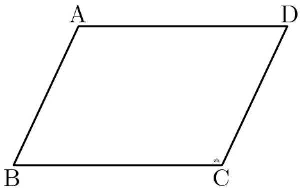
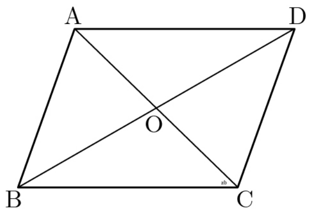
1. 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle A : \angle B = 5 : 4$일 때, $\angle C$의 크기는?



① 100°　② 105°
③ 110°　④ 115°
⑤ 120°

2. 평행사변형 $ABCD$에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 고른 것은? (단, 점 O는 두 대각선 AC와 BD의 교점)

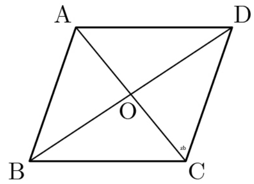


<보기>

ㄱ. $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$　ㄴ. $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\overline{CO} = \overline{DO}$
ㄷ. $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$　ㄹ. $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
ㅁ. $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ, ㄴ, ㄹ　② ㄱ, ㄴ, ㅁ
③ ㄱ, ㄷ, ㄹ　④ ㄴ, ㄷ, ㅁ
⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

3. 다음은 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 기호로 알맞은 것은?



평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선 AC, DB의 교점을 O라고 할 때, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$임을 보이자

$\triangle ABO$와 (가) 에서

$\overline{AB} =$ (나) (평행사변형의 대변) …… ㉠

$\overline{AB} //$ (다) 이므로

$\angle ABO =$ (라) (엇각) …… ㉡

$\angle BAO =$ (마) (엇각) …… ㉢

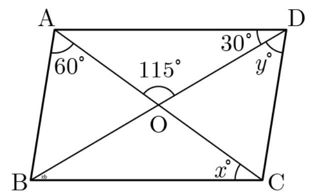
㉠, ㉡, ㉢에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABO \equiv$ (가)

따라서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$이다.

① (가) $\triangle ADO$　② (나) $\overline{AD}$
③ (다) $\overline{OA}$　④ (라) $\angle ADO$
⑤ (마) $\angle DCO$

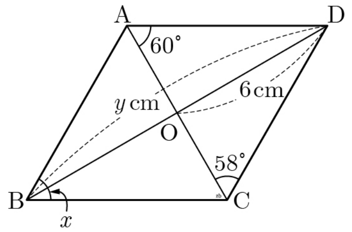
4. 평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라고 할 때, $x + y$의 값은?



① 75°　② 80°
③ 85°　④ 90°
⑤ 95°

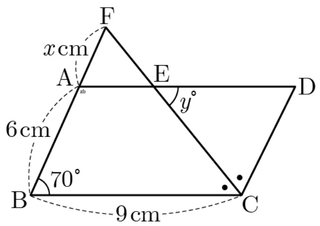
I410-ECN-0199-2022-001-000168447

5. 평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라 하고, $\angle CAD=60^\circ$, $\angle ACD=58^\circ$, $\overline{OD}=6\,\text{cm}$ 일 때, $\angle x$의 크기와 y의 값은? (단, $\angle ABC=\angle x$, $\overline{BD}=y\,\text{cm}$)



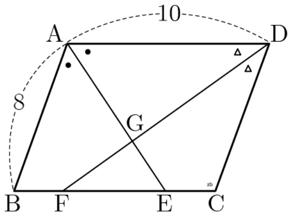
① $\angle x=55^\circ$, $y=9$ ② $\angle x=58^\circ$, $y=10$
③ $\angle x=58^\circ$, $y=12$ ④ $\angle x=60^\circ$, $y=10$
⑤ $\angle x=62^\circ$, $y=12$

6. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle C$의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. 이때, x, y의 값은?



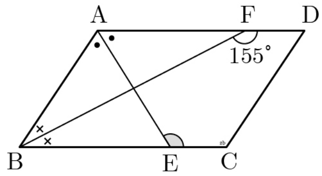
① $x=3$, $y=35$ ② $x=3$, $y=50$
③ $x=3$, $y=55$ ④ $x=4$, $y=35$
⑤ $x=4$, $y=55$

7. 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\angle D$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고, 두 각의 이등분선의 교점을 G라고 하자. 이때 $\overline{FE}$의 길이는?



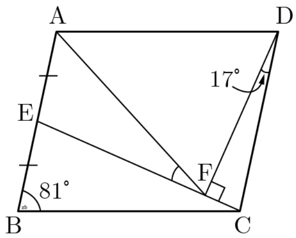
① 4 ② 5
③ 6 ④ 8
⑤ 9

8. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. $\angle BFD=155^\circ$ 일 때, $\angle AEC$의 크기는?



① 105° ② 110°
③ 115° ④ 125°
⑤ 130°

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 변 AB의 중점이고, 점 D에서 선분 EC에 내린 수선의 발을 F라고 하자. $\angle B=81^\circ$, $\angle FDC=17^\circ$ 일 때, $\angle AFE$의 크기는?

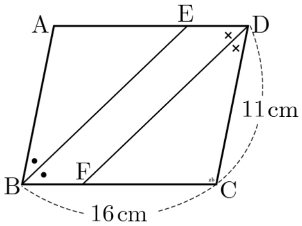


① 22° ② 23°
③ 24° ④ 25°
⑤ 26°

10. 다음 중 □$ABCD$가 평행사변형인 것은? (단, 점 O는 대각선 AC와 BD의 교점)

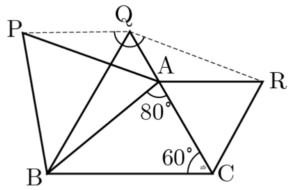
① $\angle A=50^\circ$, $\angle B=130^\circ$, $\angle C=130^\circ$
② $\overline{AD}=4\,\text{cm}$, $\overline{BC}=4\,\text{cm}$, $\overline{AB}//\overline{DC}$
③ $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{BC}=5\,\text{cm}$, $\overline{CD}=7\,\text{cm}$, $\overline{DA}=7\,\text{cm}$
④ $\overline{OA}=6\,\text{cm}$, $\overline{OB}=6\,\text{cm}$, $\overline{OC}=4\,\text{cm}$, $\overline{OD}=4\,\text{cm}$
⑤ $\angle ABD=\angle BDC=40^\circ$, $\overline{AB}=3\,\text{cm}$, $\overline{CD}=3\,\text{cm}$

11. 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{BC}=16\,\mathrm{cm}$, $\overline{DC}=11\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{BF}$의 길이는?



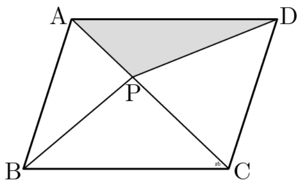
① $2\,\mathrm{cm}$ ② $3\,\mathrm{cm}$
③ $4\,\mathrm{cm}$ ④ $5\,\mathrm{cm}$
⑤ $6\,\mathrm{cm}$

12. $\triangle PBA$, $\triangle QBC$, $\triangle RAC$는 $\triangle ABC$의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. $\angle ACB=60^\circ$, $\angle BAC=80^\circ$일 때, 설명으로 옳지 않은 것은?



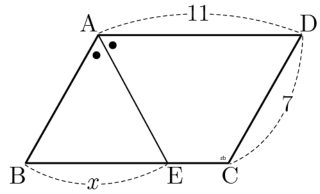
① $\angle PQR=140^\circ$
② $\angle ABC=\angle PBQ$
③ $\triangle ABC\equiv\triangle RQC$
④ $\triangle ABC\equiv\triangle PBQ$
⑤ $\square PARQ$는 평행사변형이다.

13. 평행사변형 $ABCD$의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle PAB$와 $\triangle PCD$의 넓이의 합이 $25\,\mathrm{cm}^2$이다. $\triangle PBC$의 넓이가 $16\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle PDA$의 넓이는?



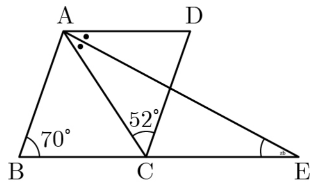
① $7\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\,\mathrm{cm}^2$
③ $9\,\mathrm{cm}^2$ ④ $10\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $11\,\mathrm{cm}^2$

14. 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle BAE=\angle DAE$이다. x의 값은?



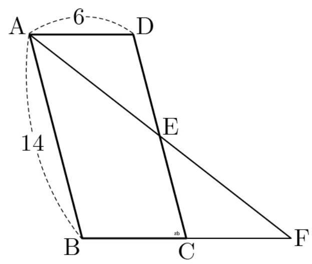
① 3 ② 4
③ 5 ④ 6
⑤ 7

15. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 $\angle CAD$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 E라고 하자. $\angle C=70^\circ$, $\angle ACD=52^\circ$일 때, $\angle E$의 크기는?



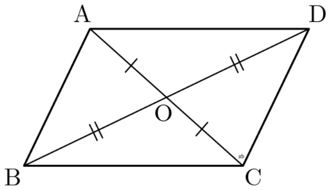
① 26° ② 29°
③ 34° ④ 36°
⑤ 42°

16. 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{DC}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 F라 하자. $\overline{AB}=14$, $\overline{AD}=6$일 때, $\overline{BF}$의 길이는?



① 10 ② 11
③ 12 ④ 13
⑤ 14

17. **다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.'를 확인하는 과정이다. (가)~(라)에 들어갈 내용을 순서대로 바르게 짝지은 것은?**



$\square ABCD$의 두 대각선의 교점을 O라 하자.

$\angle AOB$와 $\boxed{(가)}$는 맞꼭지각이므로

$\angle AOB = \boxed{(가)}$

$\overline{OA} = \overline{OC}$이고 $\overline{OB} = \overline{OD}$이므로

$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$($\boxed{(나)}$ 합동)

따라서 $\angle OBA = \angle ODC$이며 $\angle OBA$와 $\angle ODC$는

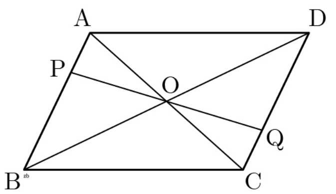
$\boxed{(다)}$이므로 $\overline{AB} // \overline{DC}$이다.

같은 방식으로 $\boxed{(라)}$이고

따라서 $\square ABCD$는 평행사변형이다.

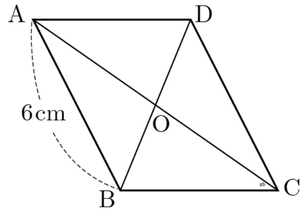
	(가)	(나)	(다)	(라)
①	$\angle AOD$	ASA	엇각	$\overline{AD}//\overline{BC}$
②	$\angle COD$	ASA	엇각	$\overline{AC}//\overline{BD}$
③	$\angle COD$	SAS	엇각	$\overline{AD}//\overline{BC}$
④	$\angle AOD$	SAS	동위각	$\overline{AC}//\overline{BD}$
⑤	$\angle COD$	SAS	맞꼭지각	$\overline{AD}//\overline{BC}$

18. **평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 교점을 각각 P, Q라 하자. $\square ABCD$의 넓이가 $64\,\text{cm}^2$이고, $\triangle APO$의 넓이가 $5\,\text{cm}^2$일 때, $\triangle DOQ$의 넓이는?**



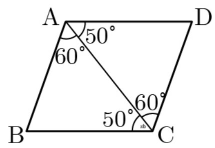
① $7\,\text{cm}^2$　② $9\,\text{cm}^2$
③ $11\,\text{cm}^2$　④ $13\,\text{cm}^2$
⑤ $15\,\text{cm}^2$

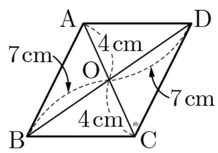
19. **그림의 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$이고, $\overline{AC} + \overline{BD} = 18\,\text{cm}$일 때, $\triangle OCD$의 둘레의 길이는? (단. 점 O는 두 대각선 AC와 BD의 교점이다.)**

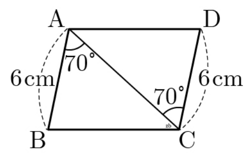


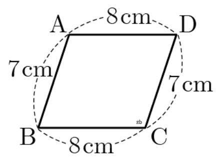
① $12\,\text{cm}$　② $13\,\text{cm}$
③ $14\,\text{cm}$　④ $15\,\text{cm}$
⑤ $16\,\text{cm}$

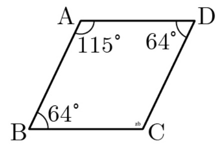
20. **$\square ABCD$가 평행사변형이 아닌 것은?**

①


②


③


④


⑤


정답 및 해설

1) [정답] ①
[해설] 평행사변형의 성질에 의해 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로 $\angle A = \angle C$
평행사변형에서 이웃한 두 각의 크기의 합은 180°이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$이고
$\angle A : \angle B = 5 : 4$이므로 $\angle A = 180^\circ \times \frac{5}{9} = 100^\circ$
$\therefore \angle C = 100^\circ$

2) [정답] ⑤
[해설] ㄷ. 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
ㄹ. 평행사변형의 두 쌍의 대변은 각각 평행하다.
ㅁ. 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

3) [정답] ⑤
[해설] ① (가) $\triangle CDO$
② (나) $\overline{DC}$
③ (다) $\overline{DC}$
④ (라) $\angle CDO$

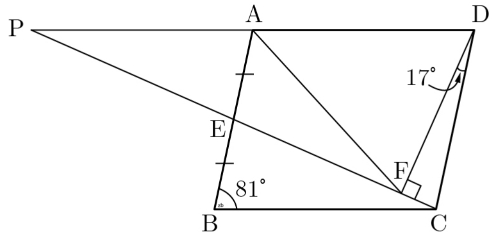
4) [정답] ④
[해설] $\triangle AOD$에서
$\angle DAO = 180^\circ - (115^\circ + 30^\circ) = 35^\circ$
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle x = \angle DAO = 35^\circ$
$\angle A + \angle D = 180^\circ$이므로
$\angle y = 180^\circ - (95^\circ + 30^\circ) = 55^\circ$
$\therefore x + y = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$

5) [정답] ⑤
[해설] $\overline{BO} = \overline{DO}$이므로 $y = 2\overline{DO} = 2 \times 6 = 12$
$\triangle ACD$에서 $\angle ADC = 180^\circ - (60^\circ + 58^\circ) = 62^\circ$
$\therefore \angle x = \angle ADC = 62^\circ$

6) [정답] ③
[해설] $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의해
$\angle DEC = \angle DCE$이고
$\triangle DEC$는 $\overline{DE} = \overline{DC}$인 이등변삼각형
따라서 $\overline{DE} = \overline{DC} = 6\,cm$이고 $\overline{AE} = 3cm$
또, $\angle BCD = 110^\circ$이고 $\angle DEC = \angle BCE = 55^\circ$
이므로 $y^\circ = 55^\circ$
맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle AEF = \angle DEC = 55^\circ$
이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 에서 동위각의 성질에 의해
$\angle FAE = \angle ABC = 70^\circ$
그러므로 $\triangle AFE$는 $\overline{AF} = \overline{AE}$인 이등변삼각형이고 $\overline{AE} = 3\,cm$이므로 $x = 3$
$\therefore x = 3, y = 55$

7) [정답] ③
[해설] $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의해
$\angle BEA = \angle EAD$, $\angle CFD = \angle FDA$ 이므로
$\triangle ABE$는 $\overline{AB} = \overline{BE} = 8$인 이등변삼각형,
$\triangle CDF$는 $\overline{CF} = \overline{DC} = 8$인 이등변삼각형
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{FC} - \overline{FE} = 16 - \overline{FE}$
$\therefore \overline{FE} = 6$

8) [정답] ③
[해설] $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로
$\angle EBF = \angle AFB = 180^\circ - 155^\circ = 25^\circ$
$\angle ABC = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$,
$\angle BAD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$
$\triangle ABE$에서
$\angle AEC = \angle EAB + \angle ABE = 65^\circ + 50^\circ = 115^\circ$

9) [정답] ⑤
[해설]


$\overline{AD}$와 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 P라 하면
$\triangle APE$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AE} = \overline{BE}$, $\angle AED = \angle BEC$(맞꼭지각)
$\angle PAE = \angle CBE$(엇각)이므로
$\triangle APE \equiv \triangle BCE$($ASA$합동)
$\therefore \overline{PA} = \overline{BC}$
한편, $\triangle PFD$는 직각이고 $\overline{PA} = \overline{DA}$이므로 점 A는 $\triangle PFD$의 외심이다.
$\angle B = \angle D = 81^\circ$이므로
$\angle ADF = 81^\circ - 17^\circ = 64^\circ$
$\triangle AFD$에서 $\overline{AF} = \overline{AD}$이므로
$\angle AFD = \angle ADF = 64^\circ$
$\therefore \angle AFE = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$

10) [정답] ⑤
[해설] ⑤ $\angle ABD = \angle BDC$이면 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

11) [정답] ④
[해설] 평행사변형의 두 쌍의 대변은 평행하므로
$\angle ADF = \angle CFD$이다. 그러므로 $\triangle DFC$는
$\overline{DC} = \overline{CF}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{BF} = \overline{BC} - \overline{CF}$이므로 5㎝이다.

12) [정답] ①
[해설] $\triangle PBQ \equiv \triangle ABC \equiv \triangle RQC$이므로
$\angle PQR = \angle PQB + \angle BQC + \angle RQC$이다.

$\angle PQB = \angle ACB = 60^\circ$, $\angle RQC = \angle ABC = 40^\circ$
이다. 그러므로 $\angle PQR = 160^\circ$ 이다.

13) [정답] ③
[해설] $\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PBC + \triangle PDA$이므로
$25 = 16 + \triangle PDA$
$\therefore \triangle PDA = 9\,cm^2$

14) [정답] ⑤
[해설] $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle BEA = \angle BAE$이고
$\triangle ABE$는 $\overline{AB} = \overline{BE}$인 이등변삼각형
평행사변형의 성질에 의해 $\overline{AB} = \overline{DC} = 7$
$\therefore x = 7$

15) [정답] ②
[해설] $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ 이므로
$\angle DCB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
평행사변형의 성질에 의해
$\angle BAD = \angle DCB = 110^\circ$
$\angle BAC = \angle DCA = 52^\circ$ (엇각)
$\angle DAC = 110^\circ - 52^\circ = 58^\circ$
$\overline{AD} // \overline{BE}$이므로
$\angle E = \angle DAE = \frac{1}{2}\angle DAC = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$

16) [정답] ③
[해설] 점 E가 $\overline{DC}$의 중점이므로 $\overline{DE} = \overline{CE}$
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BF}$이므로 엇각의 성질에 의해
$\angle ADE = \angle FCE$
맞꼭지각의 성질에 의해 $\angle AED = \angle FEC$
따라서 $\triangle ADE$와 $\triangle FCE$에서
$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$, $\angle AED = \angle FEC$이
므로 $\triangle ADE \equiv \triangle FCE$ ($\because ASA$합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC} = 6$
평행사변형의 성질에 의해 $\overline{BC} = \overline{AD} = 6$이므로
$\overline{BF} = 6 + 6 = 12$

17) [정답] ③
[해설] (가) $\angle COD$, (나) SAS, (다) 엇각,
(라) $\overline{AD} // \overline{BC}$

18) [정답] ③
[해설] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle PAO = \angle QCO$(엇각)
$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)이므로
$\triangle APO \equiv \triangle CQO$($ASA$합동)
$\therefore \triangle CQO = \triangle APO = 5\mathrm{cm}^2$
$\triangle COD = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 64 = 16(\mathrm{cm}^2)$
$\therefore \triangle DOQ = \triangle COD - \triangle CQO = 16 - 5 = 11(\mathrm{cm}^2)$

19) [정답] ④
[해설] $\overline{CD} = \overline{AB} = 6\,cm$이다. $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
이므로 $\overline{OC} + \overline{OD} = \frac{1}{2} \times (\overline{AC} + \overline{BD}) = 9\,cm$이다.
그러므로 $\triangle OCD = 15\,cm$이다.

20) [정답] ⑤
[해설] ① 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$,
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이고 $\square ABCD$는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형
③ 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$이고
$\overline{AB} = \overline{DC}$ $\square ABCD$는 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 평행사변형
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형