线性代数（内招）
2019-2020 学年（上）

姓名：
专业：
学号：

第 07 周作业解答

练习 1. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\2&-2&4&2&0\\3&0&6&-1&1\\4&-1&8&4&1\end{pmatrix}$ 的秩。

解

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\2&-2&4&2&0\\3&0&6&-1&1\\4&-1&8&4&1\end{pmatrix}\xrightarrow[\substack{r_3-3r_1\\r_4-4r_1}]{r_2-2r_1}\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\0&0&0&0&0\\0&3&0&-4&1\\0&3&0&0&1\end{pmatrix}\xrightarrow{r_2\leftrightarrow r_4}\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\0&3&0&0&1\\0&3&0&-4&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_3-r_2}\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\0&3&0&0&1\\0&0&0&-4&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

所以 $r(A)=3$

练习 2. 设 $A=\begin{pmatrix}1&-1&2&3\\-1&a&2&-1\\3&1&b&5\end{pmatrix}$。对参数 (a,b) 的每种取值，求出相应的秩 $r(A)$。

解

$$A=\begin{pmatrix}1&-1&2&3\\-1&a&2&-1\\3&1&b&5\end{pmatrix}\xrightarrow[r_3-3r_1]{r_2+r_1}\begin{pmatrix}1&-1&2&3\\0&a-1&4&2\\0&4&b-6&-4\end{pmatrix}\xrightarrow{c_2\leftrightarrow c_4}\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\0&2&4&a-1\\0&-4&b-6&4\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r_3+2r_2}\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\0&2&4&a-1\\0&0&b+2&2a+2\end{pmatrix}$$

- 若 $b\neq-2$ 或 $a\neq-1$，则最终的阶梯型矩阵有 3 行非零行，此时 $r(A)=3$。
- 若 $b=-2$ 且 $a=-1$，则最终的阶梯型矩阵只有 2 行非零行，此时 $r(A)=2$。