

第 11 周作业

练习 1. 用“特解 + 基础解系的线性组合”的形式，表示线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$$
 的通解。

练习 2. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a & -b & -c \end{pmatrix}$ 的特征多项式。

练习 3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & k \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 的一个特征值是 5, 求 k 的值。

练习 4. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量。

练习 5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量。

练习 6. 设 λ_1, λ_2 是方阵 A 的特征值, α_1, α_2 分别为 λ_1, λ_2 的特征向量。证明: 如果 $\lambda_1 \neq \lambda_2$, 则 $\alpha_1 + \alpha_2$ 一定不是 A 的特征向量。