第 5 章 b：微积分基本定理

数学系　　梁卓滨

2019-2020 学年 I

Outline

1. 变上限的定积分

2. 微积分基本定理：牛顿—莱布尼茨公式

We are here now...

1. 变上限的定积分

2. 微积分基本定理：牛顿—莱布尼茨公式

定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数

$$\int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

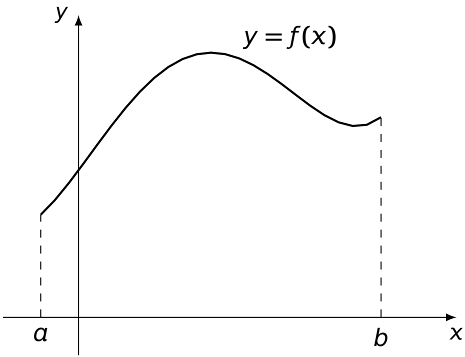
为 **变上限的定积分** .

定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

为 **变上限的定积分**.

几何意义：以“$f(x) \geq 0$ 情形”为例说明

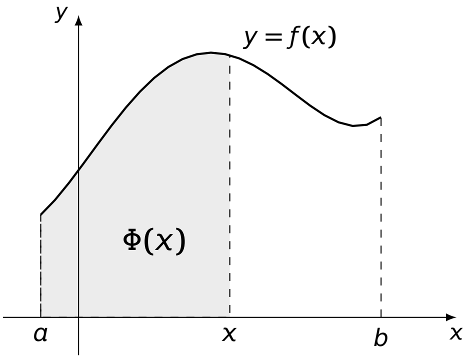


定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

为 **变上限的定积分** .

几何意义：以“$f(x) \geq 0$ 情形”为例说明

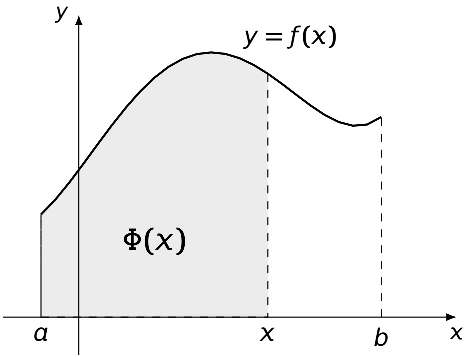


定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

为 **变上限的定积分** .

几何意义：以“$f(x) \geq 0$ 情形”为例说明

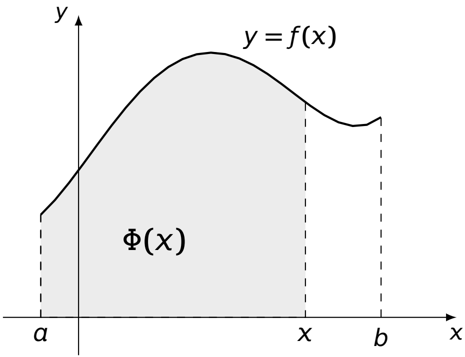


定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

为 **变上限的定积分**.

几何意义：以 "$f(x) \geq 0$ 情形" 为例说明

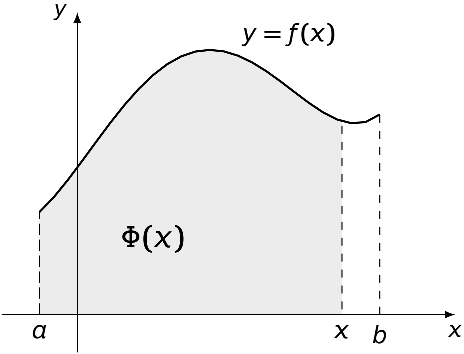


定义 假设 $f(x)$ 是区间 $[a, b]$ 上的连续函数，称

$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt, \quad \forall x \in [a, b]$$

为 **变上限的定积分**.

几何意义：以“$f(x) \geq 0$ 情形”为例说明



$$\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt \qquad \forall x \in [a, b]$$

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' =? \quad \forall x \in [a, b]$$

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x)=\left[\int_a^x f(t)dt\right]'=f(x)\quad \forall x\in[a,b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$\Phi'(x)=$

微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

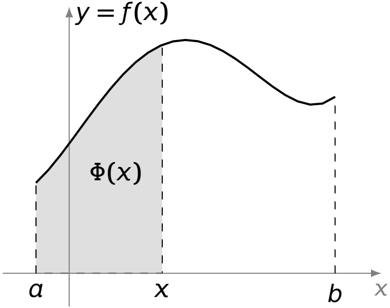
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



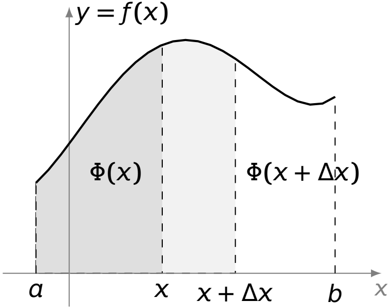
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



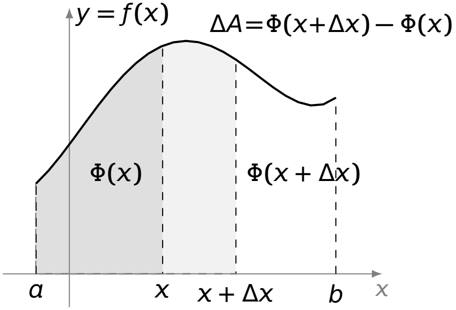
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x + \Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



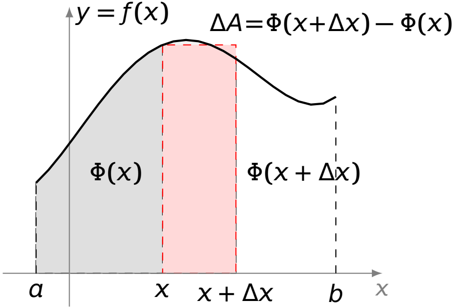
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



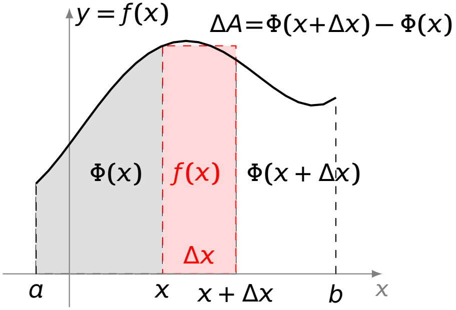
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



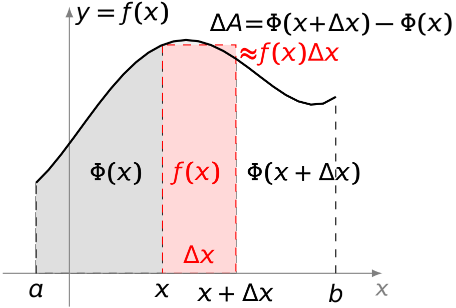
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a,b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$



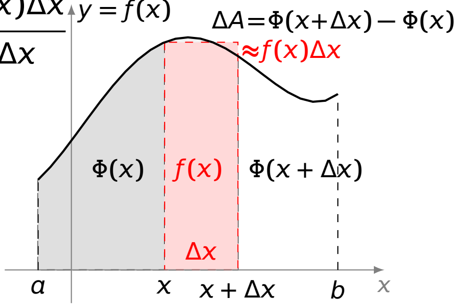
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x} \cong \frac{f(x)\Delta x}{\Delta x}$$



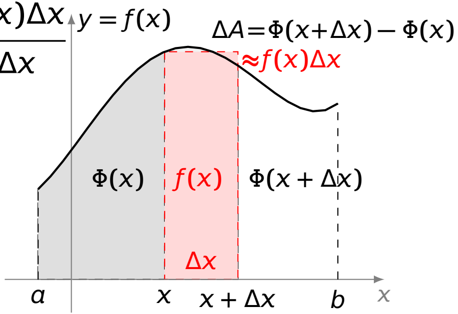
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x} = \frac{f(x)\Delta x}{\Delta x}$$



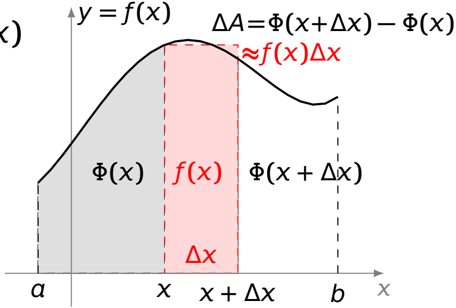
微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a,b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x} = f(x)$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

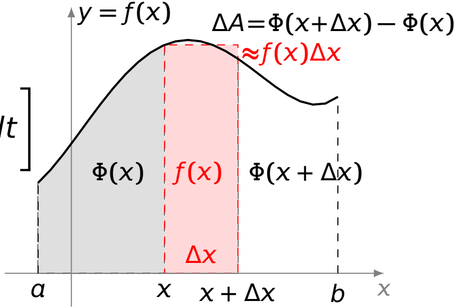
也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$=$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

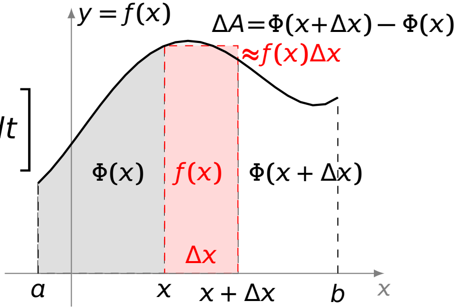
也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

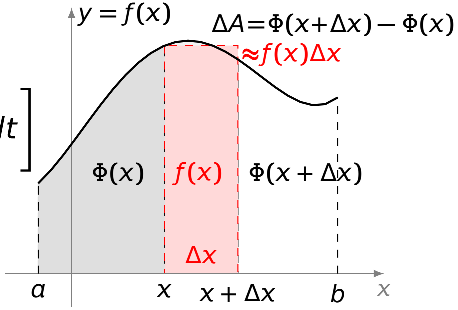
证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt$$

$$\xlongequal{\xi\in(x,x+\Delta x)} f(\xi)\Delta x$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

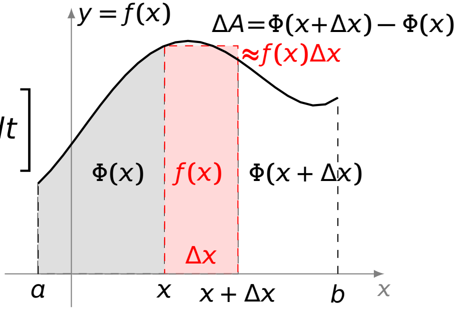
证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt$$

$$\overset{\xi\in(x,x+\Delta x)}{=\!=\!=\!=} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x} \cdot f(\xi)\Delta x$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

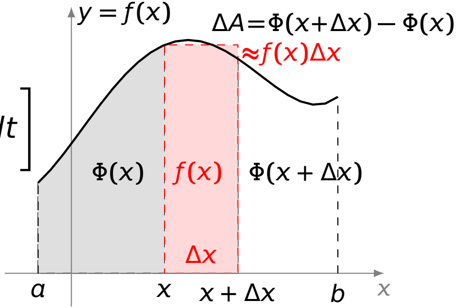
证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt$$

$$\overset{\xi\in(x,x+\Delta x)}{=\!=\!=\!=} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\cdot f(\xi)\Delta x = \lim_{\Delta x \to 0} f(\xi)$$



微积分基本定理 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，那么

$$\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

也就是：$\int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数！

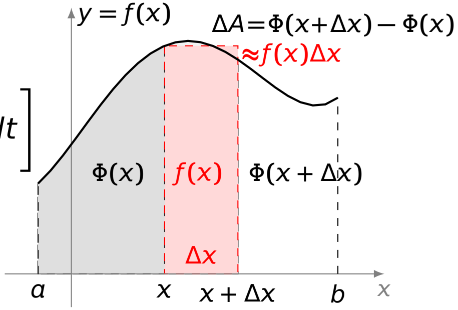
证明

$$\Phi'(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Phi(x+\Delta x) - \Phi(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\left[\int_a^{x+\Delta x} f(t)dt - \int_a^x f(t)dt\right]$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)dt$$

$$\xlongequal{\xi\in(x,x+\Delta x)} \lim_{\Delta x\to 0} \frac{1}{\Delta x}\cdot f(\xi)\Delta x = \lim_{\Delta x\to 0} f(\xi) = f(x)$$



微积分基本定理 $\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x), \quad \forall x \in [a, b]$

微积分基本定理 $\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x), \quad \forall x \in [a, b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' =$ ____________.

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

微积分基本定理 $\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x), \quad \forall x \in [a, b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{\qquad\qquad\qquad}$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{\qquad\qquad\qquad}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'$$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{\qquad\qquad\qquad}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \quad e^{-x}\sin(x^2).$$

微积分基本定理 $\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x), \quad \forall x \in [a, b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{\qquad\qquad\qquad}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = -e^{-x}\sin(x^2).$$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{-e^{-x}\sin(x^2)}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=-e^{-x}\sin(x^2).$$

微积分基本定理 $\Phi'(x)=\left[\int_a^x f(t)dt\right]'=f(x),\quad \forall x\in[a,b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{-e^{-x}\sin(x^2)}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=-e^{-x}\sin(x^2).$$

例 3 $\left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]'=$ ______

微积分基本定理 $\Phi'(x) = \left[\int_a^x f(t)dt\right]' = f(x), \quad \forall x \in [a, b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{-e^{-x}\sin(x^2)}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = -e^{-x}\sin(x^2).$$

例 3 $\left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]' = \underline{-e^{\sin x}}$

微积分基本定理 $\Phi'(x)=\left[\int_a^x f(t)dt\right]'=f(x), \quad \forall x\in[a,b]$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^2 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \underline{-e^{-x}\sin(x^2)}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = \left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]' = -e^{-x}\sin(x^2).$$

例 3 $\left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]' = \underline{-e^{\sin x}}$

$$\because \quad \left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]' = \left[-\int_{-2}^x e^{\sin t}dt\right]'$$

例 1 $\left[\int_2^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{e^{-x}\sin(x^2)}.$

例 2 $\left[\int_x^2 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\underline{-e^{-x}\sin(x^2)}$

解

$$\left[\int_x^0 e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=\left[-\int_0^x e^{-t}\sin(t^2)dt\right]'=-e^{-x}\sin(x^2).$$

例 3 $\left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]'=\underline{-e^{\sin x}}$

$$\because\quad \left[\int_x^{-2} e^{\sin t}dt\right]'=\left[-\int_{-2}^x e^{\sin t}dt\right]'=-e^{\sin x}.$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' =$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)] \cdot \varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2} \cos t dt\right]' =$ ____________; $\left[\int_{2x}^{-1} \sqrt{1+t^2} dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2} \cos t dt\right]' =$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________;$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ______________ ; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ______________ .

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)'$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________;$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________;$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\left[\int_{-1}^{2x}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\left[\int_{-1}^{2x}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = \quad \sqrt{1+4x^2}\cdot$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\left[\int_{-1}^{2x}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = \quad \sqrt{1+4x^2}\cdot(2x)'$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________;$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________.

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\left[\int_{-1}^{2x}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\sqrt{1+4x^2}\cdot(2x)'$$

注：

$$\left[\int_a^{\varphi(x)} f(t)dt\right]' = f[\varphi(x)]\cdot\varphi'(x).$$

例 $\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' =$ ____________ ; $\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' =$ ____________ .

解：

$$\left[\int_1^{x^2}\cos t dt\right]' = \cos(x^2)\cdot(x^2)' = 2x\cos(x^2)$$

$$\left[\int_{2x}^{-1}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\left[\int_{-1}^{2x}\sqrt{1+t^2}dt\right]' = -\sqrt{1+4x^2}\cdot(2x)'$$

$$= -2\sqrt{1+4x^2}$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ ____________;

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ ______________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = $ __________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \underline{\qquad\qquad}$;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]' =$ __________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0}\ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3}\ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3}\ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$=$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ __________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\ln(1+x^3) \cdot$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]' =$ __________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0}\ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3}\ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3}\ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2}\ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\ln(1+x^3)\cdot(x^3)'$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ ____________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\ln(1+x^3)\cdot(x^3)' + \ln(1+x^2)\cdot$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ __________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\ln(1+x^3)\cdot(x^3)' + \ln(1+x^2)\cdot(x^2)'$$

例 $\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' =$ ____________;

解：

$$\left[\int_{x^3}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]' = \left[\int_{x^3}^{0} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= \left[-\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt + \int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\left[\int_{0}^{x^3} \ln(1+t)dt\right]' + \left[\int_{0}^{x^2} \ln(1+t)dt\right]'$$

$$= -\ln(1+x^3)\cdot(x^3)' + \ln(1+x^2)\cdot(x^2)'$$

$$= -3x^2\ln(1+x^3) + 2x\ln(1+x^2).$$

We are here now...

1. 变上限的定积分

2. 微积分基本定理：牛顿—莱布尼茨公式

牛顿—莱布尼茨公式

$$\int_a^b f(x)dx =$$

牛顿—莱布尼茨公式

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

牛顿—莱布尼茨公式

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明：

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$是 $f(x)$ 的一个原函数

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a,\, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because\ \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore\ F(x) = \Phi(x) + C$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore F(x) = \Phi(x) + C$

$\therefore F(b) - F(a) = (\qquad\qquad) - (\qquad\qquad)$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because\ \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore\ F(x) = \Phi(x) + C$

$\therefore\ F(b) - F(a) = (\Phi(b) + C) - (\qquad\qquad)$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore F(x) = \Phi(x) + C$

$\therefore F(b) - F(a) = (\Phi(b) + C) - (\Phi(a) + C)$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$是 $f(x)$ 的一个原函数

$$\therefore F(x) = \Phi(x) + C$$

$$\therefore F(b) - F(a) = (\Phi(b) + C) - (\Phi(a) + C)$$

$$= \Phi(b) - \Phi(a)$$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because\ \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore\ F(x) = \Phi(x) + C$

$$\begin{aligned}\therefore\ F(b) - F(a) &= (\Phi(b) + C) - (\Phi(a) + C)\\ &= \Phi(b) - \Phi(a)\\ &= \int_a^b f(t)dt - \int_a^a f(t)dt\end{aligned}$$

牛顿—莱布尼茨公式

设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，$F(x)$ 是 $f(x)$ 任意一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

证明： $\because\ \Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ 是 $f(x)$ 的一个原函数

$\therefore\ F(x) = \Phi(x) + C$

$$\begin{aligned}\therefore\ F(b) - F(a) &= (\Phi(b) + C) - (\Phi(a) + C) \\ &= \Phi(b) - \Phi(a) \\ &= \int_a^b f(t)dt - \int_a^a f(t)dt = \int_a^b f(t)dt\end{aligned}$$

牛顿—莱布尼茨公式 $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx =$

牛顿—莱布尼茨公式 $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx =$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx;\quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx;\quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2};\quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0)$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx;\quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx;\quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2};\quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = -(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x \Big|_1^{\sqrt{3}}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x \Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} =$$

牛顿—莱布尼茨公式 $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b$.

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $\displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} = \ln|x|$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx;\quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx;\quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2};\quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_{-2}^{-1}$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx; \quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx; \quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_{-2}^{-1} = \ln|-1| - \ln|-2|$$

例 1 计算定积分

$$\int_0^1 x^2 dx;\quad \int_0^{\pi/2} \sin x dx;\quad \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2};\quad \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x}$$

解 $$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\pi/2} = -(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0) = 1$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_1^{\sqrt{3}} = \arctan\sqrt{3} - \arctan 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big|_{-2}^{-1} = \ln|-1| - \ln|-2| = -\ln 2$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx;\quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx;\quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx =$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx =$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int(2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int(2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2)$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int(2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x\Big|_0^{1/2}$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示： 先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x\Big|_0^{1/2} = \arcsin\frac{1}{2} - \arcsin 0$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示：先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x\Big|_0^{1/2} = \arcsin\frac{1}{2} - \arcsin 0 = \frac{\pi}{6} - 0$$

例 2 计算定积分

$$\int_0^2 (2x-5)dx; \quad \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx; \quad \int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

提示： 先求出 $\int (2x-5)dx$，$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$，$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

解

$$\int_0^2 (2x-5)dx = (x^2-5x)\Big|_0^2 = -6-0 = -6$$

$$\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_4^9 x^{-1/2}dx = 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 2(3-2) = 2$$

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x\Big|_0^{1/2} = \arcsin\frac{1}{2} - \arcsin 0 = \frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

原式

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx +$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2) \quad + (\frac{1}{2}x^2 - x)$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] +$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2-x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2}-0] + [0-(-\frac{1}{2})]$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

原式

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx.$

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx.$

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0-(-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx +$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx.$

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x - \frac{1}{2}x^2)$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$\text{原式} = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2}-0] + [0-(-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$\text{原式} = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x-\frac{1}{2}x^2) \quad + (\frac{1}{2}x^2 - 2x)$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^2 + (\frac{1}{2}x^2 - 2x)\Big|_2^3$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx.$

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2-x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2}-0] + [0-(-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^2 + (\frac{1}{2}x^2-2x)\Big|_2^3 = [2-0] +$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx.$

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x - \frac{1}{2}x^2)\Big|_0^2 + (\frac{1}{2}x^2 - 2x)\Big|_2^3 = [2 - 0] + [-\frac{3}{2} - (-2)]$$

例 3 计算定积分 $\int_0^2 |1-x|dx$.

解

$$原式 = \int_0^1 |1-x|dx + \int_1^2 |1-x|dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^2 (x-1)dx$$

$$= (x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^1 + (\frac{1}{2}x^2 - x)\Big|_1^2 = [\frac{1}{2} - 0] + [0 - (-\frac{1}{2})] = 1$$

例 4 计算定积分 $\int_0^3 |2-x|dx$

解

$$原式 = \int_0^2 |2-x|dx + \int_2^3 |2-x|dx = \int_0^2 (2-x)dx + \int_2^3 (x-2)dx$$

$$= (2x-\frac{1}{2}x^2)\Big|_0^2 + (\frac{1}{2}x^2 - 2x)\Big|_2^3 = [2-0] + [-\frac{3}{2} - (-2)] = \frac{5}{2}$$