

### 第 13 周作业

练习 1. 已知对称矩阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ，求正交矩阵  $Q$ ，使得  $Q^T A Q$  为对角矩阵。

**练习 2.** 设  $\alpha$  和  $\beta$  是两个非零  $m$  维列向量, 令  $A = I - \alpha\beta^T$ 。

1. 证明  $\alpha$  是  $A$  的一个特征向量。
2. 证明: 若  $\beta^T\alpha \neq 0$ , 则  $A$  可对角化。
3. 求  $|A|$ 。
4. 问何时  $A$  可逆, 并求出  $A^{-1}$  (提示: 参考式子  $(1-x)^{-1} = 1+x+x^2+\cdots$ )