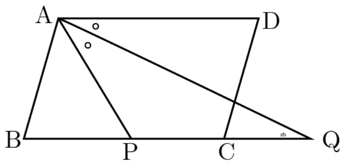
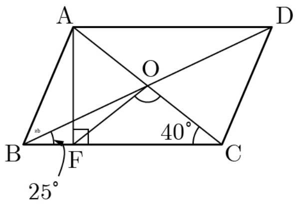
1. 평행사변형 $ABCD$ 에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{AD}=9$, $\overline{AC}=8$, $\overline{BD}=10$ 이다. 점 P 는 $\overline{BC}$ 위에서 움직이고 있는 점이고 $\angle PAD$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, 또는 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 P 가 B 부터 C 까지 움직일 때, 점 Q 가 움직인 거리는?



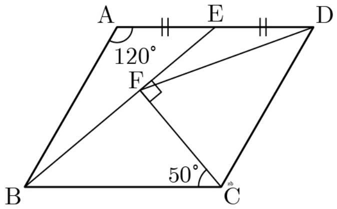
① 8 ② 12
③ 13 ④ 14
⑤ 17

2. 평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라 하고, 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\angle ACB=40^\circ$, $\angle DBC=25^\circ$ 일 때, $\angle FOC$ 의 크기는?



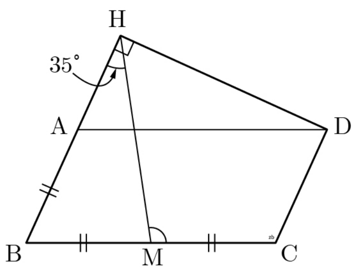
① 90° ② 95°
③ 100° ④ 105°
⑤ 110°

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 $\overline{AD}$의 중점이고, 점 F는 점 C에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발이다. $\angle A=120^\circ$, $\angle FCB=50^\circ$ 일 때, $\angle EFD$의 크기는?



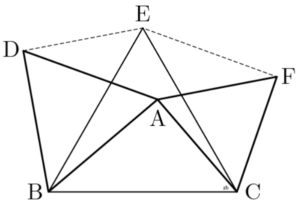
① 10° ② 15°
③ 20° ④ 25°
⑤ 30°

4. $\square ABCD$는 $\angle B$가 예각인 평행사변형이다. 점 D에서 변 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BC}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=\overline{BM}$이고, $\angle BHM=35^\circ$ 이다. 이 때, $\angle HMC$의 크기는?



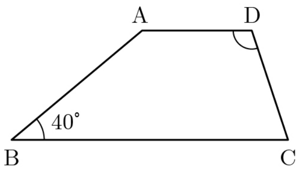
① 105° ② 110°
③ 115° ④ 120°
⑤ 125°

5. 그림에서 $\triangle ABD$, $\triangle ACF$, $\triangle BCE$가 $\triangle ABC$의 각 변을 한 변으로 하는 정삼각형이고, $\angle BAC=90^\circ$일 때, $\square DAFE$의 설명으로 옳지 않은 것은?



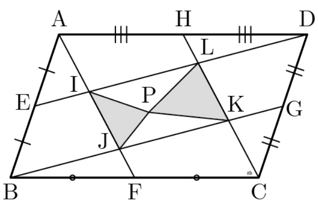
① $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$
② $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$
③ $\angle DEF=150^\circ$
④ $\overline{DA}//\overline{EF}$
⑤ $\overline{DE}=\overline{EF}$

6. 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 사다리꼴 $ABCD$에서 $\angle B=40^\circ$이고 $\overline{AB}+\overline{AD}=\overline{BC}$일 때, $\angle D$의 크기는?



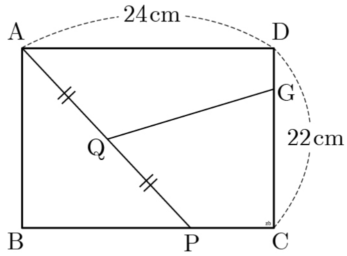
① 110°
② 115°
③ 120°
④ 125°
⑤ 130°

7. 그림에서 $\square ABCD$는 평행사변형이고 점 E, F, G, H는 각 변의 중점이다. $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DE}$로 둘러싸인 사각형 $IJKL$의 내부의 점이 P이고 $\triangle IPJ$의 넓이와 $\triangle LPK$의 넓이의 합이 20일 때, $\square IJKL$의 넓이로 알맞은 것은?



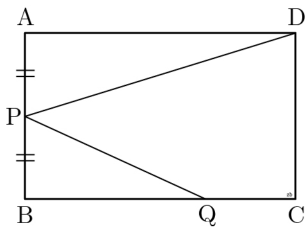
① 40
② 45
③ 50
④ 55
⑤ 60

8. 다음 그림과 같은 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{BP}:\overline{PC}=5:3$이고 점 Q는 $\overline{AP}$의 중점이다. $\overline{QG}$가 $\square APCD$의 넓이를 이등분하도록 점 G를 잡을 때, $\overline{DG}$의 길이는?



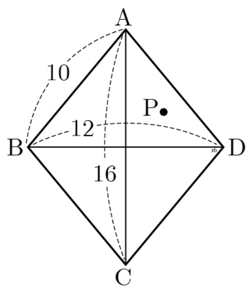
① $5\,\text{cm}$
② $6\,\text{cm}$
③ $7\,\text{cm}$
④ $8\,\text{cm}$
⑤ $9\,\text{cm}$

9. 직사각형 $ABCD$에서 점 P는 $\overline{AB}$의 중점이고, $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$, $\overline{BQ}:\overline{QC}=2:1$이다. 이때 $\angle ADP+\angle BQP$의 크기를 구하면?



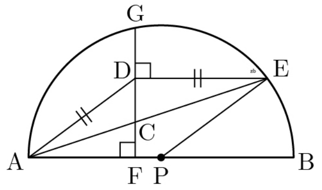
① 30°
② 45°
③ 60°
④ 75°
⑤ 90°

10. 한 변의 길이가 10인 마름모 $ABCD$의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{AC}=16$, $\overline{BD}=12$일 때, 점 P에서 마름모 $ABCD$의 네 변에 이르는 거리의 합은?



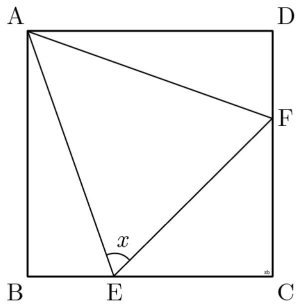
① $\dfrac{48}{5}$
② 12
③ 16
④ $\dfrac{96}{5}$
⑤ 20

11. 중심이 P이고 길이가 $20\,\text{cm}$인 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원에 대하여 그림과 같이 반원 위의 한 점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\overline{GF}$ 위의 점 C, D와 반원 위의 점 E가 $\overline{AD}=\overline{DE}$, $\angle GDE=90^\circ$, $\angle ADC:\angle ACD=1:2$일 때, 부채꼴 EPB의 넓이는?



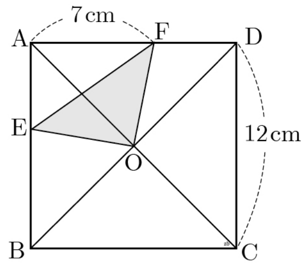
① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $5\pi\,\text{cm}^2$
③ $6\pi\,\text{cm}^2$ ④ $8\pi\,\text{cm}^2$
⑤ $10\pi\,\text{cm}^2$

12. 정사각형 $ABCD$에서 $\angle BAE=22^\circ$, $\angle DAF=23^\circ$일 때, $\angle AEF$의 크기는?



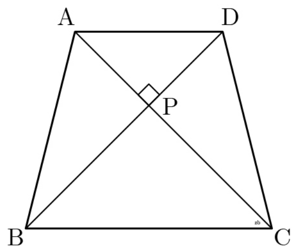
① 67° ② 68°
③ 69° ④ 70°
⑤ 71°

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 $12\,\text{cm}$인 정사각형 $ABCD$에서 $\angle EOF=90^\circ$이고, $\overline{AF}=7\,\text{cm}$일 때, $\triangle EOF$의 넓이는? (단, 점 O는 두 대각선 AC와 BD의 교점이다.)



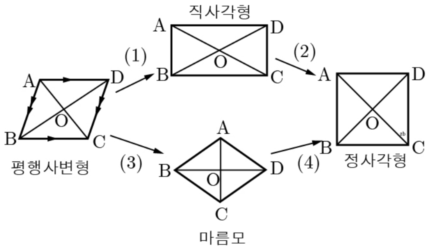
① $18\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{37}{2}\,\text{cm}^2$
③ $19\,\text{cm}^2$ ④ $\dfrac{39}{2}\,\text{cm}^2$
⑤ $20\,\text{cm}^2$

14. $\square ABCD$는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD}=3\,\text{cm}$, $\overline{BC}=5\,\text{cm}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



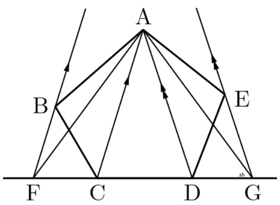
① $15\,\text{cm}^2$ ② $16\,\text{cm}^2$
③ $18\,\text{cm}^2$ ④ $20\,\text{cm}^2$
⑤ $22\,\text{cm}^2$

15. 그림에서 (1), (2), (3), (4) 에 들어갈 조건으로 알맞은 것은?



	(1)	(2)	(3)	(4)
①	$\overline{AB}//\overline{CD}$	$\overline{AC}=\overline{BD}$	$\overline{AC}\perp\overline{BD}$	$\overline{AB}=\overline{AD}$
②	$\angle A=\angle B$	$\overline{AB}=\overline{AD}$	$\overline{AB}=\overline{AD}$	$\overline{AC}\perp\overline{BD}$
③	$\angle A=90^\circ$	$\overline{AC}\perp\overline{BD}$	$\overline{AC}=\overline{BD}$	$\overline{AB}=\overline{AD}$
④	$\overline{AC}=\overline{BD}$	$\overline{AB}=\overline{AD}$	$\overline{AB}=\overline{AD}$	$\angle A=90^\circ$
⑤	$\angle B=90^\circ$	$\overline{AC}\perp\overline{BD}$	$\overline{AC}=\overline{BD}$	$\overline{AC}\perp\overline{BD}$

16. 다음 그림과 같이 한 변이 직선 CD 위에 놓인 오각형 $ABCDE$가 있다. 점 B, E를 각각 지나고 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 각각 F, G라 할 때 다음 중 옳지 않은 것은?

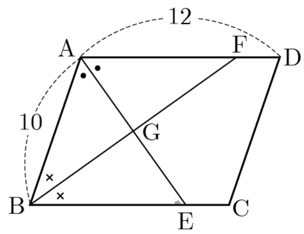


① $\triangle ABC=\triangle AFC$　② $\square ACDE=\triangle ACG$

③ $\triangle ADE=\triangle ADG$　④ $\triangle AFC=\triangle ADG$

⑤ $\square ABCD=\triangle AFD$

17. 다음과 같이 $\overline{AB}=10$, $\overline{AD}=12$ 인 평행사변형 $ABCD$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 E, $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라고 하자. $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라고 할 때, 오각형 $GECDF$ 와 삼각형 AGF 의 넓이의 비는?

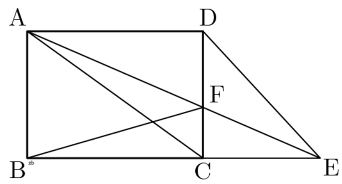


① $3:2$　② $6:5$

③ $8:5$　④ $9:5$

⑤ $11:6$

18. 그림과 같은 직사각형 $ABCD$의 한 변 DC 위에 $\overline{DF}:\overline{FC}=3:2$가 되도록 점 F를 잡고, $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 하자. $\square ABCD$의 넓이가 $150\,\text{cm}^2$이라 할 때, $\triangle CFE$의 넓이는?

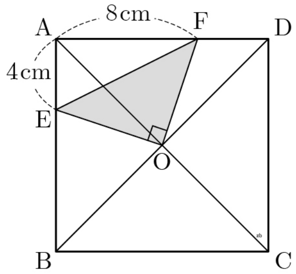


① $18\,\text{cm}^2$　② $20\,\text{cm}^2$

③ $25\,\text{cm}^2$　④ $27\,\text{cm}^2$

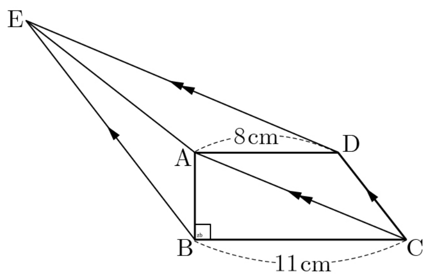
⑤ $30\,\text{cm}^2$

19. 그림의 정사각형 $ABCD$에서 $\angle EOF = 90^\circ$, $\overline{AF} = 8\,\text{cm}$일 때, $\angle EOF = 90^\circ$인 직각삼각형 EOF의 넓이는? (단, 점 O는 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점이다.)



① $20\,\text{cm}^2$　② $24\,\text{cm}^2$
③ $28\,\text{cm}^2$　④ $32\,\text{cm}^2$
⑤ $36\,\text{cm}^2$

20. 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$이고 $\angle B = 90^\circ$인 사다리꼴 $ABCD$에서 점 B를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선과 점 D를 지나고 $\overline{AC}$에 평행한 직선이 만나는 점을 E라 하자. $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 11\,\text{cm}$이고, $\triangle ACD = 20\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle EAD$의 넓이는?

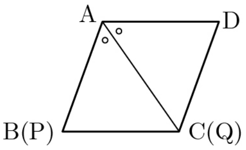


① $25\,\text{cm}^2$　② $\frac{55}{2}\,\text{cm}^2$
③ $30\,\text{cm}^2$　④ $\frac{65}{2}\,\text{cm}^2$
⑤ $35\,\text{cm}^2$

정답 및 해설

1) 정답 ②

THE 깊은 해설

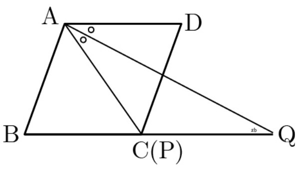


$\overline{BQ}$의 길이가 최소일 때는 위의 그림과 같고

이때 $\overline{BQ}$의 길이는 $\angle DAQ=\angle AQB$(엇각)이므로 $\angle BAQ=\angle AQB$이다.

즉, $\triangle ABQ$는 $\overline{BQ}=\overline{BA}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BQ}=5$

단서 이등변삼각형의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구하자



$\overline{BQ}$의 길이가 최대일 때는 위의 그림과 같고

이때 $\overline{BQ}$의 길이는 $\angle DAQ=\angle AQB$(엇각)이므로 $\angle CAQ=\angle CQA$, 즉 $\triangle CAQ$는 $\overline{CA}=\overline{CQ}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BQ}=\overline{BC}+\overline{CQ}=9+8=17(cm)$

따라서 점 Q가 움직이는 거리는 5부터 17까지로 12이다.

오답 point

점 Q가 움직이는 거리를 최소와 최대일 때를 이용하여 구할 수 있다.

2) 정답 ③

THE 깊은 해설

$\triangle AFC$는 직각삼각형이고 $\overline{AO}=\overline{OC}$이므로 점 O는 $\triangle AFC$의 빗변의 중점이다.

단서 직각삼각형의 빗변의 중점을 이용하자

따라서 점 O는 $\triangle AFC$의 외심이 되므로

$\overline{OA}=\overline{OF}=\overline{OC}$이고

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용할 수 있다.

$\triangle OFC$는 $\overline{OF}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCF=\angle OFC=40^\circ$

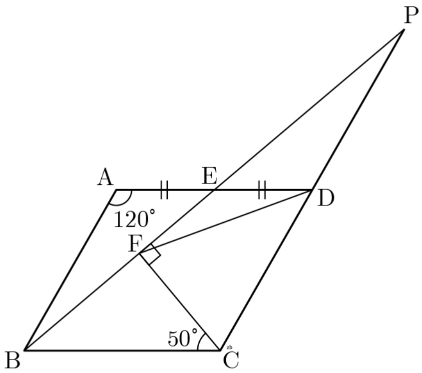
$\therefore \angle FOC=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

오답 파헤치기

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이다.

3) 정답 ③

THE 깊은 해설



$\overline{BE}$와 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 P라 하면

주의 연장선을 그어 직각삼각형을 만들자

$\triangle ABE$와 $\triangle DPE$에서

$\overline{AE}=\overline{DE}$, $\angle BAE=\angle PDE$(엇각),

$\angle AEB=\angle DEP$(맞꼭지각)이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle DPE(ASA$합동)

$\therefore \overline{AB}=\overline{DP}$

$\triangle PFC$에서 $\angle PCF=120^\circ-50^\circ=70^\circ$

$\overline{PD}=\overline{CD}$이므로 점 P는 $\triangle PFC$의 외심이다.

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용할 수 있다.

즉, $\overline{DF}=\overline{DC}$이므로 $\angle DFC=\angle DCF=70^\circ$

$\therefore \angle EFD=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

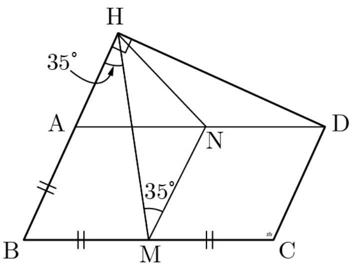
오답 파헤치기

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

4) 정답 ①

THE 깊은 해설



$\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{AN}=\overline{DN}$

$\square ABMN$은 $\overline{AN}//\overline{BM}$, $\overline{AN}=\overline{BM}$이므로 평행사변형이므로 $\overline{AB}//\overline{NM}$, $\overline{AN}=\overline{NM}$이다.

단서 평행사변형을 찾아 성질을 이용하자

따라서 $\angle HMN=\angle BHM=35^\circ$ (엇각)

한편, $\triangle ADH$는 직각삼각형이므로 점 N은 외심이다.

$\therefore \overline{AN}=\overline{HN}$

따라서 $\overline{NH}=\overline{NM}$이므로 $\angle NHM=\angle NMH=35^\circ$

$\therefore \angle HAN=\angle AHN=70^\circ$

오답 point

길이가 같은 선분을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있다.

또한, $\overline{AB}//\overline{NM}$이므로 $\angle HAN=\angle NMC=70^\circ$

$\therefore \angle HMC=\angle HMN+\angle NMC=35^\circ+70^\circ=105^\circ$

5) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

$\triangle DBE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$

$\angle DBE=60^\circ-\angle EBA$,

$\angle ABC=60^\circ-\angle EBA$이므로

$\angle DBE=\angle ABC$

$\therefore \triangle DBE\equiv\triangle ABC$ (SAS합동)

또, $\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서

$\overline{BC}=\overline{EC}$, $\overline{AC}=\overline{FC}$

$\angle ACB=60^\circ-\angle ECA$,

$\angle FCE=60^\circ-\angle ECA$이므로

$\angle ACB=\angle FCE$

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle FEC$ (SAS합동)

따라서 $\square DAFE$에서

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{AB}=\overline{FE}$, $\overline{AF}=\overline{AC}=\overline{DE}$,

단서 합동을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾자

즉, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

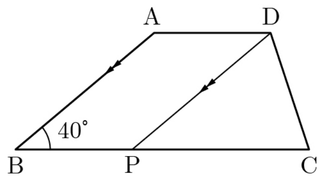
오답 point

두 쌍의 선분을 이용하여 평행사변형임을 확인할 수 있다.

하지만 마름모인지 알 수 없으므로 $\overline{DE}\neq\overline{EF}$

6) 정답 ①

THE 깊은 해설



점 D에서 $\overline{AB}$에 평행한 선분을 긋고

단서 평행한 선분을 그어 평행사변형을 만들자

$\overline{BC}$와 만나는 점을 P라 하자.

$\square ABPD$는 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\overline{BP}$, $\overline{AB}=\overline{DP}$

그런데 $\overline{AB}+\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$\overline{DP}+\overline{BP}=\overline{BP}+\overline{CP}$

$\therefore \overline{DP}=\overline{CP}$

$\triangle DPC$는 이등변삼각형이다.

오답 point

평행사변형의 성질을 이용하여 이등변삼각형임을 확인할 수 있다.

$\angle DPC=\angle ABP=40^\circ$ (동위각)

$\angle PDC=\dfrac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$, $\angle ADP=\angle ABC=40^\circ$

$\therefore \angle D=40^\circ+70^\circ=110^\circ$

7) 정답 ①

THE 깊은 해설

$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\overline{AH}=\overline{DH}=\overline{BF}=\overline{CF}$, $\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{CG}=\overline{DG}$

$\square AFCH$에서 $\overline{AH}=\overline{CF}$, $\overline{AH}//\overline{CF}$,

즉, 한 쌍이 대변이 평행하고

그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore \overline{IJ}//\overline{LK}$ ⋯㉠

마찬가지로 $\square BGDE$에서 $\overline{BE}=\overline{DG}$, $\overline{BE}//\overline{DG}$,

단서 한 쌍의 선분을 이용하여 평행사변형임을 확인하자

즉, 한 쌍의 대변이 평행하고

그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore \overline{IL}//\overline{JK}$ ⋯㉡

㉠, ㉡에 의해 $\square IJKL$은

두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

$\therefore \square IJKL=2(\triangle IPJ+\triangle LPK)=2\times20=40$

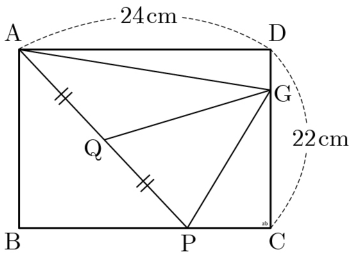
오답 point

평행사변형의 성질을 이용하여 원하는 부분의 넓이를 구할 수 있다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

8) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{AQ}=\overline{PQ}$이므로 $\triangle AQG=\triangle QGP$

$\overline{GQ}$가 $\square APCD$의 넓이를 이등분하므로

$\square AQGD=\square CGQP$

단서 선분이 사각형을 이등분함을 이용하여 넓이가 같은 사각형을 찾자

이때, $\square AQGD=\triangle AQG+\triangle AGD$

$\square CGQP=\triangle QGP+\triangle GPC$이므로

$\triangle AQG=\triangle GPC$

$\overline{DG}=x$라 하면 $\overline{CG}=22-x$

$\overline{BP}:\overline{PC}=5:3$에서 $\overline{CP}=\frac{3}{8}\overline{AD}=\frac{3}{8}\times 24=9(\text{cm})$

$\triangle AGD=\frac{1}{2}\times 24\times x=12x$

오답 point

선분을 x로 표현하고 이를 이용하여 삼각형의 넓이를 표현할 수 있다.

이때, $\triangle AGD=\triangle GPC$이므로

$12x=99-\frac{9}{2}x$에서 $\frac{33}{2}x=99$

$\therefore x=6(\text{cm})$

9) 정답 ②

THE 깊은 해설

$\triangle PBQ$와 $\triangle QCD$에서

$\overline{PB}=\overline{QC}$, $\angle PBQ=\angle QCD=90^\circ$

$\overline{BQ}=\overline{CD}$이므로

$\triangle PBQ\equiv\triangle QCD(SAS$ 합동)

오답 point

$\overline{QD}$를 그어 합동인 삼각형을 찾을 수 있다.

따라서 $\overline{PQ}=\overline{QD}$, $\angle PQB=\angle QDC$,

$\angle BPQ=\angle CQD$

$\angle PQD=180^\circ-(\angle PQB+\angle CQD)$

$=180^\circ-(\angle PQB+\angle BPQ)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\overline{PQ}=\overline{QD}$이므로 $\angle PDQ=45^\circ$

주의 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구하자

$\angle ADP+\angle BQP=\angle ADP+\angle QDC$

$=90^\circ-\angle PDQ=45^\circ$

10) 정답 ④

THE 깊은 해설

마름모 $ABCD$에서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{BC}//\overline{DA}$이다.

점 P에서 마름모 $ABCD$의 네 변에 이르는 거리는 점 P에서 마름모 $ABCD$의 네 변에 내린 수선의 길이와 동일하다.

단서 점 P에서 네 변에 이르는 거리가 네 변에 내린 수선의 길이가 동일함을 이용하자

이는 마름모의 두 대각선의 교점을 O라고 했을 때 직각삼각형 ABO의 높이의 네 배와 같다.

직각삼각형 ABO의 높이를 h라고 할 때

$\frac{1}{2}\times 10\times h=\frac{1}{2}\times 6\times 8$이므로 $h=\frac{24}{5}$이다.

오답 point

직각삼각형의 넓이를 이용하여 높이의 길이를 구할 수 있다.

그러므로 점 P에서 마름모 $ABCD$의 네 변에 이르는 거리는 $\frac{96}{5}$이다.

11) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

$\angle GDE=\angle AFD=90^\circ$이므로 $\overline{DE}//\overline{AP}$

$\angle DEA=\angle PAE$, $\overline{AD}=\overline{ED}$이므로

$\angle PEA=\angle PAE$

즉, $\triangle ADE\equiv\triangle EPA(ASA$합동)

$\therefore\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{AP}=\overline{PE}=10\text{cm}$

따라서 $\square APED$는 마름모이다.

오답 point

합동을 이용하여 $\square APED$가 마름모임을 확인할 수 있다.

$\angle DAE=\angle PAE=a$, $\angle ADC=b$, $\angle ACD=2b$라 하면

$\triangle ADC$에서 $a+b+2b=180^\circ$이므로

$\therefore a+3b=180 \quad\cdots ㉠$

$\triangle ADF$에서 $\angle DAF+\angle ADF=90^\circ$이므로

$2a+b=90^\circ \quad\cdots ㉡$

단서 삼각형의 내각의 합을 이용하여 각의 크기를 구하자

㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $a=18^\circ$, $b=54^\circ$

이때, $\triangle APE$에서

$\angle EPB=\angle PAE+\angle AEP=2a=36^\circ$이므로

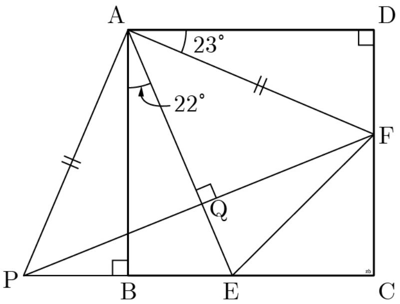
부채꼴 EPB의 넓이는

$\pi\times 10^2\times\frac{36^\circ}{360^\circ}=10\pi(\text{cm}^2)$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

12) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{BC}$의 연장선 위에 $\triangle ADF$와 합동인 삼각형이 되도록 점 P를 잡으면

오답 point

연장선 위에 점 P를 잡아 합동인 삼각형을 만들 수 있다.

$\overline{AP}=\overline{AF}$, $\angle PAE=\angle FAE=45°$ 이므로

$\angle AQP=90°$, $\overline{PQ}=\overline{FQ}$

$\triangle PQE$와 $\triangle FQE$에서

$\overline{PQ}=\overline{FQ}$, $\angle PQE=\angle FQE=90°$, $\overline{QE}$는 공통이므로

$\triangle PQE\equiv\triangle FQE(SAS$ 합동)

단서 합동을 이용하여 각의 크기를 구하자

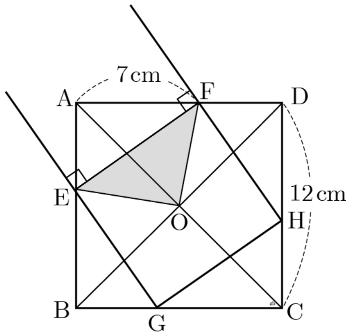
즉, $\angle PEQ=\angle FEQ$

그런데 $\overline{AD}//\overline{BE}$이므로 $\angle PEQ=\angle DAE=68°$

$\therefore \angle x=68°$

13) 정답 ②

THE 깊은 해설



점 E와 점 F를 지나고 $\overline{EF}$에 수직인 직선을 그렸을 때 $\overline{BC}$와 $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 점 G, H라 하자.

$\triangle EAF\equiv\triangle GBE\equiv\triangle HCG\equiv\triangle FDH$이므로

근거 합동을 이용하여 어떤 사각형인지 확인할 수 있기 때문이다.

$\square EGHF$는 정사각형이다.

오답 point

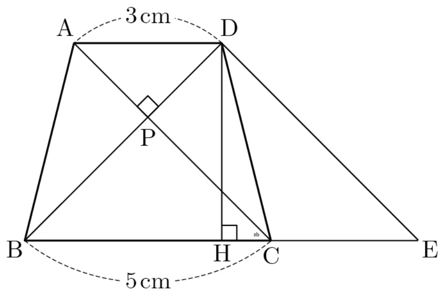
합동을 이용하여 정사각형임을 확인할 수 있다.

$\triangle EOF$의 넓이는 $\square EGHF$ 넓이의 $\frac{1}{4}$이다. $\square EGHF$의 넓이는 $12\times12-4\times\left(\frac{1}{2}\times5\times7\right)=74\,cm^2$이다. 그러므로 $\triangle EOF$의 넓이는 $\frac{37}{2}cm^2$이다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

14) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{BC}$의 연장선 위에 $\overline{AC}//\overline{DE}$인 점 E를 잡으면

오답 point

연장선을 그어 평행사변형을 찾을 수 있다.

$\square ACED$는 $\overline{AD}//\overline{CE}$, $\overline{AC}//\overline{DE}$인 평행사변형이다.

즉, $\overline{AD}=\overline{CE}=3\text{cm}$

$\overline{AC}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 $\overline{BD}=\overline{DE}$

$\triangle DBE$는 이등변삼각형이고,

$\overline{BH}=\overline{EH}=\dfrac{1}{2}\overline{BE}=4\text{cm}$

$\angle ABC=\angle DCB$, $\triangle ABD\equiv\triangle DCA$($SAS$합동)이므로

$\angle ABD=\angle DCA$

따라서 $\angle DBC=\angle ACB=45^\circ$

$\triangle DBH$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DH}=\overline{BH}=4\text{cm}$ 이다.

주의 합동을 이용하여 $\triangle DBH$가 무슨 삼각형인지 확인하자

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(3+5)\times4=16(\text{cm}^2)$

15) 정답 ④

THE 깊은 해설

(1) 평행사변형이 직사각형이 되는 조건

- 두 대각선의 길이가 같다 $\overline{AC}=\overline{BD}$

- 한 내각이 직각이다 $\angle A=90^\circ$

(2) 직사각형이 정사각형이 되는 조건

- 두 대각선은 서로 수직이다. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

- 이웃하는 두 변의 길이가 같다. $\overline{AB}=\overline{AD}$

(3) 평행사변형이 마름모가 되는 조건

- 이웃하는 두 변의 길이가 같다. $\overline{AB}=\overline{AD}$

- 두 대각선은 서로 수직이다. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

(4) 마름모가 정사각형이 되는 조건

- 한 내각이 직각이다. $\angle A=90^\circ$

- 두 대각선의 길이가 같다. $\overline{AC}=\overline{BD}$

근거 각 사각형의 조건들을 확인했기 때문이다.

따라서 (1), (2), (3), (4)에 들어갈 조건으로 알맞은 것은 ④번이다.

오답 point

조건들이 제대로 들어갔는지 확인하여 선지를 고를 수 있다.

16) 정답 ④

THE 깊은 해설

①, ⑤ $\overline{BF}//\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC=\triangle AFC$

따라서 $\square ACDE=\triangle ACG$

오답 point

사각형을 넓이가 같은 삼각형으로 표현할 수 있다.

②, ③ $\overline{AD}//\overline{EG}$이므로 $\triangle ADE=\triangle ADG$

단서 평행선 사이에서 넓이가 같은 삼각형을 찾자

따라서 $\square ACDE=\triangle ACG$

그러므로 옳지 않은 것은 ④이다.

오답 파헤치기

평행선 사이에서 밑변이 공통이면 삼각형끼리 넓이가 같다.

17) 정답 ④

THE 깊은 해설

$\angle FAE=\angle BEA$이므로 $\overline{BE}=\overline{AB}=10$

$\angle AFG=\angle EBG$이므로 $\overline{AF}=\overline{AB}=10$

근거 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같기 때문이다.

즉, $\overline{DF}=\overline{CE}=2$

$\square ABCD$의 높이를 k라 하면

오답 point

높이를 k로 표현하여 다른 도형의 넓이를 이것으로 나타낼 수 있다.

$\triangle AGF=\triangle GEF=\dfrac{1}{4}\square ABEF=\dfrac{1}{4}\times10k=\dfrac{5}{2}k$

$\square FECD=2k$이므로

오각형 $GECDF$와 삼각형 AGF의 넓이의 비는

$\dfrac{5}{2}k+2k:\dfrac{5}{2}k=9:5$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

18) 정답 ②

THE 깊은 해설

$\triangle ACD$에서 $\overline{DF}:\overline{FC}=3:2$이므로

$\triangle ADF:\triangle AFC=3:2$

단서 선분의 길이의 비를 이용하여 삼각형의 넓이의 비를 구하자

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 150=75(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFC=\frac{2}{5}\triangle ACD=\frac{2}{5}\times 75=30(\text{cm}^2)$

한편, $\triangle ADC=\triangle ADE$이므로

$\triangle ACF=\triangle DEF=30\text{cm}^2$

오답 point

평행선 사이에서 넓이가 같은 삼각형을 찾을 수 있다.

$\triangle DCE$에서 $\overline{DF}:\overline{FC}=3:2$이므로

$\triangle DFE:\triangle CFE=3:2$

$3:2=30:\triangle CFE,\ 3\triangle CFE=60$

$\therefore \triangle CFE=20(\text{cm}^2)$

19) 정답 ①

THE 깊은 해설

$\triangle AOE$와 $\triangle DOF$에서

$\overline{OA}=\overline{OD},\ \angle EAO=\angle FDO=45^\circ,$

$\angle AOE=90^\circ-\angle FOA=\angle DOF$이므로

$\triangle AOE\equiv\triangle DOF(ASA$합동)

단서 합동인 삼각형을 찾아 길이가 같은 선분을 찾자

$\therefore \overline{AE}=\overline{DF}=4(\text{cm})$

$\triangle AOD$에서 $\overline{AF}:\overline{DF}=8:4=2:1$이므로

$\triangle DOF=\frac{1}{3}\triangle AOD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times 12^2=12(\text{cm}^2)$

$\triangle ABO$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=4:8=1:2$이므로

$\triangle BOE=\frac{2}{3}\triangle ABO=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 12^2=24(\text{cm}^2)$

$\triangle EOF$

$=\triangle AOB+\triangle AOD-(\triangle BOE+\triangle AEF+\triangle DOF)$

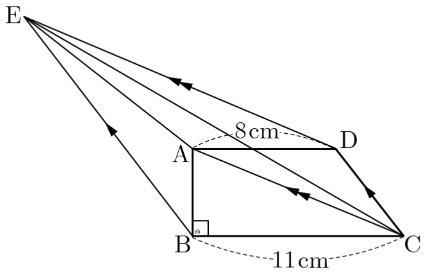
$=\frac{1}{2}\times 12^2-(24+16+12)=20(\text{cm}^2)$

오답 point

$\triangle EOF$의 넓이를 여러 가지 삼각형을 이용하여 넓이를 구할 수 있다.

20) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\triangle ACD=\triangle ABD=20\,cm^2$

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=5cm$

단서 삼각형의 넓이를 이용하여 선분의 길이를 구하자

그러므로 $\triangle DBC=\frac{1}{2}\times 11\times 5=\frac{55}{2}cm^2$

$\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle DEC=\triangle DBC=\frac{55}{2}cm^2$이고

$\overline{ED}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로 $\triangle ACE=\triangle ACD=20\,cm^2$

오답 point

평행선 사이에서 넓이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

$\therefore \triangle EAD=\triangle ACE+\triangle DEC-\triangle ACD=\frac{55}{2}cm^2$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121