3-1.일차함수와 그 그래프(03)



빈출유형 TOP 3

(1) 함수의 뜻과 함수값

- ☑ 어떤 것이 함수인지 구분하는 문제
- ☑ 일차함수가 아난 함수의 함숫값에 관한 문제
- ☑ 식으로 나타낼 수 없는 함수의 함숫값에 관한 문제

1. y 가 x 의 함수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 절댓값이 x 인 정수 y
- ② 자연수 x 의 약수의 개수 y
- ③ 자연수 x 보다 작은 자연수 y
- ④ 몸무게가 $x \log 0$ 사람의 키 y cm
- ⑤ 하루 24 시간 중 낮의 길이가 x 시간일 때의 밤의 길이

2. y가 x의 함수인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

- \neg . 자연수 x와 그 약수 y
- L . 자연수 x와 서로소인 수 y
- \Box . 시속 3 km로 x시간 동안 이동한 거리 y km
- a. 하루 중 낮의 길이가 x시간일 때, 밤의 길이 y시간
- \Box . 넓이가 $24 \mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형의 밑변의 길이 $x \mathrm{cm}$ 와 높이 $y \, \mathrm{cm}$
- ① ¬, ∟
- ② □, □
- ③ 7, ∟, ≥
- ④ ⊏. ≥. □
- ⑤ ∟, ⊏, ⊇, □

- **3.** 함수 $f(x) = \frac{a}{x}$ 에 대하여 f(3)=1일 4f(2)-3f(9)의 값은?
 - ① 5
- 2 6
- ③ 7
- **4**) 8
- (5) 9

- **4.** 함수 f(x) = (자연수 x보다 작은 소수의 개수)에 대하여 f(2) + f(4)의 값은?
 - \bigcirc 2

- 3 4
- **4**) 5

(5) 6

변출유형 TOP 3

(2) 일차함수의 뜻과 그래프

- ☑ 일차함수인 것을 찾는 문제
- ☑ 일차함수의 그래프 위의 점이 주어진 문제
- ☑ 일차함수의 그래프의 평행이동에 관한 문제



- **5.** 함수 y = 3x(ax+1)+bx+2 가 일차함수가 되기 위한 조건은?
 - ① $a = 0, b \neq -3$ ② $a \neq 0, b = -3$

 - ③ a=0, b=-3 ④ $a=\frac{1}{3}$, b=-3
 - ⑤ $a = \frac{1}{3}, b \neq -3$

a+b의 값은?



6. 일차함수 y = f(x) 에서 $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ 일 때, f(2)=a, f(b)=-1 이다. 이때 상수 a, b 에 대하여

 $\bigcirc -6$

 $\bigcirc 2 - 2$

3 2

- **4**) 6
- (5) 10
- **7.** 일차함수 y = 4x + 2 의 그래프가 지나는 점이 아
- (-1,2)
- (0,2)
- (4) (1,6)
- (5) (2,10)

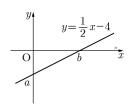
- 8. 다음 일차함수의 그래프 중에서 일차함수 $y=-rac{1}{2}x$ 의 그래프를 평행이동 하였을 때, 포개어지 는 것은?

 - ① y = 2x ② $y = -2x + \frac{1}{2}$

 - ③ $y = \frac{1}{2}(1-x)$ ④ $y = -\frac{1}{2}(2x+3)$
 - $y = \frac{1}{2}(x-4)$
- 9. 일차함수 y = 4x + a의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프가 점 (1,5), (b,-11)을 지날 때, a+b의 값은?
 - $\bigcirc -3$
- 3 0
- 4) 2
- (5) 5
- **10.** 직선의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표가 2이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 -4 일 때, 이 그래프의 일차함수의 식은?

 - ① y = 2x 4 ② $y = \frac{1}{2}x 4$

 - ③ y = 2x + 2 ④ $y = \frac{1}{2}x + 2$
 - $\bigcirc y = -2x 4$
- **11.** 일차함수 $y = \frac{1}{2}x 4$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 수 a와 b의 합은?



- $\bigcirc -8$
- (2) -6
- (3) -2
- **4** 2
- (5) 4

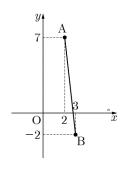
한 빈출유형 TOP 3

관한 문제

- (3) 일차함수의 그래프와 기울기
- ☑ 일차함수의 그래프의 기울기를 이용한 문제
- ☑ 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기에 관한 문제 ☑ 일차함수의 그래프와 좌표축으로 둘러싸인 도형의 넓이에



12. 좌표평면 위의 두 점 A(2,7), B(3,-2) 를 잇는 선분 AB와 일차함수 y=2ax+1의 그래프가 만나 도록 하는 a의 값의 범위는?



- ① $-\frac{5}{2} \le a \le \frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2} \le a \le \frac{5}{2}$
- $3 \frac{1}{2} \le a \le \frac{3}{2}$ $4 \frac{1}{2} \le a \le \frac{5}{2}$
- $\frac{3}{2} \le a \le \frac{5}{2}$



- **13.** 세 점 (3,a-2), (7,-2), (1,-2a+5) 이 한 직 선 위에 있을 때, a의 값은?
 - ① 1
- ③ 3
- **(4)** 4

- (5) 5
- **14.** 다음 일차함수 중 그 그래프가 제 2 사분면을 지 나지 않는 것은?
 - ① y = 3x + 5
- ② y = -x + 3
- ③ $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ④ $y = -\frac{2}{5}x 1$
- (5) y = 2x 1

- **15.** 일차함수 $y = \frac{5}{4}x + 20$ 의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하면?
 - 1 80
- 2 160
- 3 250
- **4**) 320
- (5) 500
- **16.** 두 일차함수 $y = \frac{2}{3}x + 4$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ 의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?
 - 1 9
- 2 10
- 3 11
- **4** 12
- (5) 13
 - 한 빈출유형 **TOP 3**
 - (4) 일차함수 그래프의 성질과 평행, 일치
 - ☑ 일차함수의 그래프의 성질에 관한 문제
 - ☑ 일차함수의 그래프를 보고 계수의 부호를 찾는 문제
 - ☑ 두 일차함수 그래프가 평행 또는 일치하는 경우에 관한 문 제

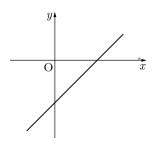


17. 일차함수 y = -5x + 3 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 $\langle \pm 1 \rangle$ 에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ¬. x 절편은 3 이다.
- ㄴ. 기울기는 -5이다.
- □. 제 3 사분면을 지나지 않는다.
- a. x 값이 증가할 때, y 값이 증가한다.
- \Box . 일차함수 y = 5x + 3 의 그래프와 평행하다.
- ① ¬, ∟
- ② L, ⊏
- ③ ∟, □
- ④ ¬, ⊏, ≥
- ⑤ ∟, ⊏, □

- 빈출 🌣
- **18.** 다음 그림은 일차함수 $y = \frac{b}{a}x + b$ 의 그래프이다. a, b의 부호는?



- ① a > 0, b > 0
- ② a < 0, b > 0
- 3 a > 0, b < 0
- (4) a < 0, b < 0
- ⑤ a > 0, b = 0
- **19.** 두 일차함수 $y = ax + \frac{1}{2}$ 과 y = -4x + b 의 그래프 가 서로 평행하다고 할 때, ab 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?
 - ① -4
- $\bigcirc 2 2$
- 3 0
- 4) 2
- ⑤ 4



- **20.** 두 일차함수 $y = -\frac{a}{2}x + 5$ 와 y = 3x + b의 그래프 가 일치할 때, a + b의 값은?
 - $\bigcirc 1$
- ② 1
- 3 2
- **4**) 8
- (5) 11

한 빈출유형 TOP 3

- (5) 일차함수의 활용
- ☑ 길이, 개수, 가격에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 물의 양에 대한 일차함수의 활용에 관한 문제
- ☑ 그래프를 이용한 일차함수의 활용에 관한 문제

21. 어린이 보호 구역의 횡단보도의 녹색등이 켜져 있는 시간은 [초기 진입 시간]과 [횡단보도 길이에 비례한 추가 시간]의 합으로 구성되어 있다. 어떤 지역의 횡단보도들의 초기 진입 시간은 공통적으로 3 초이고, 그 지역의 한 횡단보도 A의 길이와 녹색 등이 켜져 있는 시간은 각각 다음 표와 같다.

길이(m)	녹색등이 켜져 있는 시간(초)
16	27

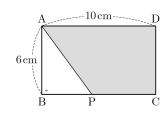
같은 지역 어린이 보호 구역의 횡단보도 B의 길이 를 $x \, \text{m}$, 녹색등이 켜져 있는 시간을 $y \, \text{초라고 하자}$. 횡단보도 B의 녹색등이 켜져 있는 시간이 총 33초일 때, 횡단보도 B의 길이는?

- ① 18m
- ② 20 m
- ③ 22 m
- ④ 24 m
- ⑤ 32 m

- 22. 물이 조금 들어 있는 직육면체 모양의 수조에 시 간당 일정한 양의 수돗물을 채우고 있다. 수돗물을 채우기 시작한 지 5분 후에 물의 높이가 바닥으로 부터 10 cm 가 되었고, 30 분 후에는 바닥으로부터 20 cm 까지 채워졌다. 바닥으로부터의 물의 높이가 60cm 가 되는 것은 수돗물을 채우기 시작한 지 몇 분 후인가?
 - ① 90분후
- ② 120 분 후
- ③ 130 분후
- ④ 140 분후
- ⑤ 150 분 후

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 P가 점 B를 출발하여 점 C까지 매분 2 cm의 속력으 로 움직인다. 점 P가 점 B를 출발한 지 x분 후 의 사다리꼴 APCD의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 라 할 때, 사다 리꼴 APCD의 넓이가 36 cm^2 일 때는 점 P가 점 B 를 출발한 지 몇 분 후인가?

(단, $0 \le x < 5$)

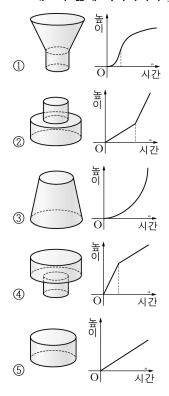


- ① 2분후
- ② 3 분 후
- ③ 4분후
- ④ 5분후
- ⑤ 6분후

- **24.** 원점을 지나는 직선 l이 일차함수 $y = -\frac{1}{6}x + 1$ 의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 이등분할 때, 직선 l의 기울기는?



25. 서로 다른 모양의 물병에 시간당 일정한 양의 물을 계속 넣을 때, 시간과 물의 높이 사이의 관계의 그래프가 옳게 짝지어지지 <u>않은</u> 것은?





정답 및 해설

- 1) [정답] ②, ⑤
- [해설] ②, ⑤ x의 값이 하나로 정해지면 y의 값이 오직 하나로 정해지므로 함수이다.
- 2) [정답] ④
- [해설] \neg . x=2 일 때 y는 1,2 이므로 함수가 아니다.

ㄴ. x=2 일 때 y 는 $1,3,5,7,\cdots$ 이므로 함수가 아니다.

- \Box . y = 3x
- =. y = 24 x
- \Box $y = \frac{24}{x}$
- 3) [정답] ①

[해설]
$$f(3) = \frac{a}{3} = 1$$
, $a = 3$ 이므로 $f(x) = \frac{3}{x}$ 일 때

$$4f(2)-3f(9)=4\times\frac{3}{2}-3\times\frac{3}{9}=6-1=5$$

- 4) [정답] ①
- [해설] f(2)는 2보다 작은 소수의 개수로 0개이므로 f(2)=0이고,
 - f(4)는 4보다 작은 소수로 2, 3의 2개이므로 f(4)=2이다.
 - 따라서 f(2) + f(4) = 2이다.
- 5) [정답] ①
- [해설] 함수 y = 3x(ax+1) + bx + 2에서

$$y = 3ax^2 + (3+b)x + 2$$

이 함수가 일차함수가 되기 위해서는

 $3a = 0, 3 + b \neq 0$

 $\therefore a = 0, b \neq -3$

- 6) [정답] ⑤
- [해설] f(2) = a이므로

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 + 3 = a \quad \therefore a = 2$$

f(b) = -1이므로

$$-\frac{1}{2}b+3=-1$$
 : $b=8$

- $\therefore a + b = 2 + 8 = 10$
- 7) [정답] ②
- [해설] ② (-1, 2)를 y = 4x + 2에 대입하면

$$4 \times (-1) + 2 = -2 \neq 2$$

따라서 (-1, 2)는 y = 4x + 2의 그래프가 지나는 점이 아니다.

- 8) [정답] ③
- [해설] 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x$ 의 그래프를 평행이동 하였을 때

포개어 지려면 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 로 같아야 한다. 보기 중

기울기가 $-\frac{1}{2}$ 인 함수는 ③이다.

- 9) [정답] ③
- [해설] y=4x+a의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프는 y=4x+a-2이고 이 그래프가 점 $(1,\ 5)$ 를 지나므로 5=4+a-2 $\therefore a=3$

즉, 평행이동한 일차함수의 식은 y = 4x + 1이고, 이 그래프가 (b, -11)을 지나므로

-11 = 4b + 1, -12 = 4b : b = -3

따라서 a+b=0이다.

- 10) [정답] ①
- [해설] x절편이 2, y절편이 -4이므로 기울기는 $-\frac{-4}{2}$ =2이고, 일차함수의 식은 y=2x-4이다.
- 11) [정답] ⑤
- [해설] $y = \frac{1}{2}x 4$ 에 x = 0을 대입하면 y = -4

y=0을 대입하면 $0=\frac{1}{2}x-4$, x=8

즉 a = -4, b = 8이므로 a + b = 4이다.

- 12) [정답] ③
- [해설] 일차함수 y = 2ax + 1의 그래프는 a의 값에 상관없이 항상 (0, 1)을 지난다.
 - (i) y = 2ax + 1의 그래프가 점 A를 지날 때,

 $7 = 4a + 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$

- (ii) y = 2ax + 1의 그래프가 점 B를 지날 때
- -2 = 6a + 1 : $a = -\frac{1}{2}$

따라서 선분 AB와 일차함수 y=2ax+1의 그래프가 만나도록 하는 a의 값의 범위는

- $-\frac{1}{2} \le a \le \frac{3}{2}$
- 13) [정답] ②
- [해설] 세 직선이 한 직선 위에 있으므로 두 점 (3, a-2) 와 (7, -2)를 지나는 직선의 기울기와 두 점 (7, -2). (1, -2a+5)를 지나는 직선의 기울기가 가다.

$$\begin{array}{l} \underset{\neg}{ \leftarrow}, \ \frac{-2-(a-2)}{7-3} = \frac{(-2a+5)-(-2)}{1-7} \text{ on } \lambda + \frac{1}{2} \\ -a \quad -2a+7 \quad \text{ on } \lambda = \frac{1}{2} \end{array}$$

 $\frac{-a}{4} = \frac{-2a+7}{-6}, \ 14a = 28$

 $\therefore a = 2$

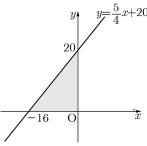
- 14) [정답] ⑤
- [해설] 일차함수의 그래프가 제2사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 위를 향하는 직선이면서 y절편이 0보다 작거나 같다. 따라서 보기 중에서 제2사분면을 지나지 않는 것은 5이다.
- 15) [정답] ②

[해설] 일차함수 $y = \frac{5}{4}x + 20$ 의 그래프에서





y=0일 때, x절편은 -16, x=0일 때, y절편은 20이다.



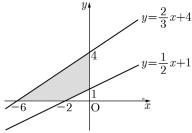
이때 위 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 16 \times 20 = 160$ 이다.

16) [정답] ③

[해설] $y = \frac{2}{3}x + 4$ 의 x절편은 -6, y절편은 4

 $y=rac{1}{2}x+1$ 의 x절편은 -2, y절편은 1이므로

두 일차함수와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형은 다음 그림과 같다.



따라서 두 일차함수의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러 싸인 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 11$$
이다.

17) [정답] ②

[해설] ¬. *y*절편은 3이다.

 \mathbf{z} . 기울기가 음수이므로 x값이 증가할 때, y값은 감소한다.

y = -5x + 3의 그래프와 y = 5x + 3의 그래프의 기울기는 각각 -5, 5이다.

즉 기울기가 서로 다르므로 평행하지 않는다.

18) [정답] ④

[해설] 주어진 그래프는 오른쪽 위를 향하는 그래프이므로 $\frac{b}{a} > 0$

y절편이 음수이므로 b < 0 $\therefore a < 0, b < 0$

19) [정답] ②

[해설] 두 일차함수 $y = ax + \frac{1}{2}$ 과 y = -4x + b의 그래프가 서로 평행하므로 기울기는 같고, y절편은 다르다.

즉, a=-4, $b\neq \frac{1}{2}$ 이므로 $ab\neq -2$

20) [정답] ①

[해설] 두 그래프가 일치하므로

$$-\frac{a}{2} = 3 \quad \therefore a = -6, b = 5$$

$$a+b=(-6)+5=-1$$

21) [정답] ②

[해설] 초기 진입 시간이 3초이므로 x, y의 관계식은 y = ax + 3라 하자.

이때, x=16, y=27를 대입하면

$$27 = 16a + 3$$
 : $a = \frac{3}{2}$

 $y=\frac{3}{2}x+3$ 에서 y=33을 대입하면

$$33 = \frac{3}{2}x + 3$$
, $\frac{3}{2}x = 30$ $\therefore x = 20$

따라서 녹색등이 켜져 있는 시간이 총 33초일 때, 횡단보도 B의 길이는 20m이다.

22) [정답] ③

[해설] 25분 동안 10cm의 물이 채워졌으므로 1분에 $\frac{2}{5}$ cm씩 채워진다. 이때, 처음 수조의 물의 높이는

$$10 - \frac{2}{5} \times 5 = 8 \text{ (cm)}$$

x분 후의 물의 높이를 ycm 라 하면

$$y = \frac{2}{5}x + 8$$
에서 $y = 60$ 을 대입하면

$$60 = \frac{2}{5}x + 8$$
, $\frac{2}{5}x = 52$ $\therefore x = 130$

따라서 물의 높이가 $60 \mathrm{cm}$ 가 되는 것은 수돗물을 채우기 시작한지 130분 후이다.

23) [정답] ③

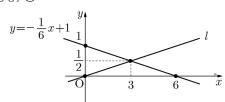
[해설] x분 후의 \overline{BP} 의 길이는 2x cm 이므로 \overline{CP} 의 길이는 (10-2x) cm 이다.

$$y = \frac{1}{2} \times \{(10 - 2x) + 10\} \times 6$$

 $\therefore y = -6x + 60$

이때, y=36을 대입하면 36=-6x+60 $\therefore x=4$ 따라서 사다리꼴 APCD의 넓이가 36cm^2 일 때는 점 P가 점 B를 출발한 지 4분 후이다.

24) [정답] ③



[해설]

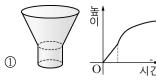
$$y=-\frac{1}{6}x+1$$
의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형은 위 그림과 같다. 원점을 지나는 직선 l 이 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면 중점인 점 $\left(3,\frac{1}{2}\right)$ 을 지나야한다.





따라서 직선 l의 기울기는 $\dfrac{\dfrac{1}{2}}{3} = \dfrac{1}{6}$ 이다.

25) [정답] ① [해설]



처음에는 수면의 단면의 넓이가 일정하여 높이가 올라가는 속도가 일정하다. 중간부터 단면의 넓이가 점점 넓어지므로 높이가 오르는 속도가 느려진다.

