중2 수학

3-1.일차함수와 그 그래프(02)



한 변출유형 TOP 3

(1) 함수의 뜻과 함수값

- ☑ 어떤 것이 함수인지 구분하는 문제
- ☑ 일차함수가 아난 함수의 함숫값에 관한 문제
- ☑ 식으로 나타낼 수 없는 함수의 함숫값에 관한 문제

1. 다음 중 y가 x의 함수가 <u>아닌</u> 것은?

- ① 밤의 길이 x와 낮의 길이 y
- ② 50원짜리 동전 x 개에 대한 총 금액 y원
- ③ 넓이가 12인 직사각형의 가로 길이 x, 세로 길이 y
- ④ 2km 떨어진 집까지 분속 xm로 갈 때, 걸린 시간 y
- ⑤ 자연수 x의 소인수 y

2. 다음 〈보기〉 중에서 함수인 것은 몇 개인가?

<보기>

- 가. 한 장에 270원하는 우표 y장의 지불금액 x원
- 나. 자연수 x의 약수의 개수 y
- 다. 한 학생이 $200\,\mathrm{mL}$ 씩 우유를 마실 때, x명의 학생이 마시는 데 필요한 우유의 양 ymL
- 라. 시내버스 요금 x원을 내고 가는 거리 ykm
- 마. 자연수 x의 배수가 되는 수 y
- 바. 절댓값이 x인 수 y
- ① 2개
- ② 3개
- ③ 4개
- ④ 5개
- ⑤ 6개

3. 함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 에 대하여 f(3) = 2일 때,

$$f(-3) + f(\frac{1}{2})$$
의 값은?

- $\bigcirc 12$
- $\bigcirc -6$
- 3 6
- **4**) 10
- **⑤** 12

4. 함수 f(x) = (자연수 x를 7로 나눈 나머지)에 대 하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① f(13) = 6
 - ② f(15) = 1
- ③ f(21) = 0 ④ f(4) = f(11)
- (5) f(16) f(12) = 4

한 빈출유형 TOP 3

(2) 일차함수의 뜻과 그래프

- ☑ 일차함수인 것을 찾는 문제
- ☑ 일차함수의 그래프 위의 점이 주어진 문제
- ☑ 일차함수의 그래프의 평행이동에 관한 문제



5. y가 x에 관한 일차함수가 <u>아닌</u> 것을 모두 고르 면? (정답 2개)

- ① 한 변의 길이가 xcm인 정삼각형의 둘레의 길이는 ycm이다.
- ② 280쪽인 소설책을 하루에 12쪽씩 x일 동안 읽으면 y쪽이 남는다.
- ③ 시속 xkm로 달리는 자동차가 y시간 동안 달린 거리는 180km이다.
- ④ 변의 개수가 x개인 다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 y개다.
- ⑤ 반지름의 길이가 xcm이고 호의 길이가 ycm인 부채꼴 의 넓이는 $10\pi cm^2$ 이다.

6. 함수 f(x) = ax + 3에 대하여 f(2) = 2일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0) \div f(-2)$ 의 값은?

- $\bigcirc -\frac{1}{16}$
- $2 \frac{1}{4}$
- 32
- \bigcirc -4
- (5) 16

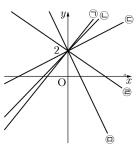
빈출 ☆

- **7.** 일차함수 y = px + 2의 그래프가 두 점 (-2,1), (3,q)를 지날 때, q-p의 값은?
 - $\bigcirc -3$
- ② 3
- $3 \frac{7}{2}$
- 4

빈출 ☆

- **8.** 일차함수 y=3x-4의 그래프를 y축 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 (-2,-5)을 지난다. b의 값은?
 - ① 4
- 2 5
- 3 6
- (4) 7
- **⑤** 8
- **9.** 일차함수 $y = \frac{4}{3}x + b$ 의 그래프의 y절편이 12일 때, x절편을 구하면?
 - (1) -3
- $\bigcirc 3 7$
- (4) 9
- ⑤ −11
 - 한 빈출유형 TOP 3
 - (3) 일차함수의 그래프와 기울기
 - ☑ 일차함수의 그래프의 기울기를 이용한 문제
 - ☑ 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기에 관한 문제
 - ☑ 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이에 관한 문제
- **10.** x 절편이 y 절편의 3 배인 일차함수의 그래프가 두 점 (-3,k), (2k,1) 을 지날 때, k의 값은?
 - ① 4
- ② 5
- 3 6
- (4) 7
- **⑤** 8

- 빈출 ☆



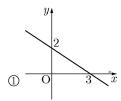
- ① ⑦
- 20
- ③ □
- 4 =
- ⑤ 🗇

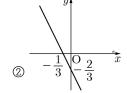
빈출 ☆

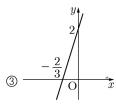
- **12.** 두 점 (-1,a), (3,-2a-2)를 지나는 직선을 그래 프로 하는 일차함수 식이 y=4x+b일 때, 두 상수 a, b의 값을 각각 구한 것은?
 - ① a = -6, b = -2
- ② a = -6, b = 2
- 3 a=3, b=-2
- a = 6, b = 2
- $\bigcirc a = 6, b = 3$

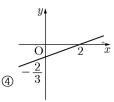
- 빈출 ☆
- **13.** 두 일차함수 y = 4x + 8, y = ax + 8의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 12일 때, 음의 상수 a의 값은?
 - ① -10
- (2) 8
- (3) -6
- (4) -4
- \bigcirc -2

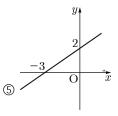
14. 기울기가 $-\frac{2}{3}$ 이고 점 (6,-2)을 지나는 일차함 수의 그래프는?











한 빈출유형 TOP 3

(4) 일차함수 그래프의 성질과 평행, 일치

- ☑ 일차함수의 그래프의 성질에 관한 문제
- ☑ 일차함수의 그래프를 보고 계수의 부호를 찾는 문제
- ☑ 두 일차함수 그래프가 평행 또는 일치하는 경우에 관한 문



15. 일차함수 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것 은?

- ① 그래프의 기울기는 3이다.
- ② 그래프의 y 절편의 값은 2 이다.
- ③ 그래프의 x 절편의 값은 $\frac{1}{3}$ 이다.
- ④ x의 값의 범위가 모든 수일 때, 그래프는 직선이 된다.
- ⑤ x의 값의 범위가 모든 수일 때, 그래프는 제 4 사분면 을 지나지 않는다.



16. 점 (ab, ac)가 제 4 사분면 위의 점일 때, 일차함 수 $y = \frac{a}{c}x - \frac{a}{b}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은? (단, a, b, c는 상수이다.)

- ① 제 1 사분면
- ② 제 2 사분면
- ③ 제 3 사분면
- ④ 제 4 사분면
- ⑤ 제 3, 제 4 사분면

17. 일차함수 $y=-\frac{4}{3}x+1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① x절편은 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ② 점 (3,3)을 지난다.
- ③ 제 1 사분면을 지나지 않는다.
- ④ 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
- ⑤ 일차함수 $y = \frac{4}{3}x + 1$ 의 그래프와 평행하다.



18. 일차함수 y = 8x + 2 에 평행하고, y 절편이 -3 인 일차함수의 식은?

- ① y = 8x
- ② y = 8x 3
- ③ y = 8x + 24 ④ $y = -\frac{1}{8}x 3$
- $y = -\frac{1}{8}x + 2$

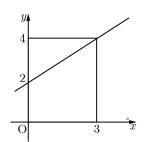
한 빈출유형 TOP 3

(5) 일차함수의 활용

- ☑ 길이, 개수, 가격에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 물의 양에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 그래프를 이용한 일차함수의 활용에 관한 문제
- **19.** 비커에 담긴 12 °C 의 물을 가열하면서 온도를 재 었더니 2분마다 8℃씩 일정하게 올라갔다. 물은 100 ℃ 에서 끓는다. 이 물이 끓게 되는 것은 가열하 기 시작하여 몇 분이 지난 후인지 구하면?
 - ① 11 분 후
- ② 15 분 후
- ③ 18 분 후
- ④ 22 분 후
- ⑤ 24 분 후

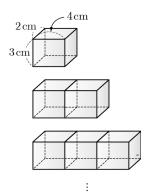
- **20.** 길이가 32 cm 인 양초가 있다. 이 양초에 불을 붙 이고 난 5분 후의 길이는 28 cm 이었다. x분 후의 초의 길이를 y cm 라고 했을 때, x와 y 사이의 관계 식은?

 - ① $y = -\frac{5}{4}x + 32$ ② $y = -\frac{4}{5}x + 32$
 - ③ $y = \frac{4}{5}x + 28$ ④ $y = \frac{4}{5}x + 32$
 - (5) $y = \frac{5}{4}x + 32$
- 21. 그림의 일차함수 그래프가 x축과 만나는 점 A의 좌표를 (2a,0)라고 할 때, 점 A(2a,0)과 점 B(4a+2,a+1)을 지나는 일차함수 그래프의 함수식 을 구하면?



- ① $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x + 3$
- $y = \frac{1}{2}x + 6$
- (4) $y = 2x \frac{3}{2}$
- (5) y = 2x + 6

- 22. 달리기를 하는데 효림이는 정연이보다 30m 앞에 서 출발한다고 한다. 효림이와 정연이가 동시에 출 발한 지 x초 후의 두 사람 사이의 거리를 ym라 할 \mathbf{m} , 초속 $5 \mathrm{m}$ 로 달리는 정연이가 초속 $3 \mathrm{m}$ 로 달리 는 효림이를 따라잡는데 걸리는 시간은?
 - ① 12초
- ② 13초
- ③ 14초
- 4) 15초
- ⑤ 16초
- 23. 그림과 같이 똑같은 모양의 직육면체를 한 면이 완전히 겹치도록 계속해서 이어 붙여 새로운 도형을 만든다. x 개의 직육면체로 만든 도형의 모서리의 길이의 합을 y cm 라고 할 때, 다음 중 y = x M대한 식을 고르면?



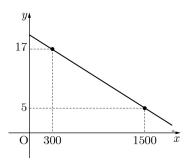
- ① y = 16x + 20
- (2) y = 16x + 52
- y = 26x + 10
- (4) y = 26x + 62
- (5) y = 36x



- **24.** 1500L 의 물이 들어있는 수조에서 시간당 일정한 양의 물을 흘려보냈더니 8분 후에 1260년의 물이 남았다. 처음의 물의 양의 절반이 되는 것은 몇 분 후인가?
 - ① 21 분 후
- ② 22 분 후
- ③ 23 분 후
- ④ 24 분 후
- ⑤ 25 분 후



25. 다음 그림은 맑은 날 열기구를 타고 지상으로부터 $x ext{ m}$ 상승했을 때 측정한 기온 $y extstyle extstyle ext{ T}$ 의 관계를 나타낸 것이다. 다음 중 옳은 것은?



- ① 지상으로부터 $300\,\mathrm{m}$ 상승한 지점의 기온은 $5\,\mathrm{C}$ 이다.
- ② 지상으로부터 100 m 씩 상승할 때마다 기온은 1℃씩 높아진다.
- ③ 기온이 8℃인 곳은 지상으로부터 1300m 상승한 지점 이다.
- ④ 실험한 날의 지상의 온도는 21℃이다.
- ⑤ 기온이 영하로 내려가는 지점은 지상으로부터 2000m 상승한 지점이다.



정답 및 해설

- 1) [정답] ⑤
- [해설] ① $y = 24 x \Rightarrow$ 함수

②
$$y = 50x \Rightarrow$$
 함수

③
$$y = \frac{12}{r}$$
 ⇒ 함수

④
$$y = \frac{2000}{x}$$
 ⇒ 함수

- ⑤ x = 6이면 y는 2.3으로 그 값이 하나로 정해지지 않기 때문에 함수가 아니다.
- 2) [정답] ②

[해설] <보기> 중 함수인 것은 가, 나, 다의 3개다.

3) [정답] ④

[해설]
$$f(x) = \frac{a}{x}$$
에서 $f(3) = 2$ 이므로

$$\frac{a}{3} = 2$$
 : $a = 6$

즉,
$$f(x) = \frac{6}{x}$$
이므로 $f(-3) = \frac{6}{-3} = -2$.

$$f(-3) = \frac{6}{-3} = -2,$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$$

따라서
$$f(-3) + f(\frac{1}{2}) = 10$$
이다.

- 4) [정답] ⑤
- [해설] 4 f(4) = f(11) = 4

⑤
$$f(16) = 2$$
, $f(12) = 5$ 일 때

$$f(16) - f(12) = -3$$

- 5) [정답] ③, ⑤
- [해설] ① y = 3x

②
$$y = 280 - 12x$$

$$3 xy = 180 \therefore y = \frac{180}{x}$$

- (5) $\frac{1}{2}xy = 10\pi$: $y = \frac{20\pi}{x}$
- 6) [정답] ③

[해설]
$$f(2) = 2a + 3 = 2$$
이므로 $2a = -1$, $a = -\frac{1}{2}$

따라서
$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$
일 때

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4}$$

$$f(0) = 3$$
, $f(-2) = 1 + 3 = 4$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0) \div f(-2)$$

$$=\frac{11}{4}-3 \div 4 = \frac{11}{4}-\frac{3}{4}=2$$

7) [정답] ②

[해설] y = px + 2가 점 (-2,1)을 지나므로

$$x = -2$$
, $y = 1$ 을 $y = px + 2$ 에 대입하면

$$1 = -2p + 2$$
, $-1 = -2p$: $p = \frac{1}{2}$

즉 일차함수의 식이
$$y = \frac{1}{2}x + 2$$
이므로

$$x=3$$
, $y=q$ 를 대입하면

$$q = \frac{1}{2} \times 3 + 2$$
 : $q = \frac{7}{2}$

따라서
$$q-p=\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=3$$
이다.

- 8) [정답] ②
- [해설] 일차함수 y=3x-4의 그래프를 y축 방향으로 b만큼 평행이동한 식은 y=3x-4+b이다. 이 때, 위 그래프가 점 (-2, -5)를 지나므로 -5 = -6 - 4 + b. b = 5이다.
- 9) [정답] ④

[해설]
$$y = \frac{4}{3}x + b$$
의 y 절편이 12이므로

$$y = \frac{4}{3}x + b$$
에 $x = 0$, $y = 12$ 를 대입하면

따라서
$$y = \frac{4}{3}x + 12$$
이므로 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{4}{3}x + 12$$
, $\frac{4}{3}x = -12$ $\therefore x = -9$

즉
$$y = \frac{4}{3}x + 12$$
의 x 절편은 -9 이다.

- 10) [정답] ③
- [해설] y절편을 p라 하면 x절편은 3p이므로 이 직선의 기

울기는
$$-\frac{p}{3p} = -\frac{1}{3}$$
이다.

두 점 (-3, k), (2k, 1)은 이 직선을 지나므로

$$\frac{1-k}{2k-(-3)} = -\frac{1}{3}, \ 3(1-k) = -(2k+3)$$

- 11) [정답] ①
- [해설] $y = \frac{4}{3}x + 2$ 의 그래프는 기울기가 양수이므로 \bigcirc

⊙, ⊜의 그래프중 하나이다.

이때 기울기가 양수인 그래프의 기울기의 크기를 비교

하면
$$\frac{1}{2} < 1 < \frac{4}{3}$$
이므로 $y = \frac{4}{3}x + 2$ 의 그래프는 \odot .

y = x + 2의 그래프는 ©, $y = \frac{1}{2}x + 2$ 의 그래프는 © 이다.

- [해설] 기울기를 구하면 $\frac{(-2a-2)-a}{3-(-1)}=4$,

$$\frac{-3a-2}{4} = 4, -3a-2 = 16 : a = -6$$

이제 y=4x+b의 그래프가

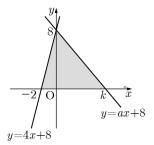
점
$$(-1, -6)$$
을 지나므로 $-6 = -4 + b$ $\therefore b = -2$





13) [정답] ②

[해설] y=4x+8의 x절편은 -2, y절편은 8이고 y = ax + 8의 a < 0, y절편은 8이므로 두 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형은 다음 그림과 같



이때 y=ax+8의 x절편은 k라고 하면, 둘러싸인 도 형의 넓이가 12이므로

$$\frac{1}{2} \times 8 \times (k+2) = 12, \ k+2 = 3 \ \therefore k = 1$$

즉 y = ax + 8의 x절편이 1이므로

0 = a + 8 : a = -8

14) [정답] ①

[해설] 기울기가 $-\frac{2}{3}$ 이므로 일차함수의 식을 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 로 놓으면 이 직선이 점 (6, -2)를 지 나므로 $-2 = -\frac{2}{3} \times 6 + b$, -2 = -4 + b ∴ b = 2즉 일차함수의 식은 $y=-\frac{2}{3}x+2$ 이고, 일차함수의 x절편은 3, y절편은 2이므로 일차함수의 그래프는 (1)이

다. 15) [정답] ④

[해설] ① 그래프의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이다.

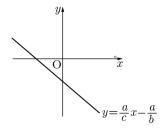
- ② 그래프의 y절편의 값은 -2이다.
- ③ 그래프의 x절편의 값은 6이다.
- ⑤ x의 값의 범위가 모든 수일 때, 그래프는 제2사분 면을 지나지 않는다.

16) [정답] ①

[해설] 점 (ab, ac)가 제4사분면 위의 점 이므로 ab > 0,

따라서
$$y = \frac{a}{c}x - \frac{a}{b}$$
에서 (기울기)= $\frac{a}{c}$ <0,

(y절편)= $-\frac{a}{b}$ <0이므로 일차함수 $y=\frac{a}{c}x-\frac{a}{b}$ 의 그 래프는 다음과 같고 제 1사분면을 지나지 않는다.



17) [정답] ①

[해설] ② 점 (3, -3)을 지난다.

- ③ 제3사분면을 지나지 않는다.
- ④ 기울기가 음수이므로 오른쪽 아래를 지나는 직선이
- ⑤ 일차함수 $y = \frac{4}{3}x + 1$ 의 그래프와 기울기가 다르므 로 평행하지 않는다.

18) [정답] ②

[해설] 일차함수 y = 8x + 2의 그래프와 평행하므로 기울기 가 8이고, y절편이 -3인 일차함수의 식은 y = 8x - 3

19) [정답] ④

[해설] 물의 온도가 2분마다 8℃씩 올라가므로 1분마다 4%올라간다. 물이 <math>x분 후에는 y%가 된다하 면, y = 12 + 4x물은 100℃에서 끓으므로 y에 100을 대입하면 100 = 12 + 4x4x = 88 $\therefore x = 22$ 따라서 물은 22분후 끓는다.

20) [정답] ②

[해설] 양초의 길이는 5분 후 4cm가 짧아졌으므로 $1분마다 양초의 길이는 <math>\frac{4}{5}cm$ 씩 짧아진다. 즉 x분 후에는 $\frac{4}{5}xcm$ 가 짧아지므로 x분 후의 양초 의 길이를 ycm라 했을 때, $y=32-\frac{4}{5}x$ 이다.

21) [정답] ①

[해설] 기울기가 $\frac{2}{3}$, y절편이 2인 그래프의 식은 $y=\frac{2}{2}x+2$ 이다. 이 때, 이 그래프가 x축과 만나는 점을 $A(2a,\ 0)$ 라 하면 그 점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이므 로 2a = -3, $a = -\frac{3}{2}$ 이다. A(2a, 0), B(4a+2, a+1) = A(-3, 0), $B\left(-4, -\frac{1}{2}\right)$ 이고, 두 점을 지나는 그래프의 식을 y = mx + n이라 하면 $m = \frac{1}{2}$ 이다. 또, $y = \frac{1}{2}x + n$ 에 점 A를 대입하면 $0 = -\frac{3}{2} + n$,

또,
$$y=\frac{1}{2}x+n$$
에 점 A 를 대입하면 $0=-\frac{3}{2}+n$,
$$n=\frac{3}{2}$$
이다. 따라서 일차함수 그래프의 식은
$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$
이다.

22) [정답] ④

[해설] x초 후 효림이가 달린 거리는 (30+3x)m이고, 정 연이가 달린 거리는 5xm 이다. 따라서 두 사람이 동시에 출발한 지 x초 후 두 사람 사이의 거리를 ym 라고 하면 y = 30 + 3x - 5x, y = -2x + 30 or:





정연이가 효림이를 따라 잡으면 둘 사이의 거리가 $0 \mathrm{m}$ 이므로 y=0을 대입하면 0=-2x+30 $\therefore x=15$ 따라서 정연이가 효림이를 따라잡는데 걸리는 시간은 15초이다.

23) [정답] ①

[해설] 직육면체 1개의 모서리의 길이의 합은

 $4 \times (4+2+3) = 36$ (cm)

직육면체 2개의 모서리의 길이의 합은

 $36 + (4 \times 4) = 52$ (cm)

x, y의 관계를 y = ax + b라 하면

x=1일 때, y=36이므로 a+b=36 ··· \bigcirc

x=2일 때, y=52이므로 2a+b=52 … ①

 \bigcirc , \bigcirc 을 연립하여 풀면 a=16, b=20

따라서 y를 x에 대한 식으로 나타내면 y=16x+20

24) [정답] ⑤

[해설] 8분 동안 240L 흘러 보내졌으므로 1분 동안 30L 씩 흘러 보내어진다.

x분 후에 수조에 남아 있는 물의 양을 yL라 하면

y = 1500 - 30x

y = 750을 대입하면 750 = 1500 - 30x

 $\therefore x = 25$

따라서 처음의 물의 양의 절반이 되는 것은 25분 후이다.

25) [정답] ⑤

[해설] ① 지상으로부터 300m 상승한 지점의 기온은 17% 이다.

② 지상으로부터 300m에서 1500m까지 상승했을 때, 기온은 17° 에서 5° 으로 낮아졌으므로 1200m 상승하는 동안 기온은 12° 은 낮아졌다. 즉 지상으로부터 100m씩 상승할 때마다 기온은 1° 은씩 낮아진다.

③
$$y = 20 - \frac{1}{100}x$$
이므로 $y = 8$ 을 대입하면

$$8 = 20 - \frac{1}{100}x \quad \therefore x = 1200$$

따라서 기온이 8^{\circ}인 곳은 지상으로부터 1200m 상승한 지점이다.

④ 실험한 날의 지상의 온도는 20 \mathbb{C} 이다.

⑤ y = 0을 대입하면 $0 = 20 - \frac{1}{100}x$ $\therefore x = 2000$

따라서 기온이 영하로 내려가는 지점은 지상으로부터 2000m 상승한 지점이다.

