분석



↳ $\overline{BD}$ 보조선을 그렸을 때, $\triangle ABP:\triangle PBD=\overline{AP}:\overline{DP}$, $\triangle BCP:\triangle BQD=\overline{CQ}:\overline{DQ}$이다.

단계별 풀이 전략

❶ $\triangle ABP$, $\triangle BDP$ 넓이를 a로 나타내기

$\overline{AP}:\overline{PD}=3:2$이므로

$\triangle ABP=3a$, $\triangle BDP=2a$라 하고,

❷ $\triangle BDQ$, $\triangle BCQ$ 넓이를 b로 나타내기

$\overline{DQ}:\overline{QC}=2:1$이므로

$\triangle BDQ=2b$, $\triangle BCQ=b$라 하자.

❸ a, b 구하기

$\triangle ABD=\triangle BCD$이므로 $5a=3b$

$\therefore 5a-3b=0 \quad \cdots ㉠$

$\square PBQD=\triangle BDP+\triangle BCQ$

$=2a+2b=80 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=15$, $b=25$

❹ $\triangle ABP$ 넓이 구하기

$\therefore \triangle ABP=3\times 15=45$

↳ $\triangle ABP=3a$, $a=15$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

19) 정답 ①

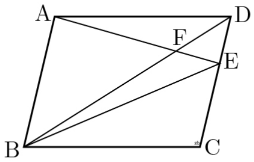
1등급 공략 Tip

평행선 사이 사이에 있는 두 삼각형은 높이가 같다는 점을 활용한다. 평행사변형을 대각선으로 나눴을 때 생기는 두 삼각형의 넓이는 같다는 점을 고려한다.

문제 분석

단서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{CD}$ 위의 점 E에 대하여 $\overline{AE}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 F라고 하자. $\triangle ABF$의 넓이는 $40\,\text{cm}^2$이고, $\triangle BCE$의 넓이는 $32\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle DFE$의 넓이는?



풀이과정

$\overline{AB}//\overline{CD}$이므로 $\triangle AED=\triangle BED$

$\therefore \triangle AFD=\triangle BFE$

$\triangle ABD=\triangle ABF+\triangle AFD=\frac{1}{2}\square ABCD$

즉, $40+\triangle AFD=\frac{1}{2}\square ABCD$ $\cdots$ ㉠

$\triangle BCD=\triangle BCE+\triangle BED$

$=\triangle BCE+(\triangle BEF+\triangle DFE)$

즉, $32+\triangle BEF+\triangle DFE=\frac{1}{2}\square ABCD$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$40+\triangle AFD=32+\triangle BEF+\triangle DFE$

$\therefore \triangle DFE=40-32=8(\text{cm}^2)$

20) 정답 ②

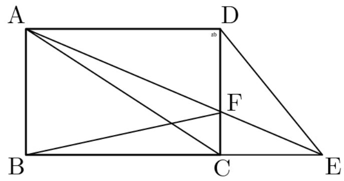
1등급 공략 Tip

높이가 같은 삼각형의 넓이 비는 밑변 길이 비와 같다는 점을 고려한다.

문제 분석

단서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$ 단서 $\overline{DF}:\overline{FC}=2:1$

직사각형 $ABCD$의 한 변 DC 위에 $\overline{DF}=2\overline{FC}$가 되도록 점 F를 잡고 $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 할 때, $\triangle DFE$의 넓이는 $\square ABCD$의 넓이의 몇 배인가?



풀이과정

$\overline{DF}:\overline{CF}=2:1$이므

$\triangle DFE=2k$, $\triangle CEF=k$라 하면

$\overline{AD}//\overline{BE}$이므로 $\triangle ADE=\triangle ADC$

$\triangle ADE=\triangle ADF+\triangle DEF$

$\triangle ADC=\triangle ADF+\triangle ACF$이므로

$\triangle ACF=\triangle DEF=2k$

한편, $\triangle ACD$에서 $\overline{CF}:\overline{DF}=1:2$이므로

$\triangle AFD:\triangle ACF=2:1$ $\quad\therefore \triangle AFD=4k$

$\triangle ACD=6k$이므로 $\square ABCD=2\triangle ACD=12k$

따라서 $\triangle DFE$의 넓이는

$\square ABCD$의 넓이의 $\frac{2k}{12k}=\frac{1}{6}$배이다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121