# 3-1.일차함수와 그 그래프(01)



# 한 변출유형 TOP 3

#### (1) 함수의 뜻과 함수값

- ☑ 어떤 것이 함수인지 구분하는 문제
- ☑ 일차함수가 아난 함수의 함숫값에 관한 문제
- ☑ 식으로 나타낼 수 없는 함수의 함숫값에 관한 문제

# **1.** y 가 x 의 함수가 <u>아닌</u> 것은?

- ① 자연수 x 의 6 배인 수 자연수 y
- ② 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레 y
- ③ 자연수 x 보다 작은 소수들의 합 자연수 y
- ④ 자동차 시속 x km 로 3 시간 동안 달린 거리 y km
- ⑤ 밑변의 길이가 20, 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y

# **2.** $\langle \pm 1 \rangle$ 중 $y \pm x$ 의 함수인 것은 모두 몇 개인 가?

<보기>

- $\neg$ . 절댓값이 x인 수는 y이다.
- $\mathsf{L}$ . 자연수 x의 약수의 개수는 y이다.
- $\Box$ . 자연수 x보다 작은 짝수는 y이다.
- a. 키가 x cm 인 학생의 몸무게는 y kg이다.
- $\Box$ . 가로, 세로의 길이가 각각 xm, ym인 직사각형의 넓이는 56 m²이다.
- ㅂ. 피자 24조각을 <math>x명이 똑같이 나누어 먹을 때, 한 사 람이 먹는 피자는 y조각이다.
- 2개
- ③ 4개
- ④ 5개
- ⑤ 6개

**3.** 함수  $f(x) = \frac{a}{x}$  에 대하여 f(2) = a + 3 일 때,

f(-2)+f(3) 의 값은? (단, a는 수)

- $\bigcirc -2$
- $\bigcirc -1$
- ③ 0
- **4** 1

(5) 2

- **4.** 자연수 x = 11 로 나눈 나머지를 y 라 할 때, y는 x 의 함수이다. x = 101 에서의 함숫값과 x = 50에서의 함숫값의 합은?
  - $\bigcirc$  2
- 2 4
- ③ 6

- **(4)** 8
- **⑤** 10

#### 빈출유형 TOP 3

- (2) 일차함수의 뜻과 그래프
- ☑ 일차함수인 것을 찾는 문제
- ☑ 일차함수의 그래프 위의 점이 주어진 문제
- ☑ 일차함수의 그래프의 평행이동에 관한 문제



# **5.** <보기>에서 일차함수인 것을 모두 고른 것은?

<보기>

 $\neg . y = -2x - 3$ 

$$\bot. \ y = \frac{2}{x}$$

 $\Box. \ y = \frac{3x+2}{5}$ 

- $\exists . y = x^2 + 3$
- ① ¬, ∟
- ② ¬, ⊏
- ③ ∟, ⊏
- ④ ∟. ≥
- ⑤ ⊏. ≥

**6.** 함수  $f(x) = \frac{a}{2}x + 2$ 에 대하여 f(-1) = -3일 때,

2f(1) + f(-3)의 값은? (단, a는 상수)

- $\bigcirc$  -14
- $\bigcirc -4$
- (3) -3
- **4**) 1
- (5) <sub>3</sub>
- 7. (-a+3, -6) 이 일차방정식 4x-3y=-2 의 그 래프 위에 있을 때, a의 값은?
  - $\bigcirc$  0
- ② 2
- 3 4
- **(4)** 6
- **(5)** 8

# 빈출 ☆

**8.** 일차함수  $y = -\frac{3}{4}x + b$ 의 그래프는 일차함수

y = ax + 2의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행 이동한 것이다. 이때 ab의 값은? (단, a, b는 상수)

- $\bigcirc -8$
- $\bigcirc -6$
- 3 6
- 4) 8
- (5) 10
- **9.** 일차함수 y = ax 2a의 그래프가 점 (3,2)를 지날 때, 이 그래프의 x절편과 y절편의 합은?
  - $\bigcirc$  -4
- $\bigcirc 2 2$
- ③ 0
- **4**) 2
- (5) 4
- **10.** 일차함수 f(x) = ax + 3에 대하여 f(-1) = a이고, 일차함수 y=ax+3의 그래프는 일차함수 y=2x-b의 그래프와 x축 위에서 만난다. 이때, ab의 값은? (단, a, b는 상수)
  - $\bigcirc -6$
- $\bigcirc -4$
- $3\frac{3}{2}$
- **4**
- (5) 6
  - 한 빈출유형 TOP 3

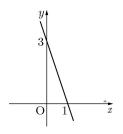
- (3) 일차함수의 그래프와 기울기
- ☑ 일차함수의 그래프의 기울기를 이용한 문제
- ☑ 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기에 관한 문제
- ☑ 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이에 관한 문제

- $oldsymbol{11}$ . x의 값이 2증가할 때 y의 값은 8만큼 감소하고, 점 (-2,1)을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함 수의 식은?
  - ① y = -4x 7
- ② y = -4x + 7
- y = 4x 7
- (4) y = 4x + 7
- (5) y = 4x 4

- 12. 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식 중 다 른 하나를 고르면?
  - ① x절편이 2, y절편이 4인 직선
  - ② 기울기가 -2이고 y절편이 4인 직선
  - ③ 두 점 (-2,8), (1,2)를 지나는 직선
  - ④ x절편이 2이고 점 (4, -2)를 지나는 직선
  - ⑤ 기울기는 -2이고 점 (3, -2)를 지나는 직선



13. 그래프가 그림과 같은 일차함수의 식은?



- ① y = x + 3
- ② y = 3x + 3
- y = -x + 3
- y = -3x + 3
- $5 y = -\frac{1}{3}x + 3$



- **14.** 일차함수 y = ax + b가 직선  $y = \frac{1}{2}x 1$ 과 x축에 서 만나고, 직선 y=3x+1과는 y축에서 만난다. 이 때, 일차함수 y = ax + b의 그래프와 x축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? (단, a, b는 상수)

3 1

**4** 2

(5) 4

# 한 빈출유형 TOP 3

### (4) 일차함수 그래프의 성질과 평행, 일치

- ☑ 일차함수의 그래프의 성질에 관한 문제
- ☑ 일차함수의 그래프를 보고 계수의 부호를 찾는 문제
- ☑ 두 일차함수 그래프가 평행 또는 일치하는 경우에 관한 문

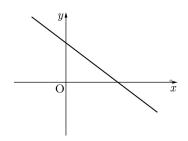


# 15. <보기>의 일차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

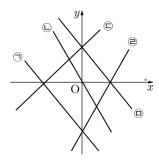
- $\neg$ . x 절편이 0 일 때 y 절편은 항상 0 이다.
- $\bot$ . 일차함수 y = -2x + 6 의 그래프의 x 절편은 6 이다.
- $\Box$ . x 절편과 y 절편을 알면 일차함수 그래프를 항상 그 릴 수 있다.
- ${\tt c.}\ x$  절편과 y 절편이 모두 음수인 일차함수의 그래프는 제 1 사분면을 지나지 않는다.
- ① ≥
- ② 7, ⊏
- ③ ¬, ≥
- ④ ∟, ⊏
- ⑤ ⊏, ⊇

# **16.** 일차함수 y=-ax+b의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① a < 0, b > 0
- ② a < 0, b < 0
- 3 a > 0, b > 0
- $\textcircled{4} \ a > 0, \ b < 0$
- (5) a < 0, b = 0

# **17.** a > 0, b < 0일 때, 일차함수 y = -ax - b의 그래 프와 가장 가까운 것을 그림에서 찾아라. (단, a, b는 상수)



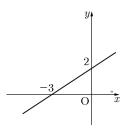
- $\bigcirc$
- 2 (1)
- 3 🗈
- 4 @
- (5) (D)

# 18. <보기>의 일차함수에서 그 그래프가 서로 만나 지 않는 것은 모두 몇 쌍인가?

- y = -2x + 1
- $y = 2x + \frac{1}{4}$

- y = -1 + 5x
- $y = 5 \frac{1}{3}x$
- ① 없음
- ② 1 쌍
- ③ 2 쌍
- ④ 3 쌍
- ⑤ 4 쌍

# **19.** 일차함수 y = ax + b 의 그래프는 다음 그래프와 평행하고 일차함수 y=5x-6의 그래프와 y축에서 만난다. 이때 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?



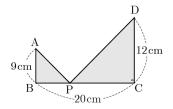
- $\bigcirc -30$
- $\bigcirc -9$
- 3 4
- **4**

**⑤** 9

# 한 빈출유형 TOP 3

### (5) 일차함수의 활용

- ☑ 길이, 개수, 가격에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 물의 양에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 그래프를 이용한 일차함수의 활용에 관한 문제
- 20. 다음 그림에서  $\overline{AB} = 9 \, \text{cm}$ .  $\overline{DC} = 12 \, \text{cm}$ .  $\overline{BC}$ =  $20\,\mathrm{cm}$ ,  $\angle B$ =  $\angle C$ =  $90\,^{\circ}$  이고 점 P가 매초  $2 \, \mathrm{cm}$ 의 속력으로 점 B에서 점 C로  $\overline{BC}$  위를 움직 인다고 한다. x초 후에  $\triangle ABP$ 와  $\triangle DPC$ 의 넓이의 합을  $y \text{ cm}^2$ 라고 할 때, x와 y 사이의 관계를 식으 로 나타내면?



- ① y = 3x + 60
- ② y = 3x + 120
- 3 y = -3x + 60
- (4) y = -3x + 120

**21.** 길이가 25cm인 용수철이 있다. xg짜리 추를 매 달았을 때의 용수철의 길이를 ycm라고 할 때, 다음 과 같은 관계가 있다고 한다. x와 y의 관계를 식으 로 나타내고, 무게가 50g인 물체를 달았을 때의 용 수철의 길이를 구하면?

x(g)	5	10	15	20	25
y(cm)	25.5	26	26.5	27	27.5

① 
$$y = \frac{1}{10}x + 25$$
,  $30cm$ 

② 
$$y = \frac{1}{25}x + 25$$
, 27cm

③ 
$$y = \frac{1}{5}x + 25$$
,  $35cm$ 

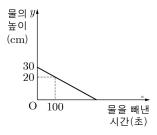
⑤ 
$$y = \frac{1}{20}x + 25$$
, 27.5cm



- **22.** 1L의 휘발유로 15km를 달릴 수 있는 자동차가 있다. 이 자동차에 50L의 휘발유를 넣고 xkm를 달 린 후에 남은 휘발유의 양을 yL라 할 때, 225km를 달린 후에 남은 휘발유의 양은?
  - ① 35L
- ② 37L
- 39L
- (4) 41L
- (5) 43L
- 23. 어떤 엘리베이터의 내려오는 속도가 분당 150m라 하자. 이 엘리베이터가 25층에 있을 때, 지면으 로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이가 100m이다. 이 엘리베이터가 25층에서 내려오기 시작한 지 x초 후의 지면으로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이를 ym라고 할 때, 엘리베이터가 중간에 서지 않고 지 면에 도착하는데 걸리는 시간을 구하면?
  - ① 20초
- ② 30초
- ③ 35초
- ④ 40초
- ⑤ 50초



**24.** 그림은 처음에 물이 30cm 높이만큼 담긴 물통에 서 물을 빼낼 때, 물의 높이가 일정하게 낮아지는 것을 나타낸 그래프이다. 물을 x 초 동안 빼냈을 때 의 남은 물의 높이를 y cm 라고 할 때, 다음 중 옳 은 것은?



- ① 이 그래프의 식은  $y = -\frac{1}{10}x + 30$  이다.
- ② 이 그래프의 관계식은 반비례 관계이다.
- ③ 물통에 담긴 물을 모두 빼내는 데 250 초 걸린다.
- ④ 이 그래프는 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.
- ⑤ x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비율은  $\frac{1}{10}$  이다.

- **25.** 일반적으로 지면으로부터의 깊이가 깊어짐에 따라 땅속의 온도가 일정하게 올라간다고 한다. 지면으로부터 땅 속 깊이 1km일 때 45 $^{\circ}$  $^{\circ}$ 이고, 땅 속 깊이 2km일 때 75 $^{\circ}$  $^{\circ}$  $^{\circ}$ 이면 지면으로부터의 깊이가 5km일 때 땅속의 온도는?
  - ① 150℃
- ② 165℃
- ④ 185℃
- ⑤ 195°C



# 정답 및 해설

- 1) [정답] ③
- [해설] ③ x의 값에 1을 대입하면 y의 값은 정해지지 않으므로 함수가 아니다.
- 2) [정답] ②
- [해설]  $\neg$ . x=2이면 y는 -2.2로 그 값이 하나로 정해지지 않기 때문에 함수가 아니다.

x = 10이면 y = 2.4.6.8로 그 값이 하나로 정해지지 않기 때문에 함수가 아니다.

a. 키가  $x \, \mathrm{cm} \, \mathrm$ 

ㅁ. 
$$y = \frac{56}{x}$$
이므로 함수이다.

ㅂ. 
$$y = \frac{24}{x}$$
이므로 함수이다.

따라서 함수인 것은  $\mathsf{L}$ ,  $\mathsf{D}$ ,  $\mathsf{H}$ 에서 3개이다.

- 3) [정답] ④
- [해설] f(2) = a + 3이므로  $\frac{a}{2} = a + 3$ , 2(a+3) = a

$$\therefore a = -6$$

따라서 
$$f(x) = -\frac{6}{x}$$
이므로

$$f(-2) + f(3) = 3 + (-2) = 1$$

- 4) [정답] ④
- [해설] 101을 11로 나눈 나머지는 2이므로

$$f(101) = 2$$

50을 11로 나눈 나머지는 6이므로 f(50) = 6 $\therefore f(101) + f(50) = 2 + 6 = 8$ 

- 5) [정답] ②
- [해설] L. x가 분모에 있으므로 일차함수가 아니다. C. 이차함수이다.
- 6) [정답] ④
- [해설] f(-1) = -3 이므로

$$f(-1) = \frac{a}{2} \times (-1) + 2 = -3$$

$$-\frac{a}{2} = -5$$
 :  $a = 10$ 

$$f(x) = 5x + 2$$
 이므로

$$f(1) = 5 + 2 = 7$$
,  $f(-3) = -15 + 2 = -13$ 

- $\therefore 2f(1) + f(-3) = 14 13 = 1$
- 7) [정답] (5)
- [해설] (-a+3, -6)이 일차방정식 그래프 위에

있으므로 
$$4x-3y=-2$$
에

$$x=-a+3$$
,  $y=-6$ 를 대입하면

$$4(-a+3)-3\times(-6)=-2$$

- $-4a+12+18=\!\!-2$
- -4a = -32 : a = 8
- 8) [정답] ②
- [해설] y=ax+2의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행

- 이동한 것은 y=ax+8이고, 이 그래프가  $y=-\frac{3}{4}x+b$ 의 그래프와 같으므로  $a=-\frac{3}{4}$ , b=8이다
- 따라서  $ab = -\frac{3}{4} \times 8 = -6$ 이다.
- 9) [정답] ②
- [해설] y = ax 2a의 그래프가 점 (3, 2)을 지나므로

$$x=3$$
,  $y=2$ 을 대입하면

$$2 = 3a - 2a$$
에서  $a = 2$ 

이제 
$$y=2x-4$$
의 그래프에서

y=0이면 2x-4=0에서 x=2이므로 x절편은 2

$$x=0$$
이면  $y=-4$ 에서  $y$ 절편은  $-4$ 

$$\therefore 2 + (-4) = -2$$

10) [정답] ①

[해설] 
$$f(x)=ax+3$$
일 때,  $f(-1)=a$ 이므로 
$$-a+3=a$$
에서  $a=\frac{3}{2}$ 

이제 
$$y = \frac{3}{2}x + 3$$
의 그래프와

일차함수 y=2x-b의 그래프가 x축 위에서 만나므로 두 그래프의 x절편은 서로 같다.

따라서 
$$-2 = \frac{b}{2}$$
이므로  $b = -4$ 

$$\therefore ab = \frac{3}{2} \times (-4) = -6$$

- 11) [정답] ①
- [해설] x의 값이 2 증가할 때,

y의 값은 8만큼 감소하는 일차함수의 기울기는  $\frac{-8}{2} = -4$ 

y=-4x+b라 하면 (-2,1)을 지나므로

$$1 = (-4) \times (-2) + b$$
 :  $b = -7$ 

따라서 구하는 일차함수의 식은 y = -4x - 7

- 12) [정답] ④
- [해설] ① x절편이 2, y절편이 4이므로 기울기는  $-\frac{4}{2}{=}-2$ 이고 일차함수의 식은 y=-2x+4이다.
  - ② y = -2x + 4
  - ③ 두 점을 지나는 직선의 기울기는  $\frac{2-8}{1-(-2)} = -2$

이므로, 일차함수의 식을 y=-2x+b로 놓으면 점 (1, 2)를 지나므로

2 = -2 + b : b = 4

따라서 일차함수의 식은 y = -2x + 4이다.

- ④ 두 점 (2, 0), (4, -2)를 지나는 직선의 기울기는  $\frac{-2-0}{4-2}$ =-1이므로 일차함수의 식을 y=-x+c
- 로 놓으면 점 (2, 0)을 지나므로 0=-2+c  $\therefore c=2$  따라서 일차함수의 식은 y=-x+2이다.
- ⑤ 기울기가 -2이므로 일차함수의 식을 y = -2x + d로 놓으면 점 (3, -2)를 지나므로
- -2 = -6 + d : d = 4





따라서 일차함수의 식은 y = -2x + 4이다.

#### 13) [정답] ④

[해설] 주어진 그래프는 x절편이 1, y절편이 3이므로 기울 기는 -3이다.

따라서 주어진 그래프의 식은 y=-3x+3

# 14) [정답] ③

[해설] y = ax + b가 직선  $y = \frac{1}{2}x - 1$ 과 x축에서 만나므로 두 일차함수의 x절편은 같다.

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$
의  $x$ 절편은 2이므로  $y = ax + b$ 에  $x = 2$ ,

y=0을 대입하면  $0=2a+b\cdots$  ①

y = ax + b와 y = 3x + 1이 y축에서 만나므로 두 일차 함수의 y절편은 같다.  $\therefore b=1$ 

①에 
$$b=1$$
을 대입하면  $0=2a+1$   $\therefore a=-\frac{1}{2}$ 

$$y = -\frac{1}{2}x + 1$$
의 그래프의  $x$ 절편은 2,  $y$ 절편은 1이므

로 
$$y=-\frac{1}{2}x+1$$
의 그래프와  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인

도형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$ 이다.

#### 15) [정답] ③

[해설] L. 일차함수 y=-2x+6의 그래프의 x절편은 3이

 $\Box$ . x절편이 0, y절편이 0인 일차함수의 그래프는 무 수히 많이 있으므로 항상 그릴 수 있는 것은 아니다.

# 16) [정답] ③

[해설] 기울기는 음수, y절편은 양수이다.  $\Rightarrow -a < 0, b > 0$   $\therefore a > 0, b > 0$ 

#### 17) [정답] ⑤

[해설] y = -ax - b에서

(기울기) = -a < 0, (y절편) = -b > 0이므로 그래프는 오른쪽 아래를 향하는 직선이고 y절편이 양수인 ⑤의 그래프에 가깝다.

# 18) [정답] ③

[해설] 두 일차함수가 만나지 않으려면 두 일차함수가 서로 평행해야 한다. 즉, 기울기는 같고, y절편은 달라야 하

므로 
$$y=2x+\frac{1}{4}$$
와  $y=\frac{4x+5}{2}$ ,  $y=\frac{x}{3}$  과 
$$y=\frac{1}{3}x+4$$
의 2쌍이다.

### 19) [정답] ③

[해설] 주어진 그래프는 (-3, 0), (0, 2)를 지나므로 기울 기는  $\frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$ 

주어진 그래프와 
$$y=ax+b$$
의 그래프는 평행하므로  $\frac{2}{a}$ 

또, 일차함수 y=5x-6의 그래프와 y축에서 만나므 로 b=-6

$$\therefore ab = \frac{2}{3} \times (-6) = -4$$

#### 20) [정답] ④

[해설] x초 후의  $\overline{BP}$ 의 길이는 2x이므로

$$\overline{CP} = 20 - 2x$$

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times 9 + \frac{1}{2} \times \left(20 - 2x\right) \times 12$$

$$\therefore y = -3x + 120$$

### 21) [정답] ①

[해설] 1q짜리 추를 매달았을 때 늘어나는 용수철의 길이를 acm라 하면 y=25+ax

이때 표에서 x=10이면 y=26이므로

$$26 = 25 + 10a$$
에서  $a = \frac{1}{10}$ 

따라서 관계식은 
$$y = \frac{1}{10}x + 25$$

이때 
$$x = 50$$
이면  $y = \frac{1}{10} \times 50 + 25 = 30$ 

#### 22) [정답] ①

[해설] 1L의 휘발유로 15km를 달릴 수 있으므로 1km를

달리는 데는  $\frac{1}{15}L$ 의 휘발유가 필요하다.

xkm를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양이 yL

이므로 
$$y = 50 - \frac{1}{15}x$$
가 성립한다.

x = 225일 때 y = 50 - 15 = 35이다.

따라서 225km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양은 35L이다.

#### 23) [정답] ④

[해설] 엘리베이터는 1분에 150m를 내려오므로

$$1$$
초에는  $\frac{150}{60}m$ , 즉,  $\frac{5}{2}m$ 를 내려온다.

x초 후 엘리베이터의 높이가 ym이므로

$$y = 100 - \frac{5}{2}x$$
가 성립한다.

엘리베이터가 지면에 도착하는 것은

y=0일 때로 이때 x=40이다.

따라서 40초가 걸린다.

### 24) [정답] ①

[해설] ① 주어진 그래프는 두 점 (100, 20), (0, 30)을 지나므로 y = ax + 30라 하면

$$a = \frac{30 - 20}{0 - 100} = -\frac{1}{10}$$

따라서 주어진 그래프의 식은  $y = -\frac{1}{10}x + 30$ 

# 25) [정답] ②

[해설] 땅 속 깊이가 1km에서 2km으로 깊어질 때, 지면의 온도는 45℃에서 75℃으로 30℃만큼 높아졌다.

따라서 땅 속 깊이가 xkm 깊어질 때, 지면의 온도는 30x °C 가 높아진다.

처음 지면의 온도를 b $\mathbb{C}$ 라 하고

지면으로의 깊이가 xkm인 곳의 온도를 y $\mathbb{C}$ 라 하면





y = 30x + b이때 땅속 깊이가 1km일 때 땅속의 온도가 45 $^{\circ}$ C이므 로 대입하면 45 = 30 + b, b = 15따라서 y = 30x + 15이제 x=5일 때,  $y=30\times 5+15=165$ 이므로 지면으로부터의 깊이가 5km일 때, 땅속의 온도는 165℃이다.



