第 1 章 a：函数

数学系　梁卓滨

2019-2020 学年 I

Outline

数

自然数 $\mathbb{N}$： $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$： $\cdots - 5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$： $-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

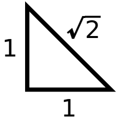
数

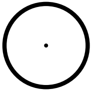
自然数 $\mathbb{N}$：$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$：$\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$：$-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

- 有理数不足以处理几何，如：





$\pi = \frac{\text{周长}}{\text{直径}}$

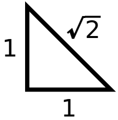
数

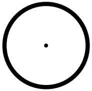
自然数 $\mathbb{N}$： $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$： $\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$： $-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

- 有理数不足以处理几何，如：





$\pi = \frac{\text{周长}}{\text{直径}}$

中的 $\sqrt{2}$ 和 π 都不是有理数

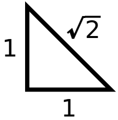
数

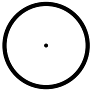
自然数 $\mathbb{N}$：$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$：$\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$：$-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

- 有理数不足以处理几何，如：





$\pi = \frac{\text{周长}}{\text{直径}}$

中的 $\sqrt{2}$ 和 π 都不是有理数（而是所谓 **无理数**，小数位无限不循环）

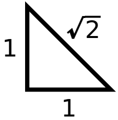
数

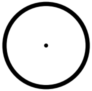
自然数 $\mathbb{N}$：$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$：$\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$：$-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

- 有理数不足以处理几何，如：





$\pi = \frac{\text{周长}}{\text{直径}}$

中的 $\sqrt{2}$ 和 π 都不是有理数（而是所谓 **无理数**，小数位无限不循环）

- 需要从“离散”的有理数，拓展到“连续”的实数

实数 $\mathbb{R}$ **(real number)**：（简单地视为）全体有理数和无理数

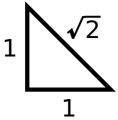
数

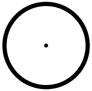
自然数 $\mathbb{N}$：$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

整数 $\mathbb{Z}$：$\cdots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

有理数 $\mathbb{Q}$，整数之比值 $\frac{p}{q}$：$-\frac{5}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{4}, \cdots$

- 有理数不足以处理几何，如：





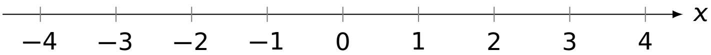
$\pi = \frac{\text{周长}}{\text{直径}}$

中的 $\sqrt{2}$ 和 π 都不是有理数（而是所谓 **无理数**，小数位无限不循环）

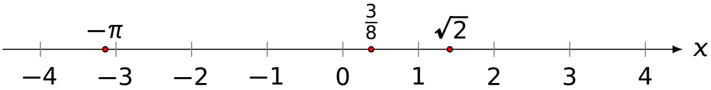
- 需要从“离散”的有理数，拓展到“连续”的实数
- **微积分** 与几何紧密关联（切线 → 微分；面积 → 积分），也需要实数
- 实数的严格定义在 19 世纪才建立（作为对比，微积分起于 17 世纪）

实数 $\mathbb{R}$ **(real number)**：（简单地视为）全体有理数和无理数

实数是“连续”的，与直线上的点一一对应：

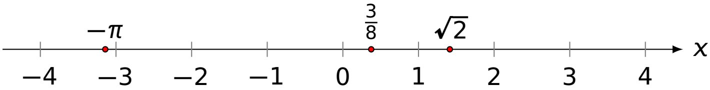


实数是“连续”的，与直线上的点一一对应：



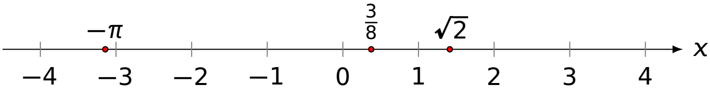
数轴

实数是“连续”的，与直线上的点一一对应：



数轴

实数是“连续”的，与直线上的点一一对应：

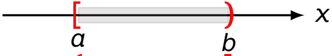


历史注记 Richard Dedekind (1831-1916，中译名：戴德金) 被认为是第一个给出实数严格定义的人。该定义现在称为“戴德金分割法”。这是他在 1858 年 11 月 24 日想到。当时他正在第一次教微积分。

区间：数轴的一段

- (a, b) : 

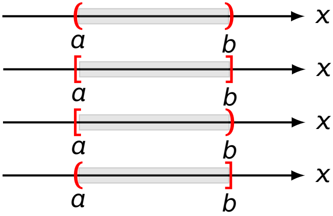
- $[a, b]$: 

- $[a, b)$: 

- $(a, b]$: 

区间：数轴的一段

- $(a,b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$:
- $[a,b]$:
- $[a,b)$:
- $(a,b]$:

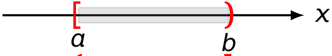


区间：数轴的一段

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$:

- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \le x \le b\}$:

- $[a, b)$:

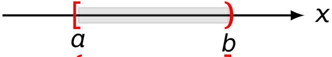


- $(a, b]$:

区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$: 

- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x\leq b\}$: 

- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x<b\}$: 

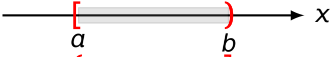
- $(a,b]$: 

区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$：

- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$：

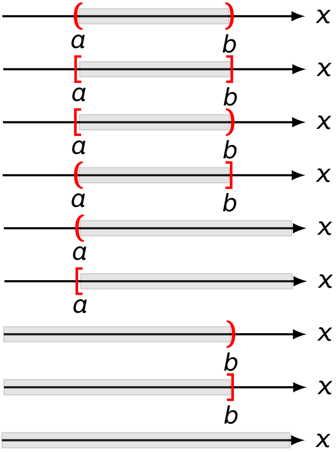
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$：



- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$：

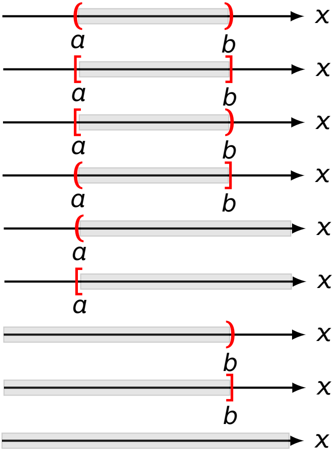
区间：数轴的一段

- $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$:
- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \le x \le b\}$:
- $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a \le x < b\}$:
- $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \le b\}$:
- $(a, +\infty)$:
- $[a, +\infty)$:
- $(-\infty, b)$:
- $(-\infty, b]$:
- $(-\infty, +\infty)$:



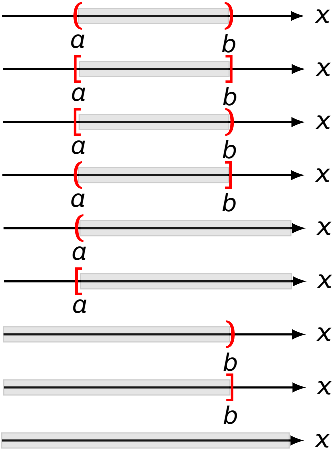
区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$：
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$：
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$：
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$：
- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$：
- $[a,+\infty)$ ：
- $(-\infty,b)$ ：
- $(-\infty,b]$ ：
- $(-\infty,+\infty)$ ：



区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$:
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$:
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$:
- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:
- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$:
- $(-\infty,b)$:
- $(-\infty,b]$:
- $(-\infty,+\infty)$:



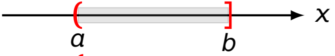
区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:

- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x\leq b\}$:

- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x<b\}$:

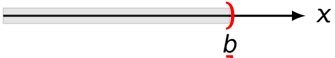
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\leq b\}$:



- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:

- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x\}$:

- $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$:

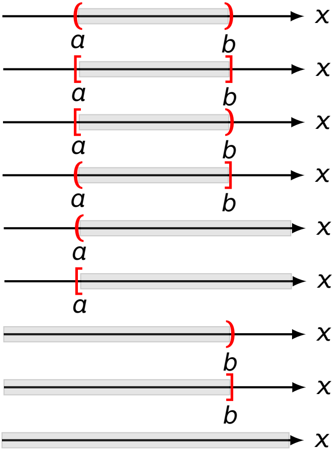


- $(-\infty,b]$:

- $(-\infty,+\infty)$:

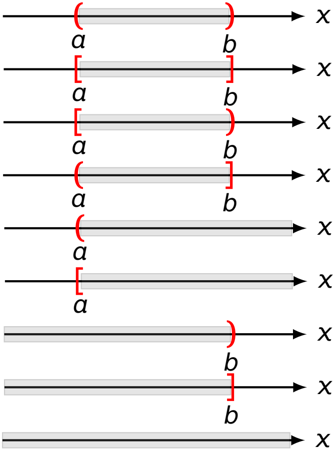
区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$:
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$:
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$:
- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:
- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$:
- $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$:
- $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$:
- $(-\infty,+\infty)$:



区间：数轴的一段

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$:
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$:
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$:
- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:
- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$:
- $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$:
- $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$:
- $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$:



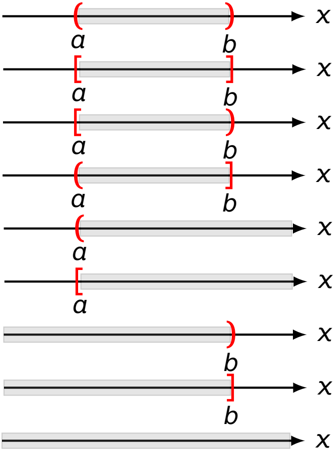
区间：数轴的一段

有限

- $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:
- $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$:
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$:
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$:

无限

- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:
- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$:
- $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$:
- $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$:
- $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$:



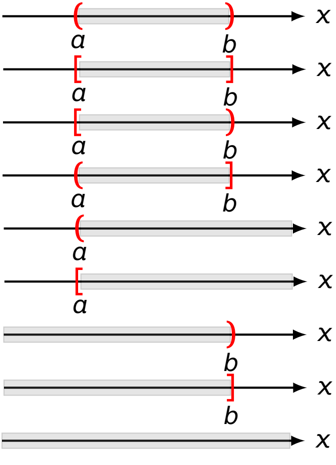
区间：数轴的一段

有限

- 开区间 $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$：
- 闭区间 $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$：
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$：
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$：

无限

- $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$：
- $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$：
- $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$：
- $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$：
- $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$：



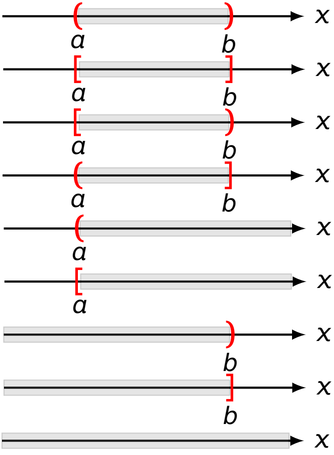
区间：数轴的一段

有限

- 开区间 $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$:
- 闭区间 $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$:
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$:
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$:

无限

- 开区间 $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$:
- 闭区间 $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$:
- 开区间 $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$:
- 闭区间 $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$:
- 开区间 $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$:



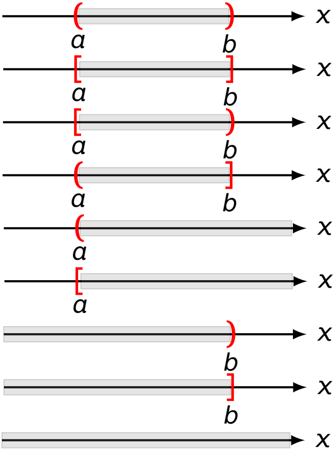
区间：数轴的一段

有限

- 开区间 $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$：
- 闭区间 $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$：
- $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$：
- $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$：

无限

- 开区间 $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | a < x\}$：
- 闭区间 $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x\}$：
- 开区间 $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} | x < b\}$：
- 闭区间 $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} | x \leq b\}$：
- 开区间 $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$：



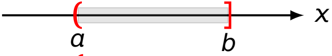
例 区间表示 $\{x \in \mathbb{R} | x \geq \pi\}$ 和 $\{x \in \mathbb{R} | x < -1\}$

区间：数轴的一段

有限
- 开区间 $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$：

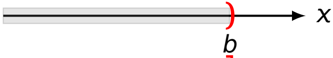

- 闭区间 $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$：


- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$：


- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$：


无限
- 开区间 $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$：


- 闭区间 $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$：


- 开区间 $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$：


- 闭区间 $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$：


- 开区间 $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$：


例 区间表示 $\{x\in\mathbb{R}|x\ge\pi\}$ 和 $\{x\in\mathbb{R}|x<-1\}$

解 $[\pi,+\infty)$，

暨南大學 JINAN UNIVERSITY

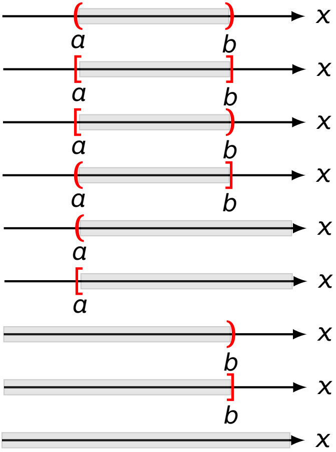
区间：数轴的一段

有限

- 开区间 $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$：
- 闭区间 $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$：
- $[a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x<b\}$：
- $(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\le b\}$：

无限

- 开区间 $(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a<x\}$：
- 闭区间 $[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\}$：
- 开区间 $(-\infty,b)=\{x\in\mathbb{R}|x<b\}$：
- 闭区间 $(-\infty,b]=\{x\in\mathbb{R}|x\le b\}$：
- 开区间 $(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$：

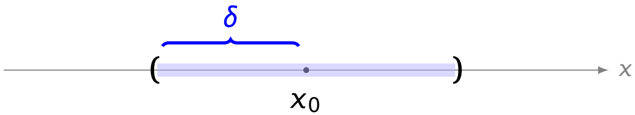


例 区间表示 $\{x\in\mathbb{R}|x\ge\pi\}$ 和 $\{x\in\mathbb{R}|x<-1\}$

解 $[\pi,+\infty)$，$(-\infty,-1)$

暨南大学
JINAN UNIVERSITY

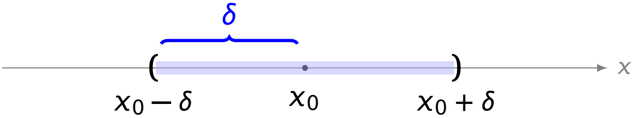
邻域



定义 设 $x_0 \in \mathbb{R}$，$\delta > 0$.

- x_0 的 **δ-邻域**

邻域

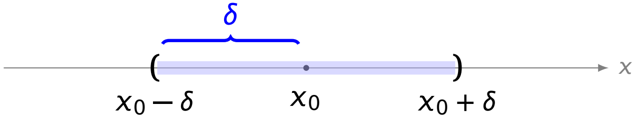


定义 设 $x_0 \in \mathbb{R}$，$\delta > 0$.

- x_0 的 **δ-邻域** 为开区间

$$(x_0-\delta, x_0+\delta)$$

邻域



定义 设 $x_0 \in \mathbb{R}$，$\delta > 0$.

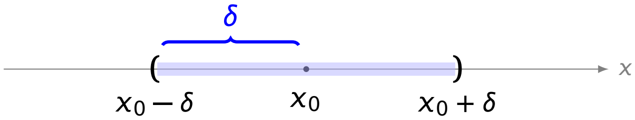
- x_0 的 **δ-邻域** 为开区间

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

- x_0 的 **去心 δ-邻域** 为

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta) - \{x_0\}$$

邻域



定义 设 $x_0 \in \mathbb{R}$，$\delta > 0$.

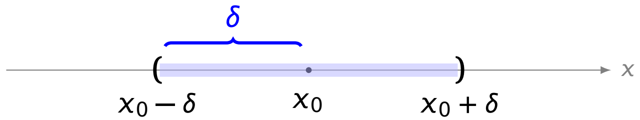
- x_0 的 **δ-邻域** 为开区间

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

- x_0 的 **去心 δ-邻域** 为

$$(x_0 - \delta, x_0 + \delta) - \{x_0\} = (x_0 - \delta, x_0) \cup (x_0, x_0 + \delta)$$

邻域



定义 设 $x_0\in\mathbb{R}$，$\delta>0$.

- x_0 的 **δ-邻域** 为开区间

$$|x-x_0|<\delta$$

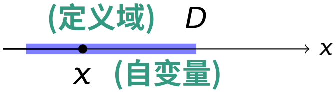
$$(x_0-\delta, x_0+\delta)$$

- x_0 的 **去心 δ-邻域** 为

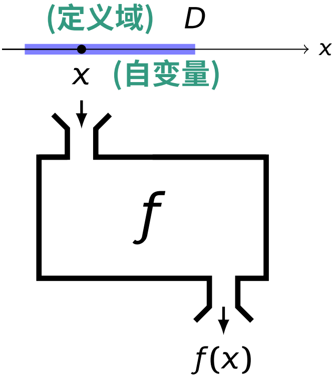
$$0<|x-x_0|<\delta$$

$$(x_0-\delta, x_0+\delta)-\{x_0\}=(x_0-\delta, x_0)\cup(x_0, x_0+\delta)$$

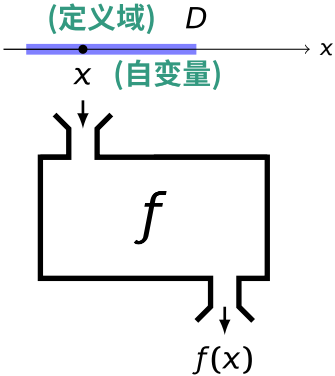
函数：输入输出



函数：输入输出



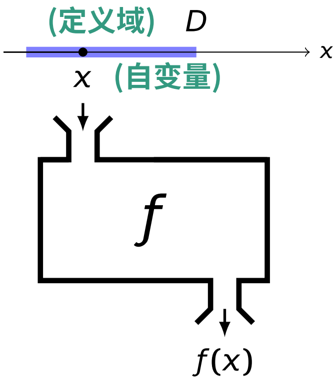
函数：输入输出



函数 记号：

$$f : D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

函数：输入输出



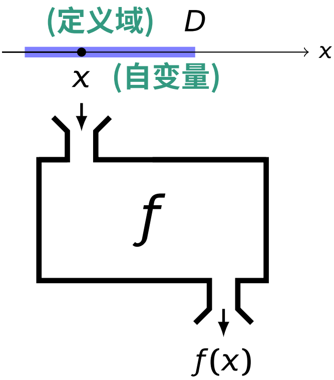
函数 记号：

$$f: D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

因变量：y

值域：$\{$全体函数值$\} = \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

函数：输入输出



函数记号：

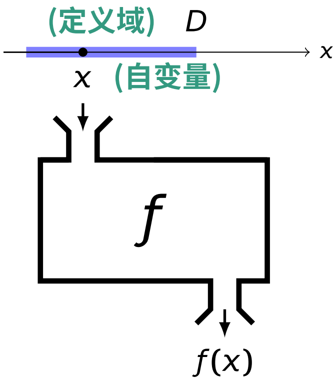
$$f:D\to\mathbb{R}, y=f(x)$$

因变量：y

值域：$\{$全体函数值$\}=\{f(x):x\in D\}=f(D)$

注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi\ldots$

函数：输入输出



函数记号：

$$f : D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

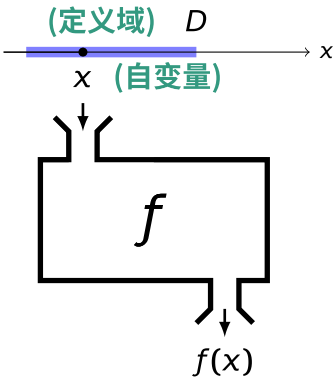
因变量：y

值域：$\{$全体函数值$\} = \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi \ldots$

注 2 当没有明确 f 的定义域时，理解为
自然定义域：使 f 有意义的全体实数

函数：输入输出



函数 记号：

$$f: D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

因变量： y

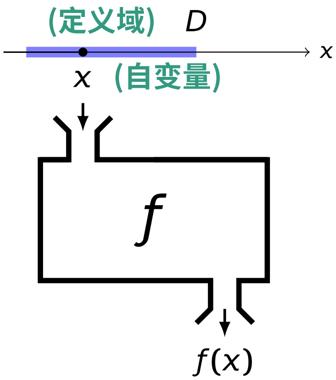
值域：$\{全体函数值\} = \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi \ldots$

注 2 当没有明确 f 的定义域时，理解为
自然定义域：使 f 有意义的全体实数

例 指出 $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 的自然定义域，并计算 $x = \frac{1}{2}$ 的函数值。

函数：输入输出



函数 记号：

$$f : D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

因变量： y

值域：$\{$全体函数值$\} = \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

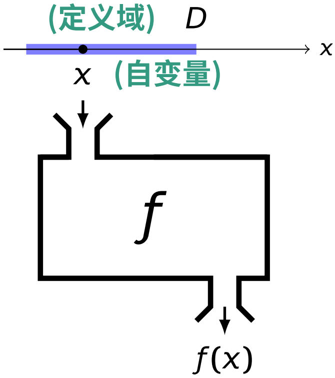
注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi \ldots$

注 2 当没有明确 f 的定义域时，理解为
自然定义域：使 f 有意义的全体实数

例 指出 $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 的自然定义域，并计算 $x = \frac{1}{2}$ 的函数值。

解 定义域 $[-1, 1]$，

函数：输入输出



函数记号：

$$f : D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

因变量：y

值域：{全体函数值} $= \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

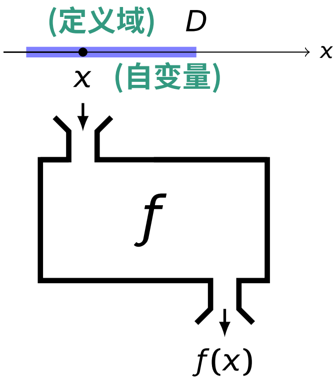
注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi \ldots$

注 2 当没有明确 f 的定义域时，理解为
自然定义域：使 f 有意义的全体实数

例 指出 $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 的自然定义域，并计算 $x = \frac{1}{2}$ 的函数值。

解 定义域 $[-1, 1]$，$g(\frac{1}{2}) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}$

函数：输入输出



函数 记号：

$$f: D \to \mathbb{R}, y = f(x)$$

因变量：y

值域：$\{$全体函数值$\} = \{f(x) : x \in D\} = f(D)$

注 1 函数符号除了 f，也会用 $g, F, G, \varphi \ldots$

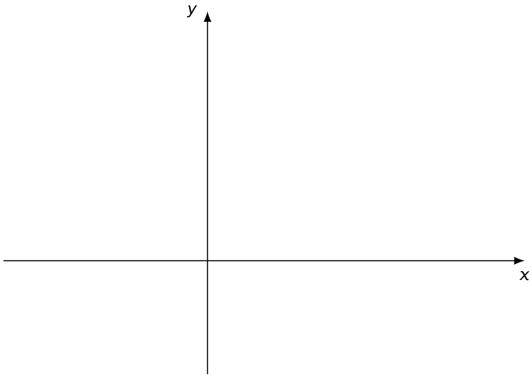
注 2 当没有明确 f 的定义域时，理解为
自然定义域：使 f 有意义的全体实数

例 指出 $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 的自然定义域，并计算 $x = \frac{1}{2}$ 的函数值。

解 定义域 $[-1, 1]$，$g(\frac{1}{2}) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

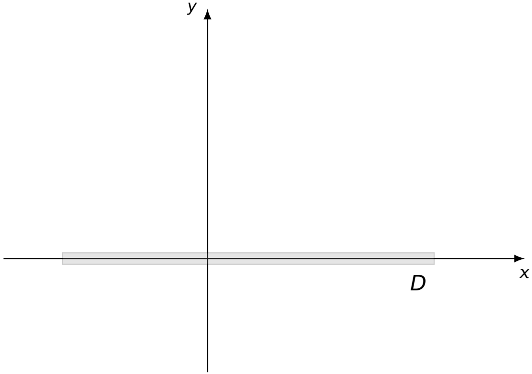
函数图形

绘制函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形：



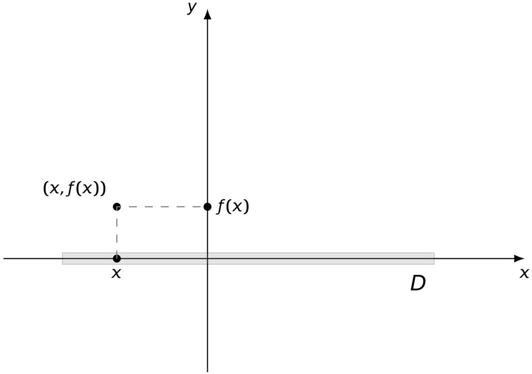
函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：



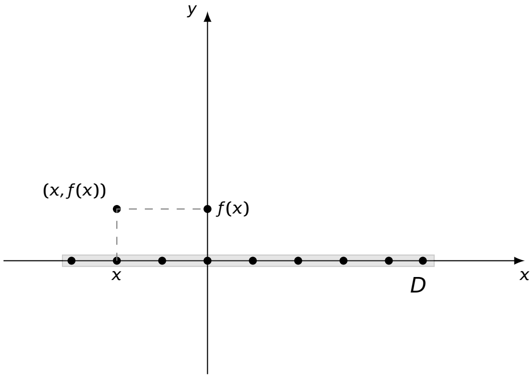
函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：



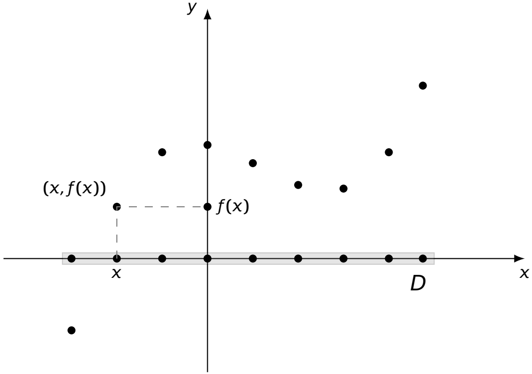
函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：



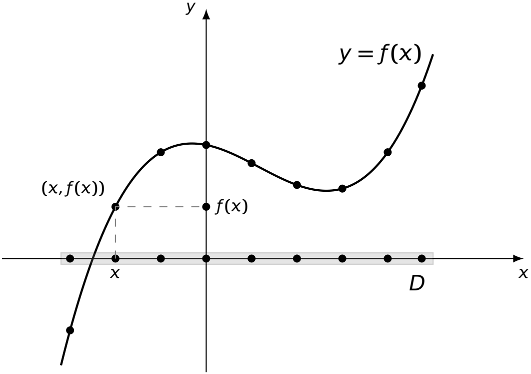
函数图形

绘制函数 $y=f(x)$，$x \in D$ 的图形：



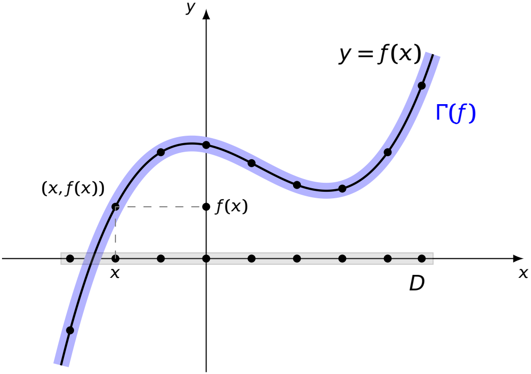
函数图形

绘制函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的图形：



函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：

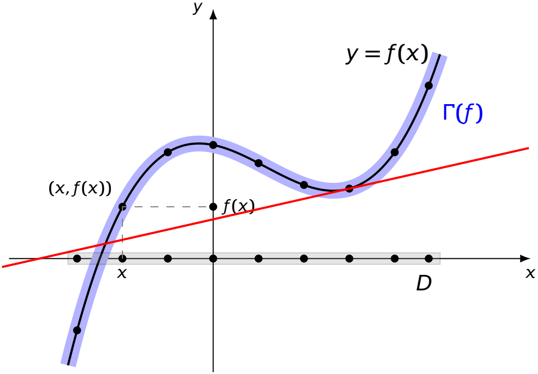


注 1 函数 f 的图形可视为平面上的点集：

$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) | x \in D\}$$

函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：

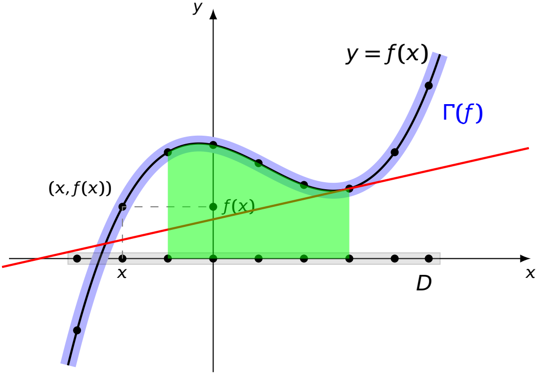


注 1 函数 f 的图形可视为平面上的点集：

$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) | x \in D\}$$

函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：

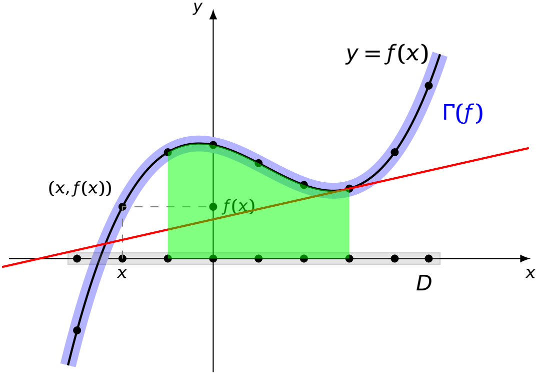


注 1 函数 f 的图形可视为平面上的点集：

$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) | x \in D\}$$

函数图形

绘制函数 $y = f(x)$，$x \in D$ 的图形：



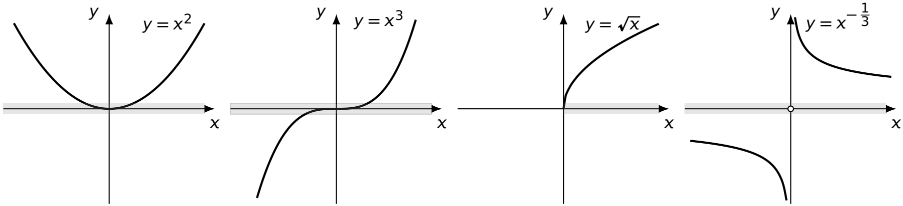
注 1 函数 f 的图形可视为平面上的点集：

$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) | x \in D\}$$

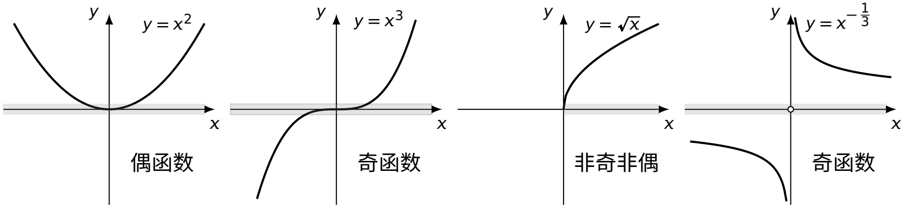
注 2 切线 → 微分，面积 → 积分

例 1 幂函数 $y = x^2$，$y = x^3$，$y = x^{\frac{1}{2}}$，$y = x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。

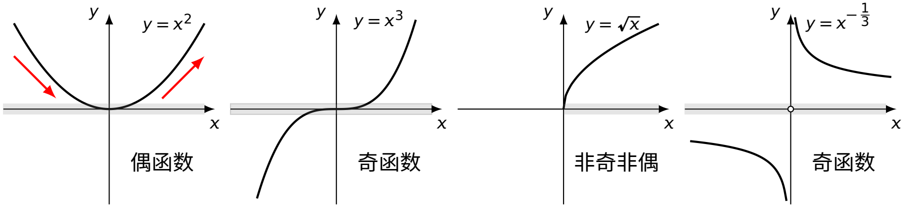
例 1 幂函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



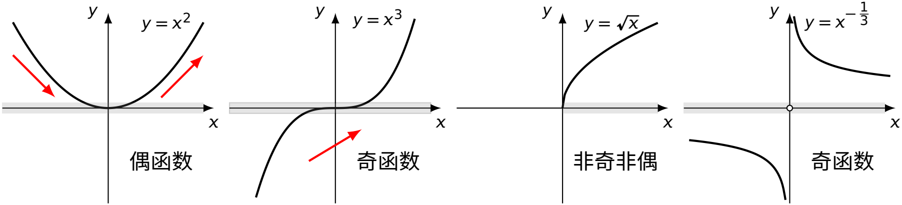
例 1 幂函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



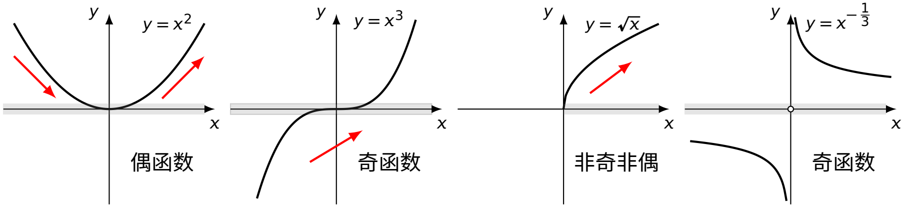
例 1 幂函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



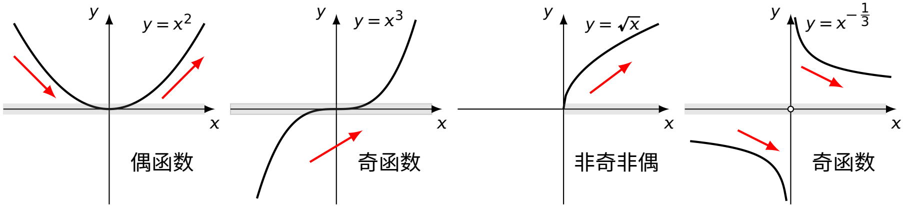
例 1 幂函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



例 1 幂函数 $y=x^2$，$y=x^3$，$y=x^{\frac{1}{2}}$，$y=x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



例 1 幂函数 $y = x^2$，$y = x^3$，$y = x^{\frac{1}{2}}$，$y = x^{-\frac{1}{3}}$ 的自然定义域、图形。并分析奇偶性、单调性。



例 2 指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 的自然定义域、图形。

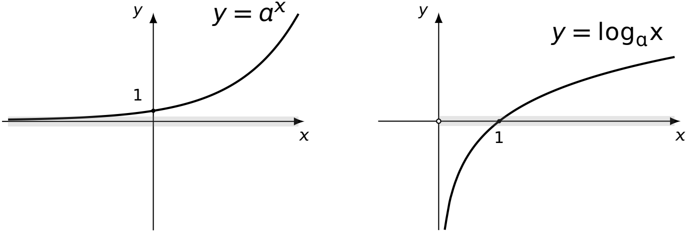
例 2 指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 的自然定义域、图形。

- $a \in (1, +\infty)$

- $a \in (0, 1)$

例 2 指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 的自然定义域、图形。

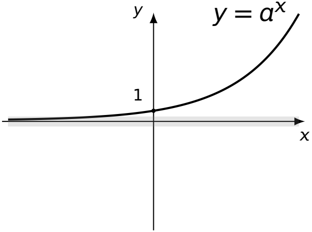
- $a \in (1, +\infty)$

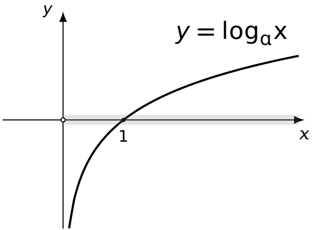


- $a \in (0, 1)$

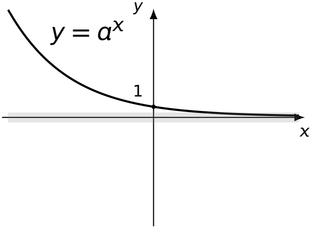
例 2 指数函数 $y = a^x$ 和对数函数 $y = \log_a x$ 的自然定义域、图形。

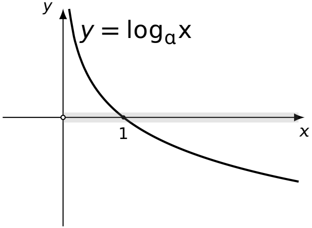
- $a \in (1, +\infty)$





- $a \in (0, 1)$





例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

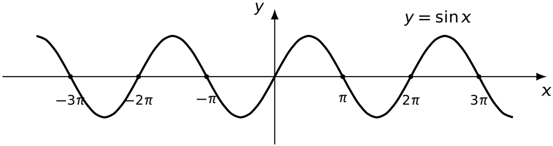
- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x\in(-\infty,+\infty)$

  周期 2π

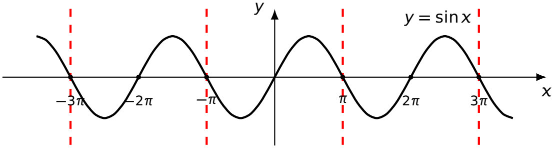


- $\cos x, x\in(-\infty,+\infty)$

- $\tan x, x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$
  周期 2π

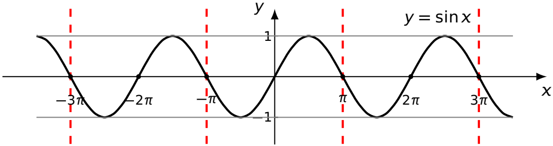


- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$
  周期 2π
  有界函数：$|\sin x| \le 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

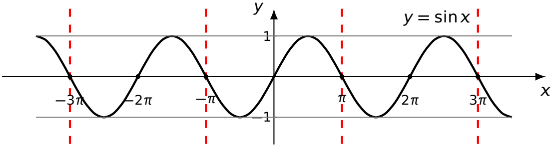
- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \; (k \in \mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

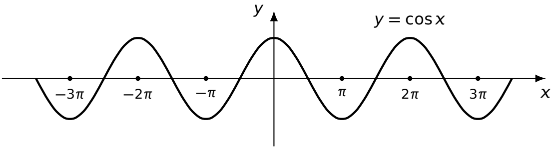
  周期 2π

  有界函数：$|\sin x| \le 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

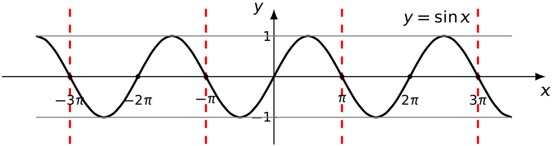
  周期 2π



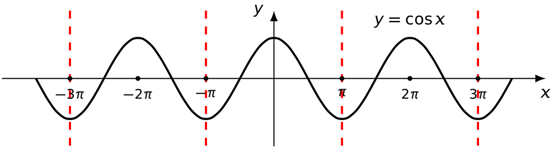
- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x\in(-\infty,+\infty)$
  周期 2π
  有界函数：$|\sin x|\le 1$



- $\cos x, x\in(-\infty,+\infty)$
  周期 2π



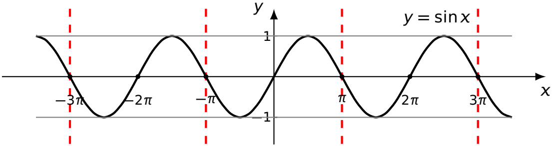
- $\tan x, x\neq \frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

  周期 2π

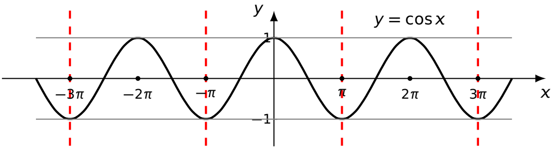
  有界函数：$|\sin x| \leq 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

  周期 2π

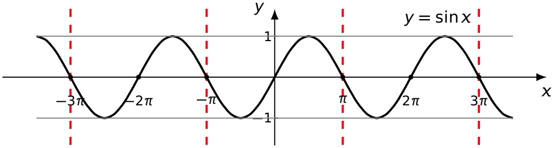
  有界函数：$|\cos x| \leq 1$



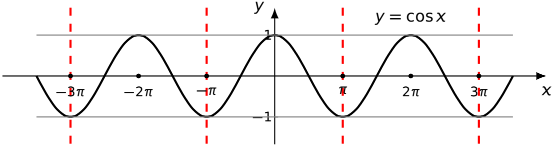
- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$

例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

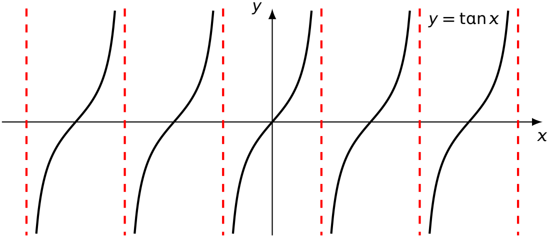
- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$
  周期 2π
  有界函数：$|\sin x| \le 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$
  周期 2π
  有界函数：$|\cos x| \le 1$



- $\tan x, x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
  周期 π

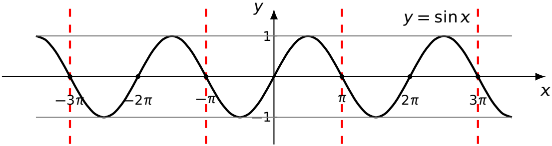


例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

  周期 2π

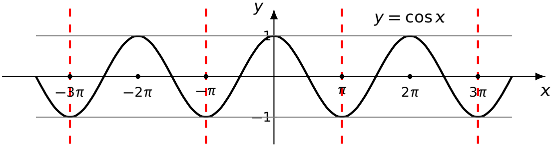
  有界函数：$|\sin x| \le 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

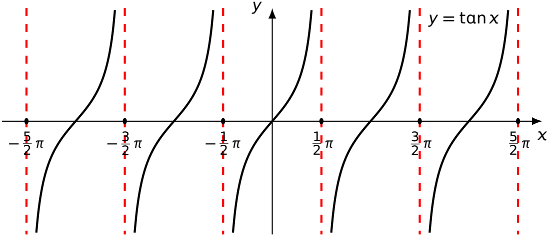
  周期 2π

  有界函数：$|\cos x| \le 1$



- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$

  周期 π

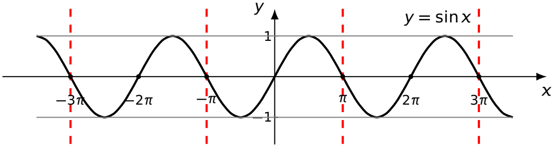


例 3 三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 的自然定义域、图形。

- $\sin x, x \in (-\infty, +\infty)$

  周期 2π

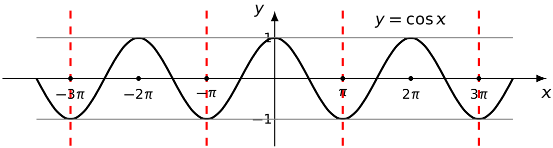
  有界函数：$|\sin x| \le 1$



- $\cos x, x \in (-\infty, +\infty)$

  周期 2π

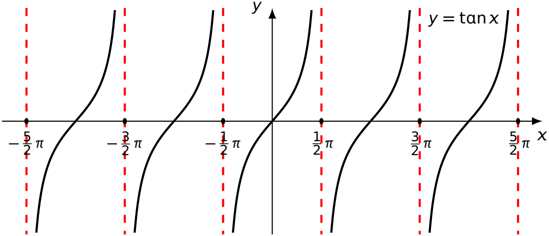
  有界函数：$|\cos x| \le 1$



- $\tan x, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \, (k \in \mathbb{Z})$

  周期 π

  无界函数



复合函数

设 $y = g(u)$，$u \in D_2$ 和 $u = f(x)$，$x \in D_1$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

$$y = g(u)$$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

$$y = g(u) = g(u = f(x))$$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

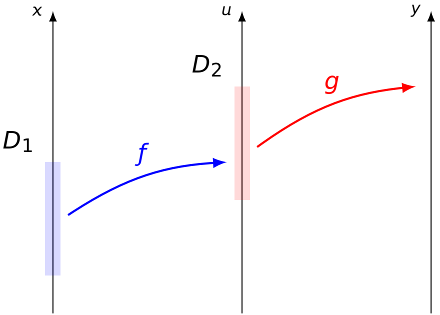
$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$

复合函数

设 $y=g(\boxed{u})$，$u\in D_2$ 和 $\boxed{u=f(x)}$，$x\in D_1$

若 $f(D_1)\subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y=g(u)=g(u=f(x))=g(f(x)),\quad x\in D_1$$

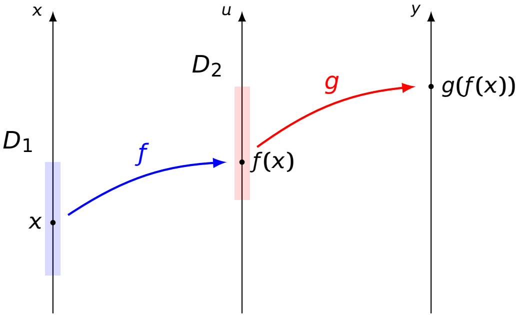


复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$

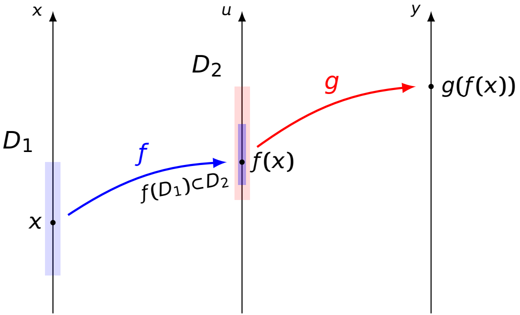


复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$

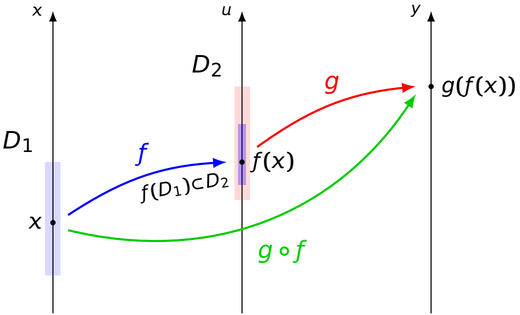


复合函数

设 $y=g(\boxed{u})$，$u\in D_2$ 和 $\boxed{u=f(x)}$，$x\in D_1$

若 $f(D_1)\subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y=g(u)=g(u=f(x))=g(f(x)),\quad x\in D_1$$

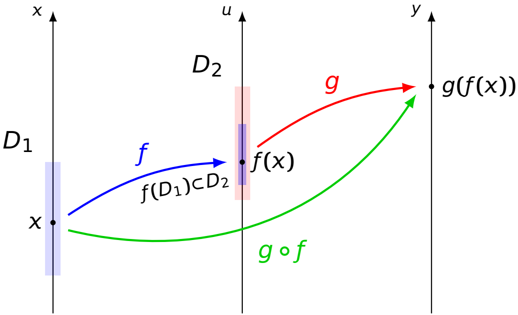


复合函数

设 $y=g(\boxed{u})$，$u\in D_2$ 和 $\boxed{u=f(x)}$，$x\in D_1$

若 $f(D_1)\subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y=g(u)=g(u=f(x))=g(f(x)),\quad x\in D_1$$



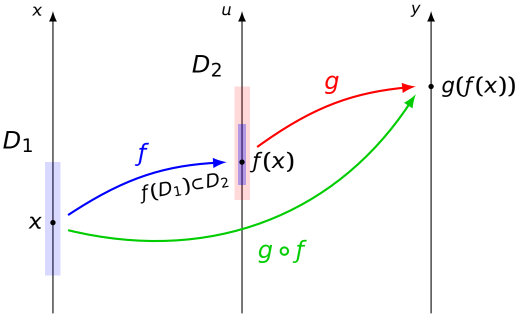
$$\begin{tikzcd} D_1 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g\circ f"'] & D_2 \arrow[r, "g"] & \mathbb{R} \end{tikzcd}$$

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$



$$\begin{tikzcd} D_1 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & D_2 \arrow[r, "g"] & \mathbb{R} \end{tikzcd}$$

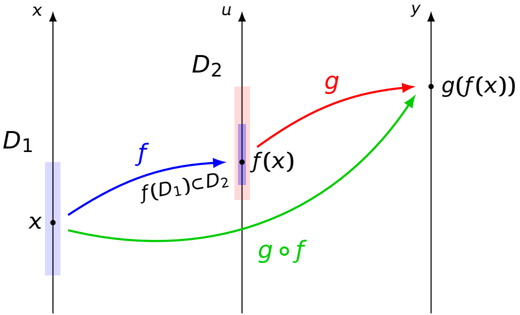
例 写出 $u = 1 - x^2$ 和 $y = \sqrt{u}$ 的复合函数，并注意定义域.

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$



$$\begin{tikzcd} D_1 \arrow[r, "f", blue] \arrow[rr, bend right, "g\circ f"', green] & D_2 \arrow[r, "g", red] & \mathbb{R} \end{tikzcd}$$

例 写出 $u = 1 - x^2$ 和 $y = \sqrt{u}$ 的复合函数，并注意定义域.

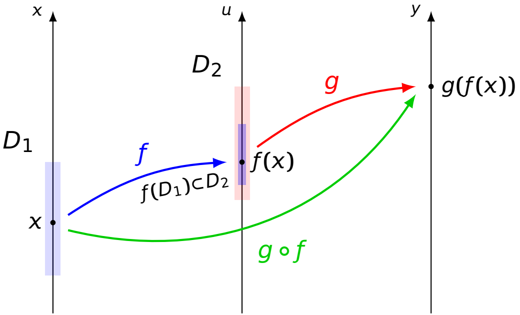
解 复合函数是 $y = \sqrt{1 - x^2}$，

复合函数

设 $y = g(\boxed{u})$，$u \in D_2$ 和 $\boxed{u = f(x)}$，$x \in D_1$

若 $f(D_1) \subset D_2$，则可构造 **复合函数**：

$$y = g(u) = g(u = f(x)) = g(f(x)), \quad x \in D_1$$



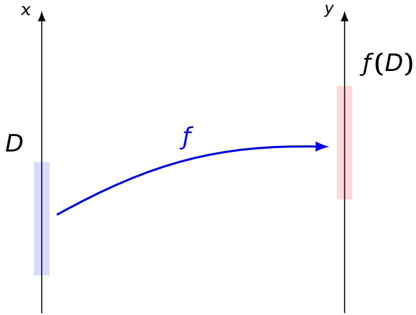
$$\begin{tikzcd} D_1 \arrow[r, "f"] \arrow[rr, bend right, "g \circ f"'] & D_2 \arrow[r, "g"] & \mathbb{R} \end{tikzcd}$$

例 写出 $u = 1 - x^2$ 和 $y = \sqrt{u}$ 的复合函数，并注意定义域.

解 复合函数是 $y = \sqrt{1 - x^2}$，定义域 $[-1, 1]$

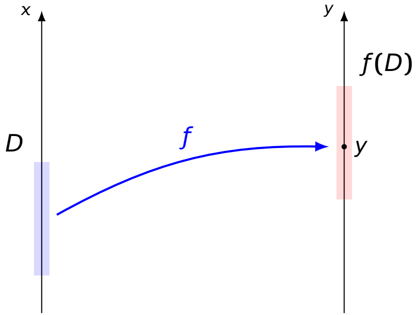
反函数

设函数 $y = f(x)$，$x \in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：



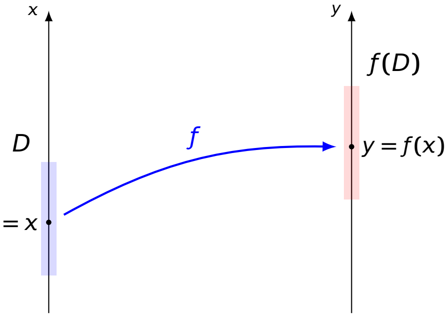
反函数

设函数 $y = f(x)$，$x \in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：



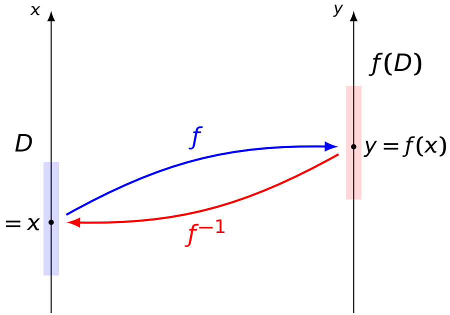
反函数

设函数 $y = f(x)$，$x \in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：



反函数

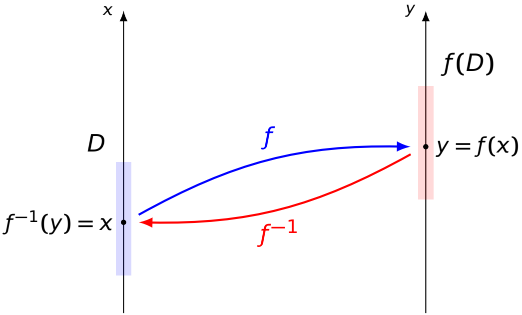
设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：



反函数

设函数 $y = f(x)$，$x \in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：

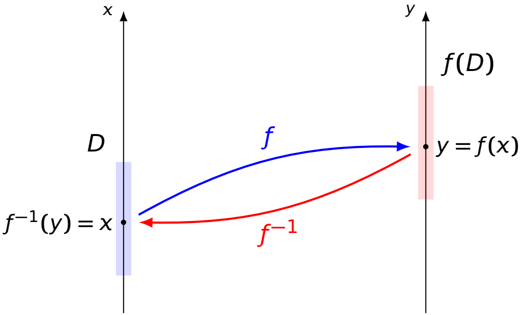
$$x = f^{-1}(y), \quad y \in f(D)$$

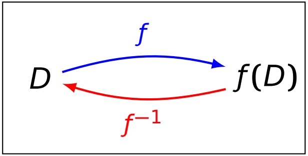


反函数

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in f(D)$$

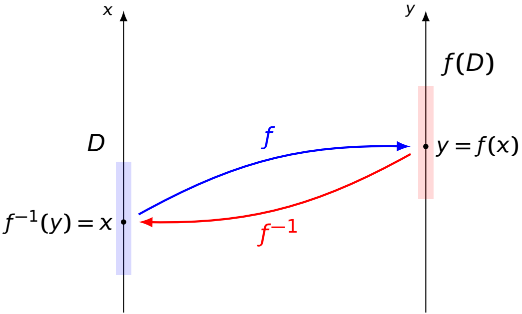


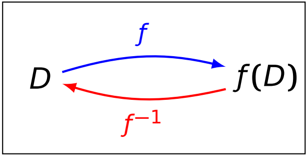


反函数

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in f(D)$$



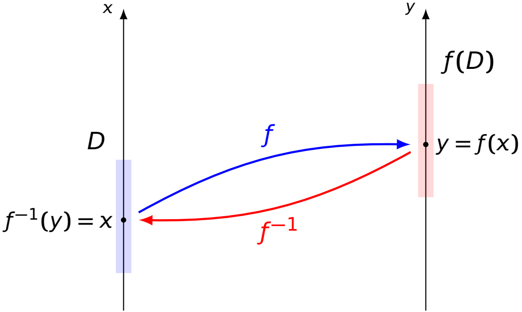


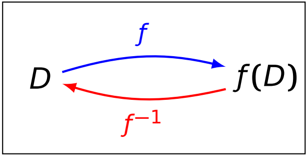
注 1 $f^{-1}(f(x))=x, \forall x\in D$;

反函数

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in f(D)$$



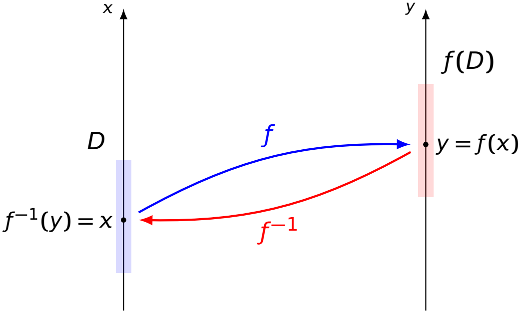


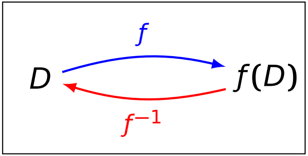
注 1 $f^{-1}(f(x))=x, \forall x\in D$； $f(f^{-1}(y))=y, \forall y\in f(D)$

反函数

设函数 $y=f(x)$，$x\in D$，是单射，则以 $f(D)$ 为定义域构造**反函数**：

$$x=f^{-1}(y),\quad y\in f(D)$$





注 1 $f^{-1}(f(x))=x,\forall x\in D$；$f(f^{-1}(y))=y,\forall y\in f(D)$

注 2 常把反函数 $x=f^{-1}(y)$ 表示成 $y=f^{-1}(x)$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

反函数的图形

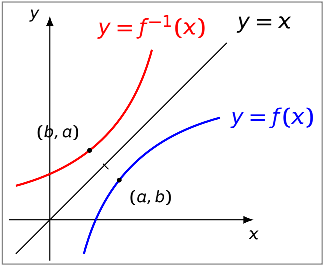
设 $y = f(x)$，$x \in D$，为单射. 考虑反函数 $y = f^{-1}(x)$，$x \in f(D)$

性质 $y = f(x)$ 的图形与 $y = f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y = x$ 对称.

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

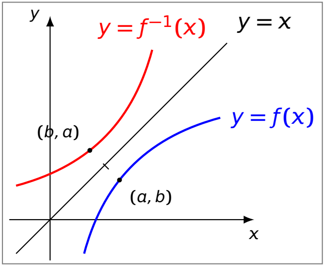
性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

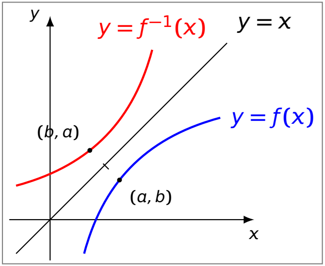
性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

而 $y=f(x)$ 的图形是：

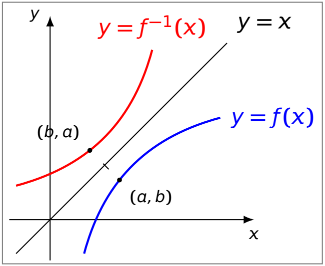
$\Gamma(f)=\{(x,f(x))|x\in D\}$



反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

而 $y=f(x)$ 的图形是：

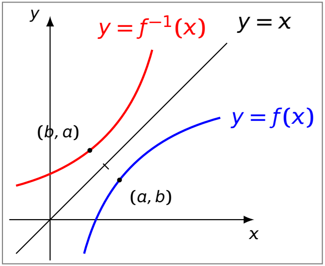
$\Gamma(f)=\{(x,f(x))|x\in D\}$

$$\overset{x=f^{-1}(y)}{=\!=\!=\!=\!=}$$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是:

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

而 $y=f(x)$ 的图形是:

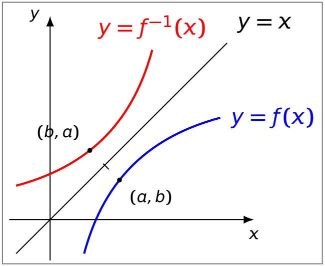
$\Gamma(f)=\{(x,f(x))|x\in D\}$

$$\xlongequal{x=f^{-1}(y)}\{(f^{-1}(y),f(f^{-1}(y))|y\in f(D)\}$$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

而 $y=f(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f)=\{(x,f(x))|x\in D\}$

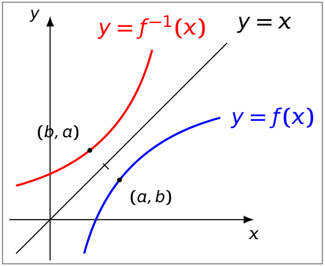
$$\xlongequal{x=f^{-1}(y)}\{(f^{-1}(y),f(f^{-1}(y))|y\in f(D)\}$$

$$=\{(f^{-1}(y),y)|y\in f(D)\}$$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$

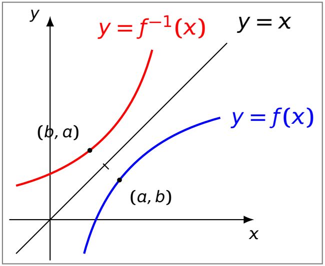
而 $y=f(x)$ 的图形是：

$$\begin{aligned}\Gamma(f)&=\{(x,f(x))|x\in D\}\\ &\xlongequal{x=f^{-1}(y)}\{(f^{-1}(y),f(f^{-1}(y))|y\in f(D)\}\\ &=\{(f^{-1}(y),y)|y\in f(D)\}\\ &=\{(f^{-1}(x),x)|x\in f(D)\}\end{aligned}$$

反函数的图形

设 $y=f(x)$，$x\in D$，为单射. 考虑反函数 $y=f^{-1}(x)$，$x\in f(D)$

性质 $y=f(x)$ 的图形与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.



证明 $y=f^{-1}(x)$ 的图形是：

$$\Gamma(f^{-1})=\{(x,f^{-1}(x))|x\in f(D)\}$$

而 $y=f(x)$ 的图形是：

$$\Gamma(f)=\{(x,f(x))|x\in D\}$$

$$\xlongequal{x=f^{-1}(y)}\{(f^{-1}(y),f(f^{-1}(y))|y\in f(D)\}$$

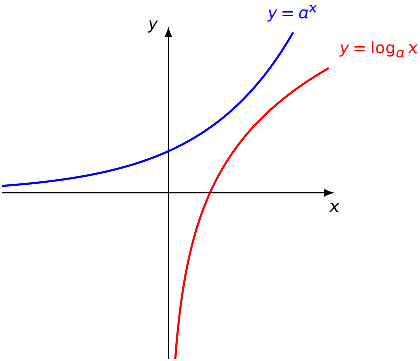
$$=\{(f^{-1}(y),y)|y\in f(D)\}$$

$$=\{(f^{-1}(x),x)|x\in f(D)\}$$

可见两者关于直线 $y=x$ 对称.

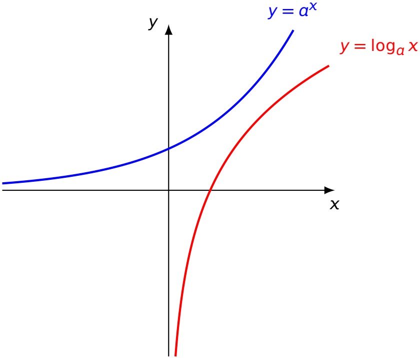
指数与对数函数

$$\begin{tikzcd}(-\infty,+\infty) \arrow[r, bend left, "a^x"] & (0,+\infty) \arrow[l, bend left, "\log_a x"]\end{tikzcd}$$



指数与对数函数

$$\begin{tikzcd}(-\infty, +\infty) \arrow[rr, bend left, "a^x"] & & (0, +\infty) \arrow[ll, bend left, "\log_a x"]\end{tikzcd}$$

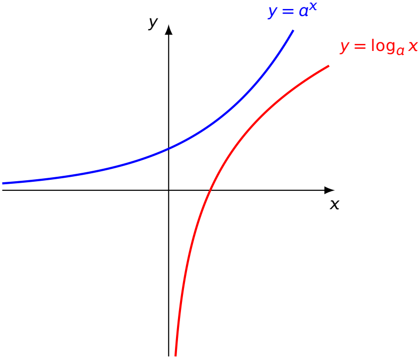


注

- $a^{\log_a x} = x$，$\log_a a^x = x$

指数与对数函数

$$
\begin{tikzcd}
(-\infty,+\infty) \arrow[r, bend left, "a^x"] & (0,+\infty) \arrow[l, bend left, "\log_a x"]
\end{tikzcd}
$$

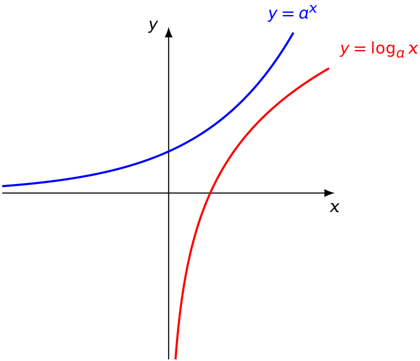


注

- $a^{\log_a x}=x$，$\log_a a^x=x$（这是：$f(f^{-1}(x))=x$ 及 $f^{-1}(f(x))=x$）

指数与对数函数

$$(-\infty, +\infty) \underset{\log_a x}{\overset{a^x}{\rightleftarrows}} (0, +\infty)$$

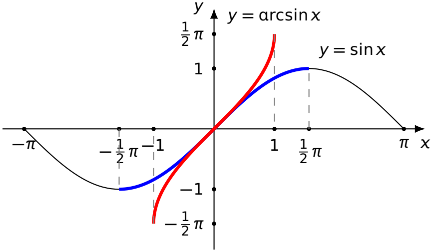


注

- $a^{\log_a x} = x$，$\log_a a^x = x$（这是：$f(f^{-1}(x)) = x$ 及 $f^{-1}(f(x)) = x$）
- $\log_a x^\mu = \mu \log_a x$

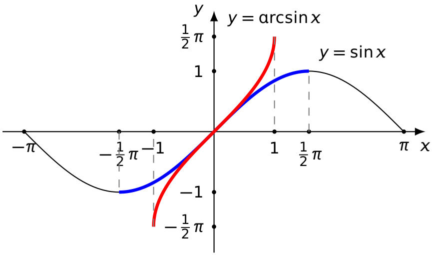
正弦与反正弦；余弦与反余弦

$$\begin{tikzcd} {[-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi]} \arrow[r, bend left, "\sin"] & {[-1, 1]} \arrow[l, bend left, "\arcsin"] \end{tikzcd}$$

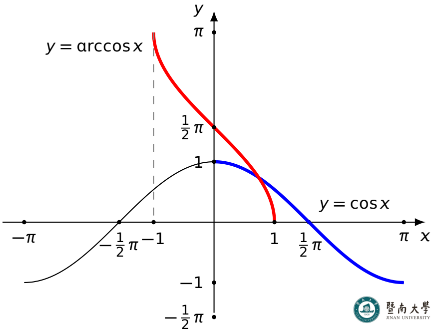


正弦与反正弦；余弦与反余弦

$$\left[-\tfrac{1}{2}\pi, \tfrac{1}{2}\pi\right] \underset{\arcsin}{\overset{\sin}{\rightleftarrows}} [-1, 1]$$

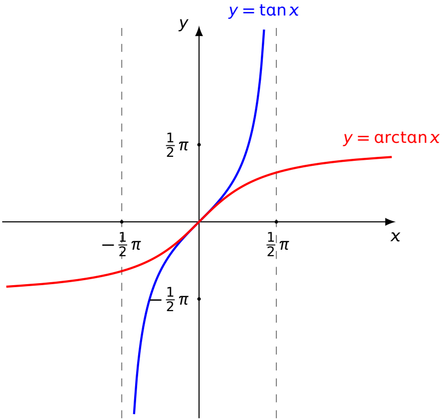


$$[0, \pi] \underset{\arccos}{\overset{\cos}{\rightleftarrows}} [-1, 1]$$



正切与反正切

$$\left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right) \underset{\arctan}{\overset{\tan}{\rightleftarrows}} (-\infty, +\infty)$$



初等函数

- **基本初等函数**：

  常值函数
  幂函数
  指数函数
  对数函数
  三角函数
  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数**：

  常值函数 $y = c$

  幂函数

  指数函数

  对数函数

  三角函数

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数：**

  常值函数 $y = c$

  幂函数 $y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）

  指数函数

  对数函数

  三角函数

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数：**

  常值函数 $y = c$

  幂函数 $y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）

  指数函数 $y = a^{x}$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）

  对数函数

  三角函数

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数：**

  常值函数 $y = c$

  幂函数 $y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）

  指数函数 $y = a^{x}$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^{x}$

  对数函数

  三角函数

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数**：

常值函数	$y = c$
幂函数	$y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）
指数函数	$y = a^{x}$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^{x}$
对数函数	$y = \log_{a} x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）
三角函数	
反三角函数	

初等函数

- **基本初等函数：**

  常值函数 $y = c$

  幂函数 $y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）

  指数函数 $y = a^x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^x$

  对数函数 $y = \log_a x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = \ln x$

  三角函数

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数：**

  常值函数 $y = c$

  幂函数 $y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）

  指数函数 $y = a^x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^x$

  对数函数 $y = \log_a x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = \ln x$

  三角函数 $y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 等等

  反三角函数

初等函数

- **基本初等函数**：

常值函数	$y=c$
幂函数	$y=x^{\mu}$ （$\mu\in\mathbb{R}$ 是常数）
指数函数	$y=a^{x}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）；特别地，$y=e^{x}$
对数函数	$y=\log_{a}x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）；特别地，$y=\ln x$
三角函数	$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 等等
反三角函数	$y=\arcsin x$，$\arccos x$，$\arctan x$ 等等

初等函数

- **基本初等函数**：

常值函数	$y=c$
幂函数	$y=x^{\mu}$ （$\mu\in\mathbb{R}$ 是常数）
指数函数	$y=a^{x}$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）；特别地，$y=e^{x}$
对数函数	$y=\log_{a}x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）；特别地，$y=\ln x$
三角函数	$y=\sin x$，$y=\cos x$，$y=\tan x$ 等等
反三角函数	$y=\arcsin x$，$\arccos x$，$\arctan x$ 等等

- **初等函数**：由基本初等函数经过有限次的四则运算和函数复合，所构成的函数。

初等函数

- **基本初等函数**：

常值函数	$y = c$
幂函数	$y = x^\mu$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）
指数函数	$y = a^x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^x$
对数函数	$y = \log_a x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = \ln x$
三角函数	$y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 等等
反三角函数	$y = \arcsin x$，$\arccos x$，$\arctan x$ 等等

- **初等函数**：由基本初等函数经过有限次的四则运算和函数复合，所构成的函数。

例 判断是否初等函数：1. $f(x) = \sin(e^{2x} - 1)$；2. $f(x) = |x|$

初等函数

- **基本初等函数**：

常值函数	$y = c$
幂函数	$y = x^{\mu}$ （$\mu \in \mathbb{R}$ 是常数）
指数函数	$y = a^{x}$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = e^{x}$
对数函数	$y = \log_{a} x$（$a > 0$ 且 $a \neq 1$）；特别地，$y = \ln x$
三角函数	$y = \sin x$，$y = \cos x$，$y = \tan x$ 等等
反三角函数	$y = \arcsin x$，$\arccos x$，$\arctan x$ 等等

- **初等函数**：由基本初等函数经过有限次的四则运算和函数复合，所构成的函数。

例 判断是否初等函数：1. $f(x) = \sin(e^{2x} - 1)$；2. $f(x) = |x|$

提示 $|x| = \sqrt{x^2}$