

第 03 周作业

应于 11-10-2017 提交

练习 1. 假设齐次线性方程组 $\begin{cases} kx + 4y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$ 有非零解, 求 k 。

练习 2. 如果齐次线性方程组 $\begin{cases} kx & +y & +z & = 0 \\ x & +ky & -z & = 0 \\ 2x & -y & +z & = 0 \end{cases}$ 有非零解, k 应取什么值?

练习 3. 写出 6 阶排列 3712546 的所有逆序，并判断该排列的奇偶性。

练习 4. 问 i, j 为何值时，6 级排列 $3i25j4$ 为奇排列？

练习 5. 在 6 阶行列式中，乘积 $a_{51}a_{32}a_{13}a_{44}a_{65}a_{26}$ 前应冠以正号还是负号，以构成一般项？

思考题：假设 $a_{ij}(x)$ 是一元可微函数 ($1 \leq i, j \leq 4$)，证明

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & a_{13}(x) & a_{14}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & a_{23}(x) & a_{24}(x) \\ a_{31}(x) & a_{32}(x) & a_{33}(x) & a_{34}(x) \\ a_{41}(x) & a_{42}(x) & a_{43}(x) & a_{44}(x) \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} a'_{11}(x) & a'_{12}(x) & a'_{13}(x) & a'_{14}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & a_{23}(x) & a_{24}(x) \\ a_{31}(x) & a_{32}(x) & a_{33}(x) & a_{34}(x) \\ a_{41}(x) & a_{42}(x) & a_{43}(x) & a_{44}(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & a_{13}(x) & a_{14}(x) \\ a'_{21}(x) & a'_{22}(x) & a'_{23}(x) & a'_{24}(x) \\ a_{31}(x) & a_{32}(x) & a_{33}(x) & a_{34}(x) \\ a_{41}(x) & a_{42}(x) & a_{43}(x) & a_{44}(x) \end{vmatrix} \\ &+ \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & a_{13}(x) & a_{14}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & a_{23}(x) & a_{24}(x) \\ a'_{31}(x) & a'_{32}(x) & a'_{33}(x) & a'_{34}(x) \\ a_{41}(x) & a_{42}(x) & a_{43}(x) & a_{44}(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & a_{13}(x) & a_{14}(x) \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & a_{23}(x) & a_{24}(x) \\ a_{31}(x) & a_{32}(x) & a_{33}(x) & a_{34}(x) \\ a'_{41}(x) & a'_{42}(x) & a'_{43}(x) & a'_{44}(x) \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

(提示：利用行列式的公式表示。利用这个方法，也能证明对其他阶数的行列式也有类似的公式。可以试试二、三阶行列式。)