姓名 :
专业 :
学号 :

第 11 周作业

应于 24-05-2017 提交

练习 1. 1. 计算 $\int_L (x+y+yz)ds$，其中曲线 L 是螺旋线 $\gamma(t)=(\sin t,\,\cos t,\,t)$, $0\le t\le 2\pi$。

2. 计算 $\int_L xdx+ydy+zdz$，其中有向曲线 L 的参数方程是 $\gamma(t)=(e^t,\,t,\,t^2)$, $0\le t\le 1$。

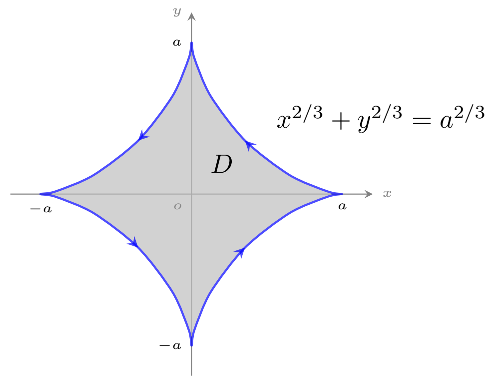
3. 计算 $\int_L (\sin z)dx+(\cos z)dy-(xy)^{1/3}dz$，其中有向曲线 L 的参数方程是 $\gamma(\theta)=(\cos^3\theta,\,\sin^3\theta,\,\theta)$, $0\le\theta\le\frac{7}{2}\pi$。

练习 2. 证明曲线积分 $\int_{(1,2)}^{(3,4)}(6xy^2 - y^3)dx + (6x^2y - 3xy^2)dy$ 与路径无关，并计算积分值。

练习 3. 利用格林公式计算 $\int_C (2x^3 - y^3)dx + (x^3 + y^3)dy$，其中 C 是圆周 $x^2 + y^2 = 1$。

练习 4. 利用格林公式的推论 $\text{Area}(D) = \frac{1}{2}\int_{\partial D} -ydx + xdy$ 计算：

1. 半径为 R 的圆的面积。
2. 曲线 $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ 所围成区域 D 的面积。



练习 5. 设平面区域 D 具有光滑边界，证明 D 的面积 A 满足：

$$A = \int_{\partial D} xdy = -\int_{\partial D} ydx$$

其中 ∂D 取边界正向。

练习 6. 计算

1. $\iint_{\Sigma}(x+y+z)dS$，其中 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 在 $z \geq h$ 的部分（$0<h<a$）。
2. $\iint_{\Sigma}(x^2+y^2)dS$，其中 Σ 是锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 和平面 $z=1$ 所围成区域的整个的表面。