

## 第 04 周作业解答

**练习 1.** 写出 7 阶排列 3712546 的所有逆序, 并判断该排列的奇偶性。

解所有逆序为

$$(3, 1), (3, 2), (7, 1), (7, 2), (7, 5), (7, 4), (7, 6), (5, 4)$$

逆序数为 8, 偶排列。

**练习 2.** 问  $i, j$  为何值时, 6 级排列  $3i25j4$  为奇排列?

解  $i, j$  的取值只有两种情况:  $i = 1, j = 6$  或者  $i = 6, j = 1$ 。

当  $i = 1, j = 6$  时, 排列为 312564, 逆序为  $(3, 1), (3, 2), (5, 4), (6, 4)$ , 逆序数为 4, 为偶排列。

当  $i = 6, j = 1$  时, 排列为 362514, 逆序为  $(3, 2), (3, 1), (6, 2), (6, 5), (6, 1), (6, 4), (2, 1), (5, 1), (5, 4)$ , 逆序数为 9, 为奇排列。

所以只能是  $i = 6, j = 1$ 。

注: 根据对换改变排列奇偶性的性质, 当知道 312564 是偶排列时, 即可判断 362514 奇排列, 而无需再计算时逆序数。

**练习 3.** 在 6 阶行列式中, 乘积  $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{65}a_{26}$  前应冠以正号还是负号, 以构成一般项?

解先将行标按顺序排列:

$$a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{65}a_{26} = a_{13}a_{26}a_{32}a_{44}a_{51}a_{65}$$

此时列标的排列是 362415, 逆序数是 8, 为偶排列, 所以乘积前应冠以正号 +。

**练习 4.** 设  $A = (1, 2, 3)$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 5 & -19 & 11 \\ 6 & -9 & 4 \\ 7 & 1 & -3 \end{pmatrix}$  计算  $AB$ ,  $BA$  及  $CB$ 。

解

$$AB = (1, 2, 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 14$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} (1, 2, 3) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$CB = \begin{pmatrix} 5 & -19 & 11 \\ 6 & -9 & 4 \\ 7 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$