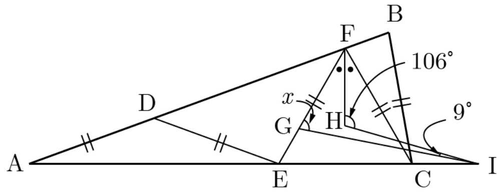
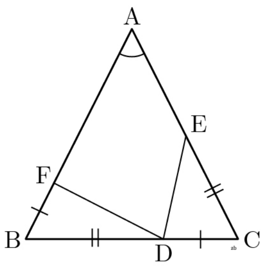
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형에서 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FC}=\overline{BC}$, $\overline{FH}$는 $\angle EFC$의 이등분선이고 $\angle FHI=106^\circ$, $\angle GIH=9^\circ$이다. $x=\angle FGI$의 크기를 구하면?



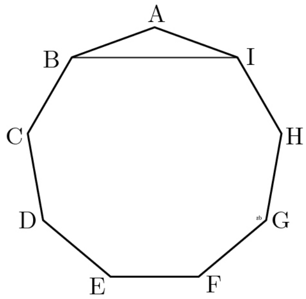
① 63° ② 65°
③ 67° ④ 69°
⑤ 71°

2. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\angle EDF-\angle A=24^\circ$일 때, $\angle A$의 크기는?



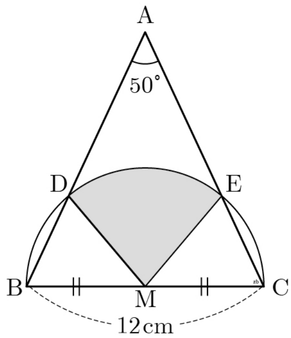
① 40° ② 44°
③ 48° ④ 52°
⑤ 56°

3. 정구각형의 세 꼭짓점 A, B, I로 이루어진 $\triangle ABI$에서 $\angle ABI$의 크기는?



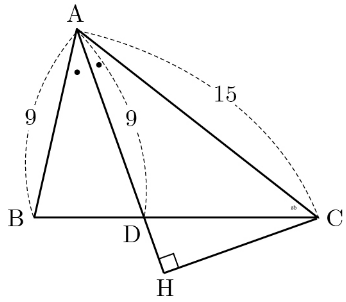
① 15° ② 18°
③ 20° ④ 25°
⑤ 30°

4. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. $\angle A=50^\circ$이고 $\overline{BC}=12cm$일 때, 부채꼴 DME의 넓이는?



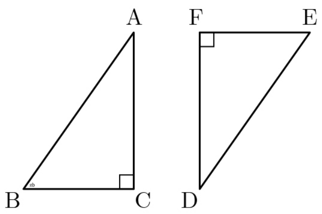
① $4\pi cm^2$ ② $6\pi cm^2$
③ $8\pi cm^2$ ④ $12\pi cm^2$
⑤ $15\pi cm^2$

5. $\triangle ABC$의 한 꼭짓점 C에서 $\angle A$의 이등분선의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB}=\overline{AD}=9$이고 $\overline{AC}=15$일 때, $\overline{AH}$의 길이는?



① 11　　② 11.5
③ 12　　④ 12.5
⑤ 13

6. 그림과 같이 $\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이 될 수 있는 조건을 <보기>에서 모두 고르면?

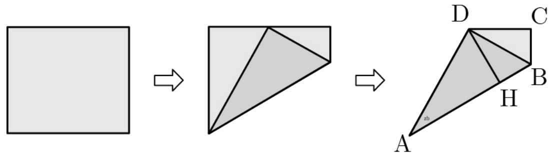


<보기>

ㄱ. $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
ㄴ. $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{DF}$
ㄷ. $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle B=\angle E$
ㄹ. $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$
ㅁ. $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$

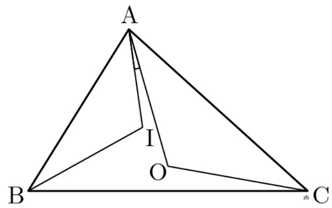
① ㄱ, ㄴ, ㄷ　　② ㄱ, ㄴ, ㄹ
③ ㄴ, ㄷ, ㄹ　　④ ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

7. 넓이가 240인 직사각형 모양의 종이를 그림과 같이 접었을 때, $\square ABCD$의 넓이는?



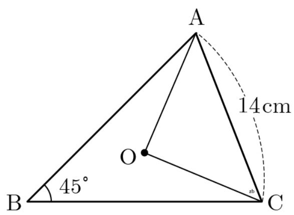
① 40　　② 60
③ 80　　④ 100
⑤ 120

8. 삼각형 ABC가 주어져 있다. 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ABC=58^\circ$, $\angle ACB=42^\circ$, $\angle OCB=10^\circ$이다. 이때, $\angle IAO$의 크기를 구하면?



① 2°　　② 3°
③ 8°　　④ 11°
⑤ 16°

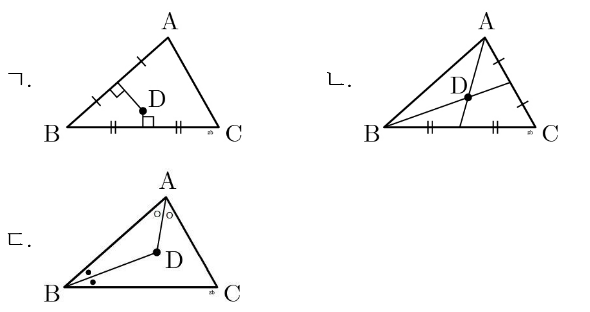
9. 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AC}=14\,\text{cm}$, $\angle B=45^\circ$일 때, $\triangle AOC$의 외접원의 넓이는?



① $25\pi\,\text{cm}^2$　　② $\frac{121}{4}\pi\,\text{cm}^2$
③ $36\pi\,\text{cm}^2$　　④ $49\pi\,\text{cm}^2$
⑤ $98\pi\,\text{cm}^2$

10. 주어진 얼굴무늬 수막새를 이루는 원의 중심을 정하는 방법을 생각해보자. 중심의 위치를 찾으려면 어떤 작도를 사용해야 하는지 <보기>에서 찾아 이름과 바르게 짝지은 것을 구하시오.

<보기>

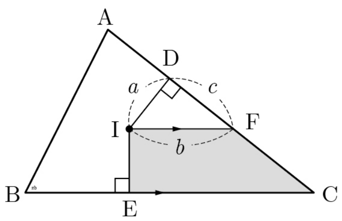


① ㄱ - 외심　　② ㄴ - 외심

③ ㄱ - 내심　　④ ㄴ - 내심

⑤ ㄷ - 내심

11. 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I에서 선분 AC, 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{DI}=a$, $\overline{IF}=b$, $\overline{FD}=c$이고 $\overline{IF}//\overline{BC}$일 때, 사다리꼴 $IECF$의 넓이를 a, b, c로 나타내면?

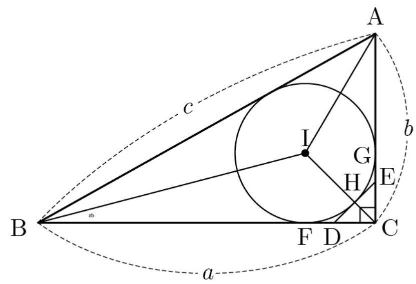


① $\frac{1}{2}a(2b+c)$　　② $\frac{1}{2}a(b+2c)$

③ $\frac{1}{2}a(a+b+c)$　　④ $a(2b+c)$

⑤ $a(b+2c)$

12. $\angle C=90^\circ$ 인 $\triangle ABC$의 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 c, a, b 라 하자. 또, $\triangle ABC$에 내접하는 원이 $\overline{BC}, \overline{CA}$에 접하는 점을 각각 F, G 라 하고, 내접원의 호 FG 위에 F, G 가 아닌 점 H 에서 원에 그은 접선이 $\overline{BC}, \overline{CA}$와 만나는 점을 각각 D, E 라 하자. $a+b+c=\frac{1}{2}ab$라 할 때, $\triangle DEC$의 둘레의 길이는?

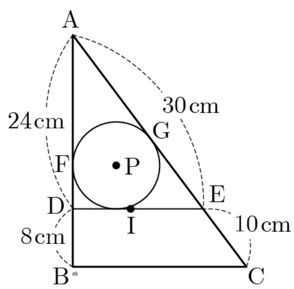


① 1　　② 2

③ 4　　④ 6

⑤ 8

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, 점 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라고 한다. 원 P는 $\triangle ADE$의 내접원이고 두 점 F, G는 접점일 때, $\overline{AG}$의 길이는?



① 10cm　　② 12cm

③ 15cm　　④ 18cm

⑤ 20cm

14. 다음은 직각삼각형에 대한 설명이다. 옳은 것은?

① 빗변의 길이가 같은 직각삼각형은 합동이다.

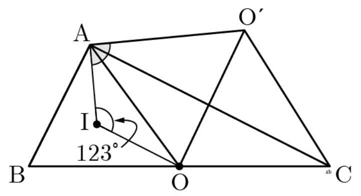
② 직각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

③ 직각삼각형의 내심은 빗변의 중점 위에 있다.

④ 두 변의 길이가 같은 두 직각삼각형은 합동이다.

⑤ 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 $10\,\mathrm{cm}$인 두 직각삼각형은 합동이다.

15. 변 BC위의 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, 점 I는 $\triangle AOB$의 내심이며, 점 O'은 $\triangle AOC$의 외심이다. $\angle AIO = 123°$ 일 때, $\angle IAO'$의 크기는?



① $95°$

② $96°$

③ $97°$

④ $98°$

⑤ $99°$

정답 및 해설

1) 정답 ③

1등급 공략 Tip

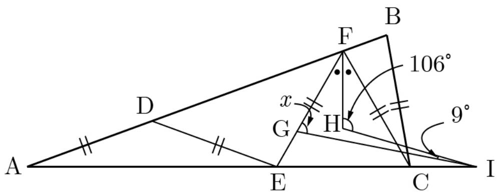
이등변삼각형 외각의 성질을 고려한다.

문제 분석

다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FC}=\overline{BC}$, $\overline{FH}$는 $\angle EFC$의 이등분선이

단서 $\triangle DAE$, $\triangle EDF$, $\triangle FEC$, $\triangle CBF$는 이등변삼각형이다.

고 $\angle FHI=106^\circ$, $\angle GIH=9^\circ$ 이다. $x=\angle FGI$의 크기를 구하면?



단계별 풀이 전략

❶ $\angle BAC$ 구하기

$\angle DAE=\angle a$라 하자.

$\overline{AD}=\overline{DE}$이므로 $\angle DEA=\angle DAE=\angle a$

$\triangle DAE$에서 $\angle EDF=\angle a+\angle a=2\angle a$

$\overline{DE}=\overline{EF}$이므로 $\angle EFD=\angle EDF=2\angle a$

$\triangle FAE$에서 $\angle FEC=2\angle a+\angle a=3\angle a$

$\overline{EF}=\overline{FC}$이므로 $\angle FCE=\angle FEC=3\angle a$

$\triangle FAC$에서 $\angle CFB=3\angle a+\angle a=4\angle a$

$\overline{FC}=\overline{BC}$이므로 $\angle CBF=\angle CFB=4\angle a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle C=4\angle a$

따라서 $\angle a+4\angle a+4\angle a=180^\circ$

$9\angle a=180^\circ$

$\angle a=20^\circ$

❷ $\angle EIG$ 구하기

$\overline{FH}$의 연장선과 $\overline{EC}$의 교점을 점 P라 하자.

$\triangle FEC$는 이등변삼각형이므로 $\angle FPI=90^\circ$

$\triangle HPI$에서 $\angle IHF=106^\circ$ 이므로 $\angle PIH=16^\circ$

또한 $\angle GIH=9^\circ$ 이므로 $\angle PIG=7^\circ$

❸ x 구하기

따라서 $\triangle GEI$에서

$x=\angle IGF=\angle GEI+\angle EIG=3\angle a+7^\circ=67^\circ$

2) 정답 ②

1등급 공략 Tip

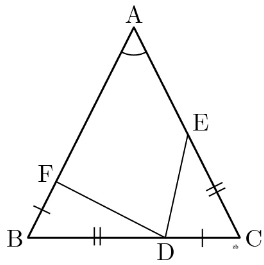
이등변삼각형 내부에 합동인 삼각형을 찾는다.

문제 분석

단서 $\angle B=\angle C$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로 $\triangle BFD\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)이다.

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\angle EDF-\angle A=24^\circ$일 때, $\angle A$의 크기는?

주의 $\angle EDF$와 크기가 같은 각을 찾는다.



단계별 풀이 전략

❶ $\angle EDF$ 구하기

$\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$

$\triangle BDF$와 $\triangle CED$에서 $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$이므로 $\triangle BDF\equiv\triangle CED$($SAS$합동)이다.

$\angle BFD+\angle FDB=\angle CDE+\angle FDB$

근거 $\angle BFD+\angle FDB=180^\circ-\angle B$

$$=180^\circ-\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$$

$$=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$$

$\therefore \angle EDF=180^\circ-(90^\circ+\frac{1}{2}\angle A)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$

❷ $\angle A$ 구하기

이때 $\angle EDF-\angle A=24^\circ$ 이므로

$90^\circ-\frac{1}{2}\angle A-\angle A=24^\circ$

$-\frac{3}{2}\angle A=-66^\circ \quad \therefore \angle A=44^\circ$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

3) 정답 ③

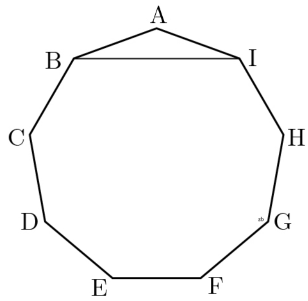
1등급 공략 Tip

정n각형의 내각의 크기 합은 $180^\circ \times (n-2)$로 구할 수 있다.

문제 분석

단서 $\overline{AB}$, $\overline{AI}$는 정구각형의 변이므로 $\overline{AB}=\overline{AI}$이다.

정구각형의 세 꼭짓점 A, B, I로 이루어진 $\triangle ABI$에서 $\angle ABI$의 크기는?



풀이과정

정구각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ(9-2)=1260^\circ$ 이므로

한 내각 $\angle BAI=\dfrac{1260^\circ}{9}=140^\circ$

$\triangle ABI$에서 $\overline{AB}=\overline{AI}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABI=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

4) 정답 ③

1등급 공략 Tip

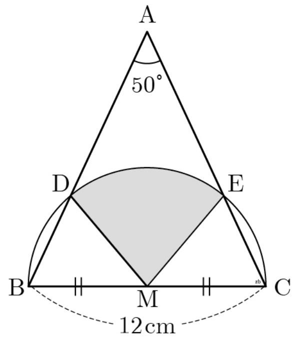
부채꼴 DME의 넓이를 구하기 위해서는 $\angle DME$를 알아야 한다.

문제 분석

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. $\angle A=50^\circ$ 이고 $\overline{BC}=12cm$일 때,

단서 $\overline{BM}=\overline{DM}=\overline{EM}=\overline{CM}$

부채꼴 DME의 넓이는?



THE 깊은 해설

$\angle ABC=\angle ACB=65^\circ$

$\triangle MDB$는 $\overline{MD}=\overline{MB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle MDB=\angle MBD=65^\circ$, $\angle DMB=50^\circ$

근거 $\triangle EMC$는 $\overline{MC}=\overline{ME}$인 이등변삼각형이므로 $\angle MCE=\angle MEC=65^\circ$ 이다.

또한 $\angle EMC=50^\circ$ 이므로 $\angle DME=80^\circ$

$\therefore$ (부채꼴 DME의 넓이)

$=\pi\times6^2\times\dfrac{80}{360}=8\pi(cm^2)$

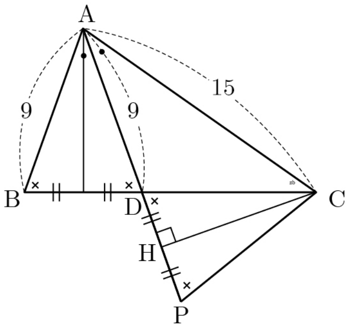
I410-ECN-0199-2023-001-000255121

5) 정답 ③

1등급 공략 Tip

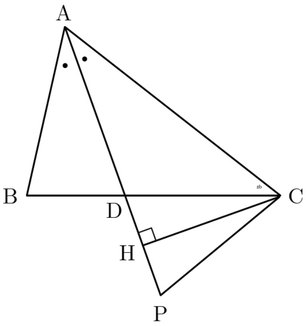
$\overline{BD}$와 길이가 같게 연장선 DH 위에 점을 잡는다.

그림 분석



↳ $\overline{BD}=\overline{DP}$가 되도록 점 P를 잡으면
$\angle ABD=\angle ADB=\angle CDP=\angle CPD$이다.

풀이과정



$\overline{DH}=\overline{PH}$가 되도록 $\overline{AH}$의 연장선에 점 P를 잡으면
$\triangle CDH$와 $\triangle CPH$에서 $\overline{CH}$는 공통, $\overline{DH}=\overline{PH}$,
$\angle CHD=\angle CHP=90^\circ$이므로
$\triangle CDH\equiv\triangle CPH$($SAS$합동)
$\therefore \overline{DH}=\overline{PH}$
이때 $\triangle ABD$와 $\triangle APC$에서
$\angle ADB=\angle CDP=\angle CPD$, $\angle BAD=\angle PAC$이므로
$\angle B=\angle ACP$이고 $\triangle ABD$가 $\angle ADB=\angle B$인 이등변삼각형이므로 $\triangle APC$도 $\angle APC=\angle ACP$인 이등변삼각형이다.
즉 $\overline{AC}=\overline{AP}=15$이고
$\overline{AP}=\overline{AD}+\overline{DP}$이므로 $15=9+\overline{DP}$
$\therefore \overline{DP}=6$
$\overline{DH}=\overline{PH}=\dfrac{1}{2}\overline{DP}=3$
$\therefore \overline{AH}=\overline{AD}+\overline{DH}=12$

6) 정답 ⑤

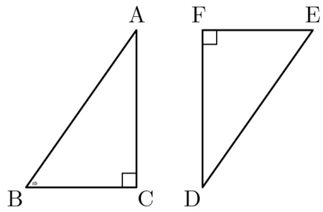
1등급 공략 Tip

직각삼각형의 합동 조건을 고려한다.

문제 분석

주의 점 A는 점 D, 점 B는 점 E, 점 C는 점 F와 대응한다.

그림과 같이 $\angle C=\angle F=90^\circ$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이 될 수 있는 조건을 <보기>에서 모두 고르면?



풀이과정

ㄱ. $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$인 경우에는 두 직각삼각형의 한 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS합동이다.
ㄴ. $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{DF}$인 경우에는 두 직각삼각형의 한 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS합동이다.
ㄷ. $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle B=\angle E$ 인 경우에는 한 변과 양 끝각의 크기가 같음을 확인할 수 있으므로 ASA합동이다.
ㄹ. $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$인 경우에는 한 변과 양 끝각의 크기가 같음을 확인할 수 있으므로 ASA합동이다.
ㅁ. $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$인 경우에는 삼각형의 세 내각의 크기가 같은 경우로 합동조건에 맞지 않으므로 두 직각삼각형이 합동이라고 할 수 없다.

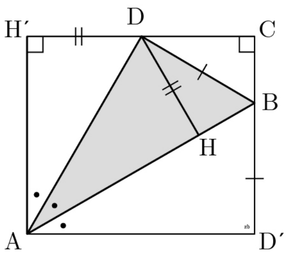
I410-ECN-0199-2023-001-000255121

7) 정답 ④

1등급 공략 Tip

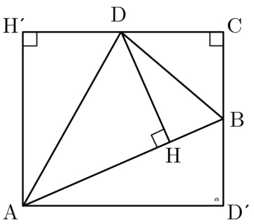
접은 종이를 폈을 때, 합동인 삼각형을 찾는다.

그림 분석



↳ 접은 종이를 폈을 때, $\triangle AH'D \equiv \triangle AHD$ (RHA 합동), $\triangle ADB \equiv \triangle AD'B$ (RHA 합동)이다.

THE 깊은 해설



$\triangle AH'D$와 $\triangle AHD$에서 $\overline{AD}$는 공통,

$\angle H' = \angle AHD = 90^\circ$, $\angle H'AD = \angle HAD$(접은각)

이므로 $\triangle AH'D \equiv \triangle AHD$($RHA$합동)이다.

$\triangle DBC$와 $\triangle DBH$에서

$\angle C = \angle DHB = 90^\circ \cdots$ ㉠

근거 $\angle D = \angle ADH + \angle HDB = 90^\circ$

$\overline{DB}$는 공통$\cdots$ ㉡, $\angle ADH + \angle HDB = 90^\circ$

$\angle ADH' + \angle CDB = 90^\circ$

이때 $\angle ADH = \angle ADH'$ 이므로

$\angle HDB = \angle CDB \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $\triangle DBC \equiv \triangle DBH$($RHA$합동)이다.

$\triangle AH'D \equiv \triangle AHD$에서 $\overline{H'D} = \overline{HD}$,

$\triangle DBC \equiv \triangle DBH$에서 $\overline{HD} = \overline{CD}$이므로

$\overline{H'D} = \overline{CD}$

즉 점 D는 $\overline{H'C}$의 중점이므로

$$\triangle AH'D = \triangle ADC = \frac{1}{2}\triangle AH'C$$
$$= \frac{1}{4}\square AD'CH' = 60$$

↳ 직사각형 모양의 종이 넓이가 240이므로 $\square AD'CH' = 240$이다.

$\triangle DBC = \triangle DBH = a$라 하면

$\triangle ADB = \triangle AD'B = \triangle AHD + \triangle DBH$

$= 60 + a$

직사각형 모양의 종이의 넓이가 240이므로

$240 = \triangle AH'D + \triangle ADB + \triangle AD'B + \triangle DBC$

$= 60 + (60 + a) + (60 + a) + a$

$= 180 + 3a$

즉 $240 = 180 + 3a$이므로 $a = 20$

따라서 $\square ABCD = \triangle ADB + \triangle DBC$

$= (60 + 20) + 20$

$= 100$

8) 정답 ③

1등급 공략 Tip

삼각형의 내심과 외심의 성질을 이용하여 주어진 각을 구할 수 있다.

문제 분석

삼각형 ABC가 주어져 있다. 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고

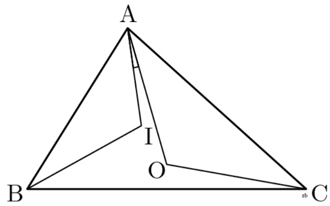
단서 $\triangle AOC$, $\triangle AOB$, $\triangle BOC$는 이등변삼각형이다.

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.

단서 각 꼭짓점에서 내심에 이은 선분에 의해 각 꼭짓점은 이등분된다.

$\angle ABC = 58^\circ$, $\angle ACB = 42^\circ$, $\angle OCB = 10^\circ$ **이다.**

이때, $\angle IAO$의 크기를 구하면?



풀이과정

$\angle BAC = 180^\circ - (58^\circ + 42^\circ) = 80^\circ$

$\angle IAC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\angle ACO = 42^\circ - 10^\circ = 32^\circ$

$\overline{OA} = \overline{OC}$이므로 $\angle OAC = \angle OCA = 32^\circ$

$\therefore \angle IAO = 40^\circ - 32^\circ = 8^\circ$

9) 정답 ④

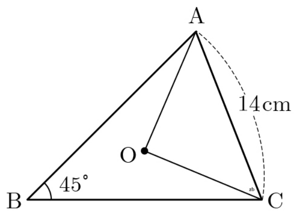
1등급 공략 Tip

삼각형 외심의 중심각은 꼭지각의 두 배라는 성질을 활용한다.

문제 분석

그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AC} = 14\,\text{cm}$, $\angle B = 45^\circ$일 때, $\triangle AOC$의 외접원의 넓이는?

단서 $\angle AOC = 2\angle B = 90^\circ$ 단서 $\triangle AOC$는 $\overline{AO} = \overline{CO}$인 직각이등변삼각형이다.



풀이과정

$\angle AOC = 2\angle B = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

$\triangle AOC$는 직각삼각형이고

외접원의 중심은 빗변의 중점이므로

외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times 14 = 7\,(\text{cm})$

따라서 외접원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi\,(\text{cm}^2)$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

10) 정답 ①

1등급 공략 Tip

삼각형의 외심은 삼각형 세 변 수직이등분선의 교점이다.

전략 분석

↳ 수막새가 원의 일부일 때, 수막새 위에 세 점으로 만든 삼각형의 외심이 수막새를 이루는 원의 중심과 같다.

주어진 얼굴무늬 수막새를 이루는 원의 중심을 정하는 방법을 생각해보자. 중심의 위치를 찾으려면 어떤 작도를 사용해야 하는지 <보기>에서 찾아 이름과 바르게 짝지은 것을 구하시오.

풀이과정

얼굴 속에 남아 있는 원의 둘레 위에 세 점을 잡고 삼각형을 만든다.
이때 삼각형의 외심을 이용하여 원의 중심을 정하고 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로 보기의 (ㄱ)과 같다.

11) 정답 ①

1등급 공략 Tip

내심의 성질을 고려해 합동인 삼각형을 찾는다.

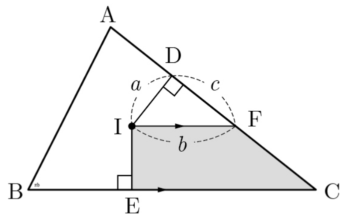
문제 분석

단서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{IE}=\overline{ID}$이다.

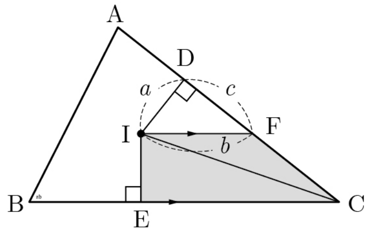
그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I에서 선분 AC, 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{DI}=a$, $\overline{IF}=b$, $\overline{FD}=c$이고 $\overline{IF}//\overline{BC}$일 때, 사다리꼴

단서 $\angle FCI=\angle ECI=\angle FIC$

$IECF$의 넓이를 a, b, c로 나타내면?



단계별 풀이 전략



❶ $\overline{CF}$를 문자로 표현하기

내심의 성질에 의해 $\angle BCI=\angle ACI$

$\overline{IF}//\overline{BC}$이므로 $\angle FIC=\angle BCI$(엇각)

즉, $\angle FIC=\angle FCI$이므로 $\overline{IF}=\overline{CF}=b$

❷ 사다리꼴 $IECF$ 넓이를 a, b, c로 표현하기

또, 내심의 정의에 의해

$\overline{CD}=\overline{CE}=b+c$, $\overline{ID}=\overline{IE}=a$

따라서 사다리꼴 $IECF$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(b+b+c)\times a=\frac{1}{2}a(2b+c)$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

12) 정답 ③

1등급 공략 Tip

원과 접선의 성질을 고려한다.

문제 분석

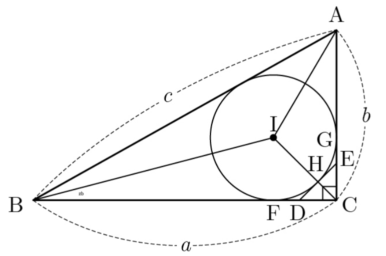
$\angle C=90^\circ$ 인 $\triangle ABC$의 세 변 AB, BC, CA의 길이를

단서 원과 접선의 성질에 의해 $\overline{CF}=\overline{CG}$이다.

각각 c, a, b 라 하자. 또, $\triangle ABC$에 내접하는 원이 $\overline{BC}, \overline{CA}$에 접하는 점을 각각 F, G 라 하고, 내접원의 호 FG 위에 F, G 가 아닌 점 H 에서 원에 그은 접선이 $\overline{BC}, \overline{CA}$와 만나는 점을 각각 D, E라 하자.

단서 원과 접선의 성질에 의해 $\overline{FD}=\overline{DH}$, $\overline{EH}=\overline{GE}$이다.

$a+b+c=\dfrac{1}{2}ab$라 할 때, $\triangle DEC$의 둘레의 길이는?



풀이과정

$\overline{IF}=\overline{IG}=r$라 하면

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$ $\quad\therefore r=2$

한편, $\overline{DF}=\overline{DH}$, $\overline{EH}=\overline{EG}$이므로

$\triangle DEC$의 둘레의 길이는

$\overline{CD}+\overline{DH}+\overline{EH}+\overline{CE}=\overline{CD}+\overline{DF}+\overline{EG}+\overline{CE}$

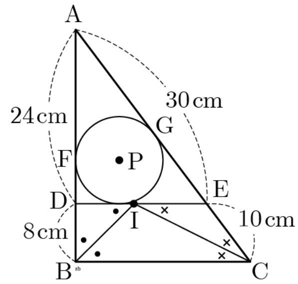
$=\overline{CF}+\overline{CG}=2+2=4$

13) 정답 ④

1등급 공략 Tip

보조선 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그려 길이가 같은 선분을 찾는다.

그림 분석



단서 삼각형 내심의 성질, $\overline{DE}//\overline{BC}$에 의해 $\angle DBI=\angle CBI=\angle DIB$, $\angle ECI=\angle BCI=\angle EIC$이다.

단계별 풀이 전략

❶ $\overline{DE}$ 구하기

$\angle BCI=\angle ACI$(내심의 성질)

$\overline{DE}//\overline{BC}$이므로 $\angle BCI=\angle EIC$(엇각)

$\therefore \angle ECI=\angle EIC$

즉, $\overline{EI}=\overline{EC}=10\text{cm}$

같은 이유로 $\overline{DI}=\overline{DB}=8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{IE}=18\text{cm}$

❷ $\overline{AG}$ 구하기

원 P와 $\overline{DE}$의 접점을 H라 하자.

$\overline{AG}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{AF}=\overline{AG}=x\text{cm}$,

$\overline{DH}=\overline{DF}=(24-x)\text{cm}$, $\overline{EH}=\overline{EG}=(30-x)\text{cm}$

$\overline{DE}=\overline{DH}+\overline{EH}=(24-x)+(30-x)=18$, $2x=36$

$\therefore x=18(\text{cm})$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

14) 정답 ⑤

1등급 공략 Tip

직각삼각형 외심, 내심, 합동 성질을 고려한다.

문제 분석

다음은 직각삼각형에 대한 설명이다. 옳은 것은?

① 빗변의 길이가 같은 직각삼각형은 합동이다.

↱ 삼각형 외심은 삼각형 세 변의 수직이등분선의 교점이다.

② 직각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

↱ 삼각형 내심은 삼각형 세 각의 이등분선의 교점이다.

③ 직각삼각형의 내심은 빗변의 중점 위에 있다.

④ 두 변의 길이가 같은 두 직각삼각형은 합동이다.

⑤ 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 $10\,\text{cm}$ 인 두 직각삼각형은 합동이다.

풀이과정

① 빗변의 길이가 같고 다른 한 변의 길이가 같거나 한 예각의 크기가 같은 직각삼각형은 합동이다.
② 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
③ 직각삼각형의 내심은 삼각형의 내부에 있다.
④ 빗변의 길이와 다른 한 변, 직각을 끼고 있는 두 변의 길이가 같은 두 직각삼각형은 합동이다.

15) 정답 ⑤

1등급 공략 Tip

삼각형 외심과 내심 성질을 고려한다.

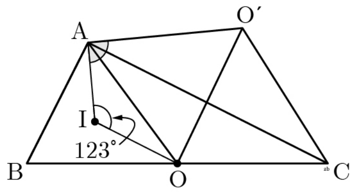
문제 분석

단서 직각삼각형의 외심만 삼각형 변(빗변) 위에 있다.

변 BC위의 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, 점 I는 $\triangle AOB$의 내심이며, 점 O'은 $\triangle AOC$의 외심이다.

단서 $\angle BAO+\angle BOA=2\times(\angle IAO+\angle IOA)$

$\angle AIO=123^\circ$일 때, $\angle IAO'$의 크기는?



단계별 풀이 전략

❶ $\angle ABO$ 구하기

$\triangle ABO$에서 점 I는 내심이므로

$\angle AIO=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABO$

즉, $\angle ABO=(123^\circ-90^\circ)\times 2=66^\circ$

❷ $\angle OAI,\ \angle OAC,\ \angle O'AC$ 구하기

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 $\overline{BC}$ 위에 있으므로 $\triangle ABC$는 $\angle BAC=90^\circ$인 직각삼각형이다.

근거 삼각형 세 꼭짓점에서 외심까지 거리는 같으므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이다.

$\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\angle OAB=\angle ABO=66^\circ$

$\angle OAI=\angle BAI=\frac{1}{2}\angle OAB=\frac{1}{2}\times 66^\circ=33^\circ$

$\angle AOC=2\angle ABO=2\times 66^\circ=132^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OAC=\frac{180^\circ-132^\circ}{2}=24^\circ$

또, O'은 $\triangle AOC$의 외심이므로 $\angle AO'C$의 각 중 큰 각의 크기는 $2\angle AOC=2\times 132^\circ=264^\circ$

작은 각의 크기는 $360^\circ-264^\circ=96^\circ$

$\overline{O'A}=\overline{O'C}$이므로 $\angle O'AC=\frac{180^\circ-96^\circ}{2}=42^\circ$

❸ $\angle IAO'$ 구하기

$\therefore \angle IAO'=\angle OAI+\angle OAC+\angle O'AC$
$=33^\circ+24^\circ+42^\circ=99^\circ$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121