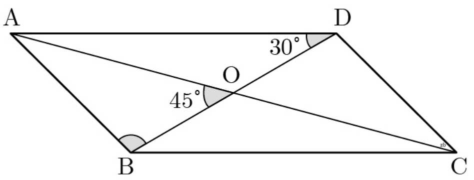
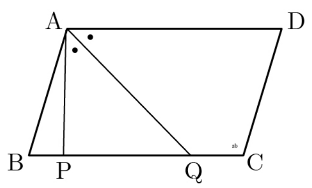
1. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라 하자. $\angle ADB=30^\circ$, $\angle AOB=45^\circ$일 때, $\angle ABD$의 크기는?



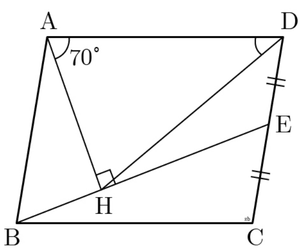
① 90° ② 95°
③ 100° ④ 105°
⑤ 110°

2. 평행사변형 $ABCD$의 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P를 잡고, $\angle PAD$의 이등분선이 $\overline{BC}$ 또는 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 Q라 할 때, $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{BC}=8\,\text{cm}$, $\overline{AC}=9\,\text{cm}$이다. 점 P가 점 B에서 점 C까지 움직일 때, 점 Q가 움직인 거리는?



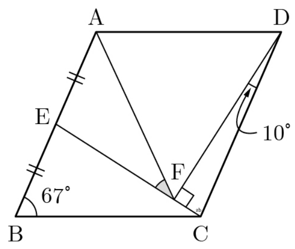
① $7\,\text{cm}$ ② $8\,\text{cm}$
③ $9\,\text{cm}$ ④ $11\,\text{cm}$
⑤ $12\,\text{cm}$

3. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 $\overline{CD}$의 중점이고, 점 A에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\angle DAH=70^\circ$일 때, $\angle ADH$의 크기는?



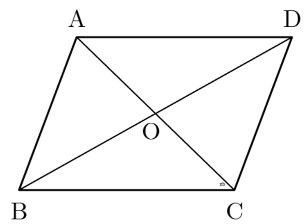
① 35° ② 38°
③ 40° ④ 42°
⑤ 45°

4. 그림과 같이 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 선분 AB의 중점이고, 점 D에서 선분 EC에 내린 수선의 발을 F라고 하자. $\angle FDC=10^\circ$, $\angle B=67^\circ$일 때, $\angle AFE$의 크기는?



① 30° ② 33°
③ 35° ④ 37°
⑤ 40°

5. <보기>에서 $\square ABCD$가 평행사변형이 되는 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

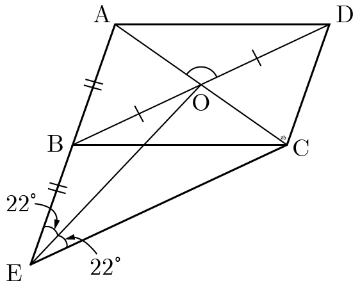


<보기>

ㄱ. $\overline{AB}=\overline{CD}=5$, $\overline{AD}//\overline{BC}$
ㄴ. $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}=3$
ㄷ. $\overline{AB}=\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=\overline{AD}=3$
ㄹ. $\angle A=\angle C$, $\angle ADB=\angle CBD$
ㅁ. $\angle A=120^\circ$, $\angle B=70^\circ$, $\angle C=120^\circ$
ㅂ. $\angle B+\angle C=180^\circ$, $\overline{AB}=5$, $\overline{CD}=5$

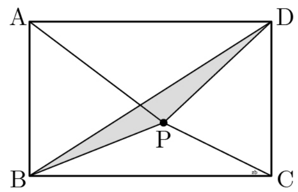
① ㄱ, ㄷ ② ㄴ, ㄹ
③ ㄴ, ㅂ ④ ㄱ, ㄷ, ㅁ
⑤ ㄴ, ㄹ, ㅂ

6. 평행사변형 $ABCD$의 두 대각선의 교점을 O라 하고, $\overline{AB}$의 연장선 위에 $\overline{AB}=\overline{BE}$가 되도록 점 E를 잡았다. $\angle BEO=22^\circ$, $\angle OEC=22^\circ$일 때, $\angle AOD$의 크기는?



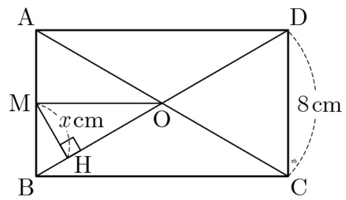
① 112°　② 116°　③ 118°　④ 132°　⑤ 136°

7. 직사각형 $ABCD$의 내부에 점 P가 있다. 대각선 $\overline{BD}$를 긋고 점 P에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle ABP$, $\triangle PBC$의 넓이는 각각 $34\,\text{cm}^2$, $21\,\text{cm}^2$가 된다. 이 때, $\triangle PBD$의 넓이는?



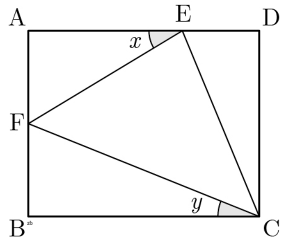
① $11\,\text{cm}^2$　② $12\,\text{cm}^2$　③ $13\,\text{cm}^2$　④ $14\,\text{cm}^2$　⑤ $15\,\text{cm}^2$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 $ABCD$에서 점 O를 두 대각선의 교점, 점 M를 $\overline{AB}$의 중점이라 하자. $\triangle DOC$는 정삼각형이고 $\square ABCD=108.8\,\text{cm}^2$, $\overline{MH}=x\,\text{cm}$일 때, x의 값은?



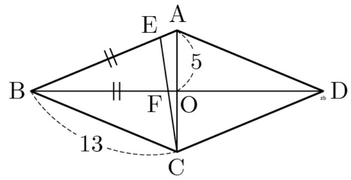
① 3　② 3.2　③ 3.4　④ 3.6　⑤ 3.8

9. 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이고 $\overline{AE}:\overline{ED}=2:1$이다. $\overline{AB}$의 중점을 F라 할 때, $\angle x+\angle y$의 값은?



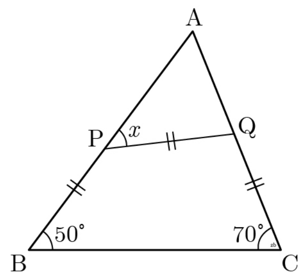
① 20°　② 30°　③ 45°　④ 60°　⑤ 90°

10. 다음 그림의 마름모 $ABCD$에서 $\overline{BC}=13$, $\overline{BE}=\overline{BF}$, $\overline{AO}=5$이다. $\square ABCD$의 넓이가 120일 때, $\overline{AE}$의 길이는?



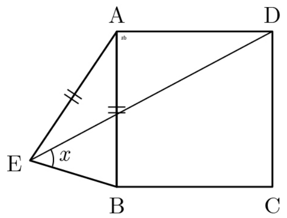
① 1　② 1.5　③ 2　④ 2.5　⑤ 3

11. 다음 그림과 같이 $\angle B=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BP}=\overline{CQ}=\overline{PQ}$가 되도록 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\angle x$의 크기는?



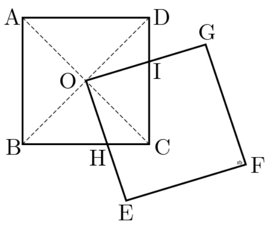
① 40°　② 50°　③ 60°　④ 70°　⑤ 80°

12. 다음 그림에서 사각형 $ABCD$는 정사각형이고, $\triangle AEB$는 $\overline{AE}=\overline{AB}$인 이등변삼각형일 때, $\angle x$의 크기는?



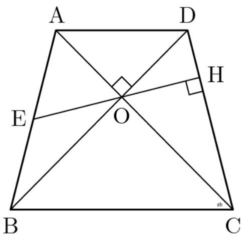
① 40° ② 45°
③ 50° ④ 55°
⑤ 60°

13. 한 변의 길이가 8cm인 정사각형 $ABCD$의 두 대각선의 교점을 O라고 하자. 정사각형 $OEFG$를 점 O를 중심으로 회전시킬 때, 두 정사각형이 겹쳐진 부분의 넓이는? (단, $\overline{OD}<\overline{OG}$)



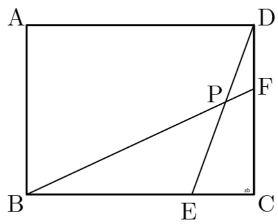
① 8cm^2 ② 16cm^2
③ 24cm^2 ④ 32cm^2
⑤ 64cm^2

14. 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 등변사다리꼴 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O를 지나 $\overline{CD}$에 수직인 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 E, H라 하자. $\angle AOD=90^\circ$, $\overline{AB}=2a$일 때, $\overline{OE}$의 길이를 a로 옳게 나타낸 것은?



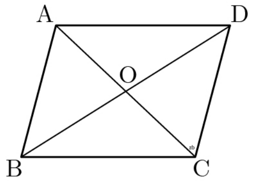
① a ② $\frac{3}{2}a$
③ $\frac{2}{3}a$ ④ $\frac{1}{2}a$
⑤ $\frac{1}{3}a$

15. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{BE}=\overline{CD}$, $\overline{EC}=\overline{DF}$를 만족시키도록 점 E와 점 F를 잡았다. $\overline{BF}$와 $\overline{DE}$의 교점을 P라고 할 때, $\angle BPE$의 크기는?



① 30° ② 35°
③ 40° ④ 45°
⑤ 50°

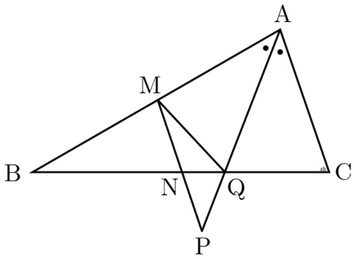
16. 평행사변형 $ABCD$에서 점 O는 두 대각선 AC와 BD의 교점이고, 점 M은 $\overline{AD}$의 중점일 때, $\square ABCD$가 직사각형이 되기 위한 조건만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보기>	
ㄱ. $\overline{AO}=\overline{BO}$	ㄴ. $\overline{MB}=\overline{MC}$
ㄷ. $\overline{AB}=\overline{AD}$	

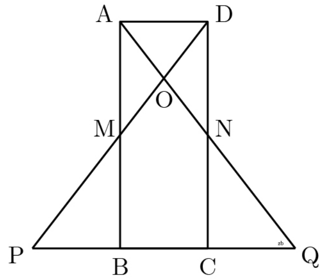
① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점은 각각 M, N이다. $\angle A$의 이등분선이 $\overline{MN}$의 연장선과 만나는 점을 P, $\overline{BC}$와 만나는 점은 Q라 한다. $\triangle NPQ$의 넓이가 $3cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



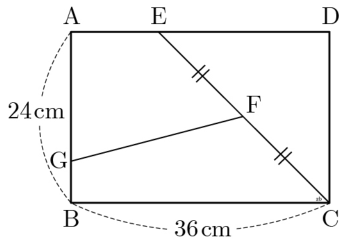
① $24cm^2$　② $30cm^2$　③ $36cm^2$　④ $48cm^2$　⑤ $72cm^2$

18. 그림에서 사각형 $ABCD$는 평행사변형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점이다. $\overline{AN}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 Q, $\overline{DM}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 P, $\overline{AQ}$와 $\overline{DP}$의 교점을 O라고 한다. 사각형 $ABCD$의 넓이가 $24\,\text{cm}^2$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이는?



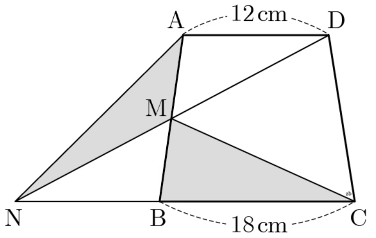
① $27\,\text{cm}^2$　② $28\,\text{cm}^2$　③ $29\,\text{cm}^2$　④ $30\,\text{cm}^2$　⑤ $31\,\text{cm}^2$

19. 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{AE}:\overline{ED}=1:2$이고 $\overline{EF}=\overline{FC}$이다. $\overline{GF}$가 $\square ABCE$의 넓이를 이등분하도록 $\overline{AB}$ 위에 점 G를 잡을 때, $\overline{GB}$의 길이는?



① $5\,\text{cm}$　② $5.5\,\text{cm}$　③ $6\,\text{cm}$　④ $6.5\,\text{cm}$　⑤ $7\,\text{cm}$

20. $\overline{AD}//\overline{BC}$인 사다리꼴 $ABCD$의 꼭짓점 D에서 임의로 선분을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 M이라 하고, $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 N이라 하자. $\triangle MBC$의 넓이와 $\triangle ANM$의 넓이의 비는?

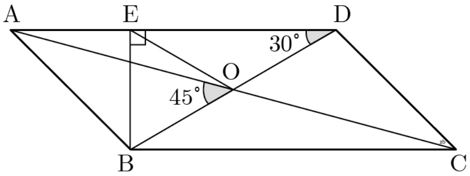


① $2:1$
② $3:2$
③ $4:3$
④ $5:3$
⑤ $5:4$

정답 및 해설

1) 정답 ④

THE 깊은 해설



점 B에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\triangle EBD$에서 $\overline{BD}$는 빗변이고 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 점 O는 $\triangle EBD$의 외심이다.

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용할 수 있다.

$\overline{OE}=\overline{OD}$이므로 $\angle OED=30^\circ$

$\overline{OE}=\overline{OB}$이므로 $\angle EBO=60^\circ$

$\triangle EBO$는 정삼각형이므로 $\angle EOA=15^\circ$

근거 정삼각형의 모든 내각은 60°이기 때문이다.

한편, $\triangle AOD$에서

$\angle OAD=45^\circ-30^\circ=15^\circ$ (외각의 성질)

$\angle EOA=\angle EAO=15^\circ$이므로 $\overline{AE}=\overline{OE}$

$\triangle EBO$가 정삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{OE}=\overline{EB}$

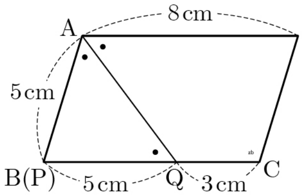
따라서 $\triangle EAB$는 $\angle E=90^\circ$인 직각이등변삼각형

$\therefore \angle ABE=45^\circ$

$\therefore \angle ABD=45^\circ+60^\circ=105^\circ$

2) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

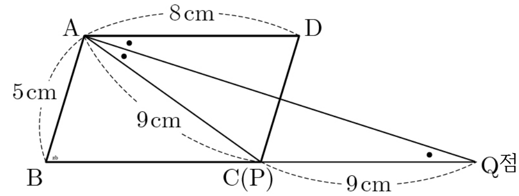
(ⅰ)  점 P가 B에 있을 때

$\angle BQA=\angle DAQ$(엇각)이므로 $\angle BQA=\angle BAQ$

$\triangle ABQ$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BQ}=\overline{BA}=5\text{cm}$

단서 이등변삼각형의 성질을 이용하자

$\therefore \overline{QC}=8-5=3(\text{cm})$

(ⅱ) 

P가 점 C에 있을 때

$\angle CQA=\angle DAQ$(엇각)이므로 $\angle CQA=\angle CAQ$

$\triangle AQC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{CQ}=\overline{CQ}=9(\text{cm})$

단서 이등변삼각형의 성질을 이용하자

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 점 P가 점 B에서 점 C까지 움직일 때, 점 Q가 움직인 거리는 $3+9=12(\text{cm})$

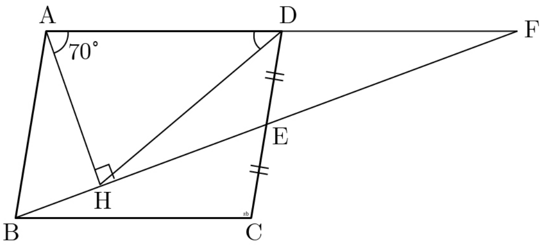
오답 point

$\overline{QC}$를 이용하여 점 Q가 움직인 거리를 구할 수 있다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

3) 정답 ③

THE 깊은 해설



$\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 F라 하자.

주의 연장선의 교점을 이용하자

$\triangle DFE$와 $\triangle CBE$에서

$\angle FDE = \angle BCE$(엇각)

$\angle DEF = \angle CEB$(맞꼭지각)

$\overline{DE} = \overline{CE}$이므로

$\triangle DFE \equiv \triangle CBE$($ASA$ 합동)

즉, $\overline{DF} = \overline{CB}$이다.

$\overline{AD} = \overline{BC}$이므로 $\overline{AD} = \overline{DF}$

$\angle AHF = 90^\circ$이므로 점 D는 $\triangle AHF$의 외심이다.

$\overline{AD} = \overline{DH}$이므로 $\angle DAH = \angle DHA = 70^\circ$

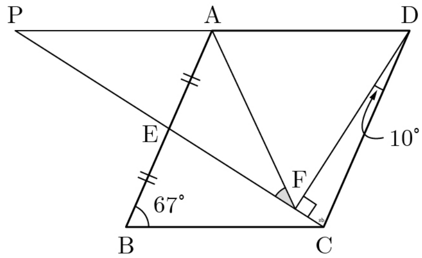
$\therefore \angle ADH = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$

오답 point

직각삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있다.

4) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\angle BCD = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$

$\triangle CDF$에서 $\angle DCF = 180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$

$\therefore \angle ECB = 113^\circ - 80^\circ = 33^\circ$

한편, $\overline{AD}$와 $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 P라 하자.

단서 연장선의 교점을 이용하자

$\triangle APE$와 $\triangle BCE$에서

$\overline{AE} = \overline{BE}$, $\angle AEP = \angle BEC$(맞꼭지각),

$\angle PAE = \angle CBE$(엇각)이므로

$\triangle APE \equiv \triangle BCE$($ASA$합동)

즉, $\overline{AP} = \overline{BC}$, $\angle APE = \angle BCE = 33^\circ$

$\angle PFD = 90^\circ$이고 $\overline{AP} = \overline{AD}$이므로

점 A는 $\triangle PDF$의 외심이다.

$\overline{AP} = \overline{AF}$이므로 $\triangle APF$는 이등변삼각형이다.

오답 point

직각삼각형의 외심의 성질을 이용할 수 있다.

$\therefore \angle AFE = \angle APE = 33^\circ$

5) 정답 ⑤

THE 깊은 해설

ㄴ. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

ㄹ. $\triangle ADB$과 $\triangle CBD$에서

$\angle A = \angle C$, $\angle ADB = \angle CBD$이면

나머지 각도 같다. $\angle ABD = \angle CDB$

따라서 $\angle ABC = \angle CDA$이므로

두 쌍의 대각의 크기가 같으므로

평행사변형이다.

ㅂ. $\angle B + \angle C = 180^\circ$이면

$\angle C$의 외각과 $\angle B$의 크기가 같으므로

오답 point

외각의 크기를 이용하여 평행사변형임을 확인할 수 있다.

$\overline{AB} // \overline{CD}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고

그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

근거 평행사변형의 조건을 만족하기 때문이다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

6) 정답 ①

THE 깊은 해설

사각형 $BECD$은 $\overline{BE}//\overline{DC}$이고

$\overline{BE}=\overline{CD}$이므로 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 평행사변형이다.

단서 한 쌍의 선분을 이용하여 평행사변형임을 확인하자

$\therefore \angle BEC=\angle BDC=44^\circ$

$\overline{DC}//\overline{AB}$이므로 $\angle ABD=\angle BDC=44^\circ$ (엇각)

$\triangle BEO$에서 $\angle ABO=\angle BEO+\angle BOE$이므로

$44^\circ=22^\circ+\angle BOE \quad \therefore \angle BOE=22^\circ$

따라서 $\triangle BEO$는 $\overline{BE}=\overline{BO}$인 이등변삼각형이고 이때 $\overline{BE}=\overline{AB}$이므로 $\triangle ABO$는 $\overline{AB}=\overline{BO}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BAO=\dfrac{1}{2}(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

오답 point

이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있다.

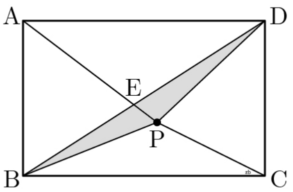
$\triangle ABO$에서

$\angle BOC=\angle BAO+\angle ABO=44^\circ+68^\circ=112^\circ$이므로

$\angle AOD=\angle BOC=112^\circ$(맞꼭지각)이다.

7) 정답 ③

THE 깊은 해설



$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\square ABCD=\triangle ABP+\triangle CDP$

단서 삼각형의 넓이를 사각형과 다른 삼각형으로 표현하자

$\triangle ABE+\triangle AED=(\triangle AED+\triangle PED)+\triangle PBC$

$\therefore \triangle ABE=\triangle PED+\triangle PBC$

오답 point

넓이가 같은 삼각형을 찾을 수 있다.

또, $\triangle ABE=\triangle PAB-\triangle PBE$이므로

$\triangle PAB-\triangle PBE=\triangle PED+\triangle PBC \quad \cdots ㉠$

$\therefore \triangle PBD=\triangle PBE+\triangle PED$

$=\triangle PAB-\triangle PBC(\because ㉠)$

$=34-21=13(\mathrm{cm}^2)$

8) 정답 ③

THE 깊은 해설

$\triangle ODC=108.8\times\dfrac{1}{4}=27.2(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle DOC$는 정삼각형이므로 $\overline{OC}=\overline{CD}=8\mathrm{cm}$

근거 정삼각형은 모든 변의 길이가 같기 때문이다.

$\triangle OBC$는 $\overline{BO}=\overline{CO}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BO}=8\mathrm{cm}$

$\overline{OM}=a$라고 하면, $a\times 8\times\dfrac{1}{2}=27.2$, $a=6.8$

오답 point

삼각형의 넓이를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있다.

$\triangle BMO$에서

$\dfrac{1}{2}\times 4\times 6.8=\dfrac{1}{2}\times 8\times x \quad \therefore x=3.4$

9) 정답 ③

THE 깊은 해설

$\overline{AB}=2a$, $\overline{BC}=3a$라 하면

$\overline{AE}:\overline{ED}=2:1$이므로 $\overline{AE}=2a$, $\overline{ED}=a$이고,

점 F는 $\overline{AB}$의 중점이므로 $\overline{AF}=\overline{BF}=a$이다.

$\triangle AFE$와 $\triangle DEC$에서 $\angle D=\angle A=90^\circ$,

$\overline{DC}=\overline{AE}=2a$, $\overline{ED}=\overline{AF}=a$이므로

$\triangle AFE\equiv DEC(SAS$합동)이다.

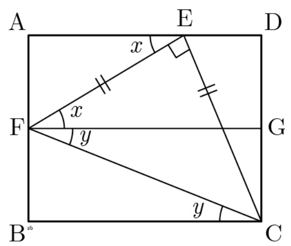
오답 point

합동을 통해 길이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

따라서 $\overline{EF}=\overline{EC}$,

$\angle AEF+\angle AFE=\angle AEF+\angle DEC=90^\circ$이므로

$\triangle EFC$는 $\angle FEC=90^\circ$이고 $\overline{EF}=\overline{EC}$인 직각이등변삼각형이다. 주의 $\triangle EFC$가 직각이등변삼각형임을 확인하자



점 F를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 선분과 $\overline{DC}$의 교점을 G라고 하면

$\angle CFG=\angle FCB=\angle y$(엇각)

$\angle AEF=\angle EFG=\angle x$(엇각)이므로

$\angle x+\angle y=\angle EFC=\dfrac{1}{2}(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

10) 정답 ③

THE 깊은 해설

$\triangle BEF$가 이등변삼각형이므로

$\angle BFE = \angle BEC$

$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BEC = \angle FCD$(엇각)

$\angle BFE = \angle DFC$(맞꼭지각)

단서 엇각과 맞꼭지각을 이용하자

$\therefore \angle DFC = \angle FCD$

즉 $\triangle FCD$는 $\overline{FD} = \overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DF} = 13$

오답 point

이등변삼각형을 찾아 선분의 길이를 구할 수 있다.

마름모 $ABCD$의 넓이가 120이므로

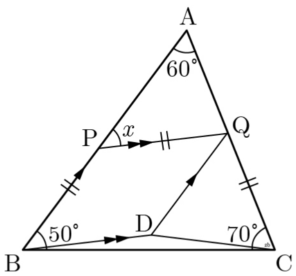
$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = 5\overline{BD} = 120 \quad \therefore \overline{BD} = 24$

$\therefore \overline{BF} = \overline{BD} - \overline{DF} = 24 - 13 = 11$

$\therefore \overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 13 - 11 = 2$

11) 정답 ①

THE 깊은 해설



점 B에서 $\overline{PQ}$에 평행한 선분을 긋고 점 Q에서 $\overline{PB}$에 평행한 선분을 그어 만나는 점을 D라 하자.

주의 삼각형 내에 평행선을 긋자

$\square PBDQ$는 $\overline{PQ} // \overline{BD}$, $\overline{PB} = \overline{QD}$이므로 평행사변형이고

$\overline{BP} = \overline{PQ}$이므로 마름모이다.

즉, $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD} = \overline{BD}$

$\overline{AB} // \overline{QD}$이므로 $\angle BAC = \angle DQC = 60^\circ$(동위각)

$\overline{QD} = \overline{QC}$이므로 $\triangle QDC$는 정삼각형이다.

오답 point

마름모의 성질을 이용하여 $\triangle QDC$가 무슨 삼각형인지 알 수 있다.

$\therefore \angle DCQ = 60^\circ$

$\triangle BDC$에서

$\overline{BD} = \overline{DC}$, $\angle DCB = 10^\circ$이므로 $\angle DBC = 10^\circ$

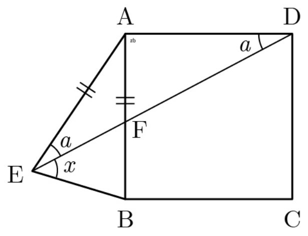
$\angle PBD = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$

$\overline{PQ} // \overline{BD}$이므로 $\angle APQ = \angle PBD$(동위각)

$\therefore \angle x = 40^\circ$

12) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{AB}$와 $\overline{DE}$의 교점을 F라 하면

$\overline{AD} = \overline{AB} = \overline{AE}$이므로

$\triangle AED$는 이등변삼각형이다.

단서 이등변삼각형을 찾자

$\angle AED = \angle ADE = a$,

$\angle AFD = \angle BFE = b$(맞꼭지각)라 하면

$\triangle AFD$에서 $a + b = 90^\circ$

$\triangle AEB$에서 $\angle ABE = \angle AEB = a + x$

오답 point

각의 크기를 미지수로 표현하여 관계식으로 나타낼 수 있다.

$\triangle BEF$에서

$x + (a + x) + b = 180^\circ$, $2x + a + b = 180^\circ$

$2x + 90^\circ = 180^\circ$, $2x = 90^\circ$

$\therefore x = 45^\circ$

13) 정답 ②

THE 깊은 해설

$\triangle OCH$와 $\triangle ODI$에서

$\overline{OC} = \overline{OD} \quad \cdots$ ㉠

$\angle OCH = \angle ODI = 45^\circ \quad \cdots$ ㉡

$\angle HOC = \angle IOH - \angle IOC = 90^\circ - \angle IOC$,

$\angle IOD = \angle COD - \angle IOC = 90^\circ - \angle IOC$이므로

$\angle HOC = \angle IOD \quad \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle OCH \equiv \triangle ODI$ (ASA합동)

즉, $\triangle OCH = \triangle ODI$

근거 합동인 삼각형을 통해 넓이가 같은 삼각형을 찾을 수 있기 때문이다.

따라서 두 정사각형이 겹쳐진 부분인

$\square OHCI$의 넓이는

$\triangle OHC + \triangle OCI = \triangle OID + \triangle OCI = \triangle OCD$

오답 point

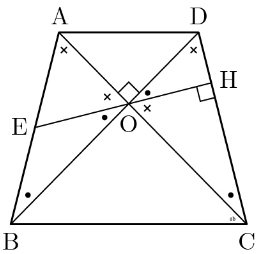
사각형의 넓이를 여러 가지 삼각형으로 나타낼 수 있다.

$= \frac{1}{4} \square ABCD = \frac{1}{4} \times 8 \times 8 = 16\,(\mathrm{cm}^2)$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

14) 정답 ①

THE 깊은 해설



$\triangle OCD$에서 $\angle ODC = \times$, $\angle OCD = \bullet$ 라 하면
$\triangle ODH$에서 $\angle DOH = \bullet$
$\triangle COH$에서 $\angle COH = \times$
$\angle BOE = \angle DOH = \bullet$ (맞꼭지각),
$\angle EOA = \angle COH = \times$
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ (ASA합동)이므로
$\angle ABO = \angle DCO = \bullet$, $\angle BAO = \angle CDO = \times$

단서 삼각형의 합동을 이용하여 크기가 같은 각을 찾아보자

$\triangle AEO$에서
$\angle EAO = \angle EOA = \times$이므로 $\overline{EA} = \overline{EO}$
$\triangle BEO$에서
$\angle EBO = \angle EOB = \bullet$ 이므로 $\overline{EB} = \overline{EO}$

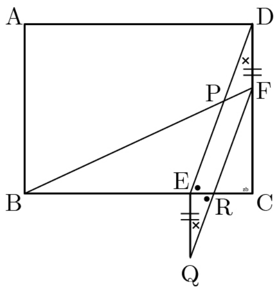
오답 point

각의 크기를 이용하여 길이가 같은 선분을 찾을 수 있다.

$\therefore \overline{EO} = \overline{EB} = \overline{EA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = a$

15) 정답 ④

THE 깊은 해설



점 F를 지나고 $\overline{DE}$에 평행한 직선과 점 E를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선의 교점을 Q라 하면 $\square FDEQ$는 평행사변형이다.

오답 point

평행선을 여러 개 그어 평행사변형을 찾을 수 있다.

$\therefore \overline{DE} = \overline{FQ}$, $\overline{FD} = \overline{QE}$, $\angle FDE = \angle FQE$
$\overline{DC} // \overline{QE}$이므로 $\angle QEC = \angle ECD = 90^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle QEB = 90^\circ$
$\triangle QEB$와 $\triangle ECD$에서
$\angle QEB = \angle ECD = 90^\circ$, $\overline{QE} = \overline{EC}$, $\overline{EB} = \overline{DC}$이므로
$\triangle QEB \equiv \triangle ECD$ (SAS합동)

주의 합동인 삼각형을 찾아 길이가 같은 선분과 크기가 같은 각을 찾아보자

$\therefore \overline{QB} = \overline{ED} = \overline{QF}$, $\angle BQE = \angle DEC$
이때 $\overline{BC}$ 와 $\overline{FQ}$의 교점을 R라 하면 $\overline{FQ} // \overline{DE}$이므로
$\angle QRE = \angle RED$(엇각)
$\therefore \angle BQE = \angle QRE$
$\triangle QRE$에서
$\angle QRE + \angle RQE = 90^\circ$ 이므로
$\angle BQE + \angle RQE = \angle RQB = 90^\circ$
즉, $\triangle QFB$는 $\overline{QF} = \overline{QB}$, $\angle FQB = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\angle QFB = 45^\circ$
따라서 $\overline{FQ} // \overline{DE}$이므로
$\angle BPE = \angle QFB = 45^\circ$ (동위각)

16) 정답 ②

THE 깊은 해설

ㄱ. 평행사변형에서 $\overline{AO}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{DO}$이고 이때 $\overline{AO}=\overline{OB}$이므로 $\overline{AO}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$

즉 두 대각선이 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로

근거 직사각형의 성질을 만족하기 때문이다.

평행사변형 $ABCD$는 직사각형이다.

ㄴ. $\triangle ABM$과 $\triangle DCM$에서 $\overline{MB}=\overline{MC}\cdots$ ㉠

$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\angle AMB=\angle MBC$

$\angle DMC=\angle MCB$

이때 $\triangle BMC$가 이등변삼각형이므로

$\angle MBC=\angle MCB$

$\therefore \angle AMB=\angle DMC\cdots$ ㉡

$\overline{AM}=\overline{DM}\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABM\equiv\triangle DCM(SAS$합동)

오답 point

합동을 통해 직사각형임을 확인할 수 있다.

$\therefore \angle A=\angle D$

따라서 평행사변형 $ABCD$는 이웃하는 두 각의 크기가 같으므로 직사각형이다.

17) 정답 ③

THE 깊은 해설

$\overline{AQ}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BQ}:\overline{CQ}=2:1$

주의 각 이등분선의 성질을 이용하자

점 M, N는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{MN}//\overline{AC}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$

따라서 $\overline{BN}:\overline{NQ}:\overline{CQ}=3:1:2$

$\angle MPA=\angle CAQ$(엇각),

$\angle NQP=\angle CQA$(맞꼭지각)이므로

$\triangle NQP\backsim\triangle CQA(AA$닮음)

$\overline{NQ}:\overline{CQ}=\overline{NP}:\overline{AC}=1:2$이므로 $\overline{NP}=k$라 하면

$\overline{AC}=2k$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 2k=k$

오답 point

닮음을 이용하여 선분의 길이를 나타낼 수 있다.

$\triangle NPQ=\triangle MNQ=3$, $\overline{BN}:\overline{NQ}=3:1$이므로

$\triangle BMN=3\triangle MNQ=3\times 3=9$

$\triangle AMQ=\triangle BMQ=12$, $\overline{BQ}:\overline{CQ}=2:1$이므로

$\triangle AQC=\frac{1}{2}\triangle ABQ=12(cm^2)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABQ+\triangle AQC$

$=24+12=36(cm^2)$

18) 정답 ①

THE 깊은 해설

$\square AMND=\square MBCN=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle OMN=\frac{1}{4}\square AMND=\frac{1}{4}\times 12=3(\text{cm}^2)$

한편, $\triangle AMD$와 $\triangle MBP$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle AMD=\angle BMP$(맞꼭지각),

$\angle MAD=\angle MBP$(엇각)이므로

$\triangle AMD\equiv\triangle BMP(ASA$합동)

$\triangle NCQ=\triangle BMP=\triangle AMD=\frac{1}{2}\square AMND$

주의 합동을 이용하여 넓이가 같은 삼각형을 찾아보자

$=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm}^2)$

$\triangle OPQ=\triangle OMN+\triangle BMP+\square MBCN+\triangle NCQ$

$=3+6+12+6=27(\text{cm}^2)$

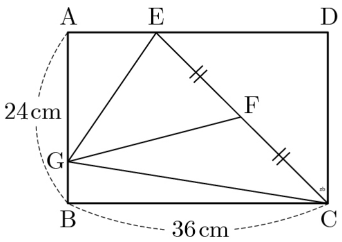
오답 point

삼각형의 넓이를 여러 가지의 도형을 이용하여 구할 수 있다.

I410-ECN-0199-2023-001-000255121

19) 정답 ③

THE 깊은 해설



$\triangle GCE$에서 $\overline{EF}=\overline{CF}$이므로 $\triangle EGF=\triangle CGF$

$\overline{FG}$가 $\square ABCE$의 넓이를 이등분하므로

$\square AGFE=\square BCFG$

단서 선분이 넓이를 이등분함을 이용하여 같은 넓이의 사각형을 찾자

이때, $\square AGFE=\triangle AGE+\triangle EGF$

$\square BCFG=\triangle CGF+\triangle GBC$이므로

$\triangle AGE=\triangle GBC$

$\overline{GB}=x$라 하면 $\overline{AG}=24-x$, $\overline{AE}:\overline{ED}=1:2$이므로

$\overline{AE}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 36=12(\text{cm})$

$\triangle AGE=\frac{1}{2}\times 12\times(24-x)=144-6x$

오답 point

선분의 길이를 x로 표현하여 넓이를 x로 나타낼 수 있다.

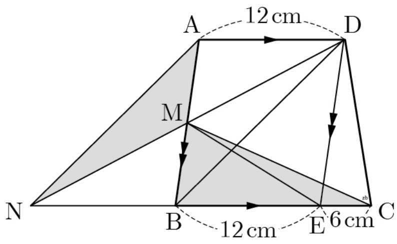
$\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 36\times x=18x$

즉, $144-6x=18x$에서 $-24x=-144$

$\therefore x=6(\text{cm})$

20) 정답 ②

THE 깊은 해설



$\overline{AD}//\overline{BC}$이므로 $\triangle AND=\triangle ABD$

단서 평행선 사이에 넓이가 같은 삼각형을 찾아보자

즉, $\triangle ANM=\triangle MBD$

점 D에서 $\overline{AB}$에 평행한 선분을 긋고 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면

오답 point

평행한 선분을 그어 넓이가 같은 삼각형을 찾을 수 있다.

$\triangle MBD=\triangle MBE$

따라서 $\triangle MBC$의 넓이와 $\triangle ANM$의 넓이의 비는

$\triangle MBC:\triangle MBE=18:12=3:2$

I410-ECN-0199-2023-001-000255121