

1. 设三阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & t & t^2 \end{pmatrix}$, 则当 A 可逆时, t 应当满足_____.
2. 对 n 阶矩阵 A, B, C, 对任意矩阵 A, C, 如果从 $AB=CB$ 可得到 $A=C$, 则矩阵 B 应满足_____.
3. 令 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$, E 是二阶单位矩阵, 如果有实数 p, q, 使得 $A^2=pA+qE$, 则 $p=$ _____, $q=$ _____.
4. 若对于 n 阶矩阵 A, 有 $3A^2-2A=0$, 则 A 的全部可能特征值为_____.
5. 若 T 为 n 阶正交矩阵, 且 n 维列向量 x 的长度为 4, 则 Tx 的长度为_____.
6. 若 $a_{32}a_{13}a_{4k}a_{21}$ 是四阶行列式 $|a_{ij}|$ 中的一项, 则该项的符号为_____.
7. 设 2 是可逆矩阵 A 的一个特征值, 则矩阵 $(\frac{1}{4}A^3)^{-1}$ 必有一个特征值为_____.
8. 设三元二次型 $f = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$, 则此二次型矩阵的行列式为_____.
9. 设有 n 阶方阵 A, 其伴随矩阵 A^* 的秩为 0, 则 A 的最大秩为_____.
10. A 为 n 阶正交阵, 则 $|3A|=$ _____.

1. 若有矩阵 $A_{4 \times 3}, B_{3 \times 4}, C_{3 \times 3}$, 则下列矩阵运算可行的是()

- (A) BC (B) CBA (C) ABC (D) AB-CB

2. 以下矩阵中不是正交矩阵的是()

- (A) $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$

3. 与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 相似的矩阵是()

- (A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. 设 A 是 5 阶实对称矩阵, 则()

- (A) A 有特征向量 0. (B) A 的特征向量组单位正交.
(C) A 有 3 重特征根 α , 则 $r(\alpha E - A) = 3$. (D) A 与一个 5 阶对角矩阵相似.

5. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 则下列结论不正确的是()

- (A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量都不成比例.
(B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任一部分组线性无关.
(C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 均不是零向量.
(D) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中有一个向量可由其余向量线性表示.

6. 设矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, 若 $Ax = 0$ 只有零解, 则非齐次线性方程组 $Ax = b$ 必有()

- (A) 唯一解 (B) 无穷解 (C) 无解 (D) 无唯一解

7. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, 则 m 和 n 满足关系_____时, 必有行列式 $|AB| = 0$.

- (A) $m > n$ (B) $n > m$ (C) $m = n$ (D) $m \neq n$
 8. 已知向量组 $a=(2, 4, -2, 2)$, $b=(4, 0, t, 0)$, $c=(0, -8, 10, -4)$ 的秩为 2, 则 $t=$ ____.
 (A) 6 (B) -6 (C) 4 (D) -4

9. 已知 $A \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} - 2a_{21} & a_{12} - 2a_{22} & a_{13} - 2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$, 则 $A=$ _____.

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & x & 0 & y \\ a & 0 & b & 0 \\ c & 0 & d & 0 \\ 0 & u & 0 & v \end{vmatrix} =$ _____.

- (A) $xyuv-abcd$ (B) $bcyu-adxv$ (C) $(ad-bc)(yu-xv)$ (D) $(ab-cd)(uv-xy)$

1. (8 分) 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 3 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 3 \end{vmatrix}$.

2. (7 分) 求矩阵 A 的逆矩阵 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. (10 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵 Λ , 试确定 a 的值, 并求可逆

矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = \Lambda$.

4. (10 分) 请写出右边非齐次线性方程组的全部解 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 8 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 8 \end{cases}$.

5. (10 分) 给定二次型 $f = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$, 试判断 f 的有定性, 并求一正交矩阵 P , 将 f 化为标准二次型.

1. (10 分) 已知向量组 $\alpha_1 = (2, k, 1), \alpha_2 = (k, 0, 2), \alpha_3 = (1, 1, -1)$, 则 k 取何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是线性相关的, 并用 α_2, α_3 线性表示 α_1 .

2. (5 分) 已知结论: 若 λ 是 n 阶非奇异矩阵 A 的特征值, 则 λ^{-1} 是 A^{-1} 的特征值。请用特征多项式证明此结论 (不要利用 λ 对应的特征向量) .