

## 第 06 周作业

应于 12-04-2017 提交

练习 1. 求下列函数的所有二阶偏导数

$$(1) \quad z = \arctan \frac{y}{x}; \quad (2) \quad z = y^x.$$

**练习 2.** 求下列函数的全微分

$$(1) \quad z = xy + \frac{x}{y}; \quad (2) \quad u = x^{yz}.$$

**练习 3.** 求函数  $z = \frac{y}{x}$  当  $x = 2$ ,  $y = 1$ ,  $\Delta x = 0.1$ ,  $\Delta y = -0.2$  时的全增量和全微分。

**练习 4.** (选择题) 设函数  $f(x, y)$  在点  $P(x_0, y_0)$  的两个偏导数  $f_x(x_0, y_0)$  都存在, 则 ( )

- A  $f(x, y)$  在点  $P$  处连续;
- B  $f(x, y)$  在点  $P$  处可微;
- C  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x, y_0)$  及  $\lim_{y \rightarrow y_0} f(x_0, y)$  都存在;
- D  $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$  存在.

**练习 5.** (选择题) 二元函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处 ( )

- A 连续, 偏导数存在;
- B 连续, 偏导数不存在;
- C 不连续, 偏导数存在;
- D 不连续, 偏导数不存在.

**练习 6.** (选择题) “ $f_x(x_0, y_0)$  与  $f_y(x_0, y_0)$  均存在” 是函数  $f(x, y)$  在点  $P(x_0, y_0)$  处连续的 ( ) 条件。

- A 充分非必要;
- B 必要非充分;
- C 充分且必要;
- D 非充分非必要.

**练习 7.** 设  $z = \arctan(xy)$ ,  $y = e^x$ , 求  $\frac{dz}{dx}$ 。

**练习 8.** 设  $z = xy + xF(u)$ ,  $u = \frac{y}{x}$ ,  $F(u)$  为可导函数, 证明

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy.$$

**练习 9.** 求下列函数的一阶偏导数 (其中  $f$  具有一阶连续偏导):

$$(1) \quad z = f(x^2 - y^2, e^{xy}); \quad (2) \quad u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right); \quad (3) \quad u = f(x, xy, xyz).$$

**练习 10.** 求复合函数  $z = f(xy^2, x^2y)$  的所有二阶偏导数。这里假设  $f$  具有二阶连续偏导数。

**练习 11.** 设  $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

**练习 12.** 设  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

**练习 13.** 设  $x = x(y, z)$ ,  $y = y(x, z)$ ,  $z = z(x, y)$  都是由方程  $F(x, y, z) = 0$  所确定的具有连续偏导数的函数, 证明

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$

**练习 14.** 设  $z^3 - 3xyz = a^3$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。