线性代数（内外招）
2018-2019 学年（上）

姓名:
专业:
学号:

第 13 周作业

练习 1. 设方阵 A 满足 $A^2 = I_n$。证明 A 的特征值只能是 1 或 -1。

练习 2. 设 u 是 n 维非零列向量，$A = uu^T$ 是 n 阶方阵。证明 $||u||^2$ 是 A 的一个特征值。

练习 3. 将下列向量组正交化

1. $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{pmatrix}$

练习 4. 已知对称矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，求正交矩阵 Q，使得 $Q^T AQ$ 为对角矩阵。

练习 5. 设 3 阶矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 1$，对应的特征向量分别为 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$。求 A。