练习 1. 过直线 $\left\{\begin{array}{l}10x+2y-2z=27\\ x+y-z=0\end{array}\right.$ 作曲面 $3x^2+y^2-z^2=27$ 的切平面，求此切平面的方程。

练习 2. 证明曲面 $f\left(\frac{x-a}{z-c},\, \frac{y-b}{z-c}\right)=0$ 的所有切平面都交于一点 $(a,\, b,\, c)$。

练习 3. 设函数 $f(x,\, y)$ 有二阶连续偏导数，满足 $f_y\neq 0$ 且

$$f_x^2 f_{yy}-2f_xf_yf_{xy}+f_y^2f_{xx}=0.$$

设 $y=y(x,\, z)$ 是由方程 $z=f(x,\, y)$ 所确定的函数，求 $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$。

练习 4. 找出椭球面 $3x^2+9y^2+6z^2=10$ 上一点和平面 $3x+3y+6z=70$ 上一点，使得这两点的距离最小，并求出该距离。

练习 5. 设 $D: 1\leq x^2+y^2\leq 4$，计算 $\iint_D (x+y^2)e^{-(x^2+y^2-4)}dxdy$

练习 6. 计算二重积分 $\iint_{x^2+y^2\leq 1}|x^2+y^2-x-y|dxdy$。

练习 7. 计算积分 $\int_0^{2\pi}\left[\int_x^{2\pi}\frac{\sin^2 t}{t^2}dt\right]xdx$。

练习 8. 求 $\iiint_\Omega \sqrt{\frac{1-x^2-y^2-z^2}{1+x^2+y^2+z^2}}dxdydz$，其中 $\Omega=\{(x,y,z)|x,y,z\geq 0, x^2+y^2+z^2\leq 1\}$

练习 9. 求曲面 $x^2+y^2=az$ 和 $z=2a-\sqrt{x^2+y^2}$（$a>0$）所围立体的表面积。

练习 10. （10 分）计算 $\iint_\Sigma \frac{axdydz+(z+a)^2dxdy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$，其中 Σ 为下半球面 $z=-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧，a 为大于 0 的常数。

练习 11. 设连续可微函数 $z=z(x,\, y)$ 由方程 $F(xz-y,\, x-yz)=0$（其中 $F(u,\, v)$ 具有连续偏导数）唯一确定，L 为逆时针单位圆周，试求：

$$I=\int_L (xz^2+2yz)dy-(2xz+yz^2)dx.$$

练习 12. 设函数 $f(s)$ 连续可导，并设

$$P=Q=R=f((x^2+y^2)z),$$

假设有向曲面 Σ_t 是圆柱体 $x^2+y^2\leq t^2, 0\leq z\leq 1$ 的表面，方向朝外。记第二型曲面积分 $I_t=\iint_{\Sigma_t} Pdydz+Qdzdx+Rdxdy$。求极限 $\lim_{t\to 0^+}\frac{I_t}{t^4}$。

练习 13. 求 $\sum_{n=1}^\infty \frac{n}{3^n}$。

练习 14. (1) 设 $f(x)$ 是定义在 $[1,\, \infty)$ 上的单调递减函数，且 $f(x)\geq 0$。设 $a_n=f(n)$，$n\in\mathbb{N}$。证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 与广义积分 $\int_1^\infty f(x)dx$ 具有相同的敛散性。

(2) 应用上述结论判断级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$ 的敛散性。

练习 15. （证明）设 $a_0=0$，$a_n=\sqrt{2+a_{n-1}}$（$n\geq 1$）。证明：(1)$\lim_{n\to\infty} a_n$ 存在；(2) 判断级数 $\sum_{n=0}^\infty \sqrt{2-a_n}$ 的敛散性?

练习 16. 求 $\sum_{n=1}^\infty \frac{\sin n}{n}$。(提示：对函数 $f(x)=\frac{1}{2}(\pi-x)$，$x\in(0,\pi]$ 做奇延拓，并展开成傅里叶级数)