

第 10 周作业

练习 1. 问 $\beta = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 是否能由向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ 线性表示？若能，写出其中一个线性组合的表达式。

练习 2. 问向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 是否线性相关？若线性相关，写出它们的一个相关表达式。有唯一解、无穷多解、无解。并且有解时，求出全部解。

练习 3. 根据参数 a 的取值, 讨论向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}$ 何时线性相关, 何时线性无关。

练习 4. 设 α, β, γ 线性无关, 证明: $\alpha, \alpha + \beta, \alpha + \beta + \gamma$ 也是线性无关。