

第 13 周作业

应于 07-06-2017 提交

练习 1. 判断下列级数的敛散性, 并说明原因

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{3n} + \cdots$
2. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) + (\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}) + (\frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3}) + \cdots + (\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}) + \cdots$
3. $\cos(\frac{\pi}{6}) + \cos(\frac{2\pi}{6}) + \cdots + \cos(\frac{n\pi}{6}) + \cdots$

练习 2. 判断下列级数的敛散性：

1. $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{2a+b} + \frac{1}{3a+b} + \cdots + \frac{1}{na+b} + \cdots$ (其中 $a > 0, b > 0$)

2. $\frac{1^4}{1!} + \frac{2^4}{2!} + \frac{3^4}{3!} + \cdots + \frac{n^4}{n!} + \cdots$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$

练习 3. 判断下列级数是否收敛？若然，是绝对收敛还是条件收敛？

1. $\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{\ln 5} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)} + \cdots$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin \frac{\pi}{n+1}}{\pi^{n+1}}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \frac{n+1}{n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n+1)!}{n^{n+1}}$

练习 4. 求下列级数的收敛域:

1. $1 - x + \frac{x^2}{2^2} - \frac{x^3}{3^2} + \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n^2} + \cdots$

2. $\frac{x}{1 \cdot 4} + \frac{x^2}{2 \cdot 4^2} + \frac{x^3}{3 \cdot 4^3} + \cdots + \frac{x^n}{n \cdot 4^n} + \cdots$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{3n-1}}{\sqrt{n}}$

练习 5. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (不一定是正项级数) 收敛, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_n}{u_n} = 1$ 。问级数 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 是否也收敛? 说明理由。