

## 第 01 周作业

应于 22-03-2018 提交

练习 1. 1.  $y^4 + y'' + 2x = 0$  的阶是 \_\_\_\_\_。

2.  $(7x - 6)dy + (x + y)dx = 0$  的阶是 \_\_\_\_\_。

练习 2. 验证  $y = Cx - \frac{1}{4}C^2$  ( $C$  为任意常数) 是常微分方程  $y = xy' - \frac{1}{4}(y')^2$  的通解。验证  $y = x^2$  也是解, 由此说明通解不一定包含所有解。

练习 3. 1. 假设  $y_1 = y_1(x)$ ,  $y_2 = y_2(x)$  是微分方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$  的解, 判断  $y = C_1y_1 + C_2y_2$  (其中  $C_1, C_2$  为任意常数) 是否也是该方程的解?

2. 假设  $y_1 = y_1(x)$ ,  $y_2 = y_2(x)$  是微分方程  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$  的解, 判断  $y = C_1y_1 + C_2y_2$  (其中  $C_1, C_2$  为任意常数) 是否也是该方程的解?

练习 4. (关于半衰期) 设  $M(t)$  为某放射物质在时刻  $t$  的含量。已知任何时刻, 该物质衰变速度与剩余含量之比为  $-\lambda$  ( $\lambda$  是正常数)。问需要经过多长时间, 该物质含量减少为初始时刻  $t = 0$  时含量的一半?

**练习 5.** 已知弹簧系统（详细见课件）满足方程

$$x'' + \frac{9}{4}x = 0$$

问该物体的运动周期是多少？假设物体的初始位置  $x(0) = 2$ ，初始速度  $x'(0) = -1$ ，求该物体的位置函数  $x(t)$ 。

**练习 6.** 求出  $y' = x^2y$  的通解。

**练习 7.** 求解初值问题  $\begin{cases} xydx + (x^2 + 1)dy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ 。

练习 8. 求解初值问题  $\begin{cases} \cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0 \\ y(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ 。

练习 9. 求出  $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$  的通解。

练习 10. 求出  $y' - \frac{3y}{x} + \frac{1}{2}x = 0$  的通解。

练习 11. 求解微分方程  $\begin{cases} y' + y \cot x = 5e^{\cos x} \\ y(\frac{\pi}{2}) = -4 \end{cases}$  .