

C. $k = -2$

D. $k \neq -2$ 且 $k \neq 3$

3. 设 A 为 3 阶矩阵, 且 $|A| = 1$, 把 A 按列分块为 $A = (A_1, A_2, A_3)$

$|2A_1, A_3, A_2 - A_1| = \underline{\hspace{2cm}}$.

A. -8

B. 8

C. -2

D. 4

4. 设方程组为: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 5 \end{cases}$, 则此方程组必有:

A. 无解

B. 有无穷解

C. 有唯一解。

D. 有三个解。

5. 矩阵 $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值为_____.

A. $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -4$

B. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$

C. $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -3$

D. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 4$

6. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ 有两个特征值, 分别为 7, -2, 问特征值 7 对应的全体特征向量为

A. $v = kv_1 = k \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} (k \neq 0)$

B. $v = kv_1 = k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} (k \neq 0)$

C. $v = kv_1 = k \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} (k \neq 0)$

D. $v = kv_1 = k \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} (k \neq 0)$

7. 对称矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 对应的二次型为_____。

A. $x_1^2 - 3x_1 + 4$

B. $x_1^2 - 6x_1x_2 + 4x_2^2$

C. $x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2$

D. $x_1^2 + 6x_1x_2 + 4x_2^2$

得分	评阅人

三、计算题(一) (共 3 小题，每题 10 分，共 30 分)

1 计算四阶行列式

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

2. 求如下向量组的极大线性无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示：

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} 。

得分	评阅人

四、计算题(二) (共 3 小题, 每题 8 分, 共 24 分)

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A^T B$,

2. 设 $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \alpha_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 为 R^3 的一组向量, 将其化为正交化向量。

3. .将二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3$ 化为标准形，并写出变换矩阵.

得分	评阅人

五、解方程组（11 分）

用基础解系来表示线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -2 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 14 \end{cases}$$
 的所有解。

得分	评阅人

六、证明题（5 分）

已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关， $\beta_1 = 2\alpha_1 - \alpha_2, \beta_2 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_3 = -\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3$ ， 证明： $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 线性无关.