姓名：
专业：
学号：

第 10 周作业

练习 1. 用基础解系表示齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+ & x_2+ & x_3+ & 4x_4- & 3x_5=0 \\ 2x_1+ & x_2+ & 3x_3+ & 5x_4- & 5x_5=0 \\ x_1- & x_2+ & 3x_3- & 2x_4- & x_5=0 \\ 3x_1+ & x_2+ & 5x_3+ & 6x_4- & 7x_5=0 \end{cases}$ 的通解。

练习 2. 设 A, B 均为 $m\times n$ 矩阵，证明：$r(A+B)\le r(A)+r(B)$。

练习 3. 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}, B=(b_{ij})_{n\times s}$，假设 $AB=O_{m\times s}$。证明：$r(A)+r(B)\leq n$。

下一题是附加题，做出来的同学下周交上来，可以加分

练习 4. 设 A 是 n 阶方阵，证明：存在不全为零的数 $c_0,c_1,\cdots,c_n$ 使得 $c_0I_n+c_1A+\cdots+c_nA^n$ 为奇异矩阵。（事实上，可以证明 $c_0I_n+c_1A+\cdots+c_nA^n=0$，但我们不证明这个。）（提示：任取一个非零的列向量 $v\in\mathbb{R}^n$，说明 $v,Av,\cdots,A^nv$ 是线性相关。）

练习 5. 用 “特解 + 基础解系的线性组合” 的形式, 表示线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$ 的通解。

练习 6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a & -b & -c \end{pmatrix}$ 的特征多项式。

练习 7. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1 & k \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 的一个特征值是 5，求 k 的值。

练习 8. 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量。

练习 9. 设 λ_1, λ_2 是方阵 A 的特征值，α_1, α_2 分别为 λ_1, λ_2 的特征向量。证明：如果 $\lambda_1 \neq \lambda_2$，则 $\alpha_1+\alpha_2$ 一定不是 A 的特征向量。