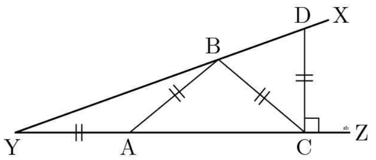
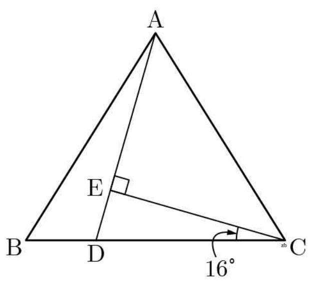
1. 선분 $\overline{YA}=\overline{AB}=\overline{BC}\cdots\overline{NO}=\cdots$가 되도록 점 A, B, C, $\cdots$, N, O, $\cdots$를 $\overrightarrow{YX}$, $\overrightarrow{YZ}$ 위에 잡는다. 그림과 같이 $\overline{CD}$가 $\overrightarrow{YZ}$에 수직일 때의 $\angle XYZ$의 크기를 a라 한다. 또한, $\overline{NO}$가 $\overrightarrow{YX}$에 수직일 때의 $\angle XYZ$의 크기를 b라 할 때, $a-b$의 값은? (단, $\overline{YA}$를 첫 번째 선분이라고 할 때, $\overline{NO}$는 15번째 선분이다.)



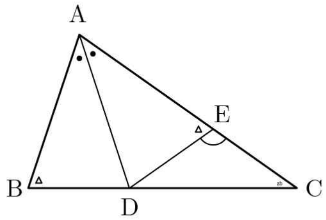
① 15°　② 15.5°
③ 16°　④ 16.5°
⑤ 17°

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle BAD:\angle CAD=1:3$, $\overline{AD}\perp\overline{CE}$이다. $\angle DCE=16^\circ$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



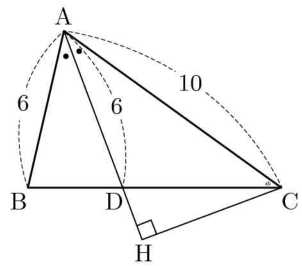
① 64°　② 66°
③ 68°　④ 70°
⑤ 72°

3. $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. $\angle\mathrm{A}$의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$와의 교점을 D라 하고, 점 D에서 $\angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{AED}$이 되도록 선을 그어 $\overline{\mathrm{AC}}$와 교점을 E라 한다. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$일 때, 옳지 않은 것은?



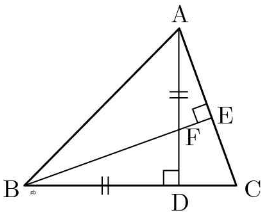
① $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AE}}$　② $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{DC}}$
③ $\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AC}}$　④ $\angle\mathrm{DEC}=4\times\angle\mathrm{BAD}$
⑤ $\angle\mathrm{ADC}=\frac{3}{2}\times\angle\mathrm{ABD}$

4. 그림과 같이 $\triangle ABC$의 한 꼭짓점 C에서 $\angle A$의 이등분선의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}=\overline{AD}=6$이고 $\overline{AC}=10$일 때, $\overline{AH}$의 길이는?



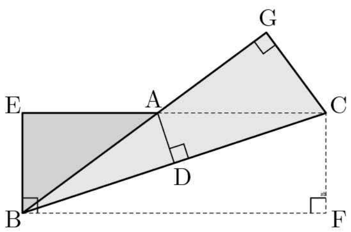
① 7　② 7.5
③ 8　④ 8.5
⑤ 9

5. $\triangle ABC$에서 $\angle ABF=\angle DBF$, $\overline{AD}=\overline{BD}$, $\overline{AE}=3$, $\angle ADB=\angle AEB=90^\circ$ 일 때, $\overline{BF}$의 길이는?



① 6 ② 7
③ 8 ④ 9
⑤ 10

6. 폭이 일정한 종이 띠 $EBFC$를 그림과 같이 $\overline{BC}$를 접는 선으로 접었을 때, $\overline{EC}$와 $\overline{BG}$가 만나는 점을 A, A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

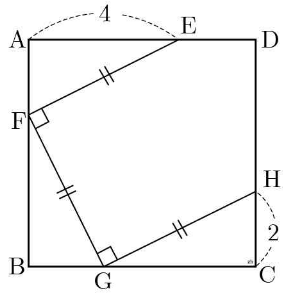


<보기>

ㄱ. $\overline{BD}=\overline{DC}$
ㄴ. $\angle ABD=\angle GAC$
ㄷ. $\angle DCG=\angle DAC$
ㄹ. $\angle GAC=2\angle ACD$

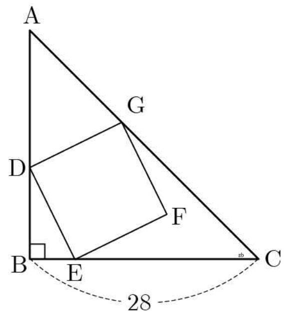
① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄴ, ㄹ ④ ㄱ, ㄷ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

7. 정사각형 $ABCD$에서 $\overline{AE}=4$, $\overline{CH}=2$ 이고 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$ 일 때, 오각형 $EFGHD$의 넓이는?



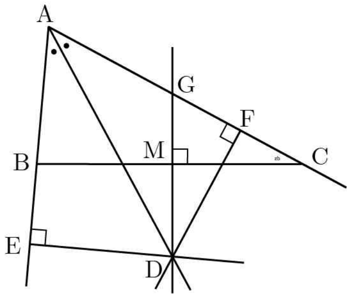
① 12 ② 16
③ 20 ④ 24
⑤ 30

8. $\angle B=90^\circ$ 이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 직각이등변삼각형 ABC에서 사각형 $DEFG$는 정사각형, $\overline{DB}+\overline{BE}=16$, $\overline{BC}=28$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



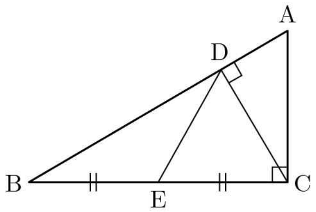
① 23 ② 24
③ 25 ④ 26
⑤ 27

9. **다음 그림과 같은 삼각형** ABC**에서** $\overline{\mathrm{BC}}$**의 중점을** M**이라 하고,** $\overline{\mathrm{BC}}$**의 수직이등분선과** $\angle \mathrm{A}$**의 이등분선의 교점을** D**라 하고,** D**에서 직선** AB**, 직선** AC**에 내린 수선의 발을 각각 점** E**,** F**라 하자. 점** G**는 직선** MD**와** $\overline{\mathrm{AC}}$**의 교점이고** $\overline{\mathrm{AB}}=5$**,** $\overline{\mathrm{AC}}=12$**,** $\overline{\mathrm{GF}}=3$**일 때,** $\overline{\mathrm{BE}}$**의 길이를 구하면?**



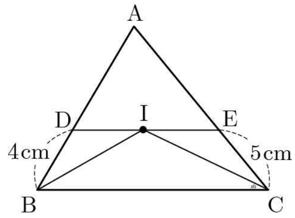
① 3 ② 3.5
③ 4 ④ 4.5
⑤ 5

10. $\angle C=90^\circ$ **인 직각삼각형** ABC**의 꼭짓점** C**에서** $\overline{AB}$**에 내린 수선의 발을** D**,** $\overline{BC}$**의 중점을** E**라고 할 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)**



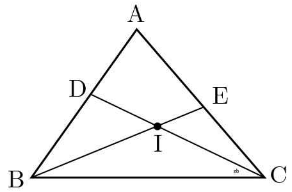
① $\angle CDE=90^\circ-\angle ACD$
② $\angle ACD=\angle BDE$
③ $\angle DCE=\angle DEC$
④ $\angle CAD=\angle DEC$
⑤ $\angle DEB=2\angle CAD$

11. **다음 그림과 같이** $\triangle ABC$**의 내심** I**를 지나면서 변** BC**와 평행한 선분** DE**를 그렸더니,** $\overline{BD}=4\text{cm}$**,** $\overline{CE}=5\,\text{cm}$**이고,** $\overline{DE}$**의 길이는** $\overline{BC}$**의 길이의** $\frac{3}{4}$**배이다.** $\triangle ADE$**의 둘레의 길이가** $24\,\text{cm}$**라 할 때,** $\triangle ABC$**의 둘레의 길이는?**



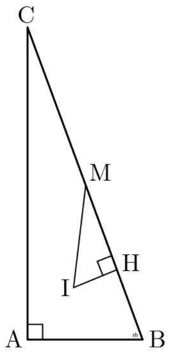
① 30 cm ② 32 cm
③ 36 cm ④ 38 cm
⑤ 40 cm

12. **그림에서 점** I**는** $\triangle ABC$**의 내심이고,** $\overline{CI}$**의 연장선과** $\overline{AB}$**의 교점을** D**,** $\overline{BI}$**의 연장선과** $\overline{AC}$**의 교점을** E**라고 하자.** $\angle BDC+\angle BEC=159^\circ$ **일 때,** $\angle A$**의 크기를 구하면?**



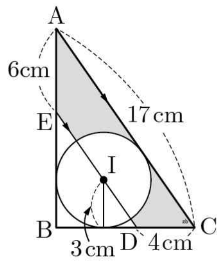
① 44° ② 46°
③ 48° ④ 50°
⑤ 52°

13. $\overline{AB}=7$, $\overline{AC}=24$, $\overline{BC}=25$인 직각삼각형 ABC의 내심을 I라 하자. 점 I에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H, 변 BC의 중점을 M이라 할 때, 삼각형 IHM의 넓이는?



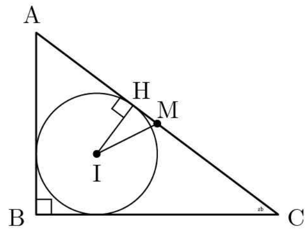
① $\frac{33}{4}$
② 9
③ $\frac{39}{4}$
④ 12
⑤ $\frac{51}{4}$

14. 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{ED}//\overline{AC}$이다. $\overline{AC}=17\,\text{cm}$, $\overline{AE}=6\,\text{cm}$, $\overline{DC}=4\,\text{cm}$이고 내접원 I의 반지름의 길이가 $3\,\text{cm}$일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



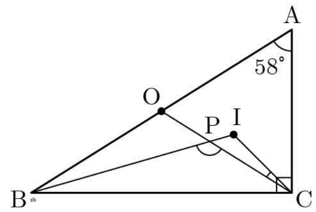
① $(81-9\pi)\,\text{cm}^2$
② $\left(\frac{81}{2}-9\pi\right)\text{cm}^2$
③ $\left(\frac{27-9\pi}{2}\right)\text{cm}^2$
④ $\left(\frac{81-9\pi}{2}\right)\text{cm}^2$
⑤ $\left(\frac{81}{4}-\frac{9}{2}\pi\right)\text{cm}^2$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=10$, $\overline{BC}=8$인 직각삼각형 ABC의 내심을 I라 하자. 점 I에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H, 변 AC의 중점을 M이라 할 때, $\triangle IHM$의 넓이는?



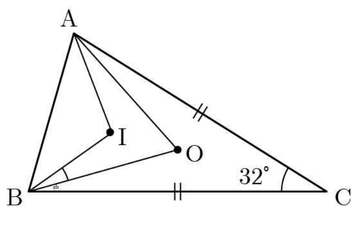
① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

16. 다음 그림은 $\angle C=90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 점 O는 외심, 점 I는 내심이다. 점 P는 $\overline{OC}$와 $\overline{BI}$의 교점이고 $\angle A=58^{\circ}$일 때, $\angle BPC+\angle ICP$의 크기는?



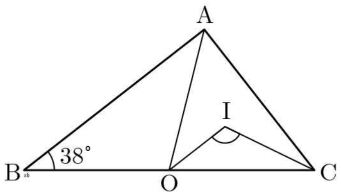
① 129°
② 132°
③ 140°
④ 145°
⑤ 148°

17. 그림에서 두 점 O, I는 각각 $\overline{\text{AC}}=\overline{\text{BC}}$인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심이다. $\angle\text{C}=32^{\circ}$일 때, $\frac{2}{3}\angle\text{IBO}$의 크기는?



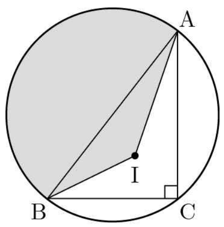
① 10°
② 11°
③ 12°
④ 13°
⑤ 14°

18. 다음 그림과 같이 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 점 I는 $\triangle AOC$의 내심이다. $\angle B=38^\circ$일 때, $\angle OIC$의 크기는?



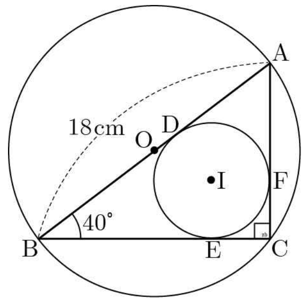
① 76° ② 104° ③ 116° ④ 128° ⑤ 152°

19. $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이고 그림과 같이 원이 외접하고 있다. $\overline{AB}=10\,\text{cm}$, $\overline{BC}=6\,\text{cm}$, $\overline{AC}=8\,\text{cm}$일 때, 빗금 친 부분의 넓이는?



① $\left(\frac{25}{2}\pi+10\right)\text{cm}^2$ ② $\left(\frac{25}{2}\pi+16\right)\text{cm}^2$ ③ $\left(\frac{25}{2}\pi+20\right)\text{cm}^2$ ④ $(25\pi+10)\,\text{cm}^2$ ⑤ $(25\pi+20)\,\text{cm}^2$

20. 두 점 I, O는 각각 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 내접원과 외접원의 중심이고, 세 점 D, E, F는 각각 $\triangle ABC$의 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. $\angle B=40^\circ$이고, $\overline{AB}=18\,\text{cm}$, $\overline{BC}+\overline{AC}=24\,\text{cm}$일 때, $\widehat{AC}-\widehat{DF}$의 길이는?



① $\frac{1}{6}\pi\,\text{cm}$ ② $\frac{1}{3}\pi\,\text{cm}$ ③ $\frac{5}{6}\pi\,\text{cm}$ ④ $\frac{4}{3}\pi\,\text{cm}$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi\,\text{cm}$

정답 및 해설

1) 정답 ④

THE 깊은 해설

$\triangle ABY$에서 $\angle BAC=2a$

$\overline{BA}=\overline{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle BAC=2a$

이때, $\overline{AB}$는 2번째 선분이다.

단서 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각을 표현하자.

$\triangle BYC$에서 $\angle CBD=3a$

$\overline{CB}=\overline{CD}$이므로 $\angle CDB=\angle CBD=3a$

이때, $\overline{BC}$는 3번째 선분이다.

$\triangle DYC$에서 $\angle DCZ=a+3a=90^\circ$

$4a=90^\circ$ $\therefore a=22.5^\circ$

이때, $\overline{CD}$는 4번째 선분이다.

같은 방법을 쓰면 $\overline{NO}$는 15번째 선분이므로

오답 point

앞에서 구한 규칙을 잘 이용하여 몇 번째 선분인지, 각도가 몇 도인지 구할 수 있다.

$15b=90^\circ$ $\therefore b=6$

$\therefore a-b=22.5-6=16.5^\circ$

2) 정답 ①

THE 깊은 해설

$\angle BAD=a$라 하면 $\angle CAD=3a$

단서 주어진 각도의 비를 이용하여 각을 표현하자.

$$\angle ABC=\angle ACB=\frac{180^\circ-4a}{2}=90^\circ-2a$$

오답 point

이등변삼각형의 성질을 이용하여 각을 표현할 수 있다.

$\angle ACE=(90^\circ-2a)-16^\circ=74^\circ-2a$

$\triangle ACE$에서

$3a+(74^\circ-2a)+90^\circ=180^\circ$ $\therefore a=16^\circ$

$\therefore \angle BAC=4a=4\times16^\circ=64^\circ$

3) 정답 ④

THE 깊은 해설

$\overline{CA}=\overline{CB}$이므로 $\angle CAB=\angle CBA=2a$라 하면

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle ADB=2a$

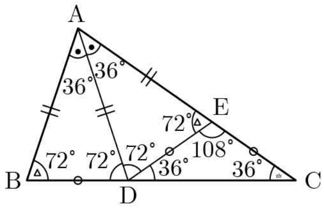
또한 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$($ASA$합동)이므로

$\angle AED=\angle ADE=2a$, $\angle BAD=\angle EAD=a$

단서 합동을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자

이제 $\triangle ABD$의 세 내각의 합이 180°이므로

$a+2a+2a=180^\circ$ $\rightarrow$ $a=36^\circ$



이제 $\triangle ABD$, $\triangle ADE$, $\triangle EDC$가 이등변삼각형이므로

오답 point

이등변삼각형임을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

① $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{AE}$

② $\overline{CA}=\overline{CB}$이고 $\overline{CE}=\overline{BD}$이므로 $\overline{AE}=\overline{DC}$

③ $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}$이므로 $\overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AE}+\overline{EC}=\overline{AC}$

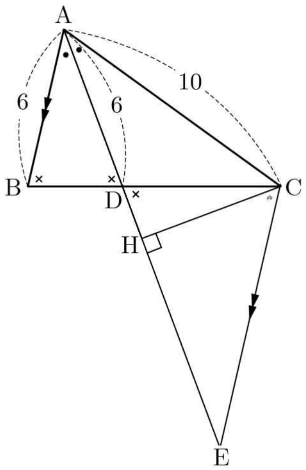
④ $\angle DEC=108^\circ$, $4\times\angle BAD=4\times36^\circ=144^\circ$
이므로 $\angle DEC\neq4\angle BAD$

⑤ $\angle ADC=108^\circ$, $\frac{3}{2}\times\angle ABD=\frac{3}{2}\times72^\circ=108^\circ$
이므로 $\angle ADC=\frac{3}{2}\angle ABD$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

4) 정답 ③

THE 깊은 해설



점 C를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 선분과 $\overline{AH}$의 연장선의 교점을 E라 하자. 주의 $\overline{AB}$에 평행한 선분과 $\overline{AH}$의 연장선을 이용하자.

$\angle ABD=\angle BCE$(엇각)

$\angle ADB=\angle CDE$(맞꼭지각)

이때, $\overline{AB}=\overline{AD}=6$이므로 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ABD=\angle ADB=\angle CDE=\angle BCE$

$\angle BAD=\angle CEA$(엇각)이므로 $\triangle ACE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}=\overline{AC}=10$

한편, 이등변삼각형의 성질에 의해 점 H는 $\overline{AE}$의 중점이므로 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AE}=\frac{1}{2}\times(6+10)=8$

오답 point

이등변삼각형의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있다.

5) 정답 ①

THE 깊은 해설

$\angle ABF=\angle DBF=\angle x$라 하면 $\angle B=2\angle x$이고

$\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변 삼각형이므로

$\angle B=\angle BAD=2\angle x=45^{\circ}$ $\quad \therefore \angle x=22.5^{\circ}$

단서 이등변삼각형임을 이용하여 각의 크기를 구하자

$\triangle AFE$와 $\triangle BFD$에서

$\angle BFD=\angle AFE$, $\quad \angle BDF=\angle AEF=90^{\circ}$ 이므로

$\angle DBF=\angle EAF=22.5^{\circ}$ $\quad \therefore \angle BAC=67.5^{\circ}$

$\triangle ADC$에서 $22.5^{\circ}+\angle C=90^{\circ}$ 이므로

$\angle C=67.5^{\circ}$

따라서 $\angle BAC=\angle C=67.5^{\circ}$ 이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이고,

이등변삼각형은 꼭지각의 이등분선이 밑변을

수직이등분하므로 $\overline{AE}=\overline{EC}=3$

오답 point

이등변삼각형의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있다.

$\triangle BDF$와 $\triangle ADC$에서

$\overline{BD}=\overline{AD}$, $\angle BDF=\angle ADC=90^{\circ}$

$\angle FBD=\angle CAD=22.5^{\circ}$ 이므로

$\triangle BDF\equiv\triangle ADC$ (ASA합동)이다.

즉 $\overline{BF}=\overline{AC}=6$이다.

6) 정답 ④

THE 깊은 해설

접은 각의 크기가 같으므로 $\angle GBC=\angle FBC$

단서 접은 각의 크기는 같다는 것을 이용해 이등변삼각형을 찾자.

엇각의 크기가 같으므로 $\angle FBC=\angle ECB$

따라서 $\angle ABC=\angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

ㄱ. 그러므로 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 D는 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD}=\overline{DC}$

ㄴ. 동위각의 크기가 같으므로

$\angle GAC=\angle ABF=2\angle ABD$

ㄷ. $\angle ABC=\angle ACB=a$라 하면

$\triangle BCG$에서 $\angle BCG=\angle DCG=90^{\circ}-a$이고

$\triangle CAD$에서 $\angle DAC=90^{\circ}-a$이므로

$\angle DCG=\angle DAC$

오답 point

이등변삼각형의 밑각은 같다는 것을 이용하여 각의 크기를 표현할 수 있다.

ㄹ. $\angle GAC=2\angle ABD$인데

$\angle ABD=\angle ACD$이므로 $\angle GAC=2\angle ACD$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

7) 정답 ④

THE 깊은 해설

$\triangle EAF$, $\triangle FBG$, $\triangle GCH$에서

$\overline{FE}=\overline{GF}=\overline{HG}$, $\angle A=\angle B=\angle C=90^\circ$

$\angle EFA+\angle AEF=90^\circ$

$\angle EFA+\angle BFG=90^\circ$ $\quad\therefore \angle AEF=\angle BFG$

근거 각의 합이 90°임을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자

$\angle BFG+\angle FGB=90^\circ$

$\angle FGB+\angle CGH=90^\circ$ $\quad\therefore \angle BFG=\angle CGH$

따라서 $\triangle EAF\equiv\triangle FBG\equiv\triangle GCH(RHA$합동)이므로

$\overline{AD}=\overline{AE}+\overline{ED}=\overline{AE}+\overline{CH}=6$

오답 point

직각삼각형의 합동을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있다.

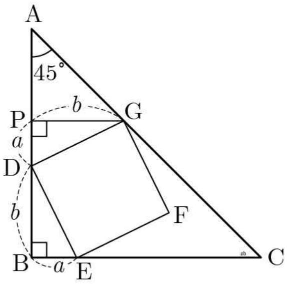
$\therefore \square ABCD=6\times 6=36$

$\triangle EAF=\triangle FBG=\triangle GCH=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$

따라서 오각형 $EFGHD$의 넓이는 $36-4\times 3=24$이다.

8) 정답 ②

THE 깊은 해설



위의 그림처럼 점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 점 P라 하면

$\triangle DBE$와 $\triangle GPD$에서 $\angle GPD=\angle DBE=90^\circ$

$\angle BDE+\angle GDP=90^\circ$

$\angle BDE+\angle DEB=90^\circ$ $\quad\therefore \angle GDP=\angle DEB$

$\overline{DE}=\overline{DG}$이므로 $\triangle DBE\equiv\triangle GPD(RHA$합동)이다.

오답 point

각의 합이 90°임을 이용해 직각삼각형의 합동을 찾을 수 있다.

$\overline{PD}=\overline{BE}=a$, $\overline{BD}=\overline{PG}=b$라 하면

$\triangle ABC$가 직각이등변삼각형이므로 $\angle A=45^\circ$,

따라서 $\triangle APG$도 직각이등변삼각형이므로

$\overline{PG}=\overline{AP}=b$

단서 직각이등변삼각형임을 이용하여 변의 길이를 구하자

$\overline{DB}+\overline{BE}=16$이므로 $a+b=16\cdots$ ㉠

$\overline{AB}=\overline{BC}=28$이므로

$\overline{BD}+\overline{PD}+\overline{AP}=a+2b=28\cdots$ ㉡

㉠−㉡을 하면 $-b=-12$ $\quad\therefore b=12$

$b=12$를 ㉠에 대입하면 $a+12=16$ $\quad\therefore a=4$

따라서 $\triangle BDE=4\times 12\times\frac{1}{2}=24$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

9) 정답 ②

THE 깊은 해설

$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통,
$\angle EAD=\angle FAD$이므로
$\triangle AED\equiv\triangle AFD(RHA$합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{DF}\cdots$ ①

단서 공통인 변을 이용하여 직각삼각형의 합동을 찾자

또한 $\overline{AE}=\overline{AF}$이므로 $\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{AF}=5+x$
$\therefore \overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=12-(5+x)=7-x$
보조선 $\overline{BD}$와 $\overline{CD}$를 그어본다.
$\overline{DM}$은 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로
$\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}\cdots$ ②인 이등변삼각형이다.
$\angle DEB=\angle DFC=90^\circ\cdots$ ③, ①,②,③에 의해
$\triangle BED\equiv\triangle CFD(RHS$합동)이다.

오답 point

합동을 통해 찾은 조건으로 또 다른 합동을 찾을 수 있다.

대응변의 길이는 서로 같으므로 $\overline{BE}=\overline{CF}$
$x=7-x$, $2x=7$ $\therefore x=3.5$

10) 정답 ③, ④

THE 깊은 해설

$\triangle BCD$에서 $\angle BDC=90^\circ$,
점 E는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\triangle BCD$의 외심이다.
따라서 $\overline{BE}=\overline{DE}=\overline{CE}$이다.

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

이때, $\angle EBD=a$라고하면
$\angle EBD=\angle EDB=a$,
$\angle DEC$는 $\triangle EBD$의 외각이므로
$\angle DEC=a+a=2a$

단서 삼각형의 외각을 이용하여 각을 표현하자

또한 $\overline{DE}=\overline{CE}$이므로
$\angle EDC=\angle ECD=\dfrac{180^\circ-2a}{2}=90^\circ-a$
한편, $\angle DAC+\angle DCA=\angle DAC+\angle CBA=90^\circ$
따라서 $\angle CBA=\angle DCA=a$이고,
$\angle DAC=90^\circ-a$이다.
③ $\angle DCE=90^\circ-a\neq\angle DEC=2a$
④ $\angle CAD=90^\circ-a\neq\angle DEC=2a$

11) 정답 ③

THE 깊은 해설

내심의 성질에 의해
$\angle DBI=\angle CBI$, $\angle ECI=\angle BCI$ $\cdots$ ㉠

단서 내심의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자

$\overline{DE}//\overline{BC}$이므로
$\angle DIB=\angle CBI$, $\angle EIC=\angle BCI$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\angle DBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle EIC$
즉, $\overline{DB}=\overline{DI}=4\,\text{cm}$, $\overline{EI}=\overline{EC}=5\,\text{cm}$

오답 point

각의 크기를 이용하여 길이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

$\triangle ADE$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$이므로
$\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}=24$
$\overline{DE}=\dfrac{3}{4}\overline{BC}=9\,\text{cm}$이므로 $\overline{BC}=12\,\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}=24+12=36\,(\text{cm})$

12) 정답 ②

THE 깊은 해설

$\angle ABI=\angle CBI=a$,
$\angle ACI=\angle BCI=b$라 하면
$2a+2b+\angle A=180^\circ$
$\therefore a+b=\dfrac{180^\circ-\angle A}{2}$

오답 point

내심의 성질을 이용하여 각을 표현할 수 있다.

$\angle BDC$는 $\triangle ACD$의 외각이므로
$\angle BDC=b+\angle A$
$\angle BEC$는 $\triangle ABE$의 외각이므로
$\angle BEC=a+\angle A$
$\angle BDC+\angle BEC=159^\circ$이므로
$(b+\angle A)+(a+\angle A)=159^\circ$
$(a+b)+2\angle A=159^\circ$

단서 미리 구한 관계식을 대입하여 원하는 각의 크기를 구하자

$\dfrac{180^\circ-\angle A}{2}+2\angle A=159^\circ$
$3\angle A=138^\circ$ $\therefore \angle A=46^\circ$

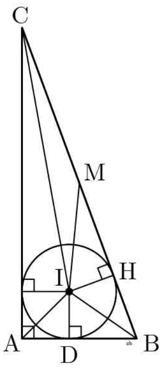
오답 파헤치기

꼭짓점과 내심을 그은 선은 그 각을 이등분한다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

13) 정답 ⑤

THE 깊은 해설



$\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times7=\frac{1}{2}\times r\times(24+25+7)$

오답 point

삼각형의 넓이를 이용하여 반지름의 길이를 구할 수 있다.

$28r=84 \quad \therefore r=3$

점 I에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면

$\triangle BDI\equiv\triangle BHI$($RHA$ 합동)

단서 합동을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾자

$\overline{BD}=\overline{BH}=7-3=4$, $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{25}{2}$

$\overline{MH}=\frac{25}{2}-4=\frac{17}{2}$

$\therefore\triangle IHM=\frac{1}{2}\times\frac{17}{2}\times3=\frac{51}{4}$

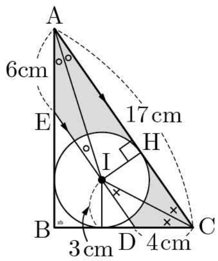
오답 파헤치기

내접원의 반지름을 r이라고 하면, 삼각형의 넓이는

(삼각형의 둘레)$\times$(반지름의 길이)$\times\frac{1}{2}$로 표현할 수 있다.

14) 정답 ④

THE 깊은 해설



내심의 성질에 의해

$\angle BAI=\angle CAI$, $\angle ACI=\angle BCI \quad \cdots$ ㉠

단서 내심의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾자

또, $\overline{ED}//\overline{AC}$이므로

$\angle CAI=\angle EIA$, $\angle ACI=\angle DIC \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle BAI=\angle EIA$, $\angle BCI=\angle DIC$이므로

$\overline{AE}=\overline{EI}=6\,\text{cm}$, $\overline{CD}=\overline{ID}=4\,\text{cm}$

또, 점 I에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{IH}$는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로

$\overline{IH}=3\,\text{cm}$

오답 point

수선의 발을 내려 사각형의 넓이를 구하는데 쓸 수 있다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\square AEDC$에서 반원을 뺀 값이다.

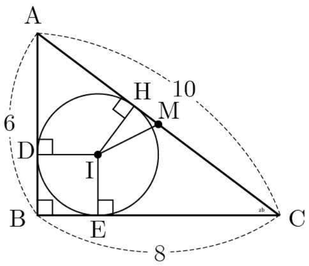
$\frac{1}{2}\times(10+17)\times3-\frac{1}{2}\pi\times3^2=\frac{81-9\pi}{2}\ (\text{cm}^2)$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

15) 정답 ①

THE 깊은 해설

오답 파헤치기



그림과 같이 점 I에서
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을
각각 D, E라 하고,
$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IH}=r$이라 하면
$\square DBEI$는 한 변의 길이가 r인 정사각형이다.

오답 point

내심의 성질을 이용하여 정사각형을 찾을 수 있다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{BE}=r$
이때, $\overline{AD}=\overline{AH}=6-r$
$\overline{CE}=\overline{CH}=8-r$
$\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=(6-r)+(8-r)=14-2r=10$

주의 반지름의 길이를 이용하여 선분을 표현하자

$\therefore r=2$
그러므로 $\overline{AH}=6-2=4$, $\overline{IH}=2$
또한 점 M이 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이므로
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=5$
따라서 $\overline{HM}=\overline{AM}-\overline{AH}=5-4=1$
$\therefore \triangle IHM=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$

16) 정답 ④

THE 깊은 해설

$\angle BOC=2\angle A=2\times 58^\circ=116^\circ$

오답 point

외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있다.

$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OBC=\angle OCB=\frac{180^\circ-116^\circ}{2}=32^\circ$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 32^\circ=16^\circ$
$\angle ICB=\frac{1}{2}\angle C=45^\circ$

단서 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구하자

$\triangle PBC$에서
$\angle BPC=180^\circ-(16^\circ+32^\circ)=132^\circ$
$\angle ICP=45^\circ-32^\circ=13^\circ$
$\therefore \angle BPC+\angle ICP=132^\circ+13^\circ=145^\circ$

오답 파헤치기

삼각형의 중심각은 꼭지각의 두 배와 같다.

17) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\triangle OAB$, $\triangle IAB$ 역시 이등변삼각형이다.

오답 point

이등변삼각형의 외심과 내심을 이은 삼각형도 이등변삼각형임을 확인할 수 있다.

$\angle AOB=2\angle C=64^\circ$에서
$\angle OAB=\angle OBA=(180^\circ-64^\circ)\div 2=58^\circ$
또한 $\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C=106^\circ$이므로
$\angle IAB=\angle IBA=(180^\circ-106^\circ)\div 2=37^\circ$

단서 외심과 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구하자

따라서
$\angle IBO=\angle OBA-\angle IBA=58^\circ-37^\circ=21^\circ$
$\therefore \frac{2}{3}\angle IBO=\frac{2}{3}\times 21^\circ=14^\circ$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

18) 정답 ③

THE 깊은 해설

점 O는 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$\angle A=90^{\circ}$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$

오답 point

외심이 한 변 위에 있으면 직각삼각형임을 이용할 수 있다.

즉, $\triangle ABO$는 이등변삼각형이다.

$\angle OAB=\angle OBA=38^{\circ}$

$\angle OAC=90^{\circ}-38^{\circ}=52^{\circ}$

$\triangle AOC$에서

$\angle OIC=\frac{1}{2}\angle OAC+90^{\circ}=\frac{1}{2}\times 52^{\circ}+90^{\circ}=116^{\circ}$

주의 외심과 내심을 이용하여 원하는 각의 크기를 구하자

19) 정답 ①

THE 깊은 해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용하여 반원의 넓이를 구할 수 있다.

외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times 10=5\,(\mathrm{cm})$

반원의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 5^2\times\pi=\frac{25}{2}\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times r\times(6+8+10)\quad\therefore r=2\,(\mathrm{cm})$

주의 삼각형의 넓이를 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구하자

$\triangle ABI$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 10\times 2=10\,(\mathrm{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{25}{2}\pi+10\,(\mathrm{cm}^2)$

오답 파헤치기

내접원의 반지름을 r이라고 하면, 삼각형의 넓이는 (삼각형의 둘레)×(반지름의 길이)×$\frac{1}{2}$로 표현할 수 있다.

20) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=9cm$이고

$\angle OBC=\angle OCB=40^{\circ}$, $\angle OCA=50^{\circ}$

$\angle OAC=\angle OCA=50^{\circ}$이므로 $\angle COA=80^{\circ}$

따라서 $\overset{\frown}{AC}=18\pi\times\frac{80^{\circ}}{360^{\circ}}=4\pi$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 내심의 성질에 의해

$\overline{AD}=x\,cm$라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=x\,cm$이고

$\overline{BE}=\overline{BD}=(18-x)\,cm$, $\overline{EC}=\overline{FC}$

$\overline{BC}+\overline{AC}=24\,cm$이므로 $\overline{EC}=\overline{FC}=3cm$이고

오답 point

내심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 표현할 수 있다.

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이는 $3cm$

또, $\angle BAC=50^{\circ}$이고 $\angle IDA=\angle IFA=90^{\circ}$이므로 □$ADIF$에서 $\angle DIF=130^{\circ}$

단서 사각형의 내각의 합이 360°임을 이용하여 각의 크기를 구하자

따라서 $\overset{\frown}{DF}=6\pi\times\frac{130^{\circ}}{360^{\circ}}=\frac{13}{6}\pi$

$\therefore 4\pi-\frac{13}{6}\pi=\frac{11}{6}\pi$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121