姓名 :
线性代数（内外招） 专业 :
2018-2019 学年（上） 学号 :

第 10 周作业

练习 1. 求向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 7 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ 的一组极大无关组，并将其余向量表示成极大无关组的线性组合。

练习 2. 用基础解系表示齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$ 的通解。

练习 3. 设 A, B 均为 $m \times n$ 矩阵，证明：$r(A+B) \le r(A) + r(B)$。

练习 4. 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}, B = (b_{ij})_{n\times s}$，假设 $AB = O_{m\times s}$。证明：$r(A) + r(B) \le n$。

下一题是附加题，做出来的同学下周交上来，可以加分

练习 5. 设 A 是 n 阶方阵，证明：存在不全为零的数 $c_0, c_1, \cdots, c_n$ 使得 $c_0 I_n + c_1 A + \cdots + c_n A^n$ 为奇异矩阵。(事实上，可以证明 $c_0 I_n + c_1 A + \cdots + c_n A^n = 0$，但我们不证明这个。)(提示：任取一个非零的列向量 $v \in \mathbb{R}^n$，说明 $v, Av, \cdots, A^n v$ 是线性相关。)