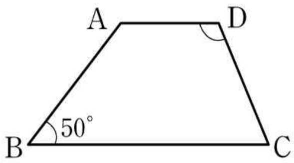
4-2 사각형의 성질 02

점수

단원별 출제 유형 분석, 적중률 100%

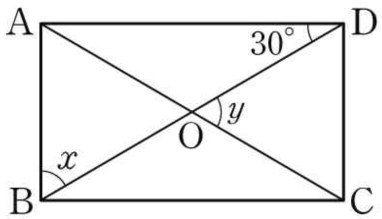
학교시험문제 완벽 분석! 학교시험문제와 유형도 똑같다!
적중률 100%를 자랑하는 내신코치 단원 적중 문제

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B=50^{\circ}$이고 $\overline{AB}+\overline{AD}=\overline{BC}$일 때, $\angle D$의 크기는?



① 110° ② 115° ③ 120°
④ 125° ⑤ 130°

2. 아래 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 대각선의 교점이 O이고, $\angle ADB=30^{\circ}$일 때, $\angle x+\angle y$의 크기는?

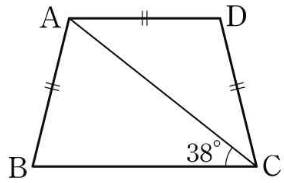


① 112° ② 114° ③ 116°
④ 118° ⑤ 120°

3. 다음 성질을 모두 만족시키는 사각형을 모두 말하시오.

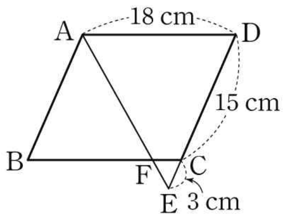
<조건>
(가) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(나) 두 대각선의 길이가 같다.

4. 아래 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}$, $\angle ACB=38^{\circ}$일 때, $\angle BAC$의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64°
④ 66° ⑤ 68°

5. 아래 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}=18\,\text{cm}$, $\overline{CD}=15\,\text{cm}$, $\overline{CE}=3\,\text{cm}$일 때, $\overline{BF}$의 길이는?

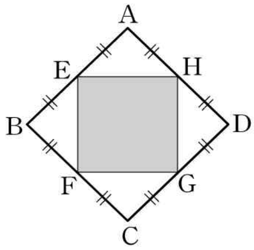


① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm
④ 16 cm ⑤ 17 cm

6. □ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 할 때, 다음 중 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은?

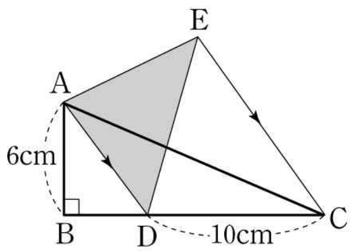
① $\angle A=75^{\circ}$, $\angle B=105^{\circ}$, $\angle C=75^{\circ}$, $\angle D=105^{\circ}$
② $\angle A=70^{\circ}$, $\angle B=110^{\circ}$, $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{CD}=5\,\text{cm}$
③ $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{BC}=7\,\text{cm}$, $\overline{CD}=5\,\text{cm}$, $\overline{DA}=7\,\text{cm}$
④ $\overline{OA}=4\,\text{cm}$, $\overline{OB}=3\,\text{cm}$, $\overline{OC}=4\,\text{cm}$, $\overline{OD}=3\,\text{cm}$
⑤ $\angle A=50^{\circ}$, $\angle C=50^{\circ}$, $\angle ABD=65^{\circ}$, $\angle CBD=65^{\circ}$

7. 아래 그림에서 마름모 ABCD의 각 변의 중점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 □EFGH에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

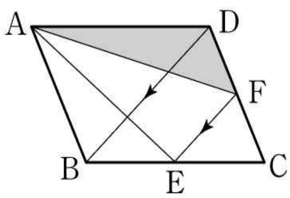


① 네 변의 길이가 같다.
② 네 각의 크기가 모두 같다.
③ 두 대각선이 직교한다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

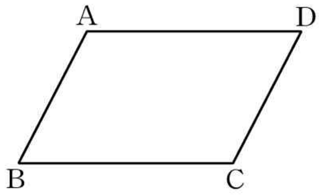
8. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EC}$, $\angle ABD = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{DC} = 10$ cm일 때, △EAD의 넓이를 구하시오.



9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 대각선 BD에 평행한 직선을 그어 변 BC, CD와의 교점을 각각 E, F라 하자. $\triangle ABE = 8\ cm^2$일 때, △DAF의 넓이를 구하시오.



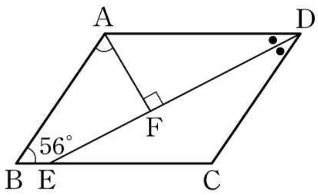
10. 아래 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A : \angle B = 5 : 4$일 때, 다음을 구하시오.



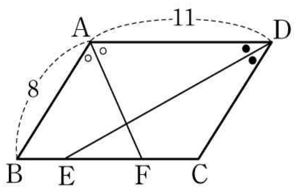
(1) ∠C의 크기

(2) ∠D의 크기

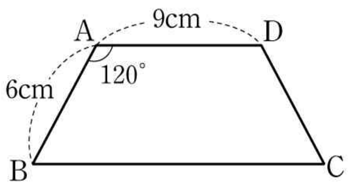
11. 아래 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠D의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하고, 점 A에서 $\overline{DE}$ 위에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\angle B = 56^\circ$ 일 때, ∠BAF의 크기를 구하시오.



12. 아래 그림과 같이 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 11$인 평행사변형 ABCD에서 ∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 F라 하고, ∠D의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 할 때, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.



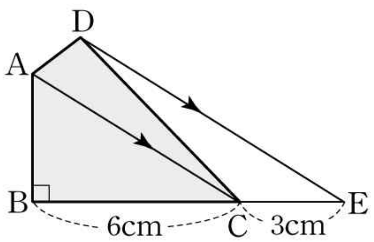
13. 아래 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}=9$ cm, $\overline{AB}=6$ cm이고 $\angle A=120^{\circ}$일 때, 다음 물음에 답하시오.



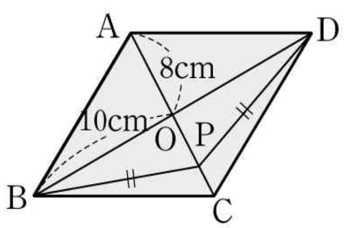
(1) $\angle B$와 $\angle C$의 크기를 각각 구하시오.

(2) $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.

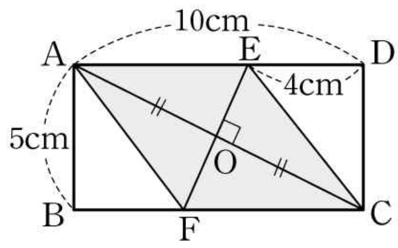
14. 아래 그림에서 $\overline{AC}//\overline{DE}$이고 $\triangle ABC=12\ \text{cm}^2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점은 O이고, 대각선 AC 위의 한 점 P에 대하여 $\overline{BP}=\overline{DP}$이다. $\overline{OA}=8$ cm, $\overline{OB}=10$ cm일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



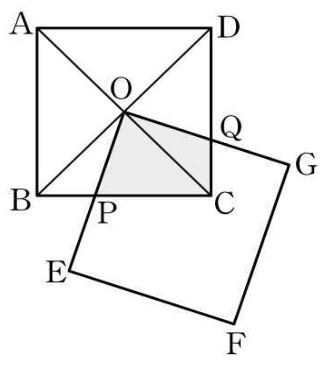
16. 아래 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD}=10$ cm, $\overline{AB}=5$ cm, $\overline{ED}=4$ cm이고, 대각선 AC의 수직이등분선이 두 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) □AFCE는 어떤 사각형인지 말하시오.

(2) □AFCE의 둘레의 길이를 구하시오.

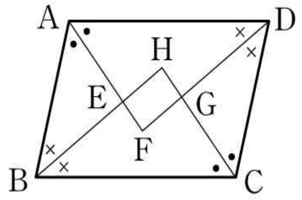
17. 아래 그림은 한 변의 길이가 8 cm인 두 정사각형 ABCD와 OEFG를 서로 겹쳐 놓은 것이다. 점 O가 □ABCD의 대각선의 교점일 때, 다음 물음에 답하시오.



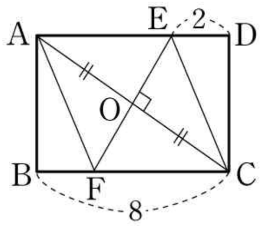
(1) △OCQ와 합동인 삼각형을 찾으시오.

(2) 두 정사각형의 겹쳐진 부분인 □OPCQ의 넓이를 구하시오.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선에 의하여 만들어지는 사각형 EFGH에서 $\overline{EG}=7$ cm 일 때, $\overline{HF}$의 길이를 구하시오.



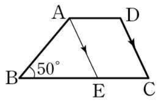
19. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{AC}\perp\overline{EF}$, $\overline{BC}=8$, $\overline{ED}=2$일 때, $\overline{EC}$의 길이를 구하시오.



20. $\overline{AD}//\overline{BC}$이고 $\angle B=\angle C$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle D=2\angle B+30^\circ$일 때, $\angle B$와 $\angle D$의 크기를 구하시오.

1) ②

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와의 교점을 E라 하면



$\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{EC}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}$

$\therefore\ \angle AEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\angle AEC=180^\circ-65^\circ=115^\circ$ 이므로

$\angle D=115^\circ$

2) ⑤

$\triangle AOD$에서 $\angle OAD=\angle ODA=30^\circ$

$\therefore\ \angle y=\angle OAD+\angle ODA=60^\circ$

$\angle DBC=\angle ADB=30^\circ$

$\therefore\ \angle x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=120^\circ$

3) 직사각형, 정사각형

㈎ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

㈏ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

따라서 ㈎, ㈏를 모두 만족시키는 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

4) ④

$\angle DAC=\angle DCA=\angle ACB=38^\circ$

$\angle A=180^\circ-76^\circ=104^\circ$

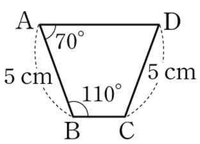
$\therefore\ \angle BAC=\angle A-\angle DAC=104^\circ-38^\circ=66^\circ$

5) ③

$\triangle DAE$, $\triangle CFE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CF}=3\,(\mathrm{cm})$ $\quad\therefore\ \overline{BF}=18-3=15\,(\mathrm{cm})$

6) ②



7) ②, ④

$\triangle AEH\equiv\triangle CGF$ (SAS 합동),

$\triangle BEF\equiv\triangle DGH$ (SAS 합동)이므로

$\overline{EH}=\overline{GF}$, $\overline{EF}=\overline{GH}$, 즉 □EFGH는 평행사변형이다.

$\angle A+2\angle AEH=180^\circ$, $\angle B+2\angle BEF=180^\circ$ 이므로

$\angle AEH+\angle BEF=90^\circ$ $\qquad\therefore\ \angle FEH=90^\circ$

마찬가지로 $\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

따라서 □EFGH는 직사각형이다.

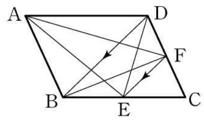
8) $30\ \mathrm{cm}^2$

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로

$\triangle EAD=\triangle CAD=\frac{1}{2}\times10\times6=30(\mathrm{cm}^2)$

9) $8\ \mathrm{cm}^2$

다음 그림과 같이 점 D와 E, B와 F를 이으면



$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\triangle ABE=\triangle DBE$

$\overline{BD}//\overline{EF}$이므로 $\triangle DBE=\triangle DBF$

$\overline{AB}//\overline{DC}$이므로$\triangle DBF=\triangle DAF$

$\therefore\ \triangle DAF=\triangle DBF=\triangle DBE=\triangle ABE$

$=8(\mathrm{cm}^2)$

10) (1) 100° (2) 80°

(1) $\angle A=5x$, $\angle B=4x$라 하면

$5x+4x=180^\circ$ 에서 $x=20^\circ$

$\therefore\ \angle A=5x=100^\circ$

$\therefore\ \angle C=\angle A=100^\circ$

(2) $\angle B=4x=80^\circ$ 이므로

$\angle D=\angle B=80^\circ$

11) 62°

□ABCD가 평형사변형이므로

$\angle CDA=\angle B=56^\circ$, $\angle DAB=180^\circ-56^\circ=124^\circ$

$\therefore\ \angle ADF=\frac{1}{2}\angle CDA=28^\circ$

$\triangle AFD$에서

$\angle DAF=180^\circ-(\angle AFD+\angle ADF)$

$=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$

$\therefore\ \angle BAF=\angle DAB-\angle DAF$

$=124^\circ-62^\circ=62^\circ$

12) $\overline{BF}=8$, $\overline{CE}=8$

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle DAF=\angle BFA$ (엇각)

$\therefore\ \angle BAF=\angle BFA$

$\therefore\ \overline{BF}=\overline{AB}=8$

또한, $\angle ADE=\angle CED$ (엇각)

$\therefore \angle CDE=\angle CED$

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{CD}=8$

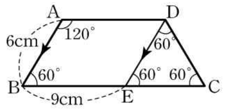
13) (1) $\angle B=60^\circ$, $\angle C=60^\circ$ (2) $15\ \mathrm{cm}$

(1) $\angle B=180^\circ-\angle A=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

□ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\angle C=\angle B=60^\circ$

(2) 다음 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그으면



$\angle ABE=\angle DEC=60^\circ$

이고

$\angle EDC=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle DEC$는 정삼각형이므로

$\overline{EC}=\overline{CD}=\overline{DE}=6(\mathrm{cm})$

또한, □ABED는 $\overline{AD}//\overline{BE}$, $\overline{AB}//\overline{DE}$이므로 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{AD}=9(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=9+6=15(\mathrm{cm})$

14) $18\ \mathrm{cm}^2$

$\overline{AC}//\overline{DE}$이므로 밑변을 $\overline{AC}$로 하는 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 넓이가 서로 같다.

$\therefore$ □ABCD $=\triangle ABC+\triangle ADC$

$=\triangle ABC+\triangle AEC=\triangle ABE$

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 6=12$이므로

$\overline{AB}=4(\mathrm{cm})$

$\therefore$ □ABCD $=\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{CE})\times\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times 9\times 4=18(\mathrm{cm}^2)$

15) $160\ \mathrm{cm}^2$

$\triangle OBP$와 $\triangle ODP$에서

$\overline{OB}=\overline{OD}$ ($\because$ □ABCD가 평행사변형),

$\overline{BP}=\overline{DP}$, $\overline{OP}$는 공통

$\therefore\ \triangle OBP\equiv\triangle ODP$ (SSS 합동)

따라서 $\angle BOP=\angle DOP=90^\circ$이다. 즉, 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로

□ABCD는 마름모이다.

$\therefore$ □ABCD $=4\times\triangle ABO=4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 10\times 8\right)$

$=160(\mathrm{cm}^2)$

16) (1) 마름모 (2) $24\ \mathrm{cm}$

(1) $\triangle AOE\equiv\triangle COF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{OE}=\overline{OF}$

따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 □AFCE는 마름모이다.

(2) $\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=10-4=6(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (□AFCE의 둘레의 길이)

$=4\times\overline{AE}=24(\mathrm{cm})$

17) (1) $\triangle OBP$ (2) $16\ \mathrm{cm}^2$

(1) $\triangle OCQ$와 $\triangle OBP$에서 $\overline{OC}=\overline{OB}$,

$\angle OCQ=\angle OBQ$, $\angle COQ=\angle BOQ$

$\therefore\ \triangle OCQ\equiv\triangle OBP$ (ASA 합동)

(2) $\triangle OCQ\equiv\triangle OBP$이므로 $\triangle OCQ=\triangle OBP$

$\therefore$ □OPCQ $=\triangle OPC+\triangle OCQ$

$=\triangle OPC+\triangle OBP$

$=\triangle OBC=\dfrac{1}{4}$□ABCD

$=\dfrac{1}{4}\times 8\times 8=16(\mathrm{cm}^2)$

18) 7 cm

$\angle A+\angle B=180^\circ$

$\triangle ABE$에서

$\angle EAB+\angle EBA=\dfrac{1}{2}(\angle A+\angle B)=90^\circ$

$\therefore \angle AEB=\angle HEF=90^\circ$

마찬가지로

$\angle EHG=\angle EFG=\angle FGH=90^\circ$

따라서 □EFGH는 직사각형이므로 두 대각선의 길이가 같다. $\therefore\ \overline{HF}=\overline{EG}=7(\mathrm{cm})$

19) 6

$\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOE=\angle COF$

$\angle EAO=\angle FCO$ (엇각)

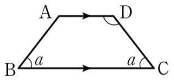
$\therefore\ \triangle AOE\equiv\triangle COF$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{EO}=\overline{FO}$

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 □AFCE는 마름모이다.

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CE}=\overline{EA}=8-2=6$

20) $\angle B=50^\circ$, $\angle D=130^\circ$



$\angle B=\angle C=\angle a$라 하면

□ABCD는 등변사다리꼴

이므로

$\angle D+\angle C=180^\circ$, $2\angle a+30^\circ+\angle a=180^\circ$

$\therefore\ \angle a=50^\circ$

$\therefore\ \angle B=50^\circ$

$\therefore\ \angle D=2\angle a+30^\circ=2\times50^\circ+30^\circ=130^\circ$