# 3-1.일차함수와 그 그래프(05)



한 빈출유형 TOP 3

- (1) 함수의 뜻과 함수값
- ☑ 어떤 것이 함수인지 구분하는 문제
- ☑ 일차함수가 아난 함수의 함숫값에 관한 문제
- ☑ 식으로 나타낼 수 없는 함수의 함숫값에 관한 문제

- **1.** 다음 중 y가 x에 대한 함수가 <u>아닌</u> 것은?
  - ① 자연수 x를 2로 나눈 나머지 y
  - ② 자연수 x보다 큰 자연수 y
  - ③ 한 변의 길이가  $x \, \mathrm{cm}$  인 정삼각형의 둘레의 길이  $y \, \mathrm{cm}$
  - ④ 두 수 x와 y의 합이 5
  - ⑤ 시속 x km 로 3시간 동안 간 거리 y km

**2.** 두 함수  $f(x) = -\frac{3}{2}x$ ,  $g(x) = \frac{6}{x}$ 에 대하여

f(2)+g(3)의 값은?

- $\bigcirc -2$
- 3 0

**4** 1

**⑤** 2

- **3.** 함수 f(x)=(자연수 x의 약수의 개수)이다. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?
  - ① f(10)
- ② f(28)
- ③ f(29)
- (4) f(38)
- ⑤ f(42)

한 빈출유형 TOP 3

- (2) 일차함수의 뜻과 그래프
- ☑ 일차함수인 것을 찾는 문제
- ☑ 일차함수의 그래프 위의 점이 주어진 문제
- ☑ 일차함수의 그래프의 평행이동에 관한 문제

- **4.** 다음 중 y가 x에 대한 일차함수인 것은?
  - (1)  $y = x^2 3x$
- ③  $x^2 11y = x^2$  ④  $y = \frac{3}{x} 3$

- **5.** 함수 f(x) = 6x에 대하여 f(a) = 9, f(-1)=b일 때, ab의 값은?
  - (1) -9
- (2) -6
- 3 3
- ④ 3
- **⑤** 9
- **6.** 일차함수 y = ax + b의 대응 관계가 다음 표와 같 을 때, a-b+c의 값은? (단, a, b, c는 수)

x	 -2	1	4	•••	c	•••
y	 7	1	-5		-23	

(1) 0

② 2

- 3 4
- **4** 8
- **⑤** 13

# 빈출 ☆

- **7.** 일차함수 y = f(x)에 대하여 f(3) = 7, f(-4) = 21 일 때, f(2023)의 값은?
  - $\bigcirc$  -4046
- $\bigcirc$  -4033
- 3 2023
- ④ 2023
- **⑤** 4033

- 빈출 🌣
- **8.** 일차함수 y=4x+a의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프가 점 (-1,1)을 지날 때, a의 값은? (단, a는 상수)
  - $\bigcirc -2$
- 3 1
- 4
- **⑤** 7

- 변화 빈출유형 TOP 3
- (3) 일차함수의 그래프와 기울기
- ☑ 일차함수의 그래프의 기울기를 이용한 문제
- ☑ 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기에 관한 문제
- ☑ 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이에 관한 문제



- **9.** 일차함수 y=f(x)의 그래프는 x의 값이  $\frac{1}{2}$ 만큼 증가할 때, y의 값은  $\frac{2}{3}$ 만큼 증가한다. 이때, f(9)-f(3)의 값은?
  - ① 6

2 7

- 3 8
- **4** 9
- **⑤** 10

- **10.** 직선 ax-3y+9=0이 두 점 A(-6,4), B(-3,5)를 이은 선분 AB와 만나도록 하는 상수 a의 값은?
  - ①  $-\frac{3}{2}$
- $\bigcirc -\frac{1}{3}$
- $3 \frac{1}{6}$
- $4) \frac{5}{3}$
- ⑤ 2



- **11.** 두 점 (5,-3), (-1,0)을 지나는 일차함수의 그 래프에서 x의 값이 a에서 a+8까지 증가할 때, y의 값의 증가량은?
  - (1) -4
- ② -2
- 3 2
- 4
- (5) 8
- **12.** 세 점 (-2,3), (1,6), (k,2k+1)이 한 직선 위에 있을 때, k의 값은?
  - $\bigcirc -4$
- 3 2
- 4
- (5) 6



- **13.** 일차함수  $y = \frac{1}{2}x + 8$ 의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?
  - ① 49
- ② 64
- 3 68
- **4**) 72
- (5) 81



# 한 빈출유형 TOP 3

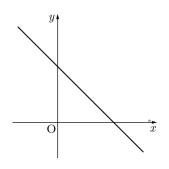
## (4) 일차함수 그래프의 성질과 평행, 일치

- ☑ 일차함수의 그래프의 성질에 관한 문제
- ☑ 일차함수의 그래프를 보고 계수의 부호를 찾는 문제
- ☑ 두 일차함수 그래프가 평행 또는 일치하는 경우에 관한 문

- **14.** 일차함수 y = ax + b의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, a, b는 상수이다.) (정답 2개)
  - ① x절편은 y=0을 대입하여 나온 x의 값이다.
  - ② b > 0이면 그래프는 오른쪽 위를 향한다.
  - ③ a > 0이면 기울기는 양수이므로 오른쪽 위를 향한다.
  - ④ x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율은 항 상 a로 일정하다.
  - ⑤ x절편과 y절편의 두 점의 좌표는 항상 정수이다.

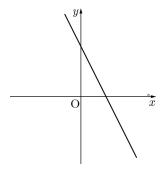


**15.** 상수 a, b에 대하여 일차함수  $y = \frac{b}{a}x - b$ 의 그래 프가 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ①  $a > 0, b \ge 0$
- ② a=0, b<0
- ③  $a \le 0, b < 0$
- (4) a > 0, b < 0
- (5) a > 0, b = 0

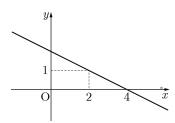
**16.** 다음은 일차함수  $y=-ax+rac{b}{c}\,(c
eq0)$ 의 그래프이 다. 일차함수  $y=-\frac{c}{h}x+a$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제 1 사분면
- ② 제 2 사분면
- ③ 제 3 사분면
- ④ 제 4 사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면
- **17.** ab > 0, bc < 0일 때, 일차함수의  $y = \frac{c}{a}x ab$  그 래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?
  - ① 제 1 사분면
- ② 제 2, 4 사분면
- ③ 제 1, 2 사분면 ④ 제 3 사분면
- ⑤ 제 4 사분면



18. 다음 그래프와 평행하고 x절편이 -2인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은?



- ①  $y = -\frac{1}{2}x 1$
- y = -x 2
- y = -x + 2
- (5) y = -2x 2

# 한 빈출유형 TOP 3

- (5) 일차함수의 활용
- ☑ 길이, 개수, 가격에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 물의 양에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 그래프를 이용한 일차함수의 활용에 관한 문제
- 19. 지면으로부터 높이가 1 km씩 높아짐에 따라 기온 이 6 $^{\circ}$ 씩 내려간다고 한다. 어느 날 A가 제주 산방 산을 오르는데 이 날 지면의 온도가 8℃였다고 한 다. 높이가 200 m 인 지점에서의 기온을 구하려고 높이가 xm일 때의 기온을 y $^{\circ}$ 라고 할 때, x, y의 관계식과 200 m 인 지점에서의 기온을 바르게 짝지 은 것은?

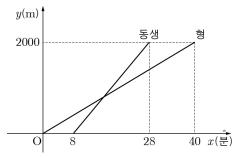
실	<u>기온(℃)</u>
① $y = 8 - 6x$	6.8
② $y = 8 - 0.06x$	6.5
y = 8 - 0.06x	6.8
	6.5
y = 8 - 0.006x	6.8



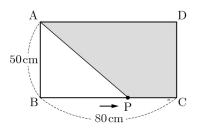
- **20.** 용수철의 길이가  $7 \, \text{cm}$ 이고 추의 무게에 따라 일 정하게 길이가 늘어나는 용수철저울이 있다. 이 용 수철저울에 무게가 100g인 추를 달았더니 용수철의 길이가 10cm가 되었다고 한다. 용수철저울에 무게 가 500g인 추를 달았을 때, 용수철의 길이는?
  - ① 14 cm
- ② 22 cm
- ③ 35 cm
- (4) 43 cm
- ⑤ 57 cm

- 21. 물이 가득 들어 있는 어떤 수조에 구멍이 나서 시간당 일정한 양의 물이 빠지고 있다. 물이 빠지기 시작한 지 12분 후와 15분 후에 물의 양을 측정했 더니 각각 70L, 52L이었다. 이때 처음 수조에 들어 있던 물의 양은?
  - ① 127L
- ② 132L
- ③ 137L
- 4 142 L
- (5) 147 L

**22.** 형과 동생이 집에서 2000 m 떨어져 있는 도서관 에 가는데, 형은 걸어서 가고 동생은 자전거를 타고 갔다. 형은 집에서 출발한 지 40분만에 도서관에 도 착했고, 동생은 형이 출발한 지 8분 후에 출발하여 형이 도착하기 12분 전에 도서관에 도착했다. 다음 그래프는 형이 출발한 지 x분 후에 형과 동생이 간 거리 ym를 각각 나타낸 것이다. 형과 동생이 처음 으로 만나는 것은 형이 출발하고 나서 몇 분 후인지 구한 것은? (단, 형과 동생은 같은 길을 따라갔다.)

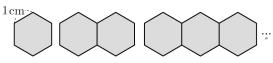


- ① 14분 후
- ② 15분 후
- ③ 16분 후
- ④ 17분 후
- ⑤ 18분 후
- **23.** 그림과 같이 가로의 길이가  $80 \, \mathrm{cm}$ , 세로의 길이 가  $50 \, \mathrm{cm}$ 인 직사각형 ABCD에서 점 P가 점 B를 출발하여 점 C를 향해 초속  $4 \, \mathrm{cm}$ 로 일정하게 움직 일 때, 출발한 x초 후의 사각형 APCD의 넓이가  $y \text{ cm}^2$ 이다. 사각형 APCD와 삼각형 ABP의 넓이의 비가 5:3일 때,  $\frac{y}{x}$ 의 값은? (단, 시간은 20초미만)



- 2 160
- **4** 250
- **⑤** 300

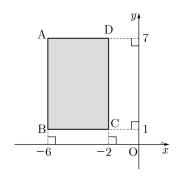
**24.** 그림과 같이 한 변의 길이가  $1 \, \mathrm{cm}$ 인 정육각형을 한쪽 방향으로 한 변이 완전히 겹치도록 계속해서 이어 붙여 새로운 도형을 만들려고 한다. 13개의 정육각형으로 만든 도형의 둘레의 길이는?



- ① 54 cm
- ② 50 cm
- ③ 46 cm
- ④ 42 cm
- ⑤ 38 cm



**25.** 일차함수 y=ax-1의 그래프가  $\Box ABCD$ 와 만나기 위한 상수 a 값의 범위는?



- ①  $-4 \le a \le -\frac{4}{3}$
- ②  $-4 \le a \le -\frac{1}{3}$
- $3 -1 \le a \le -\frac{1}{2}$
- $(4) -1 \le a \le -\frac{1}{3}$

# 정답 및 해설

#### 1) [정답] ②

[해설] ① x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 0 또는 1로 하나씩 정해지므로 함수이다.

② x의 값이 7일 때, y의 값은 8, 9, 10, …으로 하나씩 정해지지 않으므로 함수가 아니다.

③ y = 3x이므로 함수이다.

④ x+y=5즉 y=-x+5이므로 함수이다.

⑤ y = 3x이므로 함수이다.

# 2) [정답] ②

[해설] 
$$f(2) = \left(-\frac{3}{2}\right) \times 2 = -3$$
,  $g(3) = \frac{6}{3} = 2$   
  $\therefore f(2) + g(3) = (-3) + 2 = -1$ 

#### 3) [정답] (5)

[해설] f(x)=(자연수 x의 약수의 개수)이므로

①  $f(10) \rightarrow 1, 2, 5, 10$ 이므로 약수의 개수는 4

②  $f(28) \rightarrow 1$ , 2, 4, 7, 14, 28이므로 약수의 개수는 6

③ f(29) → 1, 29이므로 약수의 개수는 2

④ f(38) → 1, 2, 19, 38이므로 약수의 개수는 4

⑤  $f(42) \rightarrow 1$ , 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42이므로 약수의 개수는 8

## 4) [정답] ⑤

[해설] 일차함수는 식을 정리하였을 때 y = ax + b의 형태가 되어야하므로 (5) y = 14x - 9이다.

# 5) [정답] ①

[해설] 
$$f(x)=6x$$
,  $f(a)=6a=9$ 이므로  $a=\frac{3}{2}$   $f(-1)=-6$ 이므로  $b=-6$  따라서  $ab=-9$ 이다.

#### 6) [정답] ④

[해설] 대응표에 있는 수 중 x=1, y=1을 대입하면 1=a+b - $\bigcirc$ 

x=4, y=-5을 대입하면 -5=4a+b -©

 $\bigcirc$ ,  $\bigcirc$ 을 연립하여 풀면 a=-2, b=3 그러므로

주어진 일차함수는 y = -2x + 3 x = c일 때 y = -23이므로 y = -2x + 3에 대입 하여

풀면 c=13

따라서 a-b+c=8이다.

#### 7) [정답] ②

[해설] f(x)=ax+b

f(3)=3a+b=7, f(-4)=-4a+b=21이므로 연립하여 풀면 a=-2, b=13 구하고자 하는 일차함수는 f(x)=-2x+13 따라서  $f(2023)=-2\times2023+13=-4033$ 이다.

#### 8) [정답] ①

[해설] y=4x+a의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행 이동하면 y=4x+a+7 y = 4x + a + 7의 그래프가 점 (-1,1)을 지나므 로 대입하면 a = -2이다.

#### 9) [정답] ③

[해설] 일차함수 y = f(x)의 그래프의 기울기는

$$\frac{(y의 증가량)}{(x의 증가량)} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$f(x) = \frac{4}{3}x + b$$
라 하면

$$f(9) = 12 + b$$
,  $f(3) = 4 + b$ 이므로

$$f(9) - f(3) = (12+b) - (4-b) = 8$$

# 10) [정답] ①

[해설] 
$$ax - 3y + 9 = 0$$
은  $y = \frac{a}{3}x + 3$ 

$$y=rac{a}{3}x+3$$
이  $A(-6,4)$ 를 지나는 경우 :

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y=rac{a}{3}x+3$$
이  $B(-3,5)$ 를 지나는 경우 :

$$a = -2$$

그러므로 
$$-2 \le a \le -\frac{1}{2}$$
이므로 만족하는  $a$ 는 ①이다.

# 11) [정답] ①

[해설] 두 점 (5,-3), (-1,0)을 지나는 일차함수의

기울기는 
$$\frac{0-(-3)}{-1-5} = -\frac{1}{2}$$

이때, x의 값이 a에서 a+8까지 증가할 때, y의 값의 증가량을 k라 하면

$$\frac{k}{(a+8)-a} = -\frac{1}{2} \text{ only } -2k = 8 \quad \therefore k = -4$$

#### 12) [정답] ④

[해설] 세 직선이 한 직선 위에 있으므로 두 점 (-2,3),

(1,6)을 지나는 직선의 기울기와 두 점 (1,6),

(k, 2k+1)을 지나는 직선의 기울기가 같다.

$$\frac{6-3}{1-(-2)} = \frac{(2k+1)-6}{k-1}, \ \stackrel{\triangle}{=} \ \frac{2k-5}{k-1} = 1$$
$$k-1 = 2k-5 \ \therefore k = 4$$

# 13) [정답] ②

[해설] 이 그래프의 x절편은 -16, y절편은 8

따라서 둘러싸인 도형의 넓이는  $16 \times 8 \times \frac{1}{2} = 64$ 이다.

#### 14) [정답] ②, ⑤

[해설] ② b>0이면 y절편이 양수임을 의미하고, 그래프가 오른쪽 위를 향할 때는 a>0이다.

⑤ x절편과 y절편의 두 점의 좌표는 항상 정수는 아니다.

#### 15) [정답] ④

[해설] 주어진 그래프가 오른쪽 아래로 향하므로 기울기는 음수, y절편이 x축보다 위에서 만나므로 y절편은





양수이다

 $y = \frac{b}{a}x - b$ 에서 기울기  $\frac{b}{a} < 0$ , y절편 -b > 0, 즉 b < 0이다. 따라서 a > 0이다.

#### 16) [정답] ③

[해설] 일차함수  $y=-ax+\frac{b}{c}$ 의 그래프는 오른쪽 아래를 향하는 직선이므로 -a<0  $\therefore a>0$  y절편이 양수이므로  $\frac{b}{c}>0$ 

이때,  $y=-\frac{c}{b}x+a$ 에서  $-\frac{c}{b}<0$ , a>0이므로

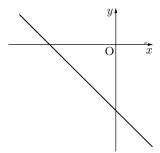
그래프는 오른쪽 아래를 향하고, *y*절편이 양수이므로 제3사분면을 지나지 않는다.

#### 17) [정답] ①

[해설] ab>0, bc<0이므로 a>0, b>0, c<0 또는 a<0, b<0, c>0의 경우가 된다.

 $y = \frac{c}{a}x - abc$ 에서 기울기  $\frac{c}{a}$ 는 a와 c의 부호가 서로

다르므로  $\frac{c}{a} < 0$ , y절편에서 a와 b의 부호가 같으므로 -ab < 0이고, 그래프는 다음 그림과 같다.



그러므로 제 1사분면은 지나지 않는다.

# 18) [정답] ①

[해설] 주어진 그래프의 기울기는  $\frac{0-1}{4-2} = -\frac{1}{2}$ 

이 그래프와 평행한 그래프의 식을  $y=-\frac{1}{2}x+b$ 라 하면 (-2,0)을 지나므로

 $0 = 1 + b \quad \therefore b = -1$ 

따라서 구하는 일차함수의 식은  $y=-\frac{1}{2}x-1$ 

#### 19) [정답] ⑤

[해설] 높이가 1km씩 높아질 때 기온이 6  $\mathbb C$  씩 내려 가므로 높이가 1m씩 높아질 때 기온이 0.006  $\mathbb C$  씩 내려간다. 그러므로 관계식은 y=8-0.006x이고 x=200일 때 y=6.8이다.

# 20) [정답] ②

[해설]  $100\,g$ 의 추를 달았을 때  $3\,cm$ 가 늘어난 것이므 로  $1\,g$ 의 추를 달면  $0.03\,cm$ 가 늘어난다.

그러므로 y = 7 + 0.03x

이 용수철저울에 500g을 달았으므로 용수철의 길이는  $7+0.03\times500=22$ , 즉  $22\,cm$ 이다.

#### 21) [정답] ④

[해설] 3분에 18L의 물이 빠지므로 1분에 6L의 물이 빠진다. 처음 들어 있던 물의 양을 a, x분 후 의 남은 물의 양을 y라고 하면 y=a-6x y=a-6x에 (12,70)을 대입하면 a=142 그러므로 처음 수조에 있던 물의 양은 142L이다.

#### 22) [정답] ③

[해설] 형의 그래프의 일차함수 식 : y=50x 동생의 그래프의 일차함수 식 : y=100x-800 이고 두 사람이 만나므로 연립해서 풀면 x=16 따라서 형이 출발한 후 16분 후에 만난 다.

#### 23) [정답] ③

[해설] x초 후의  $\overline{BP}$ 의 길이는  $4x\,\mathrm{cm}$ , CP의 길이는  $(80-4x)\,\mathrm{cm}$ 이다.

x, y의 관계식을 나타내면

$$y = \frac{1}{2} \times (80 + 80 - 4x) \times 50$$
 ∴  $y = 4000 - 100x$ 

$$\square APCD = \frac{5}{8} \square ABCD = \frac{5}{8} \times 4000 = 2500$$
이므로

y = 4000 - 100x에 y = 2500을 대입하면

$$2500 = 4000 - 100x \quad \therefore x = 15$$
$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{2500}{15} = \frac{500}{3}$$

#### 24) [정답] ①

[해설] 정육각형이 1개씩 늘어날 때마다 둘레의 길이는 4cm씩 증가한다.

정육각형이 x개일 때 둘레의 길이가 y cm 라 하면 u = 4x + 2

이때, x = 13을 대입하면

 $y = 4 \times 13 + 2 \quad \therefore y = 54$ 

따라서 13개의 정육각형으로 만든 도형의 둘레의 길이는  $54\,\mathrm{cm}$ 이다.

#### 25) [정답] ②

[해설] 일차함수 y = ax - 1의 그래프는 a의 값에 관계없이 (0, -1)을 항상 지난다.

(i) a는 점 B를 지날 때 최댓값을 가진다.

$$1 = -6a - 1$$
에서  $a = -\frac{1}{3}$ 

(ii) a는 점 D를 지날 때 최솟값을 가진다.

7 = -2a - 1에서 a = -4

따라서 ( i ), (ii)에 의해 상수 a 값의 범위는

$$-4 \le a \le -\frac{1}{3}$$



