

第 10 周作业

应于 15-11-2017 提交

练习 1. 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 7 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 的一组极大无关组, 并将其余向量表示成极大无关组的线性组合。

练习 2. 用基础解系表示齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$
 的通解。

练习 3. 用“特解 + 基础解系的线性组合”的形式, 表示线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 3 \end{cases}$$

的通解。

练习 4. 设 A, B 均为 $m \times n$ 矩阵, 证明: $r(A+B) \leq r(A) + r(B)$ 。

练习 5. 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $B = (b_{ij})_{n \times s}$, 假设 $AB = O_{m \times s}$ 。证明: $r(A) + r(B) \leq n$ 。