高等数学 II
2017-2018 学年（下）

姓名 :
专业 :
学号 :

第 12 周作业

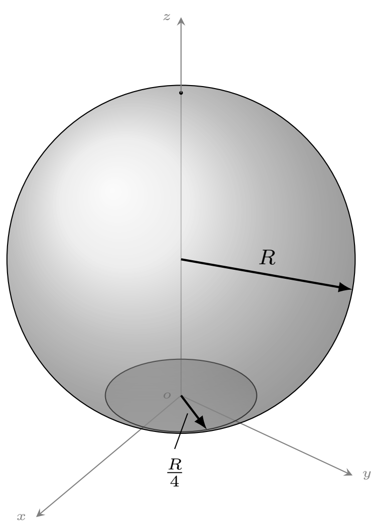
应于 31-05-2018 提交

练习 1. 设 Γ 是空间中一定向闭曲线，并且正好是某可定向曲面 Σ 的边界。计算 $\int_\Gamma ye^z dx + xe^z dy + xye^z dz$.

练习 2. 热气球的表面是半径为 R 球面的一部分，与 xoy 坐标面的交线是半径为 $\frac{R}{4}$ 的圆周，如图。假设热气的速度向量场为

$$V = \text{rot}\ (-y,\, x,\, 0).$$

问单位时间内有多少热气通过气球表面?



练习 3. 讨论旋度 $\mathrm{rot}F$ 的物理意义。

练习 4. 判断下列级数的敛散性，并说明原因

1. $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{3n}+\cdots$
2. $(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})+(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2})+(\frac{1}{2^3}+\frac{1}{3^3})+\cdots+(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n})+\cdots$
3. $\cos(\frac{\pi}{6})+\cos(\frac{2\pi}{6})+\cdots+\cos(\frac{n\pi}{6})+\cdots$

练习 5. 判断下列级数的敛散性：

1. $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{2a+b}+\frac{1}{3a+b}+\cdots+\frac{1}{na+b}+\cdots$ （其中 $a>0$, $b>0$）
2. $\frac{1^4}{1!}+\frac{2^4}{2!}+\frac{3^4}{3!}+\cdots+\frac{n^4}{n!}+\cdots$
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\frac{\pi}{3^n}$

练习 6. 判断下列级数是否收敛？若然，是绝对收敛还是条件收敛？

1. $\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{\ln 5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{1}{\ln(n+1)} + \cdots$
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin\frac{\pi}{n+1}}{\pi^{n+1}}$
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \ln\frac{n+1}{n}$
4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n+1)!}{n^{n+1}}$

练习 7. 设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$（不一定是正项级数）收敛，且 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{v_n}{u_n} = 1$。问级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 是否也收敛？说明理由。