

第 14 周作业

练习 1. 将下列向量组正交化

$$1. \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{pmatrix}$$

练习 2. 设方阵 A 满足 $A^2 = I_n$ 。证明 A 的特征值只能是 1 或 -1 。

练习 3. 已知对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^T A Q$ 为对角矩阵。

练习 4. 已知对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^T A Q$ 为对角矩阵。