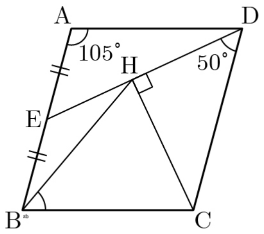
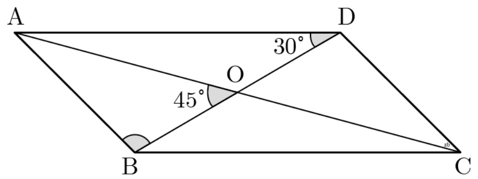
1. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 점 E는 변 AB의 중점이고, 점 C에서 선분 ED에 내린 수선의 발을 H라고 하자. $\angle HDC=50^{\circ}$, $\angle DAE=105^{\circ}$일 때, $\angle HBC$의 크기는?



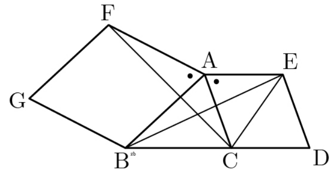
① 45° ② 47°
③ 50° ④ 52°
⑤ 55°

2. 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 두 대각선의 교점을 O라 하자. $\angle ADB=30^{\circ}$, $\angle AOB=45^{\circ}$일 때, $\angle ABD$의 크기는?



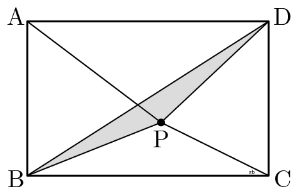
① 90° ② 95°
③ 100° ④ 105°
⑤ 110°

3. 그림과 같이 세 변의 길이가 서로 다른 삼각형 ABC에서 변 AC를 한 변의 길이로 하면서 변 BC의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{CD}$가 되도록 점 D를 정하여 마름모 $ACDE$를 그린다. 또, 변 AB를 한 변으로 하면서 $\angle BAF=\angle CAE$가 되도록 마름모 $AFGB$를 그린다. $\triangle AFC=12\,\text{cm}^2$, $\overline{CE}=6\,\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



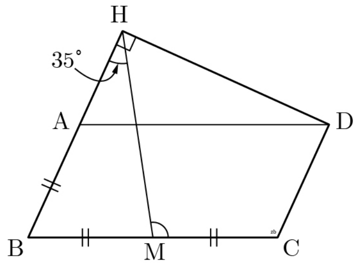
① $4.8\,\text{cm}$ ② $5\,\text{cm}$
③ $5.4\,\text{cm}$ ④ $5.8\,\text{cm}$
⑤ $6\,\text{cm}$

4. 직사각형 $ABCD$의 내부에 점 P가 있다. 대각선 $\overline{BD}$를 긋고 점 P에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle ABP$, $\triangle PBC$의 넓이는 각각 $34\,\text{cm}^2$, $21\,\text{cm}^2$가 된다. 이 때, $\triangle PBD$의 넓이는?



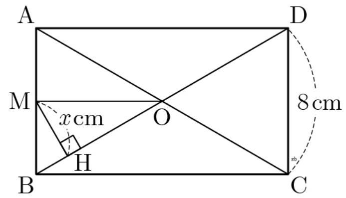
① $11\,\text{cm}^2$ ② $12\,\text{cm}^2$
③ $13\,\text{cm}^2$ ④ $14\,\text{cm}^2$
⑤ $15\,\text{cm}^2$

5. $\square ABCD$는 $\angle B$가 예각인 평행사변형이다. 점 D에서 변 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BC}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=\overline{BM}$이고, $\angle BHM=35^\circ$이다. 이 때, $\angle HMC$의 크기는?



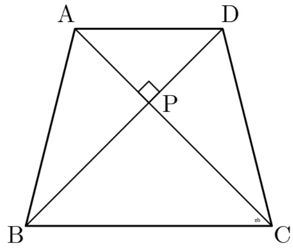
① 105° ② 110°
③ 115° ④ 120°
⑤ 125°

6. 다음 그림과 같은 직사각형 $ABCD$에서 점 O를 두 대각선의 교점, 점 M를 $\overline{AB}$의 중점이라 하자. $\triangle DOC$는 정삼각형이고 $\square ABCD=108.8\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{MH}=x\,\mathrm{cm}$일 때, x의 값은?



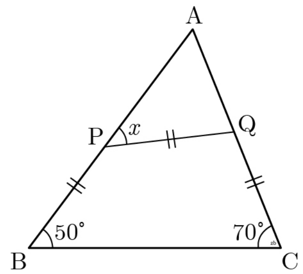
① 3 ② 3.2
③ 3.4 ④ 3.6
⑤ 3.8

7. $\square ABCD$는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD}=3\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=5\,\mathrm{cm}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



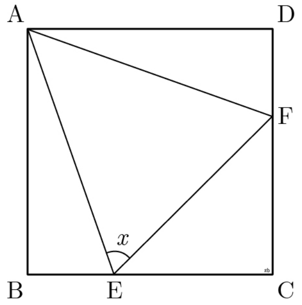
① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $16\,\mathrm{cm}^2$
③ $18\,\mathrm{cm}^2$ ④ $20\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B=50^\circ$, $\angle C=70^\circ$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BP}=\overline{CQ}=\overline{PQ}$가 되도록 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\angle x$의 크기는?



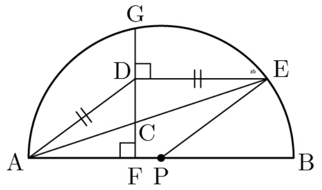
① 40° ② 50°
③ 60° ④ 70°
⑤ 80°

9. 정사각형 $ABCD$에서 $\angle BAE = 22^\circ$, $\angle DAF = 23^\circ$일 때, $\angle AEF$의 크기는?



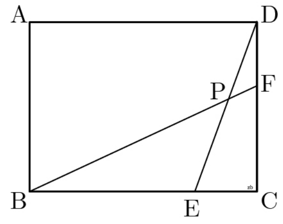
① 67° ② 68°
③ 69° ④ 70°
⑤ 71°

10. 중심이 P이고 길이가 $20\,\mathrm{cm}$인 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원에 대하여 그림과 같이 반원 위의 한 점 G에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 F라 하자. $\overline{GF}$ 위의 점 C, D와 반원 위의 점 E가 $\overline{AD} = \overline{DE}$, $\angle GDE = 90^\circ$, $\angle ADC : \angle ACD = 1:2$일 때, 부채꼴 EPB의 넓이는?



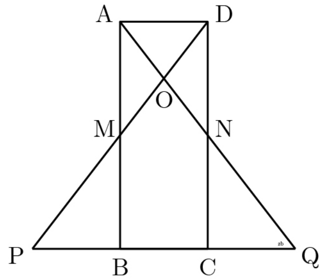
① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $5\pi\,\mathrm{cm}^2$
③ $6\pi\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\pi\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $10\pi\,\mathrm{cm}^2$

11. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$에서 $\overline{BE} = \overline{CD}$, $\overline{EC} = \overline{DF}$를 만족시키도록 점 E와 점 F를 잡았다. $\overline{BF}$와 $\overline{DE}$의 교점을 P라고 할 때, $\angle BPE$의 크기는?



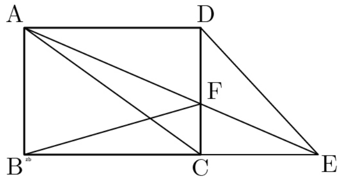
① 30° ② 35°
③ 40° ④ 45°
⑤ 50°

12. 그림에서 사각형 $ABCD$는 평행사변형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점이다. $\overline{AN}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 Q, $\overline{DM}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 P, $\overline{AQ}$와 $\overline{DP}$의 교점을 O라고 한다. 사각형 $ABCD$의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이는?



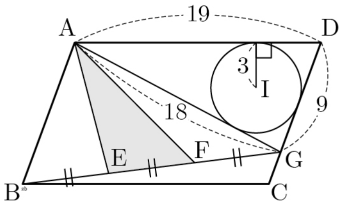
① $27\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\,\mathrm{cm}^2$
③ $29\,\mathrm{cm}^2$ ④ $30\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $31\,\mathrm{cm}^2$

13. 그림과 같은 직사각형 $ABCD$의 한 변 DC 위에 $\overline{DF}:\overline{FC}=3:2$가 되도록 점 F를 잡고, $\overline{AF}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 하자. $\square ABCD$의 넓이가 $150\,\text{cm}^2$이라 할 때, $\triangle CFE$의 넓이는?



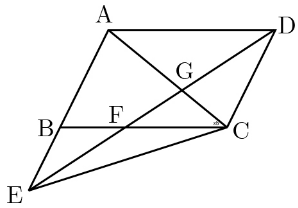
① $18\,\text{cm}^2$ ② $20\,\text{cm}^2$
③ $25\,\text{cm}^2$ ④ $27\,\text{cm}^2$
⑤ $30\,\text{cm}^2$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$에서 $\overline{CD}$ 위의 한 점 G에 대하여, 선분 $\overline{BG}$를 그을 때, $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FG}$이다. 점 I는 $\triangle AGD$의 내심이고 $\triangle GBC$의 넓이가 45일 때, $\triangle AEF$의 넓이를 구하면?



① 36 ② 38
③ 40 ④ 43
⑤ 45

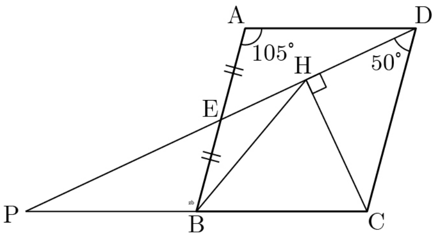
15. 평행사변형 $ABCD$의 꼭짓점 D를 지나는 직선이 $\overline{AB}$의 연장선, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 E, F, G라 할 때, $\triangle FEC$와 넓이가 같은 삼각형은?



① $\triangle AFG$ ② $\triangle GFC$
③ $\triangle GCD$ ④ $\triangle ABF$
⑤ $\triangle BEF$

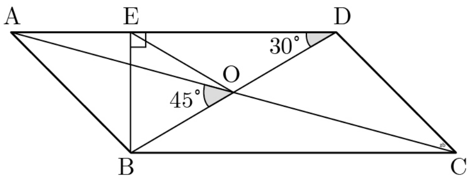
정답 및 해설

1) [정답] ③
[해설]



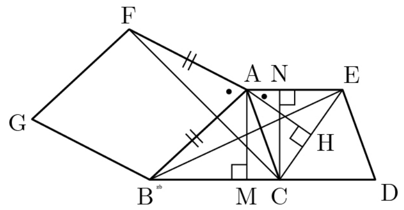
$\overline{BC}$와 $\overline{DE}$의 연장선의 교점을 P라 하자.
$\triangle AED$와 $\triangle BEP$에서
$\overline{AE}=\overline{BE}$, $\angle AED=\angle BEP$(맞꼭지각)
$\angle DAE=\angle PBE$(엇각)이므로
$\triangle AED\equiv\triangle BEP$($ASA$합동)
$\therefore \overline{AD}=\overline{BP}$, $\angle EPB=\angle EDA=25^\circ$
$\triangle PCH$에서 $\angle PCH=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$
$\overline{PB}=\overline{BC}$이므로 점 B는 $\triangle PCH$의 외심이다.
$\overline{BH}=\overline{BC}$이므로 $\angle BHC=\angle BCH=65^\circ$
$\therefore \angle HBC=180^\circ-2\times 65^\circ=50^\circ$

2) [정답] ④
[해설]



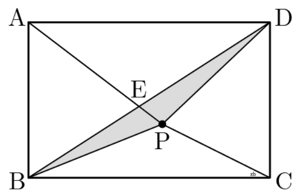
점 B에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 E라 하자.
$\triangle EBD$에서 $\overline{BD}$는 빗변이고 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 점 O는 $\triangle EBD$의 외심이다.
$\overline{OE}=\overline{OD}$이므로 $\angle OED=30^\circ$
$\overline{OE}=\overline{OB}$이므로 $\angle EBO=60^\circ$
$\triangle EBO$는 정삼각형이므로 $\angle EOA=15^\circ$
한편, $\triangle AOD$에서
$\angle OAD=45^\circ-30^\circ=15^\circ$(외각의 성질)
$\angle EOA=\angle EAO=15^\circ$이므로 $\overline{AE}=\overline{OE}$
$\triangle EBO$가 정삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{OE}=\overline{EB}$
따라서 $\triangle EAB$는 $\angle E=90^\circ$인 직각이등변삼각형
$\therefore \angle ABE=45^\circ$
$\therefore \angle ABD=45^\circ+60^\circ=105^\circ$

3) [정답] ②
[해설]



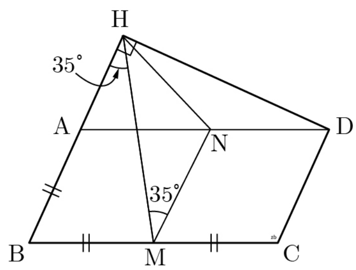
$\square ACDE$는 마름모이므로 $\overline{AE}//\overline{BC}$
$\square AMCN$은 직사각형이므로 $\overline{AM}=\overline{CN}$
$\triangle ACE=\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AM}=\triangle ABE$
$\triangle ABE$와 $\triangle AFC$에서
$\overline{AB}=\overline{AF}$, $\overline{AE}=\overline{AC}$
$\angle BAE=\angle BAC+\angle CAE$
$=\angle BAC+\angle FAB=\angle FAC$
$\triangle ABE\equiv\triangle AFC$($SAS$합동)
$\therefore \triangle AFC=\triangle ABE$
$\triangle ACE$에서 $\dfrac{1}{2}\times 6\times\overline{AH}=12$에서
$\overline{CH}=\overline{EH}=3\mathrm{cm}$이고 피타고라스의 정리에 의해
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore \overline{AC}=5(\mathrm{cm})$

4) [정답] ③
[해설]



$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\square ABCD=\triangle ABP+\triangle CDP$
$\triangle ABE+\triangle AED=(\triangle AED+\triangle PED)+\triangle PBC$
$\therefore \triangle ABE=\triangle PED+\triangle PBC$
또, $\triangle ABE=\triangle PAB-\triangle PBE$이므로
$\triangle PAB-\triangle PBE=\triangle PED+\triangle PBC$ $\cdots$㉠
$\therefore \triangle PBD=\triangle PBE+\triangle PED$
$=\triangle PAB-\triangle PBC(\because$㉠$)$
$=34-21=13(\mathrm{cm}^2)$

5) [정답] ①
[해설]

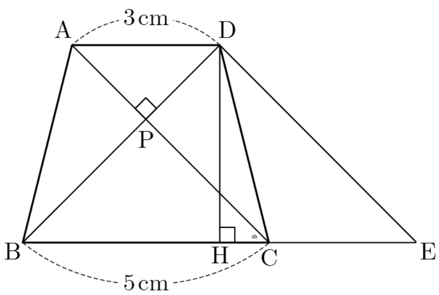


$\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면 $\overline{AN}=\overline{DN}$
$\square ABMN$은 $\overline{AN}//\overline{BM}$, $\overline{AN}=\overline{BM}$이므로 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AB} // \overline{NM}$, $\overline{AN} = \overline{NM}$
따라서 $\angle HMN = \angle BHM = 35^\circ$ (엇각)
한편, $\triangle ADH$는 직각삼각형이므로 점 N은 외심이다.
$\therefore \overline{AN} = \overline{HN}$
따라서 $\overline{NH} = \overline{NM}$이므로
$\angle NHM = \angle NMH = 35^\circ$
$\therefore \angle HAN = \angle AHN = 70^\circ$
또한, $\overline{AB} // \overline{NM}$이므로 $\angle HAN = \angle NMC = 70^\circ$
$\therefore \angle HMC = \angle HMN + \angle NMC = 35^\circ + 70^\circ = 105^\circ$

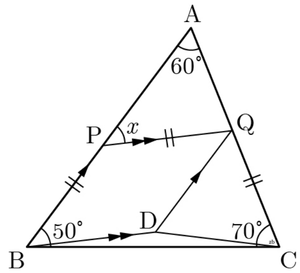
6) [정답] ③
[해설] $\overline{AD} = 108.8 \times \frac{1}{8} = 13.6(\mathrm{cm})$
$\triangle DOC$는 정삼각형이므로 $\overline{OC} = \overline{CD} = 8\mathrm{cm}$
$\triangle OBC$는 $\overline{BO} = \overline{CO}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BO} = 8\mathrm{cm}$
$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 13.6 = 6.8(\mathrm{cm})$
$\triangle BMO$에서
$\frac{1}{2} \times 4 \times 6.8 = \frac{1}{2} \times 8 \times x \quad \therefore x = 3.4$

7) [정답] ②
[해설]



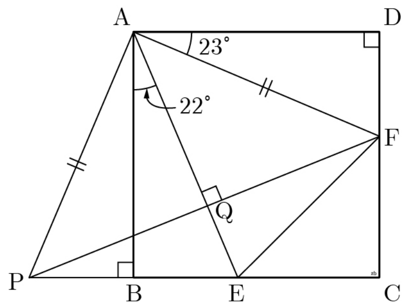
$\overline{BC}$의 연장선 위에 $\overline{AC} // \overline{DE}$인 점 E를 잡으면 $\square ACED$는 $\overline{AD} // \overline{CE}$, $\overline{AC} // \overline{DE}$인 평행사변형이다.
즉, $\overline{AD} = \overline{CE} = 3\mathrm{cm}$
$\overline{AC} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이므로 $\overline{BD} = \overline{DE}$
$\triangle DBE$는 이등변삼각형이고,
$\overline{BH} = \overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BE} = 4\mathrm{cm}$
$\angle ABC = \angle DCB$, $\triangle ABD \equiv \triangle DCA(SAS$합동)이므로 $\angle ABD = \angle DCA$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB = 45^\circ$
$\triangle DBH$는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{DH} = \overline{BH} = 4\mathrm{cm}$
$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (3+5) \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

8) [정답] ①
[해설]



점 B에서 $\overline{PQ}$에 평행한 선분을 긋고 점 Q에서 $\overline{PB}$에 평행한 선분을 그어 만나는 점을 D라 하자.
$\square PBDQ$는 $\overline{PQ} // \overline{BD}$, $\overline{PB} = \overline{QD}$이므로 평행사변형이고 $\overline{BP} = \overline{PQ}$이므로 마름모이다.
즉, $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD} = \overline{BD}$
$\overline{AB} // \overline{QD}$이므로 $\angle BAC = \angle DQC = 60^\circ$ (동위각)
$\overline{QD} = \overline{QC}$이므로 $\triangle QDC$는 정삼각형이다.
$\therefore \angle DCQ = 60^\circ$
$\triangle BDC$에서
$\overline{BD} = \overline{DC}$, $\angle DCB = 10^\circ$이므로 $\angle DBC = 10^\circ$
$\angle PBD = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$
$\overline{PQ} // \overline{BD}$이므로 $\angle APQ = \angle PBD$(동위각)
$\therefore \angle x = 40^\circ$

9) [정답] ②
[해설]

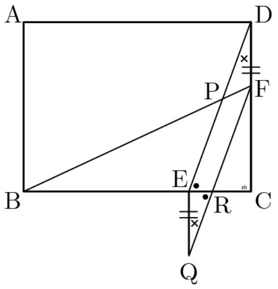


$\overline{BC}$의 연장선 위에 $\triangle ADF$와 합동인 삼각형이 되도록 점 P를 잡으면
$\overline{AP} = \overline{AF}$, $\angle PAE = \angle FAE = 45^\circ$이므로
$\angle AQP = 90^\circ$, $\overline{PQ} = \overline{FQ}$
$\triangle PQE$와 $\triangle FQE$에서
$\overline{PQ} = \overline{FQ}$, $\angle PQE = \angle FQE = 90^\circ$, $\overline{QE}$는 공통이므로 $\triangle PQE \equiv \triangle FQE(SAS$ 합동)
즉, $\angle PEQ = \angle FEQ$
그런데 $\overline{AD} // \overline{BE}$이므로 $\angle PEQ = \angle DAE = 68^\circ$
$\therefore \angle x = 68^\circ$

10) [정답] ⑤
[해설] $\angle GDE = \angle AFD = 90^\circ$이므로 $\overline{DE} // \overline{AP}$
$\angle DEA = \angle PAE$, $\overline{AD} = \overline{ED}$이므로
$\angle PEA = \angle PAE$
즉, $\triangle ADE \equiv \triangle EPA(ASA$합동)
$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \overline{AP} = \overline{PE} = 10\mathrm{cm}$

따라서 $\square APED$는 마름모이다.
$\angle DAE = \angle PAE = a$, $\angle ADC = b$, $\angle ACD = 2b$
라 하면
$\triangle ADC$에서 $a+b+2b=180^\circ$ 이므로
$\therefore a+3b=180 \quad \cdots$ ㉠
$\triangle ADF$에서 $\angle DAF + \angle ADF = 90^\circ$ 이므로
$2a+b=90^\circ \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하여 풀면 $a=18^\circ$, $b=54^\circ$
이때, $\triangle APE$에서
$\angle EPB = \angle PAE + \angle AEP = 2a = 36^\circ$ 이므로 부채꼴 EPB의 넓이는
$\pi \times 10^2 \times \dfrac{36^\circ}{360^\circ} = 10\pi(\text{cm}^2)$

11) [정답] ④
[해설]



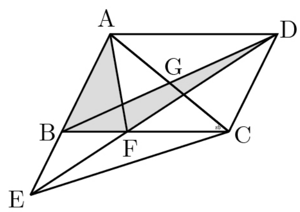
점 F를 지나고 $\overline{DE}$에 평행한 직선과 점 E를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선의 교점을 Q라 하면
$\square FDEQ$는 평행사변형이다.
$\therefore \overline{DE} = \overline{FQ}$, $\overline{FD} = \overline{QE}$, $\angle FDE = \angle FQE$
$\overline{DC} // \overline{QE}$이므로 $\angle QEC = \angle ECD = 90^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle QEB = 90^\circ$
$\triangle QEB$와 $\triangle ECD$에서
$\angle QEB = \angle ECD = 90^\circ$, $\overline{QE} = \overline{EC}$, $\overline{EB} = \overline{DC}$이므로
$\triangle QEB \equiv \triangle ECD$($SAS$합동)
$\therefore \overline{QB} = \overline{ED} = \overline{QF}$, $\angle BQE = \angle DEC$
이때 $\overline{BC}$와 $\overline{FQ}$의 교점을 R라 하면 $\overline{FQ} // \overline{DE}$이므로 $\angle QRE = \angle RED$(엇각)
$\therefore \angle BQE = \angle QRE$
$\triangle QRE$에서
$\angle QRE + \angle RQE = 90^\circ$ 이므로
$\angle BQE + \angle RQE = \angle RQB = 90^\circ$
즉, $\triangle QFB$는 $\overline{QF} = \overline{QB}$, $\angle FQB = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\angle QFB = 45^\circ$
따라서 $\overline{FQ} // \overline{DE}$이므로
$\angle BPE = \angle QFB = 45^\circ$ (동위각)

12) [정답] ①
[해설] $\square AMND = \square MBCN = \dfrac{1}{2}\square ABCD$
$= \dfrac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle OMN = \dfrac{1}{4}\square AMND = \dfrac{1}{4} \times 12 = 3(\text{cm}^2)$
한편, $\triangle AMD$와 $\triangle MBP$에서
$\overline{AM} = \overline{BM}$, $\angle AMD = \angle BMP$(맞꼭지각),
$\angle MAD = \angle MBP$(엇각)이므로
$\triangle AMD \equiv \triangle BMP$($ASA$합동)
$\triangle NCQ = \triangle BMP = \triangle AMD = \dfrac{1}{2}\square AMND$
$= \dfrac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle OPQ = \triangle OMN + \triangle BMP + \square MBCN + \triangle NCQ$
$= 3+6+12+6 = 27(\text{cm}^2)$

13) [정답] ②
[해설] $\triangle ACD$에서 $\overline{DF} : \overline{FC} = 3:2$이므로
$\triangle ADF : \triangle AFC = 3:2$
$\triangle ACD = \dfrac{1}{2}\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 150 = 75(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle AFC = \dfrac{2}{5}\triangle ACD = \dfrac{2}{5} \times 75 = 30(\text{cm}^2)$
한편, $\triangle ADC = \triangle ADE$이므로
$\triangle ACF = \triangle DEF = 30\text{cm}^2$
$\triangle DCE$에서 $\overline{DF} : \overline{FC} = 3:2$이므로
$\triangle DFE : \triangle CFE = 3:2$
$3:2 = 30 : \triangle CFE$, $3\triangle CFE = 60$
$\therefore \triangle CFE = 20(\text{cm}^2)$

14) [정답] ②
[해설] $\triangle AGD = \dfrac{1}{2} \times 3 \times (19+9+18) = 69$
$\triangle ABG = \dfrac{1}{2}\square ABCD = \triangle AGD + \triangle BCG$
$= 69 + 45 = 114$
$\therefore \triangle AEF = \dfrac{1}{3}\triangle ABG = \dfrac{1}{3} \times 114 = 38$

15) [정답] ④
[해설]



$\triangle BED = \triangle BEC$이므로 $\triangle BFD = \triangle FEC$이다.
$\triangle BFD = \triangle ABF$이므로 $\triangle FEC = \triangle ABF$이다.