

第 06 周作业

练习 1. 求下列函数的全微分

$$(1) \quad z = xy + \frac{x}{y}; \quad (2) \quad u = x^{yz}.$$

练习 2. 求函数 $z = \frac{y}{x}$ 当 $x = 2$, $y = 1$, $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.2$ 时的全增量和全微分。

练习 3. (选择题) 设函数 $f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 的两个偏导数 $f_x(x_0, y_0)$ 都存在, 则 ()

- A $f(x, y)$ 在点 P 处连续;
- B $f(x, y)$ 在点 P 处可微;
- C $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$ 及 $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$ 都存在;
- D $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$ 存在.

练习 4. (选择题) 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处 ()

- A 连续, 偏导数存在;
- B 连续, 偏导数不存在;
- C 不连续, 偏导数存在;
- D 不连续, 偏导数不存在.

练习 5. (选择题) “ $f_x(x_0, y_0)$ 与 $f_y(x_0, y_0)$ 均存在” 是函数 $f(x, y)$ 在点 $P(x_0, y_0)$ 处连续的 () 条件。

- A 充分非必要;
- B 必要非充分;
- C 充分且必要;
- D 非充分非必要.

练习 6. 设 $z = \arctan(xy)$, $y = e^x$, 求 $\frac{dz}{dx}$ 。

练习 7. 设 $z = xy + xF(u)$, $u = \frac{y}{x}$, $F(u)$ 为可导函数, 证明

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy.$$

练习 8. 求下列复合函数的一阶偏导数 (假设 f 具有一阶连续偏导):

$$(1) \quad z = f(x^2 - y^2, e^{xy}); \quad (2) \quad u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right); \quad (3) \quad u = f(x, xy, xyz).$$

练习 9. 求复合函数 $z = f(xy^2, x^2y)$ 的所有二阶偏导数。这里假设 f 具有二阶连续偏导数。

练习 10. 设 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

练习 11. 设 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

练习 12. 设 $x = x(y, z)$, $y = y(x, z)$, $z = z(x, y)$ 都是由方程 $F(x, y, z) = 0$ 所确定的具有连续偏导数的函数, 证明

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$

练习 13. 设 $z^3 - 3xyz = a^3$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。