

第 03 周作业

应于 29-03-2017 提交

练习 1. (共振问题) 假设弹簧系统的固有频率是 ω , 并且受到频率为 Ω 的外力 $F = F_0 \cos(\Omega t)$ 作用 (ω, Ω 均为常数, F_0 是常数, $F_0 \neq 0$)。所以物体运动的方程为

$$x'' + \omega^2 x = F_0 \cos(\Omega t).$$

1. 设 $\omega \neq \Omega$, 求出物体运动的通解 $x = x(t)$, 并回答: 当 Ω 越接近 ω 时, 物体的振幅有什么变化?
2. 设 $\omega = \Omega$, 求出物体运动的通解 $x = x(t)$, 并回答: 随时间 t 的变化, 物体的振幅有什么变化?

练习 2. 设 $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$, $\vec{v} = -\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ 。试用 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 表示 $2\vec{u} - 3\vec{v}$ 。

练习 3. 把 $\triangle ABC$ 的 BC 边四等分, 设等分点依次为 D_1, D_2, D_3 。试以 $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$ 表示向量 $\overrightarrow{D_1A}$, $\overrightarrow{D_2A}$ 和 $\overrightarrow{D_3A}$ 。

练习 4. 已知两点 $A(1, -3, 7)$ 和 $B(-2, 5, 1)$ 。求 \overrightarrow{AB} 坐标, 求模长 $|\overrightarrow{AB}|$, 求 \overrightarrow{AB} 的方向余弦, 求出 \overrightarrow{AB} 与 x, y, z 轴的夹角 α, β, γ (精确到小数点后一位)。(需要用到计算器, 一些在线科学计算器, 如 <http://web2.0calc.com/>, 可能会帮到你)

练习 5. 求点 (x, y, z) 关于 (1) 各坐标面; (2) 各坐标轴; (3) 坐标原点的对称点的坐标。

	关于 xoy 面	关于 $yo z$ 面	关于 zox 面	关于 x 轴	关于 y 轴	关于 z 轴	关于坐标原点
(x, y, z)							

练习 6. 求出在 y 轴上的点 M ，其到点 $A(1, -3, 7)$ 和到点 $B(5, 7, -5)$ 的距离相等。

练习 7. 设向量 \overrightarrow{AB} 在 x, y, z 轴上的投影分别是 $4, -4, 7$ 。假设点 B 为 $(2, -1, 7)$ ，求出 A 点坐标。

练习 8. 设 $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = k\vec{a} + \vec{b}$ 。假设 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 且 \vec{a} 和 \vec{b} 夹角 $\theta = \frac{1}{3}\pi$ 。试问：

1. k 为何值时, $\vec{c} \perp \vec{d}$?
2. k 为何值时, 以 \vec{c}, \vec{d} 为邻边的三角形面积为 6?

练习 9. 设有三个向量 $\vec{a} = (2, -3, 1)$, $\vec{b} = (1, -2, 3)$ 和 $\vec{c} = (2, 1, 2)$ 。

1. 求向量 $\vec{a} \times \vec{b}$ 。
2. 假设向量 \vec{r} 与 \vec{a} 、 \vec{b} 都垂直, 且 $\text{Prj}_{\vec{c}}\vec{r} = 14$ 。求 \vec{r} 。