

### 第 04 周作业

**练习 1.** 设平面  $\Sigma$  过直线  $\ell_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$ , 且平行于直线  $\ell_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ , 求出  $\Sigma$  的点法式方程。

**练习 2.** 与平面  $\Sigma_1: 4x - y + 2z - 8 = 0$  垂直且过原点及点  $M_0(6, -3, 2)$  的平面方程是什么?

**练习 3.** 过原点且与直线  $\ell_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$  与  $\ell_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$  都平行的平面方程是什么?

**练习 4.** 设直线  $\ell$  过点  $M_0(-1, 2, 3)$ , 且垂直于直线  $\ell_1: \frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6}$ , 及平行于平面  $\Sigma: 7x + 8y + 9z + 10 = 0$ 。求直线  $\ell$  的点向式方程。

**练习 5.** 设有两直线  $\ell_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$  及  $\ell_2: \begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ 2y + z - 3 = 0 \end{cases}$ 。求  $\ell_2$  的一个方向向量, 及求  $\ell_1$  与  $\ell_2$  的夹角。

**练习 6.** 求直线  $\ell_1: \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$  在平面  $\Sigma_1: x + y + z = 0$  上的投影直线  $\ell$  的方程。

**练习 7.** 1. 建立以点  $(1, 3, -2)$  为球心, 且通过坐标原点的球面方程。

2. 方程  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z = 0$  表示什么曲面。

**练习 8.** 将  $xoy$  坐标面上的抛物线  $y = 5x^2$  绕  $y$  轴旋转一周, 求所生成的旋转面的方程。

**练习 9.** 将  $xoz$  坐标面上的圆周  $x^2 + (z - 2)^2 = 1$  绕  $x$  轴旋转一周, 所生成的旋转面是一个环面, 求该环面的方程。

**练习 10.** 写出下列旋转曲面的旋转轴:

曲面	$z = 2(x^2 + y^2)$	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{36} = 1$	$z^2 = 3(x^2 + y^2)$	$x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} = 1$
旋转轴				

练习 11. 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  与平面  $x + y + z = 0$  在  $xoy$  坐标面上的投影曲线方程。

练习 12. 分别求母线平行于  $x$  轴及  $y$  轴, 而且通过曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$  (1) 的柱面。

练习 13. 化曲线的一般方程  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ y = z \end{cases}$  为参数方程。

练习 14. 尝试在 <https://www.math3d.org/> 或 <https://www.monroecc.edu/faculty/paulseeburger/calcnsp/CalcPlot3D/> 上, 画出作业及书上的感兴趣的图形。这两个 graphing calculator 各有各的优点, 互补不足。它们可以但不限于画: 曲面 (包括 implicit surface, parametric surface; 也就是一般方程及参数方程的曲面), 多个曲面的交, 空间曲线 (parametric curves in 3D), 向量场, 三维空间区域。如果找到更好的在线画图器, 欢迎告知。喜欢折腾的同学也可以尝试编一个画图器 ☺, 如果弄出来请告诉我。