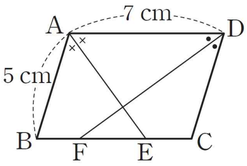
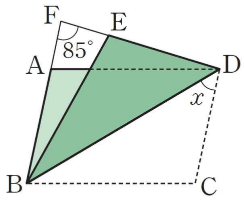
STEP1 교과서를 정복하는 핵심유형

핵심 01 평행사변형의 뜻과 성질

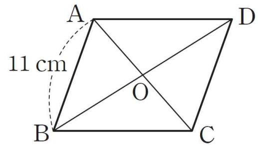
97. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 A, D이 이등분선이 BC와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. $AB=5\text{cm}$, $AD=7\text{cm}$일 때, EF의 길이를 구하시오.



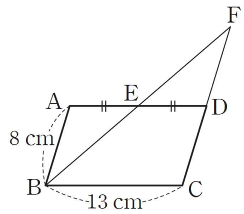
98. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 점 C가 점 E에 오도록 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{ED}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $AFE=85°$일 때, x의 크기를 구하시오.



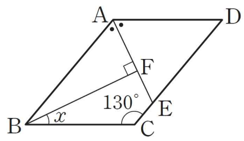
99. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\overline{AB}=11\text{cm}$이고 $\triangle OAB$의 둘레의 길이가 26cm일 때, 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 길이의 합을 구하시오.



100. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}$의 중점을 E라 하고 $\overline{BE}$의 연장선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 하자. $\overline{AB}=8\text{cm}$, $\overline{BC}=13\text{cm}$일 때, $\overline{CF}$의 길이를 구하시오.



101. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 A의 이등분선이 $\overline{CD}$와 만나는 점을 E, 꼭짓점 B에서 $\overline{AE}$에 내린 수선의 발을 F라고 하자. $C=130°$일 때, x의 크기를 구하시오.



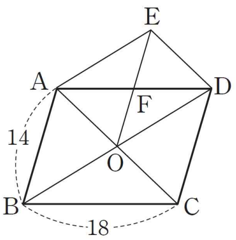
핵심 02 평행사변형이 되기 위한 조건

102. 다음 중 ABCD가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?

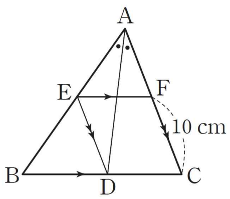
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

① AB $\overline{DC}$, AD$=$BC
② $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$
③ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$
④ DAC$=$ ACB, ABD$=$ BDC
⑤ $\overline{AD}=\overline{BC}$, A$+$ D$=180°$

103. 오른쪽 그림에서 □ABCD와 □OCDE는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB}=14$, $\overline{BC}=18$일 때, $\overline{AF}+\overline{OF}$의 길이를 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

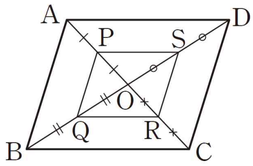


104. 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}$는 A의 이등분선이고, $\overline{EF}/\!/\overline{BC}$, $\overline{ED}/\!/\overline{AC}$이다. $\overline{FC}=10\,\text{cm}$일 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하시오.



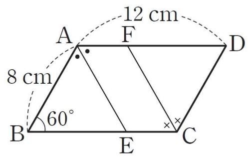
발전 03 평행사변형이 되기 위한 조건의 응용

105. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$의 중점을 각각 P, Q, R, S라고 하자. 다음 중 □PQRS가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?

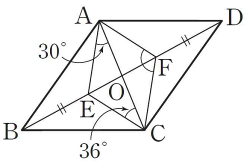


① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

106. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 A, C의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AB}=8\,\text{cm}$, $\overline{AD}=12\,\text{cm}$ 일 때, □AECF의 둘레의 길이를 구하시오.



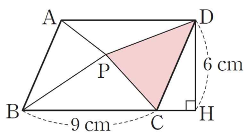
107. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 BE $\overline{\text{DF}}$이고, 점 O는 두 대각선 AC, BD의 교점이다.
EAO = 30°, ECO = 36° 일 때, AFC의 크기는?



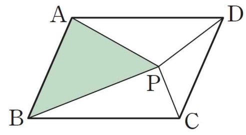
① 110° ② 112° ③ 114°
④ 116° ⑤ 118°

핵심 04 평행사변형과 넓이

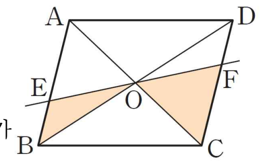
108. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 △PAB의 넓이가 12 cm 일 때, △PCD의 넓이를 구하시오.



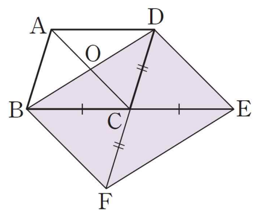
109. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 △PAB : △PCD = 5 : 2이다.
ABCD의 넓이가 112 cm^2일 때, △PAB의 넓이를 구하시오.



110. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 AB, $\overline{\text{CD}}$와 만나는 점을 각각 E, F라고 하자. □ABCD의 넓이가 76 cm^2일 때, △OEB와 △OCF의 넓이의 합을 구하시오.



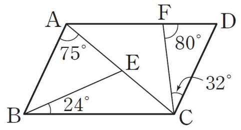
111. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\text{BC}}$와 $\overline{\text{DC}}$의 연장선 위에 각각 $\overline{\text{BC}} = \overline{\text{CE}}$, $\overline{\text{DC}} =$ CF가 되도록 두 점 E, F를 잡았다. △ABO의 넓이가 8 cm^2일 때, □BFED의 넓이를 구하시오.



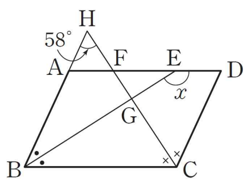
STEP2 실전문제 체화를 위한 심화유형

유형 01 평행사변형의 뜻과 성질

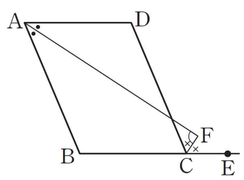
112. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $BAC=75^\circ$, $EBC=24^\circ$, $CFD=80^\circ$, $FCD=32^\circ$일 때, $AEB+$ ACF의 크기를 구하시오.



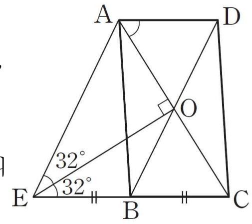
113. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 BE, CF는 각각 B, C의 이등분선이고, 점 H는 BA의 연장선과 $\overline{CF}$의 연장선의 교점이다. $H=58^\circ$일 때, x의 크기를 구하시오.



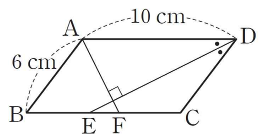
114. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 A와 C의 외각의 이등분선의 교점을 F라고 할 때, AFC의 크기를 구하시오.



115. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하고, $\overline{BC}$의 연장선 위에 $\overline{BC}=\overline{BE}$가 되도록 점 E를 잡았다. $EOA=90^\circ$, $AEO=$ $OEC=32^\circ$일 때, DAC의 크기를 구하시오.

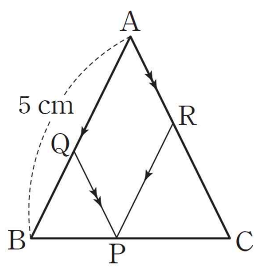


116. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DE}$는 D의 이등분선이고 $\overline{AF}$ $\overline{DE}$이다. $\overline{AB}=6\,\text{cm}$, $AD=10\,\text{cm}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하시오.

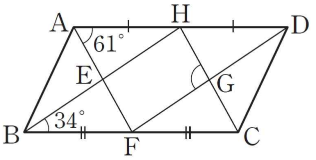


유형 02 평행사변형이 되기 위한 조건

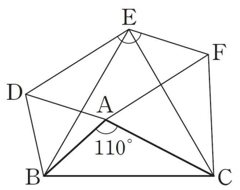
117. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5\,\text{cm}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{RP}$, $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{QP}$일 때, AQPR의 둘레의 길이를 구하시오.



118. 오른쪽 그림에서 ABCD는 평행사변형이고 두 점 H F는 각각 AD, BC의 중점이다. EBF = 34°, EAH = 61°일 때, HGF의 크기를 구하시오.



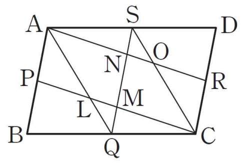
119. 오른쪽 그림에서 △DBA, △EBC, △FAC는 △ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형이다. BAC = 110°일 때, DEF의 크기를 구하시오.



120. 좌표평면 위에 세 점 A 0, 0), B(5, 1), C(3, 6)이 주어졌을 때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 점 D의 좌표를 $(a,\ b)$라고 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

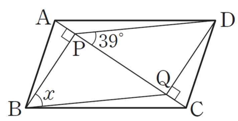
(단, 점 D는 제2사분면 위에 있다.)

121. 오른쪽 그림의 □ABCD에서 AB // $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이고 네 점 P, Q, R, S는 각 변의 중점이다. $\overline{PC}$가 $\overline{AQ}$, SQ와 만나는 점을 각각 L, M이라 하고 $\overline{AR}$가 $\overline{SQ}$, SC와 만나는 점을 각각 N, O라고 할 때, 평행사변형은 모두 몇 개인지 구하시오.

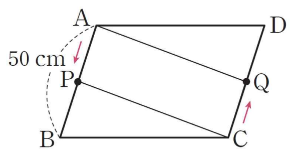


유형 03 평행사변형이 되기 위한 조건의 응용

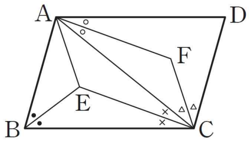
122. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. DPQ = 39°일 때, x의 크기를 구하시오.



123. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ = 50 cm인 평행사변형 ABCD에서 점 P는 점 A에서 점 B까지 매초 3 cm의 속력으로, 점 Q는 점 C에서 점 D까지 매초 4 cm의 속력으로 움직이고 있다. 점 P가 점 A를 출발한 지 2초 후에 점 Q가 점 C를 출발한다면 $\overline{AQ}$ // $\overline{PC}$가 될 때는 점 Q가 출발한 지 몇 초 후인지 구하시오.



124. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 B의 이등분선과 ACB의 이등분선의 교점을 E, DAC의 이등분선과 DCA의 이등분선의 교점을 F라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

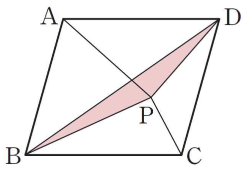


[보 기]

ㄱ. $\mathrm{AE} /\!/ \mathrm{EC}$　　ㄴ. $\mathrm{AF}=\overline{\mathrm{FC}}$
ㄷ. AEC = AFC　　ㄹ. FAC = ECA

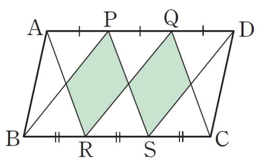
유형 04 평행사변형과 넓이

125. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 $\triangle PAB = 28\,\mathrm{cm}$, $\triangle PBC = 15\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle PDB$의 넓이는?

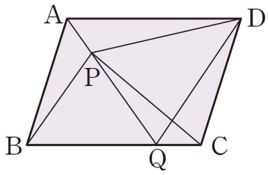


① $12\,\mathrm{cm}^2$ ② $13\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$ ④ $15\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $16\,\mathrm{cm}^2$

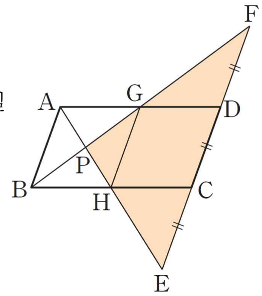
126. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 AD의 삼등분점을 P, Q라고 하고 $\overline{\mathrm{BC}}$의 삼등분점을 R, S라고 하자. 평행사변형 ABCD의 넓이가 45일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



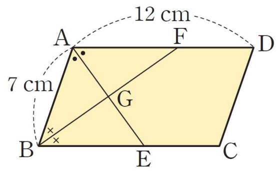
127. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡고, $\overline{\mathrm{AP}}$의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 교점을 Q라고 하자. $\triangle PQD = 3\triangle PDA$이고 $\triangle PBC = 18\,\mathrm{cm}^2$일 때, 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오.



128. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $2\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{FD}}=\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{CE}}$이고 $\triangle ABH = 20\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle PEF$의 넓이를 구하시오.



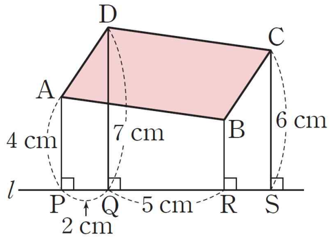
129. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=7\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}}=12\,\mathrm{cm}$인 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AE}}$와 $\overline{\mathrm{BF}}$는 각각 A, B의 이등분선이고 $\overline{\mathrm{AE}}$와 $\overline{\mathrm{BF}}$의 교점을 G라고 하자. $\triangle GBE = 14\,\mathrm{cm}^2$일 때, ABCD의 넓이를 구하시오.



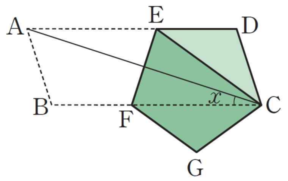
STEP3 최상위권 굳히기를 위한 최고난도 유형

130. 오른쪽 그림에서

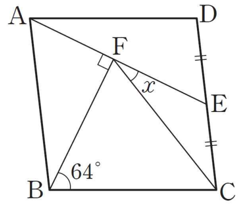
ABCD는 평행사변형이고 네 점 A B, C, D에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P, R, S, Q라고 하자.
$AP=4\,cm$, $DQ=7\,cm$,
$CS=6\,cm$, $\overline{PQ}=2\,cm$,
$\overline{QR}=5\,cm$일 때, □ABCD의 넓이를 구하시오.



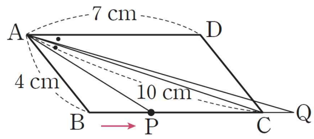
131. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점 A가 점 C에 오도록 EF를 접는 선으로 하여 접었더니 정오각형 CDEFG가 만들어졌다. 이때 x의 크기를 구하시오.



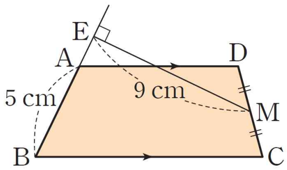
132. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 E라 하고, 점 B에서 $\overline{AE}$에 내린 수선의 발을 F라고 하자. FBC $=64°$일 때, x의 크기를 구하시오.



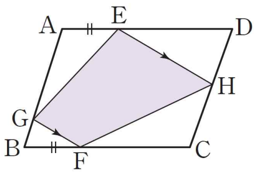
133. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=4\,cm$, $\overline{AD}=7\,cm$, $\overline{AC}=10\,cm$인 평행사변형 ABCD에서 점 P는 점 B에서 점 C까지 BC 위를 움직인다. PAD의 이등분선이 $\overline{BC}$ 또는 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 Q라고 할 때, 점 Q가 움직인 거리를 구하시오.



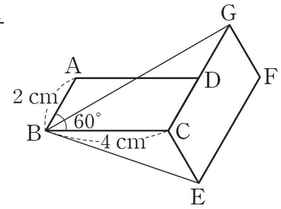
134. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 M 점 M에서 $\overline{BA}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라고 하자. $\overline{AB}=5\,cm$, $\overline{EM}=9\,cm$일 때, ABCD의 넓이를 구하시오.



135. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 네 변 위에 $\overline{AE}=\overline{BF}$, $\overline{GF} /\!/ \overline{EH}$가 되도록 네 점 E, F, G, H를 각각 잡았다. □ABCD의 넓이가 48cm 일 때, □EGFH의 넓이를 구하시오.

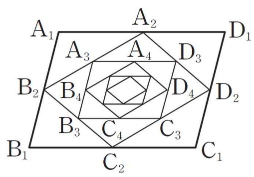


136. 오른쪽 그림과 같이 합동인 두 평행사변형 ABCD와 CEFG가 있다. $\angle ABC=60°$이고 $\overline{AB}=2\,cm$, $\overline{BC}=4\,cm$일 때, □ABCD와 □BEFG의 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내시오.



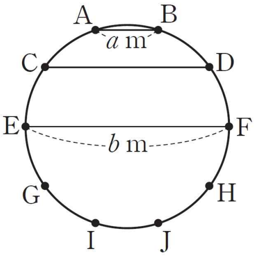
(단, 점 D는 $\overline{CG}$ 위에 있다.)

137. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 $A_1B_1C_1D_1$의 각 변의 중점을 연결하여 작은 사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 만들었다. 이와 같은 과정을 반복하여 만든 □$A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}$의 넓이가 $1\,cm^2$일 때, □$A_1B_1C_1D_1$의 넓이를 구하시오.

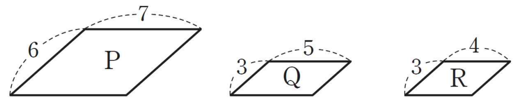


창의 융합 유형

138. 교내 운동회에서 댄스 동아리 회원 0명이 음악에 맞춰 춤을 추기로 하였다. 오른쪽 그림과 같이 운동장 한 가운데에 커다란 원을 그리고 그 원의 둘레를 10등분하는 지점에 회원들을 배치하였다. A 지점과 B 지점 사이의 거리와 E 지점과 F 지점 사이의 거리를 측정하였더니 각각 am, bm이었을 때, C 지점과 D 지점 사이의 거리를 a, b를 사용하여 나타내시오.



139. 다음 그림과 같이 내각의 크기는 각각 같고 변의 길이는 서로 다른 세 종류의 평행사변형 P, Q, R가 각각 1개, 2개, 3개 있다. 이 6개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 넓이가 72인 평행사변형 ABCD를 만든다고 할 때, 물음에 답하시오.



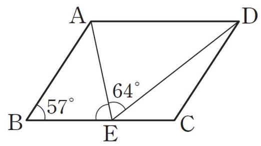
(1) 평행사변형 ABCD의 서로 다른 두 변의 길이를 각각 구하시오.

(2) 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 마주보는 변 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 l , l_2라고 할 때, l_1+l_2의 길이를 구하시오. (단, l_1 l_2)

중단원 TEST

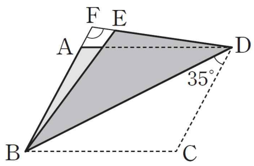
03 평행사변형

1. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서
ADE : EDC = 2 : 1이고
B = 57°, AED = 64°일 때,
AEB의 크기는?

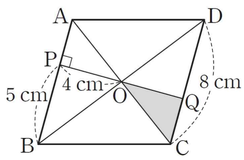


① 72° ② 74° ③ 76°
④ 78° ⑤ 80°

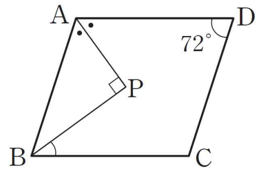
2. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 E에 오도록 접었다. BA, $\overline{DE}$의 연장선의 교점을 F라 하고 BDC = 35°일 때, AFE의 크기를 구하시오.



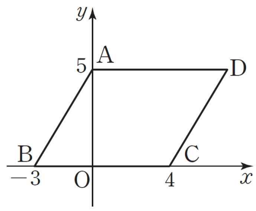
3. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자. PB = 5 cm, $\overline{PO}$ = 4 cm, $\overline{DC}$ = 8 cm이고 APO = 90°일 때, △OCQ의 넓이를 구하시오.



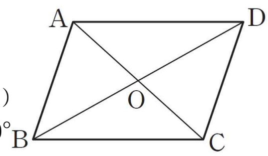
4. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 PAB = PAD이고 D = 72°, APB = 90°일 때, PBC의 크기를 구하시오.



5. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 A, B, C, D를 연결하여 만든 평행사변형 ABCD에서 두 점 B, D를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하시오.

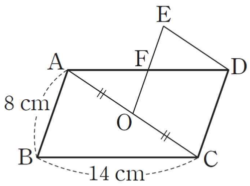


6. 다음 중 오른쪽 그림의 ABCD가 평행사변형이 되는 조건은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

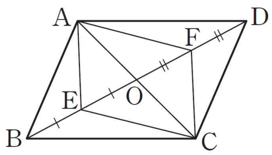


① A = 100°, B = 100°, C = 80°
② AD // $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ = 7 cm, $\overline{DC}$ = 7 cm
③ $\overline{OA}$ = 6 cm, $\overline{OB}$ = 6 cm, $\overline{OC}$ = 4 cm, $\overline{OD}$ = 4 cm
④ A + B = 180°, $\overline{AD}$ = 5 cm, $\overline{BC}$ = 5 cm
⑤ C = D, $\overline{AB}$ = 9 cm, $\overline{CD}$ = 9 cm

7. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 AC의 중점을 O라 하고, OCDE가 평행사변형이 되도록 점 E를 잡았다. $\overline{AB}$ 8 cm, BC = 14 cm일 때, $\overline{FD}+\overline{FO}$의 길이를 구하시오.

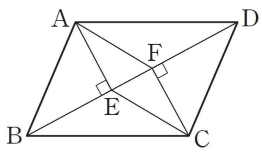


8. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 $\overline{BO}$, DO의 중점을 각각 E, F라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



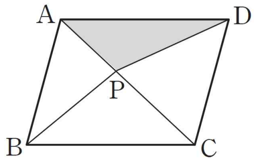
① $\overline{AF}$ // $\overline{EC}$ ② $\overline{AE}=\overline{AF}$ ③ $\overline{OA}=\overline{OC}$
④ $\overline{OE}=\overline{OF}$ ⑤ OAE = OCF

9. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

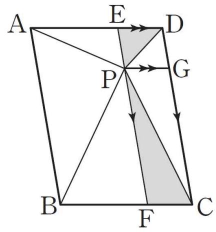


① $\overline{AF}=\overline{CE}$ ② $\overline{AE}$= CF
③ $\overline{AE}$ // $\overline{CF}$ ④ ABD = ADB
⑤ EAF = FCE

10. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 AC 위의 점 P에 대하여 △PAB = 19 cm , □ABCD = 86 cm^2일 때, △PDA의 넓이를 구하시오.



11. 오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 100 cm^2이고 △PAB = 35 cm^2이다. $\overline{EF}$ // $\overline{DC}$, $\overline{ED}$ // $\overline{PG}$일 때, △PDE와 △PFC의 넓이의 합을 구하시오.



12. 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점을 각각 E, F라 하고 □ABFE, □EFCD의 두 대각선의 교점을 각각 P, Q라고 하자. □ABCD의 넓이가 52 cm^2일 때, □EPFQ의 넓이를 구하시오.

정답 및 해설

97. 정답 cm

BEA = DAE(엇각)이므로 BAE = BEA

즉 △ABE는 이등변삼각형이므로 BE= AB= 5 (cm)

또, CFD = ADF(엇각)이므로 CDF = CFD

즉 △DFC는 이등변삼각형이므로 CF= $\overline{CD}$= $\overline{AB}$= 5 (cm)

이때 $\overline{BC}$= AD= 7 (cm), $\overline{BF}$= BC− $\overline{CF}$= 7 − 5 = 2 (cm)이므로

$\overline{EF}$= $\overline{BE}$− $\overline{BF}$= 5 − 2 = 3 (cm)

98. 정답 47.5°

FDB = BOC = x(접은 각)

$\overline{AB}$ // $\overline{DC}$이므로 FBD = BDC = x(엇각)

따라서 △FBD에서 85° + x + x = 180°이므로

2 x = 95° x = 47.5°

99. 정답 30 cm

△OAB의 둘레의 길이가 26 cm 이므로

$\overline{OA}$+ 11 + $\overline{OB}$= 26 $\overline{OA}$+ $\overline{OB}$= 15 (cm)

$\overline{AC}$+ $\overline{BD}$= 2$\overline{OA}$+ 2$\overline{OB}$

= 2 $\overline{OA}$+ $\overline{OB}$)

= 2 × 15 = 30 (cm)

100. 정답 16 cm

△ABE와 △DFE에서

$\overline{AE}$= $\overline{DE}$, A = EDF(엇각),

AEB = DEF(맞꼭지각)이므로 △ABE △DFE (ASA 합동)

$\overline{DF}$= $\overline{AB}$= 8 (cm)

이때 $\overline{CD}$= $\overline{AB}$= 8 (cm)이므로

$\overline{CF}$= $\overline{CD}$+ $\overline{DF}$= 8 + 8 = 16 (cm)

101. 정답 25°

BAD = C = 130°이므로

BAF = $\frac{1}{2}$ BAD = $\frac{1}{2}$ × 130° = 65°

△ABF에서 ABF = 180° − 65° − 90°)= 25°

ABC + C = 180°이므로 ABC = 180° − 130° = 50°

x = ABC − ABF = 50° − 25° = 25°

102. 정답 ⑤

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

따라서 ABCD가 평행사변형이 되지 않는 것은 ⑤이다.

103. 정답 16

□AODE에서 $\overline{AO}$ // $\overline{ED}$, $\overline{OA}$= $\overline{OC}$= $\overline{ED}$이므로 □AODE는 평행사변형이다.

즉 $\overline{AF}$= $\overline{FD}$, $\overline{OF}$= $\overline{FE}$이므로

$\overline{AF}$= $\frac{1}{2}$$\overline{AD}$= $\frac{1}{2}$$\overline{BC}$= $\frac{1}{2}$× 18 = 9

$\overline{OF}$= $\frac{1}{2}$$\overline{OE}$= $\frac{1}{2}$$\overline{CD}$= $\frac{1}{2}$$\overline{AB}$= $\frac{1}{2}$× 14 = 7

$\overline{AF}$+ $\overline{OF}$= 9 + 7 = 16

104. 정답 10 cm

$\overline{EF}$ // $\overline{DC}$, $\overline{ED}$ // $\overline{FC}$이므로 □EDCF는 평행사변형이다.

$\overline{ED}$= $\overline{FC}$= 10 (cm)

$\overline{ED}$ // $\overline{AC}$이므로 EDA = CAD(엇각)

따라서 EDA = EAD이므로 △EDA는 이등변삼각형이다.

$\overline{AE}$= $\overline{ED}$= 10 (cm)

105. 정답 ④

□ABCD에서 $\overline{OA}$= $\overline{OC}$, $\overline{OB}$= $\overline{OD}$이므로

$\overline{OP}$= $\frac{1}{2}$$\overline{OA}$= $\frac{1}{2}$$\overline{OC}$= $\overline{OR}$, $\overline{OQ}$= $\frac{1}{2}$$\overline{OB}$= $\frac{1}{2}$$\overline{OD}$= $\overline{OS}$

따라서 □PQRS는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

106. 정답 24 cm

□ABCD에서 BAD = BCD이므로

FAE = $\frac{1}{2}$ BAD = $\frac{1}{2}$ BCD = ECF

AEB = FAE(엇각), CFD = ECF(엇각)이므로

AEB = CFD

AEC = 180° − AEB = 180° − CFD = CFA

따라서 □AECF는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

△ABE에서 BAE = BEA이므로 $\overline{BA}$= $\overline{BE}$

이때 B = 60°이므로 △ABE는 정삼각형이다.

$\overline{BE}$= $\overline{AE}$= $\overline{AB}$= 8 (cm)이므로

$\overline{EC}$= $\overline{BC}$− $\overline{BE}$= 12 − 8 = 4 (cm)

따라서 $\overline{AF}$= $\overline{EC}$= 4 (cm), $\overline{FC}$= $\overline{AE}$= 8 (cm)이므로

(□AECF의 둘레의 길이)= 8 + 4 + 8 + 4 = 24 (cm)

107. 정답 ③

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OA}$= $\overline{OC}$, $\overline{OB}$= $\overline{OD}$

이때 $\overline{BE}$= $\overline{DF}$이므로

OE $\overline{OB}-BE=OD-\overline{DF}=\overline{OF}$

즉 AECF는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

△AEC에서 AEC $=180°-$ 30°$+36°)=114°$이므로

AFC $=$ AEC $=114°$

108. 정답 15cm

□ABCD$=9\times6=54$ cm^2)이므로

△PAB$+$△PCD $=\frac{1}{2}$□ABCD $=\frac{1}{2}\times54=27(\text{cm}^2)$

△PCD $=27-$△PAB $=27-12=15(\text{cm}^2)$

109. 정답 40cm^2

△PAB$+$△PCD $=\frac{1}{2}$□ABCD $=\frac{1}{2}\times112=56(\text{cm}^2)$

이때 △PAB : △PCD $=5:2$이므로

△PAB $=\frac{5}{7}\times56=40(\text{cm}^2)$

110. 정답 19cm^2

△OAE와 △OCF에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, EAO $=$ FCO(엇각), AOE $=$ COF(맞꼭지각)

이므로

△OAE △OCF (ASA 합동)

따라서 △OAE $=$△OCF이므로

△OEB$+$△OCF$=$△OEB$+$△OAE $=$△OAB

$=\frac{1}{4}$□ABCD$=\frac{1}{4}\times76=19(\text{cm}^2)$

111. 정답 64cm^2

△ABO $=8$cm^{2}이므로

△BCD $=2$△ABO $=2\times8=16(\text{cm}^2)$

이때 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=$CF이므로 □BFED는 평행사변형이다.

□BFED $=4$△BCD $=4\times16=64(\text{cm}^2)$

112. 정답 104°

$\overline{AB}$ // $\overline{DC}$이므로 ACD $=$ BAC $=75°$(엇각)

ACF $=75°-32°=43°$

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로 FCB $=$ DFC $=80°$(엇각)

ECB $=80°-43°=37°$

△EBC에서 AEB $=24°+37°=61°$

AEB$+$ ACF $=61°+43°=104°$

113. 정답 148°

ABC$+$ BCD $=180°$이므로 GBC$+$ GCB $=90°$

BGC $=90°$

HGB $=90°$이므로 △HBG에서

HGB $=180°-(58°+90°)=32°$

CBE $=$ HBG $=32°$이므로

AEB $=$ CBE $=32°$(엇각)

$x=180°-32°=148°$

114. 정답 90°

DAF $=$ a라고 하면 BAD $=2$ a이므로

ADC $=$ DCE $=180°-2$ a(엇각)

DCF $=\frac{1}{2}$ DCE $=\frac{1}{2}\times(180°-2$ $a)=90°-$ a

그런데 DAF$+$ ADC $=$ DCF$+$ AFC이므로

$a+(180°-2$ $a)=(90°-$ $a)+$ AFC

AFC $=90°$

115. 정답 58°

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$

△AEC에서 E의 이등분선이 $\overline{AC}$를 이등분하므로 △AEC는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

ECA $=$ EAC $=\frac{1}{2}\times(180°-64°)=58°$이므로

DAC $=$ ECA $=58°$(엇각)

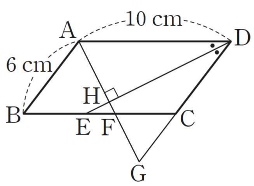
116. 정답 2cm

CED $=$ ADE(엇각), CDE $=$ ADE이므로

CED $=$ CDE

즉 △CDE는 이등변삼각형이므로 $\overline{CE}=\overline{CD}=\overline{AB}=6$(cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$와 $\overline{DE}$가 만나는 점을 H라 하고, $\overline{AF}$의 연장선이 $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 G라고 하면



DGH$=90°-$ GDH

$=90°-$ ADH $=$ DAH

즉 △DAG는 이등변삼각형이므로 $\overline{DG}=\overline{DA}=10$(cm)

$\overline{CG}=\overline{DG}-\overline{DC}=10-6=4$(cm)

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로 CFG $=$ DAF(동위각)

CFG $=$ CGF

즉 △CFG는 이등변삼각형이므로 $\overline{CF}=\overline{CG}=4$(cm)

$\overline{EF}=\overline{CE}-\overline{CF}=6-4=2$(cm)

117. 정답 10cm

△ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 B $=$ C

$\overline{AC}$ // $\overline{QP}$이므로 QPB $=$ C (동위각)

B $=$ QPB

즉 $\triangle$QBP는 QB $\overline{\text{QP}}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{\text{AQ}}/\!/\overline{\text{RP}}$, $\overline{\text{AR}}/\!/\overline{\text{QP}}$에서 AQPR는 평행사변형이므로

($\square$AQPR의 둘레의 길이)$=2(\overline{\text{AQ}}+\overline{\text{QP}})=2(\overline{\text{AQ}}+\overline{\text{QB}})$

$=2\overline{\text{AB}}=2\times5=10$ cm)

118. 정답 95°

$\square$ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{\text{AD}}/\!/\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{BC}}$

$\overline{\text{AH}}=\overline{\text{HD}}=\overline{\text{BF}}=\overline{\text{FC}}$

$\overline{\text{AH}}/\!/\overline{\text{FC}}$, $\overline{\text{AH}}=\overline{\text{FC}}$이므로 $\square$AFCH는 평행사변형이다.

또, $\overline{\text{HD}}/\!/\overline{\text{BF}}$, $\overline{\text{HD}}=\overline{\text{BF}}$이므로 $\square$HBFD는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{\text{EF}}/\!/\overline{\text{HG}}$, $\overline{\text{EH}}/\!/\overline{\text{FG}}$이므로 $\square$EFGH는 평행사변형이다.

AFB = HA = 61°(엇각)이므로 $\triangle$BFE에서

HEF = 34° + 61° = 95°

HGF = HEF = 95°

119. 정답 130°

$\triangle$DBE와 $\triangle$ABC에서

$\overline{\text{DB}}=\overline{\text{AB}}$, $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{BC}}$, DBE = 60° − EBA = ABC이므로

$\triangle$DBE ABC(SAS 합동)

또, $\triangle$FEC와 $\triangle$ABC에서

$\overline{\text{FC}}=\overline{\text{AC}}$, $\overline{\text{EC}}=\overline{\text{BC}}$, FCE = 60° − ECA = ACB이므로

$\triangle$FEC ABC(SAS 합동)

즉 $\overline{\text{DE}}=\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AF}}$, $\overline{\text{DA}}=\overline{\text{AB}}=\overline{\text{EF}}$이므로 $\square$DAFE는 평행사변형이다.

DAB = 60°, FAC = 60°이므로

DAF = 360° − (60° + 110° + 60°) = 130°

DEF = DAF = 130°

120. 정답 3

$\square$ABCD가 평행사변형이 되려면

$\overline{\text{DC}}/\!/\overline{\text{AB}}$이어야 하므로

$\frac{6-b}{3-a}=\frac{1-0}{5-0}=\frac{1}{5}$

즉 $3-a=5(6-b)$이므로

$a-5b=-27$ ㉠

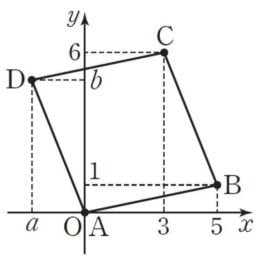
또, $\overline{\text{DA}}/\!/\overline{\text{CB}}$이어야 하므로

$\frac{b-0}{a-0}=\frac{6-1}{3-5}=-\frac{5}{2}$

즉 $5a=-2b$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=5$

$a+b=-2+5=3$



121. 정답 8개

$\overline{\text{AB}}/\!/\overline{\text{DC}}$, $\overline{\text{AD}}/\!/\overline{\text{BC}}$이므로 $\square$ABCD는 평행사변형이다.

$\overline{\text{AS}}/\!/\overline{\text{BQ}}$, $\overline{\text{AS}}=\overline{\text{BQ}}$이므로 $\square$ABQS는 평행사변형이다.

$\overline{\text{SD}}/\!/\overline{\text{QC}}$, $\overline{\text{SD}}=\overline{\text{QC}}$이므로 $\square$SQCD는 평행사변형이다.

$\overline{\text{AS}}/\!/\overline{\text{QC}}$, $\overline{\text{AS}}=\overline{\text{QC}}$이므로 $\square$AQCS는 평행사변형이다.

$\overline{\text{AP}}/\!/\overline{\text{RC}}$, $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{RC}}$이므로 $\square$APCR는 평행사변형이다.

$\overline{\text{AP}}/\!/\overline{\text{NM}}$, $\overline{\text{AN}}/\!/\overline{\text{PM}}$이므로 $\square$APMN은 평행사변형이다.

$\overline{\text{NM}}/\!/\overline{\text{RC}}$, $\overline{\text{NR}}/\!/\overline{\text{MC}}$이므로 $\square$NMCR는 평행사변형이다.

$\overline{\text{AL}}/\!/\overline{\text{OC}}$, $\overline{\text{AO}}/\!/\overline{\text{LC}}$이므로 $\square$ALCO는 평행사변형이다.

따라서 평행사변형은 모두 8개이다.

122. 정답 51°

$\triangle$ABP와 $\triangle$CDQ에서

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{CD}}$, APB = CQD = 90°, BAP = DCQ(엇각)이므로

$\triangle$ABP CDQ(RHA 합동)

$\overline{\text{BP}}=\overline{\text{DQ}}$ ㉠

또, $\triangle$APD와 $\triangle$CQB에서

$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{CB}}$, DAP = BCQ(엇각), $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{CQ}}$이므로

$\triangle$APD CQB(SAS 합동)

$\overline{\text{DP}}=\overline{\text{BQ}}$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\square$PBQD는 평행사변형이므로

$x=180°-$ BPD $=180°-(90°+39°)=51°$

123. 정답 6초후

$\overline{\text{AP}}/\!/\overline{\text{CQ}}$이므로 $\overline{\text{AQ}}/\!/\overline{\text{PC}}$가 되려면 $\square$APCQ는 평행사변형이어야 한다.

즉 $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{CQ}}$가 되어야 한다.

점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후에 두 점 P, Q가 움직인 거리는

$\overline{\text{AP}}=3(x+2)$, $\overline{\text{CQ}}=4x$

$3(x+2)=4x$이어야 하므로

$3x+6=4x$ $x=6$

따라서 $\overline{\text{AQ}}/\!/\overline{\text{PC}}$가 될 때는 점 Q가 출발한 지 6초 후이다.

124. 정답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

$\overline{\text{AB}}/\!/\overline{\text{DC}}$이므로 BAC = DCA(엇각)

점 E는 $\triangle$ABC의 내심이므로 BAC = 2 EAC

또, DCA = 2 FCA이므로 EAC = FCA

$\overline{\text{AE}}/\!/\overline{\text{FC}}$

$\overline{\text{AD}}/\!/\overline{\text{BC}}$이므로 DAC = BCA(엇각)

DAC = 2 FAC, BCA = 2 ECA이므로

FAC = ECA $\overline{\text{AF}}/\!/\overline{\text{EC}}$

즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 $\square$AECF는 평행사변형이다.

AEC = AFC

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

125. 정답 ②

$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\square\text{ABCD}$이고

$\triangle PAB$ $\triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC = \dfrac{1}{2}$ ABCD이므로

$\triangle ABD = \triangle PDA + \triangle PBC = \triangle PDA + 15$

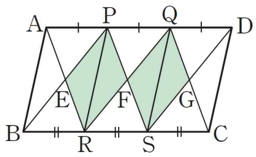
$\triangle PDB = \triangle PDA + \triangle PAB - \triangle ABD$

$= \triangle PDA + 28 -\ \triangle PDA + 15)$

$= 13\ \mathrm{cm}\ )$

126. 정답 15

오른쪽 그림과 같이 PR, QS를 긋고 AR와 $\overline{BP}$, PS와 $\overline{RQ}$, $\overline{QC}$와 $\overline{SD}$의 교점을 각각 E, F, G라고 하면



$\overline{AD} = \overline{BC}$이므로

$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QD} = \overline{BR} = \overline{RS} = \overline{SC}$

즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABRP, □PRSQ, □QSCD는 모두 평행사변형이고 세 평행사변형은 합동이다.

(색칠한 부분의 넓이)

$= \triangle PER + \triangle PRF + \triangle QFS + \triangle QSG$

$= \dfrac{1}{4}\square ABRP + \dfrac{1}{4}\square PRSQ + \dfrac{1}{4}\square PRSQ + \dfrac{1}{4}\square QSCD$

$= 4 \times \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3}\square ABCD = \dfrac{1}{3}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{3} \times 45 = 15$

127. 정답 $48\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle PDA = x\,\mathrm{cm}^2$라고 하면 $\triangle PQD = 3x\,\mathrm{cm}^2$이므로

$\triangle AQD = \triangle PDA + \triangle PQD = x + 3x = 4x\,(\mathrm{cm}^2)$

$\square ABCD = 2\triangle AQD = 2 \times 4x = 8x\,(\mathrm{cm}^2)$

그런데 $\triangle PDA + \triangle PBC = \dfrac{1}{2}\square ABCD$이므로

$x + 18 = \dfrac{1}{2} \times 8x,\ 3x = 18$ $\qquad x = 6$

$\square ABCD = 8x = 8 \times 6 = 48\,(\mathrm{cm}^2)$

128. 정답 $90\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle ABG$와 $\triangle DFG$에서

$\overline{AB} = \overline{DF}$, BAG = FDG(엇각), ABG = F(엇각)이므로

$\triangle ABG$ $\triangle DFG$(ASA 합동)

$\overline{AG} = \overline{DG} = \dfrac{1}{2}\overline{AD} = \overline{AB}$

$\triangle ABH$와 $\triangle ECH$에서

$\overline{AB} = \overline{EC}$, BAH = E(엇각), ABH = ECH(엇각)이므로

$\triangle ABH$ $\triangle ECH$(ASA 합동)

$\overline{BH} = \overline{CH} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = \overline{AB}$

즉 $\overline{AG} /\!/ \overline{BH}$, $\overline{AG} = \overline{BH}$이므로 □ABHG는 평행사변형이다.

이때 $\triangle ABH = 20\,\mathrm{cm}^2$이므로 $\triangle DFG = \triangle ECH = 20\,(\mathrm{cm}^2)$

$\square GHCD = \square ABHG = 2\triangle ABH = 2 \times 20 = 40\,(\mathrm{cm}^2)$

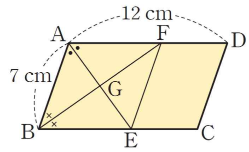
$\triangle PHG = \dfrac{1}{4}\square ABHG = \dfrac{1}{4} \times 40 = 10\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle PEF = \triangle PHG + \square GHCD + \triangle ECH + \triangle DFG$

$= 10 + 40 + 20 + 20 = 90\,(\mathrm{cm}^2)$

129. 정답 $96\,\mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{FE}$를 그으면



AFB = EBF = ABF이므로

$\triangle ABF$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AF} = \overline{AB} = 7\,(\mathrm{cm})$

또, BEA = FAE = BAE이므로

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{BE} = \overline{AB} = 7\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AF} /\!/ \overline{BE}$, $\overline{AF} = \overline{BE}$이므로 □ABEF는 평행사변형이다.

$\square ABEF = 4\triangle GBE = 4 \times 14 = 56\,(\mathrm{cm}^2)$

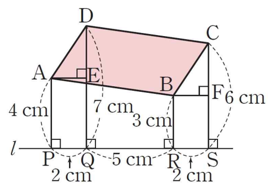
한편, $\square ABEF : \square ABCD = 7 : 12$이므로

$56 : \square ABCD = 7 : 12$

$\square ABCD = 96\,(\mathrm{cm}^2)$

130. 정답 $23\,\mathrm{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 $\overline{DQ}$, $\overline{CS}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하면



$\overline{EQ} = \overline{AP} = 4\,(\mathrm{cm})$

$\triangle DAE$와 $\triangle CBF$에서 $\overline{DA} = \overline{CB}$,

AED = BFC = 90°,

DAE = CBF이므로 $\triangle DAE$ $\triangle CBF$(RHA 합동)

$\overline{CF} = \overline{DE} = \overline{DQ} - \overline{EQ} = 7 - 4(\mathrm{cm})$,

$\overline{BF} = \overline{AE} = \overline{PQ} = 2\,(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{BR} = \overline{FS} = \overline{CS} - \overline{CF} = 6 - 3 = 3\,(\mathrm{cm})$,

$\overline{RS} = \overline{BF} = 2\,(\mathrm{cm})$이므로

$\square ABCD = \square APQD + \square DQSC - \square APRB - \square BRSC$

$= \dfrac{1}{2} \times (4+7) \times 2 + \dfrac{1}{2} \times (7+6) \times (5+2)$

$- \dfrac{1}{2} \times (4+3) \times (2+5) - \dfrac{1}{2} \times (3+6) \times 2$

$= 11 + \dfrac{91}{2} - \dfrac{49}{2} - 9$

$= 23\,(\mathrm{cm}^2)$

131. 정답 18°

AEF $= \dfrac{360°}{5} = 72°$이므로

CEF = AEF $= 72°$(접은 각)

$AEC = 72° + 72° = 144°$

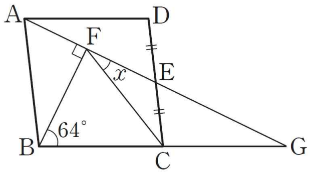
또, $\triangle EAC$는 $EA = EC$인 이등변삼각형이므로

$EAC = \frac{1}{2} \times 180° - 144°) = 18°$

$x = \quad EAC = 18°$

132. 정답 $26°$

아래 그림과 같이 $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 G하고 하자.



$\triangle BGF$에서 $\quad BGF = 180° - (90° + 64°) = 26°$

$AD // \overline{BG}$이므로 $\quad DAE = \quad BGE = 26°$(엇각)

$\triangle AED$와 $\triangle GEC$에서

$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\quad ADE = \quad GCE$(엇각), $\quad AED = \quad GEC$(맞꼭지각) 이므로

$\triangle AED \quad \triangle GEC$(ASA 합동)

$\overline{AD} = \overline{GC}$

즉 $\overline{BC} = \overline{GC}$이므로 점 C는 직각삼각형 BGF의 외심이다.

$\overline{CF} = \overline{CG}$

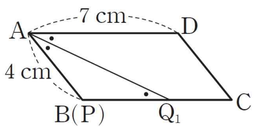
따라서 $\triangle CGF$는 이등변삼각형이므로

$x = \quad CGE = 26°$

133. 정답 13 cm

(i) 점 P가 점 B에 있을 때

오른쪽 그림과 같이 $\quad PAD$, 즉 $\quad BAD$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 Q 이라고 하면



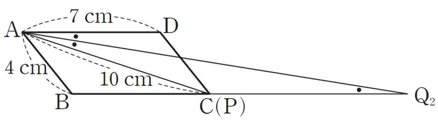
$BAQ_1 = \quad DAQ_1$,

$BQ_1A = \quad DAQ_1$(엇각)이므로 $\quad BAQ_1 = \quad BQ_1A$

따라서 $\triangle ABQ_1$은 $\overline{BA} = BQ_1$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BQ_1} = \overline{BA} = 4$ (cm)

(ii) 점 P가 꼭짓점 C에 있을 때



위의 그림과 같이 $\quad PAD$, 즉 $\quad CAD$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 Q_2라고 하면

$CAQ_2 = \quad DAQ_2$, $\quad CQ_2A = \quad DAQ_2$(엇각)이므로

$CAQ_2 = \quad CQ_2A$

따라서 $\triangle ACQ_2$는 $\overline{CA} = \overline{CQ_2}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CQ_2} = \overline{CA} = 10$ (cm)

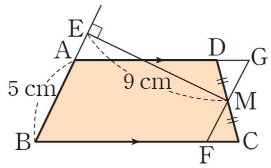
$\overline{BQ_2} = \overline{BC} + \overline{CQ_2} = 7 + 10 = 17$ (cm)

(i), (ii)에서 점 Q가 움직인 거리는

$Q_1Q_2 = \overline{BQ_2} - \overline{BQ_1} = 17 - 4 = 13$ (cm)

134. 정답 $45\,cm^2$

오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 F, $\overline{AD}$의 연장선과 만나는 점을 G라고 하자.



$\triangle MGD$와 $\triangle MFC$에서

$DM = CM$, $\quad MDG = \quad MCF$(엇각),

$DMG = \quad CMF$(맞꼭지각)이므로

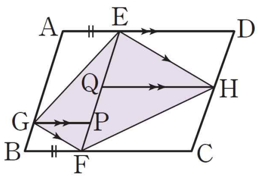
$\triangle MGD \quad \triangle MFC$(ASA 합동)

따라서 $\triangle MGD = \triangle MFC$이고 $\quad ABFG$는 평행사변형이므로

$\square ABCD = \square ABFG = 5 \times 9 = 45 \quad cm^2)$

135. 정답 $24\,cm^2$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 긋고 두 점 G, H를 각각 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{EF}$와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면



$\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{DC}$,

$\overline{AD} // \overline{GP} // \overline{QH} // \overline{BC}$이므로 $\square AGPE$, $\square GBFP$, $\square EQHD$, $\square QFCH$는 모두 평행사변형이다.

$\square EGFH = \triangle PEG + \triangle PGF + \triangle QFH + \triangle QHE$

$= \frac{1}{2}\square AGPE + \frac{1}{2}\square GBFP + \frac{1}{2}\square QFCH + \frac{1}{2}\square EQHD$

$= \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{2} \times 48 = 24\,(cm^2)$

136. 정답 2 : 5

$BCD = 180° - \quad ABC = 180° - 60° = 120°$

$\square ABCD$과 $\square CEFG$가 합동이므로 $\quad DCE = 120°$

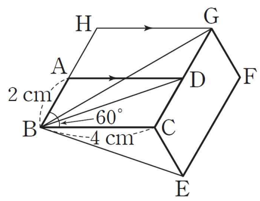
$BCE = 360° - (120° + 120°) = 120°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle BCD$와 $\triangle BCE$에서 $\overline{BC}$는 공통,

$BCD = \quad BCE$, $\overline{CD} = \overline{CE}$이므로

$\triangle BCD \quad \triangle BCE$(SAS 합동)



$\triangle BCE = \triangle BCD = \frac{1}{2}\square ABCD$

또, $\overline{AB}$의 연장선과 점 G를 지나면서 $\overline{AD}$와 평행한 직선이 만나는 점을 H라고 하면 $\overline{HB} // \overline{GC}$, $\overline{HG} // \overline{BC}$이므로 $\square BCGH$는 평행사변형이다.

이때 $\square ABCD$와 $\square HADG$는 합동인 평행사변형이므로

$\triangle BCG = \frac{1}{2}\square BCGH = \square ABCD$

$\square BEFG = \triangle BCG + \triangle BEC + \square CEFG$

$$\text{ABCD}+\frac{1}{2}\square\text{ABCD}+\square\text{ABCD}$$

$$=\frac{5}{2}\square\text{ABCD}$$

$$\square\text{ABCD}:\square\text{BEFG}=1:\frac{5}{2}=2:5$$

137. 정답 512 cm

$\triangle A_1B_2A_2$와 $\triangle C_1D_2C_2$에서

$A_1 =\ \ C_1$, $A_1A_2=C_1C_2$, $A_1B_2=\overline{C_1D_2}$이므로

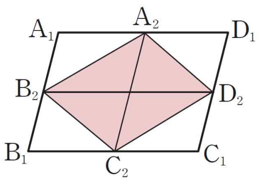
$\triangle A_1B_2A_2\ \ \ \triangle C_1D_2C_2$(SAS 합동) $\overline{A_2B_2}=\overline{C_2D_2}$

같은 방법으로 $\triangle B_1C_2B_2\ \ \ \triangle D_1A_2D_2$(SAS 합동)이므로

$\overline{B_2C_2}=\overline{D_2A_2}$

즉 $\square A_2B_2C_2D_2$는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이고, 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 모두 평행사변형이다.

오른쪽 그림에서



$$\square A_2B_2C_2D_2=\frac{1}{2}\square A_1B_1C_1D_1$$

같은 방법으로

$$\square A_3B_3C_3D_3=\frac{1}{2}\square A_2B_2C_2D_2=\frac{1}{2^2}\square A_1B_1C_1D_1$$

$$\square A_4B_4C_4D_4=\frac{1}{2^3}\square A_1B_1C_1D_1$$

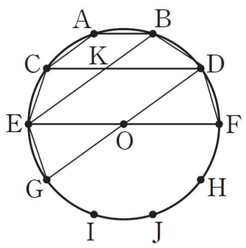
$$\vdots$$

$$\square A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}=\frac{1}{2^9}\square A_1B_1C_1D_1$$

$$\square A_1B_1C_1D_1=2^9\square A_{10}B_{10}C_{10}D_{10}=2^9\times1=512\ (\text{cm}^2)$$

138. 정답 $\frac{2a+b}{2}$ m

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 CD와 BE의 교점을 K라고 하자.



$\square$ACDB에서 ACD = BDC이고

BAC = ABD이므로

BAC + ACD = 180°

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

같은 방법으로 $\square$CEFD에서

$\overline{CD}\,/\!/\,\overline{GD}$이다.

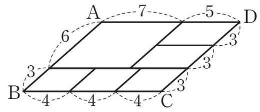
즉 $\square$ACKB, $\square$KEOD는 모두 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{CK}$, $\overline{KD}=\overline{EO}$이므로

$$\overline{CD}=\overline{CK}+\overline{KD}=\overline{AB}+\overline{EO}=a+\frac{b}{2}=\frac{2a+b}{2}\ (\text{m})$$

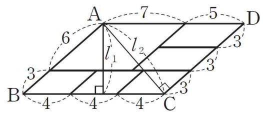
139. 정답 (1) 9, 12 (2) 14

(1) 6개의 평행사변형을 붙여서 만든 평행사변형 ABCD는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 평행사변형 ABCD의 서로 다른 두 변의 길이는 각각 9, 12이다.

(2) l_1과 l_2를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



평행사변형 ABCD의 넓이가 72이므로

$12\times l_1=9\times l_2=72$

따라서 $l_1=6$, $l_2=8$이므로 $l_1+l_2=6+8=14$

1. 정답 ④

ADC = B = 57°이고 ADE : EDC = 2 : 1이므로

$$\text{ADE}=\frac{2}{3}\ \ \text{ADC}=\frac{2}{3}\times57°=38°$$

이때 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 DEC = ADE = 38°(엇각)

AEB = 180° − (64° + 38°) = 78°

2. 정답 110°

BDE = BDC = 35°(접은 각)

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 FBD = BDC = 35°(엇각)

따라서 $\triangle$FBD에서

AFE = 180° − (35° + 35°) = 110°

3. 정답 6 cm^2

$\triangle$OAP와 $\triangle$OCQ에서

APO = CQO = 90°(엇각), $\overline{OA}=\overline{OC}$,

AOP = COQ(맞꼭지각)이므로

$\triangle$OAP $\triangle$OCQ(RHA 합동)

이때 $\overline{AP}=\overline{AB}-\overline{BP}=\overline{DC}-\overline{BP}=8-5=3$ (cm)이므로

$$\triangle OCQ=\triangle OAP=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ (\text{cm}^2)$$

4. 정답 36°

BAD + D = 180°이므로 BAD = 180° − 72° = 108°

$$\text{BAP}=\frac{1}{2}\ \ \text{BAD}=\frac{1}{2}\times108°=54°$$

$\triangle$ABP에서 ABP = 180° − (54° + 90°) = 36°

따라서 ABC = D = 72°이므로

PBC = ABC − ABP = 72° − 36° = 36°

5. 정답 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

$\square$ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이다.

이때 $\overline{AD}=\overline{BC}=4-(-3)=7$이므로 점 D의 좌표는 (7, 5)이다.

두 점 B 3, 0), D(7, 5)를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{5-0}{7-(-3)}=\frac{1}{2}$$

구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{1}{2}x+b$라 하고 $x=-3$, $y=0$을 대입하면

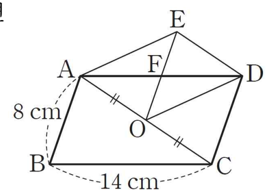
$0=\frac{1}{2}\times(-3)+b$ $\quad b=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

6. 정답 ④

④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

7. 정답 11 cm



오른쪽 그림과 같이 AE, $\overline{CD}$를 그으면

$AO=\overline{OC}=ED$, $\overline{AO}\,/\!/\,\overline{ED}$이므로

AODE는 평행사변형이다.

이때 $\overline{AD}=BC=14\,(cm)$이므로

$\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times14=7\,(cm)$

또, $\overline{EO}=\overline{DC}=\overline{AB}=8\,(cm)$이므로

$\overline{FO}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

$\overline{FD}+\overline{FO}=7+4=11\,(cm)$

8. 정답 ②

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

두 점 E, F가 각각 $\overline{OB}$, $\overline{OD}$의 중점이므로

$\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{OD}=\overline{OF}$

즉 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.

$\overline{AF}\,/\!/\,\overline{EC}$, OAE = OCF

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

9. 정답 ④

△AED와 △CFB에서

AED = CFB = 90°,

$\overline{AD}=\overline{CB}$, ADE = CBF(엇각)이므로

△AED △CFB(RHA 합동)

$\overline{AE}=CF$

이때 AED = CFB = 90°(엇각)이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{CF}$

즉 □AECF는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. $\overline{AF}=\overline{CE}$, EAF = FCE

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

10. 정답 19 cm

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times86=43\ cm^2)$이므로

$\triangle PBC=\triangle ABC-\triangle PAB=43-19=24\,(cm^2)$

이때 $\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle PDA+24=43$ $\quad \triangle PDA=19\,(cm^2)$

11. 정답 $15\,cm^2$

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$35+\triangle PCD=\frac{1}{2}\times100$

$\triangle PCD=15\,(cm^2)$

$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{ED}\,/\!/\,\overline{PG}\,/\!/\,\overline{FC}$이므로 □EPGD, □PFCG는 모두 평행사변형이다.

따라서 △PDE = △PGD, △PFC = △PCG이므로

$\triangle PDE+\triangle PFC=\triangle PGD+\triangle PCG$

$=\triangle PCD=15\,(cm^2)$

12. 정답 $13\,cm^2$

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=\overline{BC}$

$\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{BF}=\overline{FC}$

즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □ABFE와 □EFCD는 모두 평행사변형이고 합동이다.

$\square EPFG=\frac{1}{4}\square ABFE+\frac{1}{4}\square EFCD$

$=\frac{1}{4}\times(\square ABFE+\square EFCD)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times52=13\,(cm^2)$